Некоммерческое акционерное общество

АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ ИМЕНИ ГУМАРБЕКА ДАУКЕЕВА

Кафедра космической инженерии

ФИЗИКА 1

Конспект лекций для студентов обучающихся по образовательной программе 6В07101 – Электроэнергетика

Алматы, 2022

СОСТАВИТЕЛЬ: Саламатина А. М. Физика 1. Конспект лекций для студентов, обучающихся по образовательной программе 6В07101 – Электроэнергетика – Алматы: АУЭС, 2022. – 72 с.

Настоящий конспект лекций содержит 15 лекций по всем разделам дисциплины Физика 1: «Физические основы механики», «Статистическая физика и термодинамика», «Электромагнетизм». Теоретический материал проиллюстрирован примерами.

Конспект лекций предназначен для студентов первого курса образовательной программы «Электроэнергетика».

Ил. 42, табл. 3, библиогр. – 10 наименований.

Рецензент: доцент каф. ЭТ А.С. Баймаганов

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева» на 2022 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева», 2022 г.

1. Введение. Кинематика материальной точки и твердого тела

Цель: ознакомить с основными задачами курса физики и предметом физической науки; ввести основные кинематические понятия и величины.

1.1 Введение. Физика и техника. Предмет физики и методы исследования

Физика зародилась из потребностей материального производства и очень тесно связана с технической деятельностью. Эта связь двухсторонняя, все отрасли техникознания выросли из физических открытий и основываются на физических теориях. На основе достижений физики разрабатываются новые, более совершенные технологии, сооружения и устройства. В свою очередь, совершенная техника вооружает ученых, позволяет им раздвигать границы познания и раскрывать все более глубокие тайны мироздания.

Роль физики в техническом университете чрезвычайно велика. Как общеобразовательная дисциплина физика формирует *научное мировоззрение и общую культуру*; как фундаментальная – *общетеоретическую основу* для изучения общеинженерных и специальных технических дисциплин, позволяет увидеть, как связаны между собой различные области науки и техники. Изучение физики *развивает способности* создавать идеальные модели сложных процессов явлений; извлекать частные выводы из общего; усматривать общее из частного; применять математические методы и использовать аналогии; гибко перестраивать свое мышление к восприятию принципиально новых подходов.

Объект физики – все многообразие неживой природы: поля, кварки, элементарные частицы, атомы, молекулы, макротела, планеты и звезды, их системы, галактики, космические среды и физический вакуум. Размер наблюдаемой Вселенной – 10^{26} м! Ее возраст – 13,77 миллиардов лет, или $4\cdot10^{17}$ с! Атомы имеют размеры от 10^{-10} м, а их ядра – от $2\cdot10^{-15}$ м.

Физика – наука о простейших формах движения материи, она *изучает наиболее общие законы природы и их частные проявления на микро-, макро- и мега-уровнях организации материи.*

Принципиально важно то, что переход от одних пространственно-временных масштабов, в которых происходят физические явления, к другим сопровождается качественными изменениями характера законов, их описывающих. Так, естественным масштабом скоростей в природе является скорость распространения света в вакууме $c = 3\cdot10^8$ м/с. С ней связано качественное отличие *нерелятивистских* движений ($v \ll c$) от *релятивистских* ($v \sim c$). С постоянной Планка $\hbar = 1{,}054\cdot10^{-34}$ *Дж·с* связано разграничение физики на *классическую* и *квантовую*. Классическая механика включает ньютоновскую механику и СТО А. Эйнштейна. В начале XX века, после того как М. Планк выдвинул гипотезу квантов, возникла современная – квантовая физика.

Физика – наука опытная, экспериментальная. *Научный эксперимент* – наблюдение изучаемых явлений и измерение физических величин в точно

контролируемых условиях. Экспериментальный метод тесно связан с теоретическими методами, такими как анализ, синтез, систематизация, абстрагирование, обобщение, формализация, моделирование, дедукция, индукция, разработка теории. Теоретические и эмпирические методы взаимно дополняют друг друга.

Физическую теорию составляют: а) надежно установленные основные опытные факты и данные; б) основные положения, допущения, аксиомы, законы и принципы; в) логический и математический аппарат; д) следствия, вытекающие из основных положений теории и подлежащие экспериментальной проверке. Физическая теория дает объяснение целой области явлений природы с единой точки зрения, а также, предсказывает новые явления.

1.2 Механическое движение как простейшая форма движения материи. Пространство и время. Модели в механике

Механика (классическая) – раздел физики, в котором изучают механическое движение тел и взаимодействие между телами. *Под механическим движением понимают изменение во времени взаимного положения тел или их частей в пространстве*.

Все процессы, явления и события в нашем мире разворачиваются в пространстве и во времени. *Пространство* и *время* – формы существования материи. *Пространство* выражает *порядок сосуществования материальных объектов*, *время* отражает *порядок смены явлений*. И. Ньютон считал *пространство и время абсолютными, не зависящими друг от друга и от присутствия тел*. В настоящее время установлено, что *П.* и *В.* тесно связаны, образуя четырехмерное пространство-время, и не существуют отдельно от материи: как следует из общей теории относительности, большие гравитирующие массы искривляют *пространство* и влияют на *ход времени*.

В физике используют упрощенные модели реальных физических систем. В механике – это *материальная точка, твердое тело, абсолютно упругий удар, сплошная среда*. Абстрактные математические модели пространства и времени (например, эвклидово пространство) в большей или меньшей степени отражают свойства реального пространства и времени.

1.3 Кинематика материальной точки. Система отсчета. Траектория движения материальной точки. Вектор перемещения

К*инематика изучает пространственно-временные характеристики движения вне связи с взаимодействием между телами*. *Материальной точкой называют тело, формой и размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь*. Иначе говоря, под материальной точкой понимается физический объект, в геометрическом смысле эквивалентный математической точке, но обладающий массой. *Абсолютно твердым* называется *тело*,

расстояние между двумя любыми точками которого неизменно, то есть, это тело, деформациями которого при его движении можно пренебречь.

Всякое движение относительно. Для описания механического движения необходимо выбрать *систему отсчета* – совокупность *системы координат и часов, связанных с телом отсчета*. В качестве тела отсчета можно выбрать центр Солнца (гелиоцентрическая СО), центр Земли (геоцентрическая СО) или какую-либо точку на поверхности Земли (лабораторная СО), автомобиль, ракету или самолет.

Прямоугольная (декартова) система координат – это три взаимно перпендикулярные оси *OX*, *OY* и *OZ*, которые пересекаются в одной точке *0*, называемой началом координат. Положение произвольной точки *A* в некоторый момент времени задается тремя числами: координатами *x*, *y*, *z*. Положение точки также можно задать с помощью радиус-вектора $\vec{r}$ – направленного отрезка прямой, соединяющего начало координат *0* и точку *A*. С помощью единичных векторов (ортов) $\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$ можно связать оба способа определения положения частицы – координатный и векторный – между собой:

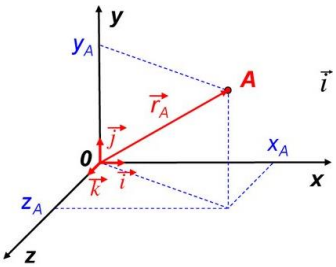

Рисунок 1.1

$$\vec{r} = \vec{i} \cdot x + \vec{j} \cdot y + \vec{k} \cdot z \qquad (1.1)$$

Движение частицы полностью определено, если ее радиус-вектор или координаты заданы как функции времени *t*:

$$\vec{r}=\vec{r}(t), \qquad x=x(t), \qquad y=y(t), \qquad z=z(t). \qquad (1.2)$$

Уравнения (1.2) называются *кинематическими уравнениями движения.*

Линия, которую описывает частица при своем движении, называется *траекторией*. В зависимости от формы траектории различают *прямолинейное* движение, движение *по окружности*, *криволинейное* движение. Уравнение *траектории* можно получить, исключив параметр *t* из кинематических уравнений.

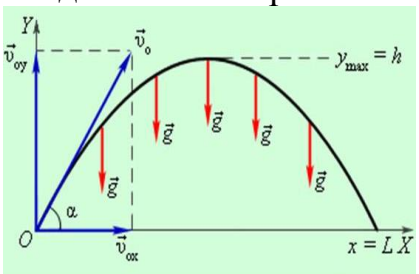

Рисунок 11.2. Траектория движения тела в поле силы тяжести

Пусть частица переместилась вдоль некоторой траектории из точки *1* в точку *2*. Пройденный путь *S* – это расстояние (положительное число, выраженное в *м*) между точками *1* и *2*, отсчитанное вдоль траектории. Отрезок прямой, проведенный из начального положения 1 в конечное 2, называется вектором перемещения $\vec{s}$:

$$\vec{s}=\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1. \qquad (1.3)$$

1.4 Скорость и ускорение – производные от радиус-вектора по времени

Вектором средней скорости $<\vec{v}>$ за интервал времени Δt называется отношение перемещения $\Delta\vec{r}$ к промежутку времени Δt:

$$< \vec{v} > = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \qquad (1.4)$$

Мгновенная скорость – векторная величина, равная первой производной радиус-вектора по времени; ее составляющие v_x, v_y, v_z – равны производным соответствующих координат по времени:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \vec{j} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} + \vec{k} \cdot \frac{\partial z}{\partial t}. \qquad (1.5)$$

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории в сторону движения. Ее модуль равен первой производной пути S по времени: $v = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \frac{dS}{dt}$, отсюда: $dS = v \cdot dt$,

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt. \qquad (1.6)$$

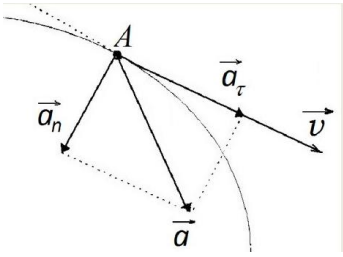

Рисунок 1.3

Ускорение $\vec{a}$ характеризует *быстроту изменения вектора скорости*, она равна первой производной по времени вектора скорости материальной точки или второй производной от радиус-вектора этой точки:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial t} + \vec{j} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial t} + \vec{k} \cdot \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{d^2\vec{r}}{dt}. \qquad (1.7)$$

В случае плоского криволинейного движения ускорение удобно представить как сумму тангенциального $\vec{a}_\tau$ и нормального $\vec{a}_n$ ускорений (рисунок 1.3):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \qquad (1.8)$$

Тангенциальное ускорение направлено по касательной к траектории и характеризует быстроту изменения скорости по модулю (величине):

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \qquad (1.9)$$

Нормальное (центростремительное) *ускорение* $\vec{a}_n$ направлено по нормали к траектории к центру ее кривизны O и характеризует быстроту изменения направления скорости точки. Нормальное ускорение равно:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \qquad (1.10)$$

Модуль любой векторной величины равен корню квадратному из суммы квадратов ее взаимно перпендикулярных составляющих:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \qquad (1.11)$$

1.5 Кинематика вращательного движения. Угловые величины

При *вращательном* движении твердого тела *все его точки движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения*. Поскольку радиусы разных точек тела различны, то за период обращения T они проходят различные пути. В этом случае перемещение тела может быть задано углом $\Delta\varphi$ поворота вокруг оси.

Элементарное угловое перемещение $d\vec{\varphi}$ – *векторная* величина, модуль которой равен бесконечно малому углу поворота $d\varphi$, а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта. Угловая скорость:

$$\vec{\omega}=\frac{d\vec{\varphi}}{dt}=\dot{\vec{\varphi}}, \qquad (1.12)$$

угловое ускорение:

$$\vec{\varepsilon}=\frac{d\vec{\omega}}{dt}=\dot{\vec{\omega}}=\frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}=\ddot{\vec{\varphi}}. \qquad (1.13)$$

Единицы угловой скорости 1 *рад/с*, углового ускорения 1 *рад/с*^{2}.

Все соотношения между линейными и угловыми величинами вытекают из равенства длины дуги окружности произведению ее радиуса на величину центрального угла: $l=\Delta\varphi\cdot r$.

2. Динамика материальной точки, системы частиц и твердого тела

Цель: ввести основные понятия динамики; ознакомить с основными методами динамики.

2.1 Понятие состояния в классической механике. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета (ИСО)

Динамика – учение о причинах и законах движения. Она изучает взаимную связь между механическим движением и взаимодействием тел. *Основная задача* механики – *определить механическое состояние* рассматриваемой системы тел в любой момент времени. Для этого нужно, во-первых, установить те величины, задание которых полностью определяет состояние системы; во-вторых, установить законы – уравнения движения, в соответствии с которыми это состояние изменяется. Обе эти проблемы были решены И. Ньютоном. По Ньютону, механическое состояние материальной точки (частицы) в некоторый момент времени t полностью определяется заданием ее пространственного положения – трех координат x, y, z и трех проекций скорости v_x, v_y, v_z.

Классическая механика основывается на 3-х законах Ньютона. Первый закон Ньютона (*закон инерции*): *тело сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие других тел не выведет его из этого состояния*. Тело, воздействием на которое со стороны других тел можно пренебречь, называют *свободным*. *Свободное тело либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно.*

Системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона, называются *инерциальными* (ИСО). Системы отсчета, в которых этот закон не выполняется, относятся к *неинерциальным*. *Инерциальными* являются гелиоцентрическая, геоцентрическая и, с некоторыми оговорками, лабораторная *системы отсчета*. Можно доказать, что любая система отсчета, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно инерциальной системы отсчета, также является инерциальной. Соответственно, если некоторое тело движется с ускорением относительно инерциальной системы отсчета, то система отсчета, связанная с этим телом, является неинерциальной.

2.2 Масса и импульс. Сила. Второй закон Ньютона. Уравнение динамики материальной точки

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется *инерцией*. Инерция – одно из основных свойств материи. *Инертность* – это свойство, благодаря которому тела по-разному изменяют состояние своего движения под действием одинаковой силы. Мера инертности тела называется массой m.

Динамическое воздействие движущегося тела на другие тела зависит как от скорости тела, так и от его массы. Поэтому в качестве динамической характеристики вводится *импульс* p – векторная величина, равная произведению массы тела на вектор скорости:

$$\vec{p}=m\vec{v}. \qquad (2.1)$$

Сила – общая мера различных видов механического действия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет форму и размеры – деформируется. С*ила является функцией состояния* системы, то есть она *зависит от взаимного расположения тел (координат) и их скоростей*. *Сила – величина векторная*, это значит, что она характеризуется не только численным значением (модулем силы), но и направлением. Для определенного класса задач имеет значение точка приложения силы.

В классической механике при скоростях много меньших скорости света в вакууме c=300000 км/с, справедлив принцип суперпозиции, который отражает закон независимости действия сил. Закон *независимости действия силы*: сила, с которой одна частица действует на другую, зависит *только от взаимного расположения и скоростей этих двух частиц*; присутствие других частиц на нее не влияет. Следовательно, если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает частице ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил нет. Из этого принципа следует, что силы и ускорения можно разлагать на составляющие, например, вдоль координатных осей F_x, F_y и F_z (a_x, a_y и a_z), или F_τ и F_n (a_τ и a_n). Одновременное действие на материальную точку нескольких

сил эквивалентно действию одной – *равнодействующей* (*результирующей*) силе, равной их векторной сумме:

$$\vec{F}_R=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+ \ldots+\vec{F}_N . \qquad (2.2)$$

Второй закон Ньютона: ускорение $\vec{a}$, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе $\vec{F}$, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе m тела:

$$\vec{a}= \vec{F}/m \qquad \text{или} \qquad m\vec{a}=\vec{F}. \qquad (2.3)$$

В этой формулировке 2-ой закон Ньютона справедлив только для тел, масса которых не изменяется при движении (m=const). Более общая формулировка 2-ого закона Ньютона: *скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе*:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}. \qquad (2.4)$$

Произведение силы на время ее действия называется *импульсом силы*. По 2-ому закону Ньютона изменение импульса частицы равно импульсу действующей на нее силы:

$$d\vec{p}=\vec{F}\cdot dt. \qquad (2.4*)$$

Уравнение (2.4) — это *основное уравнением динамики материальной точки*. В случае, когда твердое тело движется поступательно, все его точки имеют одинаковую скорость и одно ускорение, поэтому уравнение (2.4) является *основным уравнением динамики поступательного движения твердого тела*.

2.3 Механическая система. Внешние и внутренние силы. Третий закон Ньютона. Центр масс механической системы и закон его движения

Механической системой называется *совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое*. *Силы*, действующие между телами, которые включены в рассматриваемую систему, называют *внутренними*, а те силы, которые действуют на тела системы со стороны тел, не вошедшими в систему – *внешними*.

Третий закон Ньютона: всякое действие материальных точек (тел) друг на друга имеет характер *взаимодействия*; *силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по величине и направлены в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти точки*:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \qquad (2.5)$$

Эти силы приложены к разным телам, действуют парами и имеют одну природу. Третий закон Ньютона, благодаря возможности выделения *парных взаимодействий*, позволяет перейти от динамики отдельной материальной точки к динамике системы материальных точек. Состояние *механической системы*, состоящей из N материальных точек, определяется заданием $6N$ величин – координат x_i, y_i, z_i, и проекций импульсов p_{xi}, p_{yi}, p_{zi} каждой из частиц.

Ограничимся рассмотрением системы, состоящей всего из двух материальных точек (частиц) 1 и 2, массами соответственно m_1 и m_2, на которые действуют внутренние $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$, а также внешние $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ силы. Запишем уравнение (2.4) для каждой из частиц:

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt}=\vec{F}_{12}+\vec{F}_1, \tag{2.6}$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt}=\vec{F}_{21}+\vec{F}_2. \tag{2.7}$$

Сложим почленно уравнения (2.6) и (2.7) и учтем, что $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$:

$$\frac{d(\vec{p}_1+\vec{p}_2)}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \tag{2.8}$$

Под знаком производной в (2.8) стоит сумма импульсов всех материальных точек данной системы – это импульс $\vec{p}$ системы. В общем случае:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \ ... + \vec{p}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i. \tag{2.9}$$

В правой части (2.8) стоит *сумма всех внешних сил*, действующих на тела системы, или суммарная внешняя сила $\vec{F}_{\text{внеш}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

Основное уравнение динамики для механической системы:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{внеш}}. \tag{2.10}$$

Центром масс (или центром инерции) системы материальных точек называется воображаемая точка C, радиус-вектор которой $\vec{r}_c$:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{m}, \tag{2.11}$$

где $m=m_1+m_2+\ldots+m_N = \sum_{i=1}^{N} m_i$ – масса системы.

Дифференцирование (2.11) дает выражение для скорости центра масс:

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{\vec{p}}{m}. \tag{2.12}$$

Таким образом, импульс системы можно выразить через скорость центра масс $\vec{p} = m\vec{v}_c$, тогда уравнение (2.10) примет вид:

$$m\frac{dv_c}{dt}=\vec{F}_{\text{внеш}}. \tag{2.13}$$

Уравнение (2.13) выражает закон движения центра масс: *центр масс системы движется так, как двигалась бы частица с массой, равной суммарной массе системы*, под действием *силы, равной сумме внешних сил, приложенных к телам системы*. Движение центра масс можно отождествить с поступательным движением системы как целого. Последнее справедливо и для *твердого тела*, которое рассматривают как *систему жестко связанных между собой материальных точек*.

2.4 Момент импульса. Момент силы. Уравнение моментов для материальной точки и системы материальных точек

Моментом импульса $\vec{L}$ *материальной точки относительно неподвижного центра O* называется *векторное произведение радиуса-вектора* $\vec{r}$ *этой точки, проведенного из центра O, на вектор импульса* $\vec{p}$:

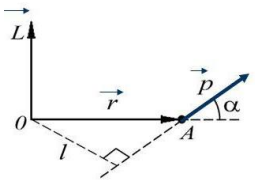

Рисунок 2.1

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}]. \qquad (2.14)$$

Модуль момента импульса равен произведению модулей сомножителей на синус угла между их направлениями: $L = r \cdot p \cdot sin\alpha$, где $l = r \cdot \sin\alpha$ – плечо импульса, равное кратчайшему расстоянию от точки *O* до прямой, вдоль которой в данный момент направлен вектор *импульса* (рисунок 2.1). Направление такого вектора перпендикулярно направлению каждого из сомножителей (а значит, плоскости в которой лежат оба вектора) и находится по правилу правого винта (буравчика).

Произведем дифференцирование (2.14) по времени:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{p}\right] + \left[\vec{r}, \frac{d\vec{p}}{dt}\right] = [\vec{v}, \vec{p}] + [\vec{r}, \vec{F}] = [\vec{r}, \vec{F}], \qquad (2.15)$$

где учтено, что векторное произведение совпадающих по направлению векторов $\vec{v}$ и $\vec{p}$ равно нулю, а производная по времени импульса частицы, с учетом (2.4), заменена вектором результирующей силы $\vec{F}$. Векторное произведение радиуса-вектора $\vec{r}$ точки приложения силы на вектор силы называется моментом $\vec{M}$ силы $\vec{F}$ относительно центра *O*:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]. \qquad (2.16)$$

Полученное уравнение называют *уравнением моментов* для частицы:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \qquad (2.17)$$

Оно значит, что *скорость изменения момента импульса частицы*, определенного относительно некоторого центра *O*, *равна суммарному моменту* (относительно той же точки *O*) приложенных к частице *сил*.

Момент силы характеризует способность силы вызывать и изменять вращение, поэтому его еще называют *вращающим моментом*, а в технике – крутящим моментом. Модуль момента силы равен произведению модулей сомножителей на синус β угла между ними:

$$M = r \cdot F \cdot sin\beta \tag{2.18}$$

где $l=r\cdot\sin\beta$ представляет собой *кратчайшее расстояние от центра O до линии действия силы* и называется *плечом силы*.

Направление вектора $\vec{M}$ совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его повороте от первого сомножителя $\vec{r}$ по кратчайшему направлению ко второму сомножителю $\vec{F}$.

2.5 Уравнение моментов для механической системы

Момент импульса системы частиц относительно центра *O* равен сумме моментов импульсов всех частиц системы:

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \cdots + \vec{L}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i. \tag{2.19}$$

Продифференцировав по времени, получим

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_i \frac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i. \tag{2.20}$$

Рассмотрим две взаимодействующие частицы 1 и 2. По 3-ему закону Ньютона $\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$. Тогда суммарный момент внутренних сил:

$$\vec{M}_{\text{внутр}}=\left[\vec{r}_1,\vec{F}_{12}\right] + \left[\vec{r}_2,\vec{F}_{21}\right] = \left[\vec{r}_1,\vec{F}_{12}\right] - \left[\vec{r}_2,\vec{F}_{12}\right] = \left[(\vec{r}_1 - \vec{r}_2),\vec{F}_{12}\right] = 0$$

Так как сила $\vec{F}_{12}$ направлена вдоль прямой $(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$, соединяющей обе частицы, то их векторное произведение обращается в ноль. Отсюда следует, что моменты внутренних сил попарно компенсируют друг друга и *сумма моментов внутренних сил равна нулю*. Таким образом, *скорость изменения момента импульса системы частиц равна сумме моментов всех внешних сил, приложенных к частицам рассматриваемой системы*:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i^{\text{внеш}}. \tag{2.21}$$

Уравнение (2.21) называют *уравнением моментов для системы частиц*; оно справедливо и для твердых тел.

2.6 Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси. Момент инерции тела

На практике важное значение имеет вращение твердого тела вокруг неподвижной оси, при котором каждая точка тела движется по окружности. Центры этих окружностей лежат на одной прямой, называемой осью вращения. Рассмотрим вращательное движение некоторого твердого тела относительно неподвижной оси *OZ*. Проецируя уравнение (2.21) на эту ось, получим

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z. \qquad (2.22)$$

Чтобы определить момент импульса L_z тела относительно оси, надо спроецировать на эту ось суммарный момент импульса относительно точки *O* всех частиц этого тела:

$$L_z = \sum_{i=1}^{N} L_{iz}. \qquad (2.23)$$

Это выражение можно преобразовать к виду:

$$L_z = \omega \sum_i m_i R_i^2 = J\omega. \qquad (2.24)$$

Сумма произведений элементарных масс на квадрат их расстояний до оси

$$J = \sum_{i=1}^{N} m_i R_i^2 \qquad (2.25)$$

называется *моментом инерции тела* относительно оси. *Момент инерции зависит от распределения массы тела вокруг оси и характеризует инертные свойства тела при вращательном движении*. Момент инерции – аналог массы.

Если масса распределена непрерывно, то вместо суммы берется интеграл:

$$J = \int R^2 \cdot dm, \qquad (2.25^*)$$

где интегрирование производится по всему объему тела. Если тело однородное, то его плотность $\rho = \frac{dm}{dV}$ постоянна, тогда

$$J = \int R^2 \cdot dm = \rho \iiint R^2 \cdot dV. \qquad (2.26)$$

Теорема Штейнера: момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции J_c относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс, и произведения массы тела m на квадрат расстояния b между осями:

$$J = J_c + mb^2, \qquad (2.27)$$

здесь J – момент инерции тела относительно произвольной оси;

J_c – момент инерции тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через точку C центр масс тела;

b – расстояние между этими осями.

Итак, *основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси имеет вид*

$$J \cdot \varepsilon_z = M_z, \tag{2.28}$$

согласно которому угловое ускорение тела прямо пропорционально моменту приложенных к телу сил и обратно пропорционально его моменту инерции.

Все уравнения динамики справедливы только в ИСО.

3. Энергия и работа

Цель: ввести основные понятия работы и энергии; установить соотношения между работой и энергией.

3.1 Энергия как универсальная мера всех форм движения и взаимодействия. Работа силы. Мощность

Каждое явление природы представляет собой ту или иную форму движения и взаимодействия материи. В природе существует много форм движения материи. Механическое движение – простейшая из них. Для его количественного описания мы использовали понятие импульса $\vec{p}$ или момента импульса $\vec{L}$. Для описания тепловых явлений вводятся иные характеристики состояния, например, температура T и энтропия S. Все эти величины отражают качественные особенности различных форм движения материи. Вместе с тем различные формы движения обнаруживают взаимную превращаемость.

Понятие энергии связывает воедино все явления природы. С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую (внутреннюю), электромагнитную, атомную, ядерную и так далее.

Энергия есть универсальная мера различных форм движения и взаимодействия материи.

3.2 Кинетическая энергия частицы и системы частиц. Связь кинетической энергии системы с работой действующих на нее сил

В природе непрерывно идут процессы, в которых механическое движение и энергия передаются от одних тел к другим. Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно охарактеризовать процесс обмена энергиями между взаимодействующими телами, в механике рассматривают

работу силы, приложенной к данному телу. *Работа есть мера изменения энергии в процессах силового взаимодействия.*

По определению *работой силы называют физическую величину, равную скалярному произведению вектора силы* $\vec{F}$ *на вектор перемещения* $\vec{s}$:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot cos\alpha = F_s \cdot s, \qquad (3.1)$$

где α – угол между направлениями векторов силы и перемещения;

F_s – проекция силы на направление перемещения.

Формула (3.1) применима в случае, когда сила постоянна по величине и по направлению, при этом тело перемещается прямолинейно. В общем случае переменной силы и криволинейной траектории это определение применимо только для элементарной работы δA на бесконечно малом перемещении $d\vec{s}$:

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cdot ds \cdot cos\alpha = F_s \cdot ds. \qquad (3.2)$$

Работа на конечном перемещении от точки 1 до точки 2 определяется как криволинейный интеграл, взятый вдоль траектории:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_1^2 F_s \cdot ds. \qquad (3.3)$$

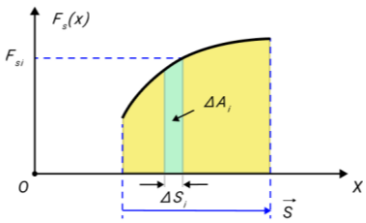

Рисунок 3.1

Если зависимость F_s от s представлена графически, то работа A_{12} определяется площадью закрашенной на рисунке 3.1 криволинейной трапеции.

Мощностью N силы $\vec{F}$ называют *физическую величину, равную скорости производства работы:*

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v \cdot cos\alpha, \qquad (3.4)$$

где $\vec{v}$ – вектор скорости, с которой движется точка приложения силы $\vec{F}$;

α – угол между направлениями векторов силы и скорости.

Итак, *мгновенная мощность*, развиваемая силой, *равна скалярному произведению векторов силы и скорости*; ее единица 1 Вт= 1 Дж/с.

3.3 Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия частицы и связь ее с силой поля

Сила, действующая на частицу и вызывающая изменение этого движения, совершает работу. Покажем, используя второй закон Ньютона и определение вектора мгновенной скорости, что при этом на величину затраченной работы увеличивается энергия частицы

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{s} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{s} = m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v} = d\left(\frac{mv^2}{2}\right). \qquad (3.5)$$

Стоящая под знаком дифференциала скалярная величина называется *кинетической энергией*:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \tag{3.6}$$

Кинетическая энергия – это *энергия движения*; она зависит от массы тела и его скорости; поскольку скорость – величина относительна, то и кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчета.

Проинтегрируем обе части равенства (3.5) вдоль траектории частицы от точки 1 до точки 2:

$$\int_1^2 \delta A = \int_1^2 dW_k. \tag{3.7}$$

Левая часть полученного равенства есть работа равнодействующей всех приложенных к частице сил, а правая представляет собой приращение кинетической энергии:

$$A_{12} = W_{k2} - W_{k1}, \tag{3.8}$$

то есть, *суммарная работа всех приложенных к частице* (*телу*) *сил идет на увеличение кинетической энергии частицы* (*тела*). Это утверждение называют *теоремой о кинетической энергии*.

Соотношение (3.8) легко обобщить на механическую систему (систему материальных точек); в этом случае кинетическая энергия системы определяется как сумма кинетических энергий всех частиц данной системы:

$$W_k = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \cdot v_i^2}{2}, \tag{3.9}$$

где N – число частиц в системе; m_i – масса i–той частицы, а v_i – ее скорость.

Тогда левая часть (4.8) представляет собой *суммарную работу всех сил,* как внутренних, так и внешних, *действующих на частицы системы.*

3.4 Кинетическая энергия и работа при вращении твердого тела

При вращении твердого тела вокруг неподвижной оси его кинетическая энергия складывается из кинетических энергий всех частиц этого тела. Поскольку скорости частиц в этом случае различны, то используя угловую скорость, получим

$$W_k = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \omega^2 R_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{N} m_i R_i^2 = \frac{J\omega^2}{2}, \tag{3.10}$$

здесь J – момент инерции тела относительно оси вращения;

ω – угловая скорость вращения тела вокруг оси.

Работа силы при вращении твердого тела определяется интегралом

$$A_{12} = \int_1^2 M_z \cdot d\varphi, \qquad (3.11)$$

где M_z – проекция момента внешних сил на ось вращения OZ;
$d\varphi$ – бесконечно малый угол поворота вокруг этой же оси.

3.5 Механическая энергия частицы и системы частиц. Закон изменения механической энергии

В общем случае работа силы при перемещении частицы зависит от формы ее траектории. *Консервативной называют силу, работа которой определяется только начальным и конечным положениями тела и не зависит от формы пути*. Все центральные силы, силы тяготения и упругости являются консервативными. К неконсервативным силам относятся силы трения и сопротивления среды. Поскольку работа консервативной силы не зависит от пути, то на любом замкнутом пути эта работа равна нулю:

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0. \qquad (3.13)$$

Силовым полем называют область пространства, в каждой точке которой на помещенную туда частицу действует сила $\vec{F}(\vec{r})$, закономерно меняющаяся от точки к точке. Силовое поле (в теории близкодействия) выполняет роль переносчика взаимодействия между удаленными друг от друга телами.

Поля консервативных сил образуют класс потенциальных полей и обладают рядом характерных свойств. В частности, такое поле в каждой точке можно охарактеризовать некоторой скалярной функцией $W_p(\mathbf{r})$, зависящей от положения точки в пространстве и характера силы таким образом, что работа консервативной силы при перемещении частицы между точками 1 и 2 будет равна убыли этой функции:

$$A_{\text{конс.}12} = W_{p1} - W_{p2.} \qquad (3.14)$$

Эту функцию $W_p(x,y,z)$ называют *потенциальной энергией* частицы. *Потенциальная энергия* – это *энергия взаимодействия*; она зависит от взаимного расположения тел и характера сил взаимодействия между ними, а также от выбора нулевого уровня потенциальной энергии.

Связь силы поля в некоторой его точке с потенциальной энергией частицы, находящейся в этой же точке, задается соотношением

$$\vec{F} = -\left(\vec{i}\frac{dW_p}{dx} + \vec{j}\frac{dW_p}{dy} + \vec{k}\frac{dW_p}{dz}\right) = -gradW_p(x,y,z) = -\nabla W_p(x,y,z), \qquad (3.15)$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы, а их сомножители представляют собой соответствующие проекции силы:

$$F_x = -\frac{\partial W_p}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial W_p}{dy}, \quad F_z = -\frac{\partial W_p}{\partial z}. \tag{3.16}$$

Потенциальная энергия системы взаимодействующих между собой частиц, находящихся во внешнем потенциальном поле, складывается из потенциальных энергий каждой из частиц в этом поле и потенциальной энергии взаимодействия каждой частицы со всеми остальными частицами данной системы.

3.6 Механическая энергия тела – энергия его движения и взаимодействия, равна сумме кинетической и потенциальной энергий:

$$W = W_k + W_p \tag{3.19}$$

Рассмотрим частицу, находящуюся под действием консервативных $\vec{F}_{\text{конс}}$ и неконсервативных $\vec{F}*$ сил. Согласно (4.8) и (4.14)

$$A_{12} = A_{\text{конс.}12} + A^*{}_{12} = W_{k2} - W_{k1}, \qquad A_{\text{конс.}12} = W_{p1} - W_{p2}.$$

После подстановки второго уравнения в первое и элементарных алгебраических преобразований приходим к формулировке *закона изменения механической энергии:*

$$W_{k2} - W_{k1} + W_{p2} - W_{p1} = \left(W_{k2} + W_{p2}\right) - \left(W_{k1} + W_{p1}\right) = W_2 - W_1 = A_{12}^*.$$

Таким образом, *изменение механической энергии* частицы при перемещении из состояния 1 в состояние 2 *равно работе неконсервативных сил* на этом перемещении:

$$W_2 - W_1 = A_{12}^*. \tag{3.20}$$

Это справедливо и в общем случае, то есть для механической системы.

4. Законы сохранения в механике

Цель: ознакомить с фундаментальными законами сохранения в механике.

4.1 Замкнутая система тел. Закон сохранения импульса

Рассмотрим систему материальных точек (частиц), которые взаимодействуют между собой и в то же время находятся под действием внешних сил. Согласно основному закону динамики суммарный импульс такой системы изменяется под действием только внешних сил. Однако, если механическая система *замкнута* (*изолирована*), то есть *ее частицы взаимодействую только лишь между собой и никакие внешние тела на них не*

действуют, то полный импульс такой системы не будет изменяться с течением времени.

Итак, согласно *закону сохранения импульса полный импульс замкнутой системы тел с течением времени не изменяется, т. е., сохраняется*:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i = const. \qquad (4.1)$$

При этом импульсы отдельных частиц системы изменяются под действием сил взаимодействия между ними, но их векторная сумма остается постоянной.

Полный импульс системы частиц можно выразить через массу системы и скорость ее центра масс $\vec{p} = m\vec{v}$, следовательно, *центр масс замкнутой системы тел всегда движется равномерно и прямолинейно*: $\vec{v}$= const.

При решении конкретных задач закон сохранения импульса применяется и в случае незамкнутых систем. Во-первых, если импульс внешних сил много меньше импульса внутренних сил. Например, при разрыве снаряда, когда за время Δt этого разрыва импульс внешних сил – силы тяжести и силы сопротивления воздуха – значительно меньше внутренних сил, которые разрывают снаряд и сообщают его разлетающимся осколкам достаточно большие скорости.

Во-вторых, если в незамкнутой системе существуют такое направление, например ось *OX*, проекция внешних сил на которое равна нулю F_x=0, тогда, проецируя на эту ось векторное уравнение (2.10), получим

$$\frac{dp_x}{dt} = F_x = 0,$$

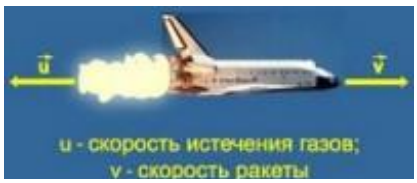

Рисунок 4.1

откуда следует:

$$p_x = \sum_{i=1}^{N} p_{ix} = const. \qquad (4.2)$$

При столкновении (ударе) двух тел, например, двух бильярдных шариков, массами m_1 и m_2, закон сохранения импульса запишется в виде уравнения

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2,$$

здесь $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ – скорости тел до, а $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_1$ – после столкновения.

Яркий пример действия закона сохранения импульса – *реактивное движение*. *Реактивным* называют *движение тела, которое возникает при отделении от него с определённой скоростью какой-то его части.* Само тело получает при этом противоположно направленный импульс. Самый простой пример реактивного движения – полёт воздушного шарика, из которого выходит воздух. Если мы надуем шарик и отпустим его, он начнёт лететь в сторону, противоположную движению выходящего из него воздуха. Пример реактивного движения в природе: медузы, кальмары и другие обитатели

морских глубин передвигаются, вбирая воду, а затем выбрасывая её. При движении ракеты с реактивным двигателем в результате сгорания топлива из сопла выбрасывается струя жидкости или газа (рисунок 4.1). В результате взаимодействия двигателя с вытекающим веществом появляется реактивная сила (тяга). Так как ракета вместе с выбрасываемым веществом является замкнутой системой, то импульс такой системы не меняется со временем. Другой пример реактивной тяги – водометный движитель (водомёт) — у которого сила, движущая судно (катер), создаётся выталкиваемой из него струёй воды.

4.2 Закон сохранения момента импульса

Согласно основному уравнению динамики (2.8) скорость изменения суммарного момента импульса механической системы равна суммарному моменту внешних сил, приложенных к частицам системы. На частицы замкнутой системы внешние силы не действуют, поэтому и их момент равен нулю: $\vec{M}_{внеш}$=0. Из этого следует, что скорость изменения момента импульса системы равна нулю, что означает – *суммарный момент импульса замкнутой системы частиц с течением времени не изменяется, то есть сохраняется*:

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{N}\vec{L}_i = \text{const}. \qquad (4.3)$$

Это утверждение и есть *закон сохранения момента импульса*.

Также, как и импульс, момент импульса системы может сохраняться и в незамкнутых системах. Например, если в течение некоторого промежутка времени суммарный момент внешних сил пренебрежимо мал по сравнению с моментами внутренних сил, то в течение этого времени момент импульса системы практически не изменяется.

Если твердое тело (или система твердых тел) закреплено на оси вращения OZ и при этом проекция момента внешних сил на эту же ось равна нулю M_z=0, то в этом случае $\frac{dL_z}{dt} = 0$. Следовательно, момент импульса относительно некоторой оси, проекция момента внешних сил на которую равна нулю, с течением времени не изменяется:

$$L_z=\sum_{i=1}^{N} J_i \cdot \omega_i = const. \qquad (4.4)$$

Наглядный пример действия закона сохранения момента импульса – вращение фигуриста(ки) на льду, когда он (она) меняет свой момент инерции, раскинув руки в стороны, а затем, прижимая их к туловищу – при этом заметно изменяется угловая скорость вращения. Также, 2-й закон Кеплера – это проявления закона сохранения момента импульса применительно к обращению Земли вокруг Солнца.

4.3 Закон сохранения механической энергии. Общефизический закон сохранения и превращения энергии

Механические системы, на тела которой действуют *только консервативные силы* (внутренние и внешние), называют *консервативными.* В этом случае работа неконсервативных сил над частицами системы не совершается. Из уравнения (4.20) тогда следует вывод, что *полная механическая энергия консервативной системы с течением времени не изменяется, то есть, сохраняется*:

$$W=W_k+W_p=const. \qquad (4.5)$$

Это положение носит название *закона сохранения и превращения механической энергии*: в *консервативных системах полная механическая энергия остается постоянной*. Могут лишь происходить *превращения кинетической энергии в потенциальную и наоборот в эквивалентных количествах* так, что полная механическая энергия остается неизменной.

В *диссипативных* системах, в которых на тела действуют *диссипативные* силы (трения и сопротивления среды), механическая энергия постепенно уменьшается. Однако при «исчезновении» механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида, например, тепловой. Поэтому рассмотренный выше закон сохранения и превращения механической энергии представляет собой частный случай *общефизического закона сохранения и превращения энергии*, который гласит, что *в замкнутой (изолированной) системе полная энергия с течением времени не изменяется, то есть, сохраняется*. Это значит, что *энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она только может превращаться из одного вида в другой*.

4.4 Законы сохранения как следствие симметрии пространства и времени

Законы сохранения импульса, момента импульса и энергии относятся к числу наиболее *фундаментальных принципов физики*. Как выяснилось, их действие выходит далеко за рамки механики. Они справедливы и в области элементарных частиц, и в области космических систем и потому являются одними из тех немногих *общих законов*, которые *лежат в основе современной физики*. Эти законы представляют собой *универсальные законы природы*.

Законы сохранения импульса, момента импульса и энергии стали весьма мощным и эффективным инструментом исследования, так как:

- законы сохранения не зависят ни от траекторий частиц, ни от характера действующих сил. Поэтому они позволяют получить ряд весьма общих и существенных заключений о свойствах различных механических процессов, не вникая в их детальное рассмотрение с помощью уравнений движения;
- этот факт позволяет использовать законы сохранения даже тогда, когда силы вообще неизвестны (столкновения тел, молекул, ядерные реакции и другие превращения элементарных частиц).

Законы сохранения импульса, момента импульса и энергии на самом деле имеют глубокое происхождение, связанное *с фундаментальными свойствами пространства и времени*. Так, в основе закона сохранения энергии лежит *однородность времени*, т. е. *равнозначность всех моментов времени*. Различные моменты времени эквивалентны друг другу по своим физическим свойствам в том смысле, что *любой физический процесс протекает одинаковым образом независимо от того, когда он начался*.

В основе закона сохранения импульса лежит *однородность пространства*, т. е. *одинаковость свойств пространства во всех его точках*.

В основе закона сохранения момента импульса лежит изотропность пространства. Это значит, что свойства пространства в каждой его точке *одинаковы во всех направлениях*.

Пример решения задачи: неупругое столкновение двух шариков (пластилиновых, к примеру). Пусть их массы m_1 и m_2, скорости до удара $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ соответственно (рисунок 4.2). Найти скорости шаров после удара.

Решение: так как удар абсолютно неупругий, то после такого удара тела движутся как одно целое тело с массой, равной сумме масс $(m_1 + m_2)$. Во время неупругого соударения тела слипаются за счет внутренних сил, а действием внешних сил в течение промежутка времени соударения, например силы тяжести, можно пренебречь. Запишем закон сохранения импульса для этих шаров в виде уравнения (в данном примере все скорости даны относительно одной ИСО):

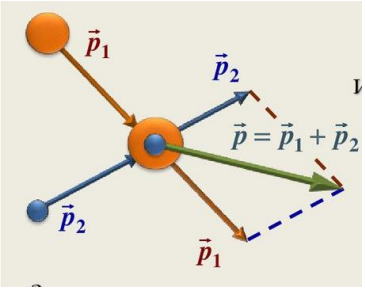

Рисунок 4.2

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}. \qquad (*)$$

Этому уравнению на рисунке 4.2 соответствует векторная диаграмма импульсов. Чтобы решить задачу до конца, надо знать угол, под которым летят шарики при ударе, а затем спроецировать векторное уравнение (*) на оси OX и OY; затем решить полученную систему уравнений.

Рисунок 4.3

На рисунке (4.3) изображены абсолютно упругое нецентральное соударение двух тел и соответствующая векторная диаграмма импульсов. Также приведены уравнения, выражающие законы сохранения импульса и механической энергии для упругого удара двух тел.

5. Элементы специальной теории относительности и релятивистской динамики

Цель: ввести основные понятия и принципы СТО.

5.1 Принцип относительности и преобразования Галилея

Принцип относительности Галилея (*механический принцип относительности*) представляет собой обобщение всех известных в то время экспериментальных фактов (которые относились к механике): *любое механическое явление протекает одинаково во всех инерциальных системах отсчета*. Это означает, что *никакими механическими опытами, проводимыми в инерциальной системе отсчета (ИСО), нельзя установить, движется ли эта система отсчета прямолинейно и равномерно или покоится.*

Рассмотрим две *ИСО*, обозначив их *К* и *К'*. Пусть в начальный момент времени начала координат *О* и *О'* совпадают, а соответствующие оси попарно параллельны. Если относительное движение (системы отсчета *К* относительно *К'*) происходит вдоль одной из них (например, вдоль оси *OX*) со скоростью *V*, то преобразования Галилея (прямые и обратные) имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} x &= x' + Vt'; \\ y &= y'; \\ z &= z'; \\ t &= t'. \end{aligned}\right\} \qquad (5.1) \qquad\qquad \left.\begin{aligned} x' &= x - Vt; \\ y' &= y; \\ z' &= z; \\ t' &= t. \end{aligned}\right\} \qquad (5.2)$$

Или, в общем случае – в векторной форме:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t'; \qquad (5.1^*) \qquad\qquad \overrightarrow{r'} = \vec{r} - \vec{V}t. \qquad (5.2^*)$$

Из преобразований (5.1*) непосредственно (дифференцированием по времени) вытекает классический закон сложения скоростей:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}, \qquad (5.3)$$

где $\vec{v}$ – скорость частицы в *К* системе, а $\overrightarrow{v'}$ – скорость той же частицы в системе отсчета *К'*.

Дифференцированием по времени равенства (5.3) получим:

$$\vec{a} = \vec{a}'. \qquad (5.4)$$

Физические величины, которые при преобразованиях Галилея остаются неизменными, называются *инвариантами преобразований Галилея*. Поскольку *силы* зависят от взаимного расположения и скоростей относительного движения взаимодействующих частиц, то они *инварианты*. Из опыта следует инвариантность (неизменность) массы тела, *m=m'*. Значит, и уравнение

динамики (2-й закон Ньютона) также инвариант преобразований Галилея. В общем случае *вид уравнений механики не изменяется при переходе из одной ИСО в другую*.

Таким образом, в ньютоновской механике все *ИСО* совершенно равноправны (эквивалентны друг другу) – нельзя выделить какую-то особую, или главную.

5.2 Постулаты специальной теории относительности (СТО). Преобразования Лоренца

Глубокий анализ сложившейся к концу XIX века в физике противоречивой ситуации привел А. Эйнштейна к пересмотру исходных положений классической физики, прежде всего представлений о свойствах пространства и времени. В 1905 он году разработал специальную теорию относительности (СТО).

В основу СТО Эйнштейн положил два постулата – обобщенный принцип относительности и принцип постоянства скорости света в вакууме.

Принцип относительности Эйнштейна: каждое физическое явление протекает одинаковым образом во всех инерциальных системах отсчета; все законы природы и уравнения, их описывающие, инвариантны, то есть *не меняются при переходе от одной ИСО к другой*. Другими словами, все *ИСО равноправны – эквивалентны* по своим физическим свойствам. Таким образом, первый постулат Эйнштейна представляет собой обобщение принципа относительности Галилея на любые физические процессы.

Второй принцип: *скорость света в вакууме одинакова во всех ИСО и не зависит от движения источников и приемников света*, то есть является универсальной постоянной. Она равна c=2,99793·10^8 м/с ≈3,0·10^8 м/с.

Скорость света есть предельная скорость: никакой сигнал, никакое воздействие одного тела на другое не может распространяться со скоростью, большей скорости света в вакууме. Это служит причиной относительности понятия одновременности, т. е. время в разных *ИСО* течет по-разному.

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{x'+Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}; \\ y &= y'; \\ z &= z'; \\ t &= \frac{t'+\frac{x'V}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \end{aligned}\right\} \qquad (5.5) \qquad \left.\begin{aligned} x' &= \frac{x-Vt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}; \\ y' &= y; \\ z' &= z; \\ t' &= \frac{t-\frac{xV}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \end{aligned}\right\} \qquad (5.6)$$

Релятивистские преобразования координат и времени, отражающие свойства пространства и времени в специальной теории относительности, называются преобразованиями Лоренца. Согласно им переход от координат и

времени любого события, заданных в системе отсчета *К*, к таковым в системе *К′* осуществляется по формулам (5.5), а от *К′* к системе *К* – по формулам (5.6).

Свойства преобразований Лоренца:

а) пространство и время оказываются взаимосвязанными, образуя *единое четырехмерное пространство-время*;

б) при скоростях движения много меньших скорости света в вакууме $V \ll c$, что соответствует предельному переходу *c→∞*, *преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея*;

в) при $V \geq c$ формулы (5.5) и (5.6) теряют физический смысл. Это значит, что невозможно движение со скоростью равной или большей *c*.

5.3 Следствия из преобразований Лоренца

5.3. 1*Замедление времени*. Пусть в некоторой точке с координатой x' в системе *К′* происходит некоторое событие длительностью $\Delta t' = t_2' - t_1'$, тогда в системе *К* длительность этого же события $\Delta t = t_2 - t_1$ равна

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{5.7}$$

Таким образом, одни и те же часы в разных инерциальных системах отсчета идут по-разному: в той системе отсчета, относительно которой часы движутся, они идут медленнее, чем в системе отсчета, где они покоятся. Другими словами, движущиеся часы идут медленнее, чем покоящиеся. Это явление называют *замедлением времени*.

Время, отсчитываемое по часам, неподвижным относительно объекта, в котором происходит какой-либо процесс, называется *собственным временем этого объекта*. Промежуток *собственного времени* между двумя событиями, происходящими с частицей, которая покоится в системе *К′* (например, ее рождением и последующим распадом), обозначим Δt_0. Тогда промежуток времени Δt между теми же событиями, измеренный по часам системы *К*, равен

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{5.8}$$

откуда следует, что Δt всегда больше собственного времени Δt_0.

Замедление хода времени в системе *К′* для наблюдателя, находящегося в системе *К*, не является кажущимся и не связано с влиянием движения часов на их работу, а отражает относительный характер времени. Итак, *не существует единого мирового времени*. *Время, его течение, понятия одновременности событий относительны*.

5.3.2 *Лоренцево сокращение длины.* Пусть стержень, расположенный параллельно оси *OX*, движется относительно *К*-системы отсчета с постоянной скоростью *V* вдоль этой же оси. *Длина* стержня l_0, измеренная в *К′*-системе

отсчета, в которой стержень неподвижен, называется *собственной*. Длина l стержня, измеренная в K-системе, оказывается равной

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (5.9)$$

Таким образом, длина стержня, движущегося относительно K-системы отсчета, уменьшается в направлении движения. Это явление называют *лоренцевым сокращением длины*. Поперечные размеры тела не зависят от скорости его движения и одинаковы во всех *ИСО*.

5.3.3 *Релятивистский закон сложения скоростей*. Пусть в K-системе в плоскости x, y движется частица со скоростью v, проекции которой v_x и v_y. С помощью преобразований Лоренца можно найти проекции скорости v'_x и v этой частицы в K'-системе, которая, напомним, сама движется относительно первой со скоростью V в направлении оси OX:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1-\frac{v_x V}{c^2}}, \qquad (5.10) \qquad\qquad v_y = \frac{v_y\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{v_x V}{c^2}}. \qquad (5.11)$$

При малых скоростях ($V \ll c$ и $v \ll c$) релятивистские формулы (5.7) – (5.9) переходят в классические, а релятивистский закон сложения скоростей в классический, то есть формулы (5.10) – (5.11) переходят соответственно в соотношения: $v'_x = v_x - V$ и $v'_y = v_y$. Таким образом, все *релятивистские эффекты* наблюдаются (экспериментально подтверждены) только при скоростях движения, соизмеримых со скоростью света в вакууме c.

5.4 Пространственно-временной интервал

Пусть в некоторой *ИСО* в точках $A(x_1, y_1, z_1)$ и $B(x_2, y_2, z_2)$ произошли какие-либо два события, соответственно, в моменты времени t_1 и t_2. Интервалом между событиями называют величину

$$\Delta s = \sqrt{c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2} = \sqrt{c^2\Delta t^2 - \Delta l^2}, \qquad (5.12)$$

здесь $\Delta t = t_2 - t_1$, $\Delta x = x_2 - x_1$, …, $\Delta l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$.

Интервал – величина инвариантная, то есть в любой другой *ИСО*

$$\Delta s' = \sqrt{c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2} = \sqrt{c^2\Delta t'^2 - \Delta l'^2} = \Delta s = inv.$$

Итак, *инвариантами преобразований Лоренца являются скорость света в вакууме, собственное время, собственная длина, интервал*.

5.5 Релятивистское преобразование импульса. Основное уравнение динамики релятивистской частицы

Релятивистское выражение для импульса частицы, обеспечивающее инвариантность закона сохранения импульса, имеет вид

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{5.13}$$

здесь m – *масса* частицы, инвариант преобразований Лоренца.

Основное уравнение (закон) релятивистской динамики имеет вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \vec{F} \tag{5.14}$$

Из (5.14) следует, что *ускорение релятивисткой частицы* в общем случае *не пропорционально силе и не совпадает с ней по направлению.*

При v ≪ c релятивистское выражение (5.13) для импульса переходит в ньютоновское (2.1), а уравнение динамики релятивистской частицы (5.14) – соответственно, в уравнение 2-го закона Ньютона (2.4).

5.6 Релятивистское преобразование кинетической энергии. Полная энергия и энергия покоя

Релятивистское выражение для кинетической энергии (в СТО ее обозначают T) вытекает из равенства работы, совершенной над телом, приращению кинетической энергии $\delta A = dT$:

$$T = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m \cdot c^2. \tag{5.15}$$

Покоящееся тело обладает энергией E_0, называемой энергией покоя:

$$E_0 = m \cdot c^2. \tag{5.16}$$

Взаимосвязь массы и энергии покоя (5.16) означает, что *изменение энергии покоя тела сопровождается эквивалентным изменением массы и наоборот*.

Полная энергия релятивистской частицы вычисляется по формуле

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{5.17}$$

Таким образом, кинетическая энергия в СТО равна разности

$$T = E - E_0\ . \tag{5.18}$$

Релятивистское соотношение между полной энергии и импульсом:

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2, \tag{5.19}$$

обратное выражение импульса через энергию имеет вид

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - {E_0}^2} = \frac{1}{c}\sqrt{T(2E_0 + T)}. \qquad (5.20)$$

Из последней формулы следует, что возможно существование безмассовых частиц (с нулевой массой m=0), при этом они могут обладать отличными от нуля энергией и импульсом, *только двигаясь со скоростью света*. К таким частицам относятся *фотоны*. В этом случае импульс и полная энергия связаны соотношением

$$\mathrm{p} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{c}}. \qquad (5.21)$$

6. Статистические распределения

Цель: ознакомить с методами исследования свойств макроскопических систем и статистическими закономерностями в идеальном газе.

6.1 Статистический и термодинамический методы исследования

Все окружающие нас и непосредственно наблюдаемые нами тела состоят из громадного числа движущихся и взаимодействующих частиц – атомов и молекул. Такие тела называют макроскопическими. Движение отдельной взятой частицы подчиняется законам механики. Однако при изучении очень большой совокупности частиц (так в 1 см^3 газа при нормальных условиях содержится $N \approx 3 \cdot 10^{19}$ частиц) одних лишь методов механики недостаточно. Разработаны *статистический* и *термодинамический* методы исследования свойств макроскопических систем.

Статистический метод – это *микроскопический подход*, он основан на *модельных атомно-молекулярных представлениях* о строении макротел и применении законов, определяющих движение и взаимодействие образующих эти тела частиц. На основе законов механики и с помощью методов теории вероятностей и математической статистики находятся усредненные значения динамических характеристик этих частиц (импульса, энергии и т. п.). При этом *свойства тел*, непосредственно наблюдаемые на опыте, *истолковываются* как с*уммарный усредненный результат действия отдельных частиц*. Таким путем получено основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа, которое связывает давление газа p со средней кинетической энергией поступательного движения молекул $\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle$ и их концентрацией n:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} n < \varepsilon_{\text{пост}} >. \qquad (6.1)$$

Термодинамика изучает свойства тел, не вдаваясь в их микроскопическую природу. Она оперирует понятиями и физическими величинами, которые относятся к системе в целом. *Термодинамический метод* основан на *анализе*

условий и количественных соотношений при различных превращениях энергии, происходящих в системе, исходя из трех общих принципов, называемых *началами термодинамики*. Законы термодинамики носят общий характер и не зависят от конкретных деталей строения вещества на атомарном уровне. Поэтому полученные результаты имеют общий характер; они устанавливают связи между непосредственно измеряемыми величинами – макроскопическими параметрами p, V, T.

Подходя к изучению свойств веществ и процессов в них с помощью различных методов, статистическая физика и термодинамика взаимно дополняют друг друга, что позволяет получить более полный и надежный результат.

6.2 Распределение Максвелла. Скорости теплового движения частиц

Рассмотрим идеальный газ, который состоит из громадного числа N одинаковых молекул и находится в состоянии термодинамического равновесия (его термодинамические параметры p, V и T не изменяются с течением времени). Молекулы газа движутся хаотически во всевозможных направлениях и с различными скоростями, которые время от времени вследствие соударений изменяются случайным образом.

Выделим очень малый интервал скоростей теплового движения $[\mathrm{v}, \mathrm{v}+\mathrm{dv}]$; число dN_v молекул, скорости которых попадают в этот интервал, пропорционально ширине этого интервала $dN_v \sim dv$. Введем функцию распределения

$$F(v) = \frac{1}{N} \cdot \frac{dN_v}{dv}, \qquad (6.2)$$

благодаря чему пропорция превращается в равенство

$$dN_v = N \cdot F(v) dv, \qquad (6.3)$$

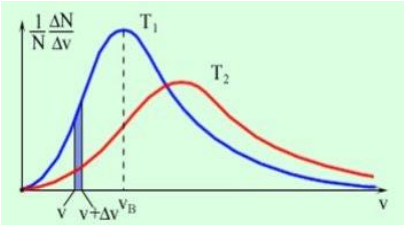

Рисунок 6.1

Функция распределения молекул по скоростям $F(v)$ определяет долю молекул (от общего их числа), скорости которых заключены в единичном интервале около заданного значения v.
Вид этой функции теоретически выведен Дж. К. Максвеллом (1860 г.):

$$F(v) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right), \qquad (6.4)$$

где m_0 – масса молекулы; k=1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана.

Функция $F(v)$ удовлетворяет условию нормировки

$$\int_0^\infty F(v) dv = 1. \qquad (6.5)$$

Скорость, отвечающая максимуму функции $F(v)$, называется *наиболее вероятной*, она находится из условия равенства нулю производной от функции распределения по скорости.

Наиболее вероятная скорость $v_в$	Средняя арифметическая скорость $\langle v \rangle$	Среднеквадратичная скорость $v_{кв}$
$v_b = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$	$< v >= \int_0^\infty vF(v)dv = \sqrt{\frac{8kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\mu}}.$	$v_{кв} = \sqrt{< v^2 >} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

здесь $\mu = m_0 \cdot N_A$ – молярная масса газа.

Распределение Максвелла по относительным скоростям $u = \frac{v}{v_b}$:

$$f(u) = \frac{1}{N}\frac{dN_u}{du} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2} \cdot u^2. \qquad (6.6)$$

При повышении температуры максимум функции распределения молекул по скоростям сместится вправо (рисунок 6.1). Однако площадь, ограниченная кривой, остается неизменной.

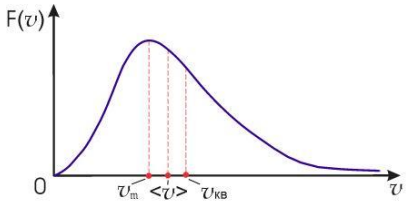

Рисунок 6.2

6.3 Барометрическая формула. Распределение Больцмана

Молекулы любого газа находятся в поле тяготения Земли. Тяготение, с одной стороны, и тепловое движение молекул – с другой, приводят к некоторому стационарному состоянию газа, при котором давление газа с высотой убывает.

Пусть $T, g = const$, т. е. не зависят от высоты. Тогда, если на высоте h атмосферное давление равно p, то на высоте $h + dh$ оно равно $p + dp$.

$$p - (p + dp) = \rho g dh,$$

где ρ – плотность газа на высоте h. Следовательно, $dp = -\rho g dh$.

Так как $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}$, то

$$\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT}dh.$$

Интегрируя $\int_{p_1}^{p_2}\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT}\int_{h_1}^{h_2}dh,$

получим

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}, \qquad (6.9)$$

где p – давление газа на высоте h,

p_0 – давление газа на уровне h=0.

Это уравнение, устанавливающее закон убывания давления с высотой, называется *барометрической формулой* и используется в альтиметрах – приборах для определения высоты над Землей путем измерения давления на данной высоте.

Учитывая, что $p = nkT$, можно записать в виде:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g}{kT}h}, \tag{6.10}$$

Здесь $m_0 gh = \varepsilon_p$ – потенциальная энергия молекулы в поле силы тяжести. Если газ находится в каком-нибудь другом силовом поле, так что его молекулы обладают некоторой потенциальной энергией, то число частиц в единице объема, обладающих заданной энергией ε_p, определяется формулой

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}}, \tag{6.11}$$

здесь n_0 – концентрация частиц на нулевом уровне потенциальной энергии.

Эта функция называется функцией распределения Больцмана; она справедлива для системы одинаковых частиц в потенциальном силовом поле любой природы.

6.4 Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы. Число степеней свободы. Средняя кинетическая энергия теплового движения молекул

Из сравнения уравнения состояния идеального газа $p = nkT$ и основного уравнения МКТ $p = (2/3)n\langle\varepsilon_{пост}\rangle$ следует, что *средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул прямо пропорциональна термодинамической температуре*:

$$\langle\varepsilon_{пост}\rangle = (3/2)kT. \tag{6.12}$$

Таким образом, *термодинамическая температура – мера интенсивности теплового движения*.

Только поступательно движутся одноатомные молекулы (например, инертных газов). Двух- и более атомные молекулы могут также совершать вращательные и колебательные движения.

Числом степеней свободы системы называется *число независимых координат, определяющих ее положение в пространстве*. Тогда одноатомные молекулы имеют только три поступательные степени свободы, двухатомные – три поступательные и две вращательные, многоатомные и абсолютно твердое тело – три поступательные и три вращательные степени свободы.

Закон *равнораспределения: в состоянии термодинамического равновесия на каждую степень свободы приходится в среднем одинаковая кинетическая энергия, равная*

$$< \varepsilon_1 >= \frac{1}{2}kT. \qquad (6.13)$$

Тогда средняя энергия молекулы равна

$$< \varepsilon >= \frac{i}{2}kT, \qquad (6.14)$$

где i – сумма числа поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы.

6. 5 Внутренняя энергия идеального газа

Внутренняя энергия тела – это полная энергия данного тела за вычетом его кинетической энергии движения как целого и потенциальной энергии в поле внешних сил; иначе говоря – *разность между полной энергией тела и его механической энергией*. Внутренняя энергия тела складывается из кинетических энергий теплового движения частиц, образующих это тело, и потенциальной энергии взаимодействия частиц друг с другом.

Идеальный газ – это газ невзаимодействующих на расстоянии частиц (молекул). Следовательно, его внутренняя энергия складывается только из кинетических энергий всех его молекул:

$$U = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i = N \cdot < \varepsilon >= N\frac{i}{2}kT = \frac{i}{2}\nu RT, \qquad (6.15)$$

где $\nu = N/N_A = m/\mu$ – количество вещества в молях,

R=8,31Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Внутренняя энергия идеального газа зависит только от его температуры и внутреннего строения его молекул:

$$U = \frac{i}{2}\nu RT. \qquad (6.16)$$

5.6 Теплота и работа. Первое начало термодинамики

При взаимодействии термодинамической системы с окружающей средой происходит обмен энергией. При этом возможны два качественно различных *способа передачи энергии – теплота и работа*.

Энергия, переданная системе *с изменением ее внешних параметров* (например, объема), называется *работой А*. Газ, заключенный в цилиндрическом сосуде с легко скользящим поршнем, при расширении под постоянным давлением совершает работу

$$A = p \cdot \Delta V = p(V_2 - V_1). \qquad (6.17)$$

Если давление газа меняется, то работа газа в таком процессе равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \qquad (6.18)$$

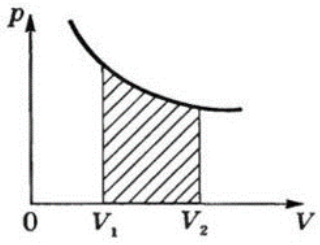

Рисунок 6.3

На p,V – диаграмме процесса работа, совершенная газом при изменении его объема от значения V_1 до значения V_2, *численно равна площади криволинейной трапеции* (рисунок 6.3), ограниченной осью V, кривой зависимости $p=p(V)$ и прямыми V_1 и V_2.

При изотермическом расширении работа газа равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 ln \frac{V_2}{V_1}. \qquad (6.19)$$

Количество теплоты Q есть *мера изменения внутренней энергии системы в процессах теплопередачи, не сопровождающихся изменением ее внешних параметров*.

Теплопередача — физический процесс передачи тепловой энергии от более горячего тела к менее горячему. Это процесс изменения внутренней энергии тела без совершения работы над телом или самим телом.

Всего существует три простых (элементарных) механизма передачи тепла – теплопроводность, излучение, конвекция. *Теплопроводность* – это передача теплоты (энергии) от более нагретых частей тела к менее нагретым частям тела путём хаотического движения частиц тела (атомов, молекул, электронов). Характерна для твердых тел. *Конвекция* – вид теплообмена (теплопередачи), при котором внутренняя энергия передается струями и потоками. Существует так называемая естественная конвекция, которая возникает в веществе самопроизвольно при его неравномерном нагревании в поле тяготения. При такой конвекции нижние слои вещества нагреваются, становятся легче и всплывают, а верхние слои, наоборот, остывают, становятся тяжелее и опускаются вниз, после чего процесс повторяется снова и снова. Характерна для жидкостей и газов.

Теплопередача излучением – перенос энергии посредством электромагнитного излучения, испускаемого телами за счёт их внутренней энергии. Может происходить в вакууме.

Внутренняя энергия системы может изменяться в результате различных процессов, например совершения над системой работы или сообщения ей теплоты. Можно говорить о 2-х формах передачи энергии от одних тел к другим: *работе* и *теплоте*. Энергия механического движения может превращаться в энергию теплового движения и наоборот. При этих превращениях соблюдается закон сохранения и превращения энергии;

применительно к термодинамическим процессам этим законом и является первое начало термодинамики, установленное в результате обобщения многовековых опытных данных.

Первое начало термодинамики: *изменение внутренней энергии* ΔU *системы складывается из количества* Q *теплоты, подведенного к системе, и работы* A'*, совершенной над системой внешними силами*:

$$\Delta U = Q + A'. \tag{6.20}$$

В равновесном термодинамическом процессе $A' = -A$. Поэтому первое начало термодинамики можно сформулировать так: *количество теплоты* Q*, сообщенное системе, идет на приращение* ΔU *внутренней энергии системы и на совершение системой работы* A *над внешними телами*:

$$Q = \Delta U + A. \tag{6.21}$$

7. Законы термодинамики

Цель: ввести основные понятия и законы термодинамики.

7.1 Обратимые и необратимые тепловые процессы

Важной характеристикой термодинамической системы является ее внутренняя энергия U – энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы и энергия взаимодействия этих частиц. Внутренняя энергия – однозначная функция термодинамического состояния системы, т. е. в каждом состоянии система обладает вполне определенной внутренней энергией. Это означает, что при переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

Внутренняя энергия для произвольной массы идеального газа:

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \nu\frac{i}{2}RT\,, \tag{7.1}$$

где M – молярная масса;

ν – количество вещества;

i – число степеней свободы молекулы газа.

Уравнение (6.21) выражает первое начало термодинамики: теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменения ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил. В дифференциальной форме оно будет иметь вид

$$\delta Q = dU + \delta A. \tag{7.2}$$

где dU – бесконечно малое изменение внутренней энергии системы,

δA – элементарная работа;

δQ – бесконечно малое количество теплоты.

В (7.2) dU – полный дифференциал, а δA и δQ таковыми не являются.

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение ее внутренней энергии $\Delta U = 0$. Тогда согласно 1-му началу термодинамики

$$A = Q\,, \tag{7.4}$$

т. е., *вечный двигатель 1-го рода* – такой периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, – *невозможен*!

Работа газа при изменении его объема (например, газ, находящийся под поршнем в цилиндре), вычисляется по формуле

$$\delta A = Fdl = pSdl = pdV\,, \tag{7.5}$$

где S – площадь поршня;

$Sdl = dV$ – изменение объема системы; тогда

$$\delta A = pdV\,. \tag{7.6}$$

Полную работу A, совершаемую газом при изменении его объема от начального до конечного объема, найдем интегрированием формулы (6.6):

$$A_{12} = \int_1^2 pdV. \tag{7.7}$$

Система находится в термодинамическом равновесии, если макроскопические величины, определяющие ее состояние (давление, температура), остаются постоянными. В состоянии термодинамического равновесия в системе не могут происходить такие явления, как теплопроводность, диффузия, химические реакции, фазовые переходы.

Если система выведена из состояния равновесия и после этого предоставлена самой себе, то, как показывает опыт, сам собой происходит переход к равновесному состоянию. Но когда равновесие уже установлено, то система не может сама собой возвратиться к первоначальному неравновесному состоянию (например, выравнивание температуры двух соприкасающихся тел, расширение газа в пустоту). Это указывает на важную особенность процессов, происходящих в молекулярных системах, – на их *необратимость*. Этим

молекулярные процессы отличаются от механических, для которых характерна строгая обратимость.

Термодинамический процесс называется обратимым, если он, будучи проведен в обратном направлении, возвращает систему в исходное состояние так, чтобы система прошла через те же промежуточные состояния, что и в прямом процессе, но в обратной последовательности, а состояние тел вне системы осталось неизменным.

Обратимый процесс – понятие идеализированное. Однако его изучение представляет интерес по двум причинам: многие процессы в природе и технике практически обратимы; обратимые процессы являются наиболее экономичными: имеют максимальный КПД, что позволяет указать пути повышения КПД реальных тепловых двигателей.

7.2 Тепловые машины и их КПД. Цикл Карно. Теорема Карно

Если тепло передается телу, которое при этом может расширяться, то оно может совершить работу. Согласно первому закону термодинамики

$$\delta A = \delta Q - dU. \tag{7.8}$$

Наибольшая работа совершается при изотермическом процессе, когда внутренняя энергия не изменяется. Но это относится к однократному акту передачи теплоты телу, совершающему работу. Но для техники представляют интерес не такие единичные акты преобразования теплоты в работу. Реально существующие устройства (паровые машины, ДВС) действуют циклически.

Тепловой машиной называется периодический действующий двигатель, совершающий работу за счет получаемого извне тепла. Обязательными частями тепловой машины являются нагреватель (источник энергии), холодильник, рабочее тело (газ, пар).

Тепловые машины подразделяются на *тепловые двигатели* и *холодильные установки* для производства холода, а *также тепловые насосы*, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

Круговым процессом (или циклом) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное.

Если за цикл совершается положительная работа (цикл протекает по часовой стрелке), то он называется прямым. Если же за цикл совершается отрицательная работа (цикл протекает против часовой стрелки), то он называется обратным.

Принцип Кельвина: невозможно осуществить циклический процесс, единственным результатом которого было бы превращение в механическую работу теплоты, отнятой у какого-нибудь тела, без того, чтобы произошли какие-либо изменения в другом теле. Таким образом, для совершения работы в циклической машине необходимо участие двух тел с различной температурой – нагревателя и холодильника. Согласно закону сохранения энергии

$$A = Q_1 - Q_2. \qquad (7.9)$$

Коэффициентом полезного действия (КПД) тепловой машины называется отношение совершаемой ею работы A, к количеству теплоты Q_1, получаемой машиной от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \qquad (7.10)$$

Рассмотрим круговой процесс, при котором тепло, отнятое у нагревателя, можно превратить в работу наилучшим образом, т. е. так, чтобы полученная работа была максимально возможной. Этот цикл называется циклом Карно (рисунок 7.1).

Теорема Карно:

1) Тепловая машина, работающая при данных значениях температур нагревателя и холодильника, не может иметь КПД больший, чем машина, работающая по обратимому циклу Карно при тех же значениях температур нагревателя и холодильника.

2) КПД цикла Карно не зависит от рода рабочего тела, а только от температур нагревателя и холодильника:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \qquad (7.11)$$

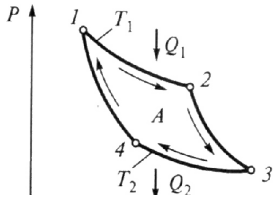

Рисунок 7.1

Тепловой насос — устройство для переноса тепловой энергии от источника тепловой энергии (с низкой температурой) к потребителю (теплоносителю) с более высокой температурой. Термодинамически тепловой насос аналогичен холодильной машине. Однако если в холодильной машине основной целью является производство холода путём отбора теплоты из какого-либо объёма испарителем, а конденсатор осуществляет сброс теплоты в окружающую среду, то в тепловом насосе картина обратная. Конденсатор является теплообменным аппаратом, выделяющим теплоту для потребителя, а испаритель — теплообменным аппаратом, утилизирующим низкопотенциальную теплоту: вторичные энергетические ресурсы и (или) нетрадиционные возобновляемые источники энергии.

7.3 Энтропия и ее свойства. Второе начало термодинамики

Понятие энтропии введено в 1865 г. Р. Клаузиусом. Для выяснения физического смысла энтропии рассматривают отношение теплоты Q, полученной телом в изотермическом процессе, к температуре T теплоотдающего тела, называемое приведенным количеством теплоты $\frac{Q}{T}$. Приведенное количество теплоты, сообщаемое телу на бесконечен малом

участке процесса, равно $\frac{\delta Q}{T}$. Приеденное количество теплоты, сообщаемое телу *в* любом обратимом круговом процессе, равно нулю:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \qquad (7.13)$$

Из этого равенства следует, что подынтегральное выражение $\frac{\delta Q}{T}$ есть полный дифференциал некоторой функции, которая определяется только состоянием системы и не зависит от пути, каким система пришла в это состояние, т. е., является функцией состояния. Таким образом,

$$\frac{\delta Q}{T} = dS. \qquad (7.14)$$

Функция состояния, дифференциал которой равен $\frac{\delta Q}{T}$, называется энтропией. Для обратимых процессов в *замкнутой системе*

$$\Delta S = 0,$$

для *необратимых* процессов *энтропия замкнутой системы возрастает*:

$$\Delta S > 0. \qquad (7.15)$$

Энтропия аддитивна, то есть энтропия системы равна сумме энтропий тел, входящих в систему.

Если система совершает равновесный переход из состояния 1 в состояние 2, то изменение энтропии вычисляется по формуле

$$\Delta S_{1\to 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}. \qquad (7.16)$$

Изменение энтропии в процессах идеального газа:

$$\Delta S_{1\to 2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{M}\left(C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1} \right). \qquad (7.17)$$

Физический смысл энтропии вскрывается в статистической физике: энтропия связывается с термодинамической вероятностью. Термодинамическая вероятность W состояния системы – это число способов, которыми может быть реализовано данное состояние макроскопической системы, или число микросостояний, осуществляющих данное макросостояние.

Согласно Больцману:

$$S = k \ln W. \tag{7.19}$$

Энтропия является мерой неупорядоченности системы.

Энергия существует во многих формах и видах: солнечная, тепловая, химическая, электрическая, атомная, энергия ветра, воды и др. Формы энергии различны по способности производить полезную работу.

Теплота — это кинетическая энергия, но это энергия *неупорядоченного, хаотического движения частиц* (молекул газа, например). Из наблюдений известно, что переход всех видов энергии в тепло — это наиболее распространенный процесс и в природе и в технике. Так, например, трение присутствует везде, и оно превращает упорядоченное движение тел в хаотическое движение составляющих их молекул, нагревая трущиеся поверхности. При работе любых электрических машин, при передаче электрической энергии по проводам часть ее всегда превращается в тепло.

Переход механической, химической или иной энергии в тепло — *необратим*. Любой из этих видов энергии рано или поздно самопроизвольно и полностью переходит в тепло. Хаотическое же движение молекул уже нельзя даже с помощью специальных ухищрений полностью преобразовать в какую-либо полезную, связанную с упорядоченным движением, работу, такую как, например, подъем груза на некоторую высоту. Качество энергии понижается в результате перехода ее в тепло.

Если энергия — это мера некоторой потенциальной возможности системы совершить полезную работу, то есть упорядоченное действие, то *энтропия* — это *мера качества энергии*, то есть реальной способности ее произвести работу без привлечения внешнего воздействия. Энтропия *возрастает при рассеянии энергии, при возрастании неупорядоченности системы, при возрастании хаоса*.

Второе начало термодинамики как утверждение в формулировке Клаузиуса: необратимые процессы в изолированных системах всегда идут с возрастанием энтропии, сообщает нам о том, что *все самопроизвольно протекающие процессы в замкнутой (изолированной) системе ведут к увеличению беспорядка, к возрастанию хаоса и к снижению качества энергии*.

Некоторые формулировки второго начала термодинамики:

а) любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы возрастает;

б) невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу (Кельвин);

в) невозможен процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому (Клаузиус);

Энтропия замкнутой системы может либо возрастать, либо оставаться постоянной:

$$\Delta S \geq 0. \tag{7.20}$$

8. Явления переноса в термодинамически неравновесных системах

Цель: ввести основные понятия и законы явлений переноса.

В термодинамически неравновесных системах возникают особые *необратимые* процессы, называемые *явлениями переноса*, в результате которых происходит пространственный перенос энергии, массы, импульса. К явлениям переноса относятся *теплопроводность* (обусловлена переносом энергии), *диффузия* (обусловлена переносом массы} и *внутреннее трение* (обусловлено переносом импульса).

Для простоты ограничимся одномерными явлениями переноса. Систему отсчета будем выбирать так, чтобы ось *OX* была ориентирована в направлении переноса.

8.1 Теплопроводность. Уравнение Фурье

Если в одной области газа средняя кинетическая энергия молекул больше, чем в другой, то с течением времени вследствие постоянных столкновений молекул происходит процесс выравнивания средних кинетических энергий молекул, иными словами, выравнивание температур.

Перенос энергии в форме теплоты подчиняется *закону Фурье*:

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}, \tag{8.1}$$

где j_E — *плотность теплового потока* — величина, определяемая энергией, переносимой в форме теплоты *в единицу времени через единичную площадку*, перпендикулярную оси *x*,

λ — теплопроводность среды,

$\frac{dT}{dx}$ — градиент температуры, равный скорости изменения температуры на единицу длины *x* в направлении нормали к этой площадке.

Знак минус показывает, что при теплопроводности энергия переносится в направлении убывания температуры. Теплопроводность λ численно равна плотности теплового потока при градиенте температуры, равном единице.

Молекулярно-кинетическая теория (МКТ) дает для теплопроводности газа:

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \tag{8.2}$$

где c_V — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме (количество теплоты, необходимое для нагревания 1 кг газа на 1 К при постоянном объеме),

ρ — плотность газа,

$\langle v \rangle$— средняя скорость теплового движения молекул,

$\langle l \rangle$ — средняя длина свободного пробега.

8.2 Диффузия. Уравнение Фика

Явление диффузии заключается в том, что происходит самопроизвольное проникновение и перемешивание частиц двух соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел; диффузия сводится к обмену масс частиц этих тел, возникает и продолжается, пока существует градиент плотности. Во время становления молекулярно-кинетической теории по вопросу диффузии возникли противоречия. Так как молекулы движутся с огромными скоростями, диффузия должна происходить очень быстро. Если же открыть в комнате сосуд с пахучим веществом, то запах распространяется довольно медленно. Однако противоречия здесь нет. Молекулы при атмосферном давлении обладают малой длиной свободного пробега и, сталкиваясь с другими молекулами, в основном «стоят» на месте.

Явление диффузии при постоянной температуре диффузия подчиняется *закону Фика*:

$$j_m = -D\frac{\partial\rho}{\partial x}, \tag{8.3}$$

где j_m — *плотность потока массы* — величина, определяемая массой вещества, диффундирующего *в единицу времени через единичную площадку*, перпендикулярную оси x,

D — *диффузия* (*коэффициент диффузии*),

$\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности, равный скорости изменения плотности на единицу длины x в направлении нормали к этой площадке.

Знак минус в (8.3) показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотности. Диффузия D численно равна плотности потока массы при градиенте плотности, равном единице. Согласно кинетической теории газов

$$D = \frac{1}{3}\langle v\rangle\langle l\rangle. \tag{8.4}$$

8.3 Внутреннее трение (вязкость). Закон Ньютона для внутреннего трения

Механизм возникновения внутреннего трения между параллельными слоями газа (жидкости), движущимися с различными скоростями, заключается в том, что из-за хаотического теплового движения происходит обмен молекулами между слоями, в результате чего импульс слоя, движущегося быстрее, уменьшается, а движущегося медленнее — увеличивается, что приводит к торможению слоя, движущегося быстрее, и ускорению слоя, движущегося медленнее.

Сила внутреннего трения (вязкость) между двумя слоями газа (жидкости) подчиняется *закону Ньютона для внутреннего трения*:

$$F = \eta \left|\frac{du}{dx}\right| S, \tag{8.5}$$

где η — динамическая вязкость (вязкость),

$\frac{du}{dx}$ — градиент скорости, показывающий быстроту изменения скорости в направлении x, перпендикулярном направлению движения слоев,

S — площадь, на которую действует сила F.

Взаимодействие двух слоев согласно второму закону Ньютона можно рассматривать как процесс, при котором от одного слоя к другому в единицу времени передается импульс, по модулю равный действующей силе. Тогда выражение (5) можно представить в виде:

$$j_p = -\eta \frac{du}{dx}, \tag{8.6}$$

где j_p — *плотность потока импульса* — величина, определяемая полным импульсом, переносимым в единицу времени в положительном направлении оси x через единичную площадку, перпендикулярную оси x,

$\frac{du}{dx}$ – градиент скорости. Знак минус в (8.6) указывает на то, что импульс переносится в направлении убывания скорости.

Динамическая вязкость η численно равна плотности потока импульса при градиенте скорости, равном единице; она вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\langle v\rangle\langle l\rangle = \rho D. \tag{8.7}$$

Из сопоставления формул (8.1), (8.3) и (8.6) следует, что закономерности всех явлений переноса сходны между собой. Эти законы были установлены задолго до того, как они были обоснованы и выведены из молекулярно-кинетической теории, позволившей установить, что внешнее сходство их математических выражений обусловлено общностью лежащего в основе явлений теплопроводности, диффузии и внутреннего трения молекулярного механизма перемешивания молекул в процессе их хаотического движения и столкновений друг с другом.

Рассмотренные законы Фурье, Фика и Ньютона не вскрывают молекулярно-кинетического смысла коэффициентов λ, D и η. Выражения для коэффициентов переноса выводятся из МКТ. Они записаны без вывода, так как строгое рассмотрение явлений переноса довольно громоздко.

Формулы (8.2), (8.4) и (8.7) связывают коэффициенты переноса и характеристики теплового движения молекул. Из них вытекает соотношение

$$\lambda = \eta c_V. \tag{8.8}$$

Используя эти формулы, можно по найденным из опыта одним величинам определить другие.

9. Электростатическое поле в вакууме

Цель: ввести основные понятия и законы электростатики; ознакомить с основными методами электростатики.

9.1 Электромагнитное взаимодействие. Электрический заряд; его свойства

В природе существуют четыре фундаментальных взаимодействий между элементарными частицами – сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное. Каждое из них связано с определенной характеристикой частицы. Гравитационное взаимодействие зависит от массы частиц, а электромагнитное взаимодействие связано с такой характеристикой элементарных частиц, как электрический заряд. Основные свойства зарядов:

а) электрические заряды бывают положительные и отрицательные;

б) алгебраическая сумма электрических зарядов электрически изолированной системы остается неизменной – закон сохранения заряда;

в) электрический заряд тела атомарно дискретен, $q = N \cdot e$, где e – элементарный заряд (заряд протона/электрона), N– целое число;

д) электрический заряд – инвариантная величина.

9.2 Электростатическое поле. Вектор напряженности

По современным представлениям (теория близкодействия) взаимодействие между зарядами осуществляется посредством *электрического поля с конечной скоростью*. Поле, созданное неподвижными зарядами, называют электростатическим. Основные свойства электростатического поля:

а) электростатическое поле создается вокруг всякого электрического заряда;

б) на всякий другой (пробный) заряд q_0, помещенный в это поле, действует сила, пропорциональная величине внесенного заряда q_0:

$$F \sim q_0.$$

По закону Кулона сила взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами пропорциональна произведению величин зарядов q_1 и q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \qquad (9.1)$$

где $\vec{F}_{12}$ – сила, действующая на заряд q_2 со стороны заряда q_1;

$\vec{r}_{12}$ – радиус-вектор, соединяющий заряд q_1 с зарядом q_2, направлен от точечного заряда q_1 к точечному заряду q_2, по модулю он равен $r_{12} = r$;

ε_0=8,85·10^{-12} Ф/м – электрическая постоянная.

Вектор напряженности $\vec{E}$ определяется силой, с которой поле действует на единичный положительный точечный заряд в данной точке поля:

$$\vec{E} = \vec{F}/q_0. \tag{9.2}$$

Напряженность поля, создаваемого точечным зарядом в вакууме:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \tag{9.3}$$

9.3 Принцип суперпозиции полей

Принцип суперпозиции электрических полей*: напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов системы в отдельности*:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i. \tag{9.4}$$

Если поля созданы зарядом, непрерывно распределенным по нити, поверхности или по объему, тогда их мысленно разбивают на бесконечно малые участки, которые несут также бесконечно малые заряды dq, по формуле (9.3) находят вклад в напряженность от такого заряда $d\vec{E}$ и затем применяют принцип суперпозиции в виде интеграла

$$\vec{E}=\int d\vec{E},$$

где интегрирование ведется по всему заряженному телу.

Наглядно электростатическое поле можно изобразить с помощью линий напряженности – таких воображаемых направленных линий, касательные к которым в каждой точке совпадают по направлению с вектором $\vec{E}$. Линии проводят таким образом, чтобы их густота, то есть число этих линий, проходящих через единицу площади поверхности, перпендикулярной к ним, была равна модулю вектора $\vec{E}$ в данном месте.

Электростатическое поле называется *однородным*, если вектор напряженности в любой точке поля одинаков по модулю и направлению $\vec{E} = const$.

9.2 Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса

Потоком Φ вектора напряженности однородного поля через плоскую поверхность площадью S называется скалярная физическая величина

$$\Phi=E \cdot S \cdot \cos\alpha = E_n \cdot S, \tag{9.5}$$

где α – угол между вектором $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к поверхности S;
E_n – проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$.
В общем случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S E_n dS. \qquad (9.6)$$

Поток численно равен числу линий $\vec{E}$, пересекающих поверхность S.
Теорема Гаусса: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на электрическую постоянную ε_0:

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i^{\text{охват-х } S}. \qquad (9.7)$$

Линии напряженности электростатического поля, начавшись на положительном заряде (либо, приходя из бесконечности), заканчиваются на отрицательном заряде (или уходят на бесконечность).

9.3 Работа электростатического поля по перемещению заряда. Потенциал

Если в электростатическом поле точечного заряда q перемещается другой точечный заряд q_0, то сила поля, приложенная к заряду q_0, совершает работу. Работа силы поля на элементарном перемещении $d\vec{r}$ равна

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{4\varepsilon_0 \pi} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2} \cdot dr. \qquad (9.8)$$

Работа при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2 равна

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{q q_0}{r_1} - \frac{q q_0}{r_2} \right) \qquad (9.9)$$

и не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной и конечной точек. Вывод: *электростатическое поле потенциальное.*

Работа сил потенциального поля равна убыли потенциальной энергии:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2}. \qquad (9.10)$$

Точечный заряд q_0 в поле заряда q обладает потенциальной энергией:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r}. \qquad (9.11)$$

Скалярная физическая величина, равная

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0}, \tag{9.12}$$

называется потенциалом поля и является энергетической характеристикой электрического поля. Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{9.13}$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0 из т. 1 в т. 2, равна

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{9.14}$$

Единица потенциала: 1 вольт (В) – это потенциал точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж.

Принцип суперпозиции: *потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:*

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i. \tag{9.16}$$

Теорема о циркуляции: *циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль произвольного замкнутого контура равна нулю*

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \tag{9.17}$$

Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом:

$$\vec{E} = -grad\varphi = -\left(\vec{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right), \tag{9.18}$$

Проекции вектора напряженности на координатные оси равны:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x},\ E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y},\ E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

В однородном поле, например, между двумя пластинами плоского конденсатора, расстояние между которыми равно d:

$$E = \frac{\Delta\varphi}{d}.$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} \tag{9.19}$$

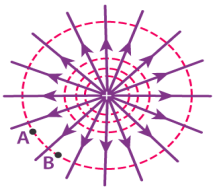

Рисунок 9.1

Поверхности, во всех точках которых потенциал имеет одно и то же значение, называется *эквипотенциальными*. Линии напряженности всегда нормальны (перпендикулярны) эквипотенциальным поверхностям (рисунок 9.1).

Установленная связь между напряженностью поля и потенциалом позволяет по известной напряженности поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками поля. Например, разность потенциалов между двумя бесконечными параллельными заряженными плоскостями равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E \cdot dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d. \qquad (9.20)$$

10. Диэлектрики в электростатическом поле

Цель: ввести основные понятия и законы электростатики в диэлектриках; ознакомить с основными методами электростатики в диэлектрических средах.

Вещество состоит из атомов, молекул или ионов, которые образованы заряженными частицами – положительно заряженными ядрами и отрицательно заряженными электронами. В целом атом и молекула, а также ионный кристалл в нормальном состоянии электронейтральны: число положительных зарядов в единице объема вещества равно числу отрицательных зарядов. Тем не менее, на примере простейшей электронейтральной системы – электрического диполя – мы увидим, что электронейтральная система может создавать в окружающем пространстве электрическое поле.

10.1 Электрический диполь. Электрический момент диполя. Поле диполя

Электрический диполь представляет собой совокупность двух равных по абсолютной величине разноимённых точечных зарядов, находящихся на некотором расстоянии друг от друга. Произведение вектора $\vec{l}$, проведённого от отрицательного заряда к положительному, на абсолютную величину зарядов q, называется дипольным моментом:

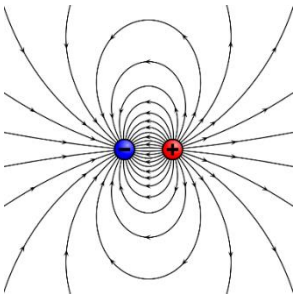

Рисунок 10.1. Поле диполя

$$\vec{p}_e = q\vec{l}. \qquad (10.1)$$

Поле диполя (рисунок 10.1) в точке, удаленной от центра диполя на расстоянии r, убывает обратно пропорционально расстоянию в кубе:

$$E \sim \frac{1}{r^3}. \qquad (10.2)$$

Во внешнем электрическом поле на электрический диполь действует момент сил, который стремится повернуть его так, чтобы дипольный момент развернулся вдоль направления поля:

$$\vec{M} = [\vec{p}_e, \vec{E}] = \vec{p}_e \times \vec{E}. \qquad (10.3)$$

Многие молекулы имеют такие дипольные моменты из-за неоднородного распределения положительных и отрицательных зарядов в различных атомах. Следовательно, нейтральная молекула, обладающая электрическим моментом, создает электрическое поле.

Диэлектрики – это вещества, практически не проводящие электрического тока, так как в них нет свободных зарядов. Свободные заряды – заряженные частицы, способные перемещаться под действием электрического поля на макроскопические расстояния.

10.2 Основные типы диэлектриков

Диэлектриками являются вещества, практически не проводящие электрического тока, так как в них нет свободных зарядов. При внесении диэлектрика в электрическое поле изменяются свойства как самого поля, так и диэлектрика.

Диэлектрики делятся на следующие типы:

а) *неполярные диэлектрики* – это вещества, молекулы которых в отсутствии внешнего электрического поля не обладают электрическим моментом $\vec{p}_e$. Молекулы приобретают такой момент во внешнем электрическом поле (упругий диполь) из-за того, что положительные и отрицательные заряды внутри молекул смещаются под действием сил поля, направленных противоположно. Эти смещения по величине намного меньше размера молекул, но в результате каждая молекула приобретает электрический момент. К неполярным диэлектрикам относятся H_2, O_2, N_2 и др;

б) *полярные диэлектрики* – это вещества, молекулы которых имеют электрический момент $\vec{p}_e$ при отсутствии внешнего электрического поля, т.к. центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов молекулы не совпадают (жесткий диполь). Во внешнем электрическом поле диполи повернутся вдоль поля под действием вращающего момента (10.3), и диэлектрик приобретает отличный от нуля результирующий момент. К полярным диэлектрикам относятся H_2O, NH_3, CO и др;

в) *кристаллические диэлектрики с ионной решеткой* – вещества, внутренняя структура которых представляет собой пространственную решетку с правильным чередованием ионов разных знаков. Молекулы в таких кристаллах можно рассматривать как систему двух вдвинутых одна в другую ионных подрешеток. Под действием внешнего электрического поля происходит относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольных моментов.

Существуют и другие типы диэлектриков, например, сегнетоэлектрики, электреты, пьезоэлектрики, пироэлектрики.

10.3 Поляризация диэлектриков. Вектор поляризованности

Поляризация диэлектриков — явление, связанное с ограниченным смещением связанных зарядов в диэлектрике или поворотом электрических диполей под воздействием внешнего электрического поля, в результате которого диэлектрик приобретает электрический момент.

Соответственно трем группам диэлектриков различают три механизма поляризации:

а) электронная поляризация смещения;

б) ориентационная, или дипольная, поляризация;

в) ионная поляризация.

В результате поляризации на диэлектрике возникают заряды, называемые *связанными*. *Связанные заряды* – разноименные заряды, входящие в состав атомов (или молекул), которые не могут перемещаться под действием электрического поля независимо друг от друга.

Для количественной характеристики поляризации диэлектрика вводится вектор *поляризованности*, определяемый как суммарный электрический момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{1}{V}\sum_i \vec{p}_i. \qquad (10.4)$$

Поляризованность диэлектрика связана с поверхностной плотностью связанных зарядов σ' на его поверхности соотношением

$$P_n = \sigma'. \qquad (10.5)$$

10.4 Поле в диэлектрике

Поле в диэлектрике, по принципу суперпозиции, равно геометрической сумме внешнего поля и поля, создаваемого связанными зарядами:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'. \qquad (10.6)$$

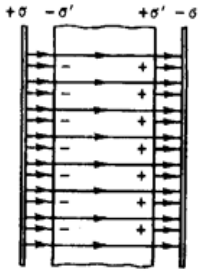

Рисунок 10.2

Рассмотрим поле в диэлектрике на примере плоской пластины, помещенной в однородное электростатическое поле $\vec{E}_0$ (рисунок 10.2). Пластина расположена так, что ее поверхности перпендикулярны направлению поля $\vec{E}_0$. Появление связанных зарядов на поверхностях пластины приводит к возникновению дополнительного электрического поля $\vec{E'}$, которое внутри пластины направлено против внешнего поля $\vec{E}_0$ и ослабляет его.

Результирующее поле внутри диэлектрика $\vec{E}$ равно

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}.$$

Для большого класса диэлектриков поляризованность $\vec{P}$ линейно зависит от напряженности E поля внутри диэлектрика, и если диэлектрик изотропный, то совпадает с ним по направлению:

$$\vec{P} = \alpha\varepsilon_0\vec{E}, \tag{10.7}$$

где α – диэлектрическая восприимчивость вещества.

Тогда поле внутри диэлектрика равно

$$E = \frac{E_0}{1+\alpha} = \frac{E_0}{\varepsilon}, \tag{10.8}$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды. Она показывает, во сколько раз поле в вакууме больше поля в диэлектрической среде.

Следует отметить, что соотношение (10.8), связывающее напряженность E поля в диэлектрике с напряженностью E_0 поля в вакууме, справедливо только в двух случаях: а) если однородный изотропный диэлектрик заполняет всю область поля; б) если диэлектрик занимает некоторую область поля, ограниченную эквипотенциальными поверхностями. Примеры: а) пластина из диэлектрика расположена так, что ее поверхности перпендикулярны линиям однородного поля, и, следовательно, совпадают с эквипотенциальными поверхностями такого поля; б) диэлектрик заполняет область поля, созданного равномерно заряженным шаром, между двумя сферическими поверхностями, концентрическими с шаром.

10.5 Электрическое смещение. Диэлектрическая восприимчивость вещества

Для того чтобы упростить расчет электрического поля в диэлектрике, вводится вспомогательный вектор электрического смещения $\vec{D}$:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}. \tag{10.9}$$

В однородном изотропном диэлектрике векторы $\vec{E}$ и $\vec{P}$ совпадают по направлению, поэтому направление вектора $\vec{D}$ такое же, как и у вектора $\vec{E}$:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \alpha\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0(1+\alpha)\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}. \tag{10.10}$$

В анизотропных диэлектриках направления $\vec{E}$ и $\vec{D}$ могут быть различны.

10.6 Теорема Гаусса для вектора электрического смещения. Условия на границе раздела двух диэлектриков

Вектор электрического смещения обладает замечательным свойством, благодаря которому упрощается расчет электрического поля в диэлектрике.

Это его свойство раскрывает теорема Гаусса: *поток вектора электрического смещения* $\vec{D}$ *через произвольную замкнутую поверхность* S *равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов*:

$$\oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^{N} q_i. \qquad (10.11)$$

На границе раздела двух изотропных диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2, если на границе раздела отсутствуют электрические заряды, то есть, $\sigma = 0$, выполняются следующие (граничные) условия:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}; \qquad \frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_2};$$

$$D_{1n} = D_{2n}; \qquad \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n};$$

$$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1};$$

где α_1 и α_2 – углы между нормалью к границе раздела и вектором $\vec{E}$ (или $\vec{D}$) в первой и второй средах.

11. Проводники в электростатическом поле

Цель: ознакомить с явлениями и закономерностями процессов, протекающих в проводниках, помещенных в электростатическое поле.

11.1 Условие равновесия заряда в проводнике

Носители заряда в проводнике способны перемещаться под действием сколь угодно малой силы.

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда в проводнике приходят в движение: положительные в направлении вектора $\vec{E}$, отрицательные – в противоположную сторону. В результате на противоположных поверхностях проводника возникают заряды противоположного знака, называемые индуцированными зарядами. Явление перераспределения зарядов на проводнике под действием внешнего электростатического поля называется электростатической индукцией. Процесс будет происходить до тех пор, пока не установится равновесие зарядов на проводнике. Если представить себе, что из сплошного проводника удалена внутренняя часть, то получится полый замкнутый проводник. Так как внутри проводника зарядов не было, то удаление любой внутренней части не изменит ни поле, ни распределение заряда. Поэтому равновесное распределение зарядов в полом проводнике будет таким же, как и в сплошном,

то есть заряды будут только на внешней поверхности. Напряженность поля при этом Е =0 в любой точке внутри полости и в любой точке внутри ее стенок.

Если замкнутый полый проводник внести во внешнее поле, то на нем появятся индукционные заряды. Эти заряды также сосредоточены только на внешней поверхности, а электрическое поле внутри полости, как и в толще металла, равно нулю. Поэтому полый металлический проводник экранирует внутреннюю полость от электрических полей всех внешних зарядов. Этим пользуются на практике для устройства электростатической защиты, например, измерительных приборов от влияния внешних электростатических полей. В электростатическом поле поверхность и весь объем проводника эквипотенциальны, а сообщенный ему и/или индуцированный заряд распределяется по поверхности проводника с некоторой плотностью σ.

Итак, для равновесия зарядов на проводнике необходимо выполнение следующих условий:

а) напряженность E поля всюду *внутри проводника* должна быть *равна нулю*:

$$\vec{E} = 0. \tag{11.1}$$

б) Напряженность поля у поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена *по нормали к поверхности*:

$$\vec{E}_{\text{пов}} = \vec{E}_n, \tag{11.2}$$

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \tag{11.3}$$

Это означает, что разность потенциалов любой пары точек как внутри проводника, так и на его поверхности равна нулю. В отсутствие тока все точки проводника имеют одинаковый потенциал.

Земля (грунт) также является проводником. Хотя в земле существуют токи, они невелики, и можно считать, что заряды земли близки к равновесию. Поэтому можно принять, что все точки земли имеют одинаковый потенциал.
Если соединить два проводника металлической проволокой, то оба проводника и проволока образуют единый проводник. Если до соединения между проводниками существовала разность потенциалов, то поле $\boldsymbol{E}$ внутри проволоки вначале не будет равно нулю и электроны проводимости придут в движение, т. е в ней возникнет электрический ток. Этот ток будет продолжаться до тех пор, пока потенциалы обоих проводников не станут равными.

11.2 Электростатическая индукция. Распределение заряда в проводнике. Условия на границе проводник – вакуум. Электростатическая защита

Рассмотрим, как распределяются заряды внутри проводников в отсутствие электрического тока. Для равновесия зарядов необходимо, чтобы

напряженность поля внутри проводника была равна нулю. Но тогда из теоремы Гаусса следует, что объемная плотность зарядов внутри проводника также равна нулю.

Вывод: в отсутствие электрического тока *заряды распределяются только на поверхности проводника*.

Если представить себе, что из сплошного проводника удалена внутренняя часть, то получится полый замкнутый проводник. Так как внутри проводника зарядов не было, то удаление любой внутренней части не изменит ни поле, ни распределение заряда. Поэтому равновесное распределение зарядов в полом проводнике будет таким же, как и в сплошном, то есть заряды будут только на внешней поверхности. Напряженность поля при этом E =0 в любой точке внутри полости и в любой точке внутри стенок.

Рисунок 11.1

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда приходят в движение: положительные в направлении вектора $\vec{E}$, отрицательные – в противоположную сторону. В результате на противоположных сторонах поверхности проводника возникают заряды противоположного знака, называемые индуцированными зарядами. *Явление перераспределения зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется электростатической индукцией.* Процесс будет происходить до тех пор, пока не будут выполнены условия (11.1 и 11.2) равновесия зарядов на проводнике.

Если замкнутый полый металлический проводник находится во внешнем поле, то на нем появятся индукционные заряды. Эти заряды также будут сосредоточены только на внешней поверхности, а электрическое поле внутри полости будет равно нулю (как и в толще металла). Поэтому полый металлический проводник (из металлической сетки) экранирует электрическое поле всех внешних зарядов. Этим пользуются на практике для устройства (рисунок 11.1) *электростатической защиты*.

Итак, в случае равновесия зарядов поверхность проводника будет эквипотенциальной, а сообщенный ему и/или индуцированный заряд распределится по поверхности проводника с некоторой плотностью σ.

Напряженность поля в вакууме вблизи поверхности проводника равна:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (11.3)$$

11.3 Метод зеркальных изображений

При расчете электрических полей при наличии проводников, а значит, и индуцированных зарядов, применяют метод зеркальных изображений зарядов. Он основан на следующем положении: если в электрическом поле заменить какую-либо эквипотенциальную поверхность проводником той же формы и создать на нем потенциал, равный потенциалу рассматриваемой эквипотенциальной поверхности, то электрическое поле не изменится. Применим это положение к электрическому полю двух точечных зарядов $+q$ и $-q$, расположенных на расстоянии $2l$. Рассматриваемое поле можно разделить плоскостью AA на две равные части. Эта плоскость будет везде перпендикулярна к линиям напряженности, а следовательно, будет эквипотенциальной поверхностью. Поэтому, если в AA находится неограниченная проводящая плоскость, то поле между этой плоскостью и зарядом $+q$ не изменится и будет совпадать с полем двух точечных зарядов $+q$ и $-q$. Это позволяет просто учесть действие индуцированных зарядов на проводящей плоскости.

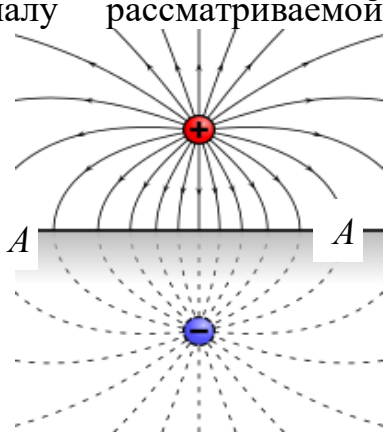

Рисунок 11.2

Заряд –q расположен за плоскостью на том же расстоянии l, что и заряд +q над плоскостью и поэтому является его зеркальным изображением в проводящей плоскости. Таким образом, в данном примере действие проводящей плоскости с ее индуцированными зарядами можно заменить действием точечного заряда, являющегося зеркальным изображением данного заряда $+q$ в проводящей плоскости.

11.4 Электроемкость уединенного проводника

Если уединенному (удаленному от других проводников, тел и зарядов) проводнику сообщить заряд q, то в окружающем его пространстве возникнет электростатическое поле. Опыт показывает, что между зарядом такого проводника и его потенциалом существует прямая пропорциональная связь: $\varphi \sim q$. Следовательно, отношение заряда к потенциалу не зависит от величины заряда. Для каждого уединенного проводника это отношение имеет свое значение. Величину, равную отношению заряда уединенного проводника к его потенциалу (при этом потенциал поля на бесконечном удалении равен нулю), называют электроемкостью проводника:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \qquad (11.5)$$

Электроемкость уединенного проводника численно равна заряду, который нужно сообщить проводнику, чтобы изменить его потенциал на один вольт. Емкость зависит от размеров и формы проводника, а также от электрических свойств среды. Так, электроемкость уединенного проводящего шара:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \qquad (11.6)$$

12. Энергия электростатического поля

Цель: ввести понятие энергии электростатического поля и получить для него основные соотношения.

12.1 Энергия взаимодействия системы точечных зарядов.

Взаимную потенциальную энергию точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга, можно рассматривать как потенциальную энергию заряда q_1, находящегося в поле заряда q_2, и наоборот:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r} = q_1\varphi_1 = q_2\varphi_2 = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2), \qquad (12.1)$$

где $\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r}$ и $\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$, соответственно, потенциалы, создаваемые: а) зарядом q_2 в месте нахождения первого заряда q_1, б) зарядом q_1 в точке нахождения второго заряда q_2.

В случае n неподвижных зарядов энергия взаимодействия системы точечных зарядов равна сумме

$$W_{\text{вз}} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i, \qquad (12.2)$$

где φ_i – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд q_i, всеми зарядами, кроме i -го.

12.2 Энергия заряженного проводника и заряженного конденсатора

Поверхность проводника является эквипотенциальной, т. е. потенциал во всех его точках одинаков. Заряд q, находящийся на проводнике, можно рассматривать как систему точечных зарядов, распределенных на его поверхности. Тогда энергия заряженного проводника равна

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \Delta q_i\varphi_i = \frac{1}{2}\varphi\sum_{i=1}^{n} \Delta q_i = \frac{1}{2}q\varphi.$$

Учитывая связь потенциала уединенного проводника с его зарядом,

$$W = \frac{1}{2}q\varphi = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi}{2}. \qquad (12.3)$$

Рассмотрим заряженный конденсатор. Пусть потенциал положительно заряженной обкладки равен φ_1, а потенциал обкладки, на которой находится заряд $-q$, равен φ_2. Тогда:

$$W = \frac{1}{2}(+q)\varphi_1 - \frac{1}{2}(-q)\varphi_2 = \frac{1}{2}q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}qU = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \qquad (12.4)$$

Энергия в случае плоского конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V, \qquad (12.5)$$

где $Sd = V$ – объем, занимаемый однородным электрическим полем.

12.3 Энергия и объемная плотность энергии электростатического поля

Соотношение (12.5) связывает энергию конденсатора с характеристикой поля E и его объемом V. Это значит, что энергия заряженного конденсатора *сосредоточена в электрическом поле* между его обкладками. Следовательно, *электрическое поле обладает энергией*. Если поле однородно, заключенная в нем энергия распределяется с постоянной объемной плотностью w, равной

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2. \qquad (12.6)$$

Объемная плотность энергии w – *физическая величина, равная энергии поля, заключенной в единичном объеме:*

$$w = \frac{dW}{dv}. \qquad (12.7)$$

Формула (12.6) справедлива в общем случае и неоднородного поля. Зная плотность энергии электрического поля в каждой его точке, можно найти энергию, заключенную в объеме V электрического поля:

$$W = \iiint_V w dV = \iiint_V \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV. \qquad (12.8)$$

13. Законы постоянного тока

Цель: ввести основные понятия, определения и законы постоянного тока.

13.1 Электрический ток. Условия существования и характеристики тока. Уравнение непрерывности

Электрическим током называется упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. Для возникновения и существования электрического тока необходимо выполнение двух условий:

а) наличие в данном теле свободных носителей тока – заряженных частиц, способных перемещаться в пределах всего тела;

б) наличие электрического поля внутри тела.

За направление тока условно принимают направление упорядоченного движения положительных зарядов.

Для количественной характеристики электрического тока служат две величины: сила тока и плотность тока. Сила тока I – физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \tag{13.1}$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Единица силы тока – ампер (А).

Физическая величина, определяемая зарядом, проходящим в единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной направлению тока, называется плотностью тока:

$$j = \frac{dq}{dS_{\perp} dt}. \tag{13.2}$$

Плотность тока связана с вектором средней скорости $\langle\vec{v}\rangle$ упорядоченного движения свободных зарядов (дрейфа):

$$\vec{j} = qn\langle\vec{v}\rangle, \tag{13.3}$$

где n и q – концентрация и заряд носителей тока.

Зная вектор плотности тока $\vec{j}$ в каждой точке проводника, можно найти силу тока:

$$I = \int_S j_n dS, \tag{13.4}$$

где интегрирование производится по всей поверхности S сечения проводника.

Уравнение непрерывности выражает закон сохранения заряда:

$$-\frac{dq}{dt} = \oint_S j_n dS. \tag{13.4}$$

13.2 Закон Ома

Если состояние проводника остается неизменным, то для каждого проводника существует однозначная зависимость между разностью потенциалов на его концах и силой тока в нем: $I = f(U)$. Она называется вольтамперной характеристикой проводника.

Для металлов эту зависимость впервые экспериментально установил немецкий физик Г. Ом. Сила тока согласно закону Ома для участка цепи пропорциональна приложенному напряжению:

$$I = \frac{1}{R}U, \qquad (13.5)$$

где R – электрическое сопротивление проводника. Единица сопротивления 1 Ом; сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток силой 1 А.

Сопротивление проводников зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Эта зависимость особенно проста для проводника цилиндрической формы:

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

где l – длина проводника;

S – площадь его поперечного сечения;

ρ – удельное сопротивление, зависящее только от рода вещества и его состояния. Единица удельного сопротивления 1 Ом·м.

Сопротивление металлов увеличивается с ростом температуры:

$$\rho(t) = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление металла при t=0˚С;

α – температурный коэффициент сопротивления металла. Для многих металлов α практически не зависит от температуры и близок к 1/273 °С$^{-1}$.

При очень низких температурах в некоторых веществах наблюдается явление сверхпроводимости, при котором сопротивление скачком обращается в ноль. Впервые сверхпроводимость была обнаружена в 1911 году у ртути голландским физиком Х. Камерлинг-Оннесом. Позже сверхпроводимость была установлена у свинца, олова, ниобия и у других металлов, а также у ряда сплавов. Температура, при которой исчезает сопротивление, называется критической температурой T_c. В 1933 году немецким физиком В. Мейснером было открыто второе фундаментальное свойство сверхпроводников: при температуре ниже T_c магнитное поле выталкивается из толщи образца (эффект Мейснера).

13.3 Электродвижущая сила. Обобщенный закон Ома

Если в проводнике создать электрическое поле и не принять мер для его поддержания, то перемещение носителей тока очень быстро приведет к выравниванию потенциалов на концах проводника, и ток прекратится. Для того чтобы поддерживать ток достаточно длительное время, нужно от конца

проводника с меньшим потенциалом (для положительных носителей тока) непрерывно отводить приносимые сюда током заряды, а к концу с большим потенциалом непрерывно их подводить. Силы электростатического поля не способны осуществить такое перемещение зарядов. Для этого необходимы *сторонние силы,* то есть *силы не электростатической природы, способные перемещать положительно заряженные частицы из точки с меньшим потенциалом в точку с большим потенциалом*. Сторонние силы – это силы химической, электромагнитной, механической или иной природы. Сторонние силы действуют в источниках тока, осуществляя разделение зарядов по полюсам (положительные – к «плюсу», отрицательные – к «минусу»).

Электрическое поле, сопутствующее постоянному току в проводнике, и в соответствии с этим стационарное распределение в нём электрических зарядов, называется стационарным (неизменным во времени) электрическим полем. *Это поле* также, как и *электростатическое*, является потенциальным. Известно, что *работа сил потенциального поля по замкнутому контуру равна нулю*. Итак, постоянный электрический ток может существовать только *в замкнутой цепи,* состоящей из совокупности проводников электричества, в которой действует *стационарное электрическое поле*, а также *имеется источник постоянного тока*, сторонние силы которого и поддерживают неизменным стационарное электрическое поле и ток.

Сторонние силы характеризуются работой, которую они совершают над перемещающимися по цепи зарядами. Величина, равная *работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда*, называется *электродвижущей силой* (ЭДС) $\mathcal{E}$, действующей в цепи или на ее участке:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}. \tag{13.6}$$

Единица измерения ЭДС – 1 вольт (В).

Стороннюю силу $\vec{F}_{\text{ст}}$, действующую на заряд q, можно представить в виде

$$\vec{F}_{\text{ст}} = q\vec{E}^*, \tag{13.7}$$

где $\vec{E}^*$ – напряженность поля сторонних сил. Работа сторонних сил над зарядом q на участке цепи 1–2 равна

$$A^*{}_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} \cdot \overrightarrow{dl} = q\int_1^2 \vec{E}^* \cdot \overrightarrow{dl} = q \cdot \mathcal{E}_{12}, \tag{13.8}$$

т. е. ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности сторонних сил.

В электрической цепи действуют силы стационарного электрического поля и сторонние силы. Результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд q, равна:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_{\text{ст}} = q\left(\vec{E} + \vec{E}^*\right), \qquad (13.9)$$

где $\vec{F}_e$ – силы электростатического поля.

Работа, совершаемая результирующей силой над зарядом на участке 1–2, равна

$$A_{12} = q\int_1^2 \vec{E}d\vec{l} + q\int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \pm q\mathcal{E}_{12}. \qquad (13.10)$$

Величина, *численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда*, называется *напряжением* (падением напряжения) U_{12} на данном участке цепи:

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}, \qquad (13.11)$$

где $\mathcal{E}_{12}$ – алгебраическая сумма ЭДС всех источников тока на участке.

Участок цепи, на котором *не действуют сторонние силы*, называется *однородным*. Участок, на котором на носители тока действуют сторонние силы, называется неоднородным. Для *однородного участка цепи* напряжение совпадает с разностью потенциалов:

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Обобщенный Ома для неоднородного участка цепи имеет вид:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon_{12}}{R_{12}}, \qquad (13.12)$$

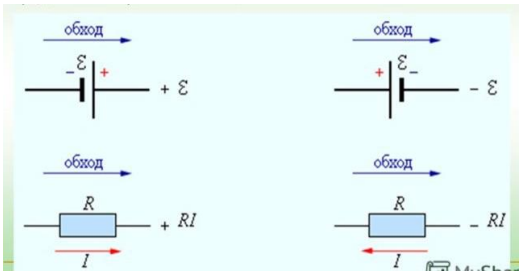

Рисунок 12.1

где R_{12} – полное сопротивление участка цепи.

На рисунке 13.1 приведены правила знаков для применения закона Ома (13.12). Направление обхода – от точки 1 к точке 2 цепи.

Для замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$, поэтому из (13.12) вытекает закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\sum_i \varepsilon_i}{R}, \qquad (13.13)$$

где в знаменателе R – полное сопротивление всей цепи.

13.4 Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

Работа, совершаемая постоянным током за промежуток времени t в проводнике, имеющем сопротивление R и находящемся под напряжением U, рассчитывается по формуле

$$A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t. \quad (13.14)$$

Мощность постоянного тока рассчитывается по формуле

$$P = UI = I^2R = {U^2}/{R}. \quad (13.15)$$

Если ток проходит по неподвижному металлическому проводнику, то вся работа тока идет на его нагревание и по закону сохранения энергии $A = Q$.

Таким образом, количество теплоты, выделяющееся в проводнике,

$$Q = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t. \quad (13.16)$$

Данные соотношения выражают закон Джоуля – Ленца в интегральной форме.

13.5 Законы постоянного тока в дифференциальной форме

Закон Ома:

$$\vec{j} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}^*\right) = \frac{1}{\rho}\left(\vec{E} + \vec{E}^*\right); \quad (13.17)$$

где $\sigma = 1/\rho$ – удельная проводимость проводника.

Закон Джоуля – Ленца выражает удельную тепловую мощность, выделяемую в единице объема проводника при протекании тока:

$$w_T = \frac{dP}{dV} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \sigma E^2. \quad (13.18)$$

14. Стационарное магнитное поле в вакууме и в веществе

Цель: ввести понятие магнитного поля, его характеристики и свойства магнитного поля в вакууме и в веществе.

14.1 Магнитное поле. Принцип суперпозиции. Теорема Био – Савара – Лапласа

В 1820 г. Эрстед обнаружил ориентирующее действие электрического тока на магнитную стрелку, а Ампер открыл и подробно исследовал взаимодействие двух проводников с током. Было установлено, что магнитное взаимодействие свойственно только движущимся электрическим зарядам (токам). *Магнитное взаимодействие токов осуществляется посредством особой формы материи – магнитного поля*.

Основная характеристика магнитного поля - вектор магнитной индукции $\vec{B}$. За направление вектора магнитной индукции принимают направление от

южного полюса к северному свободно устанавливающейся в магнитном поле магнитной стрелки.

Для изучения свойств магнитного поля используется рамка с током. За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная (определяемая по правилу правого винта направлением тока в рамке) нормаль к рамке $\vec{n}$.

Вращающий момент пары сил, действующей на рамку с током и стремящийся повернуть рамку так, чтобы его плоскость установилась перпендикулярно направлению поля, равен

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}], \qquad (14.1)$$

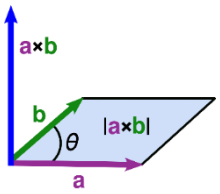

Рисунок 14.1

где $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ – магнитный момент рамки с током,

$\vec{B}$ – вектор *магнитной индукции*.

Модуль момента пары сил равен

$$M = p_m B sin\alpha, \qquad (14.2)$$

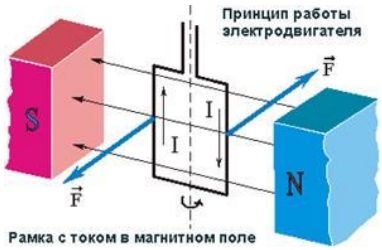

Рисунок 14.2

где α – угол между направлением нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки и направлением вектора магнитной индукции $\vec{B}$. Магнитная индукция в данной точке магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом (при $\alpha=\pi/2$), действующим на рамку с единичным магнитным моментом:

$$B = \frac{M_{max}}{p_m}. \qquad (14.3)$$

Закон Био – Савара – Лапласа позволяет вычислить в некоторой точке поля индукцию $d\vec{B}$, которую создает в вакууме элемент тока $Id\vec{l}$:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \qquad (14.4)$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, соединяющий элемент тока $Id\vec{l}$ и данную точку;

$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно векторам $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, т. е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат. Это направление находят по правилу правого винта: направление вращения головки винта дает направление $d\vec{B}$, если поступательное движение винта соответствует направлению $\overrightarrow{dl}$.

Модуль вектора определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}, \qquad (14.5)$$

где α – угол между векторами $\overrightarrow{dl}$ и $\vec{r}$.

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i. \qquad (14.6)$$

Применение закона Био – Савара – Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет рассчитать магнитные поля, если заданы ток и форма проводника, по которому течет ток. В случае прямого бесконечно длинного проводника с током величина магнитной индукции в вакууме зависит только от силы I тока и расстояния r от оси проводника до точки, в которой ее определяют:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \qquad (14.7)$$

Магнитное поле принято изображать с помощью линий магнитной индукции. Это воображаемые линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$.

Для магнитного поля в вакууме справедлива теорема о циркуляции $\vec{B}$:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i^{\text{охват-х } L}, \qquad (14.8)$$

где символ суммы относится к токам, охватываемым контуром L.

14.2 Магнитный поток. Теорема Гаусса. Теорема о циркуляции магнитной индукции. Методы расчета магнитных полей токов

Магнитным потоком Φ через плоскую поверхность площадью S в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ называют скалярное произведение

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS\cos\alpha, \qquad (14.10)$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к поверхности.

Магнитный поток сквозь произвольную поверхность S определяют через интеграл, взятый по этой поверхности:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n \, dS. \qquad (14.11)$$

Теорема Гаусса: магнитный поток через любую замкнутую поверхность S равен нулю:

$$\oint_S B_n dS = 0. \qquad (14.12)$$

Теорема Гаусса для вектора магнитной индукции (14.12) отражает факт *отсутствия в природе магнитных зарядов*, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми. *Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током*. Векторные поля, обладающие непрерывными линиями, называются вихревыми. *Магнитное поле – вихревое поле*.

14.3 Магнетики. Виды магнетиков. Намагниченность

Все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Причину этого явления объяснил А. Ампер, выдвинув гипотезу о том, что в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Электрон, движущийся по круговой орбите, эквивалентен круговому току, поэтому он обладает орбитальным магнитным моментом, модуль которого равен:

$$p_m = IS = e\nu S, \qquad (14.14)$$

где $I = \frac{e}{T} = e\nu$ – сила эквивалентного тока;

ν – частота вращения электрона по орбите;

S – площадь этой орбиты.

Позже было установлено, что кроме орбитального электрон обладает собственным (спиновым) магнитным моментом $\vec{p}_{ms}$, который связан с собственным механическим моментом $\vec{L}_s$, называемым спином. Спин является неотъемлемым свойством электрона, подобно его заряду и массе.

Таким образом, магнитный момент электрона в атоме складывается из его орбитального и спинового магнитных моментов. Пренебрегая магнитными моментами ядер, можно найти магнитный момент атома как векторную сумму магнитных моментов (орбитальных и спиновых), входящих в атом электронов:

$$\vec{p}_{atom} = \sum_i \vec{p}_{mi} + \sum_i \vec{p}_{msi}. \qquad (14.15)$$

Во внешнем магнитном поле орбита электрона, ориентированная относительно вектора $\vec{B}$ произвольным образом, совершает прецессию. Прецессионное движение электронных орбит эквивалентно круговому току, порождающему магнитное поле атома. Наведенные таким образом магнитные поля атомов направлены противоположно внешнему полю и, складываясь, образуют магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле.
Этот эффект называется *диамагнитным*, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются *диамагнетиками* (Bi, Ag, Au, Cu, C, многие органические соединения и др.).

Диамагнетизм присутствует во всех веществах, однако в некоторых из них он подавляется *парамагнитным* эффектом. Атомы *парамагнитных*

веществ при отсутствии внешнего магнитного поля *обладают магнитными моментами*. Однако вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно и взаимно компенсируются. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов по полю. Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающее его. Этот эффект называется *парамагнитным.*

Ферромагнетики – это магнетики с *самопроизвольной (спонтанной) намагниченностью*. Свойства ферромагнетиков:

- магнитная проницаемость μ достигает больших значений – до 10^6;

- зависимость магнитной проницаемости μ от напряженности внешнего магнитного поля H, т. к. *связь* между векторами намагниченности $\vec{J}$ и напряженности магнитного поля $\vec{H}$ *нелинейная*;

- магнитный гистерезис – неоднозначная петлеобразная зависимость намагниченности от внешнего намагничивающего поля при его циклическом изменении (рисунок 14.3);

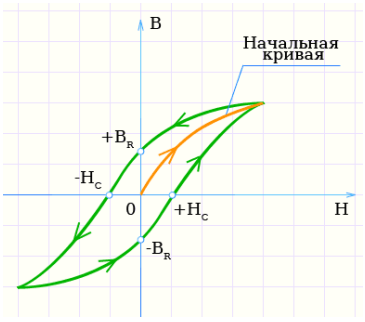

Рисунок 14.3

- наличие характерной температуры (точка Кюри), при которой ферромагнетик теряет свои свойства.

14.4 Закон полного тока для магнитного поля в веществе. Напряженность магнитного поля

Для количественного описания намагниченного состояния магнетика вводят вектор намагниченности, определяемый магнитным моментом единицы объема вещества:

$$\vec{J} = \frac{\sum_i \vec{P}_{mi}}{\Delta V}. \qquad (14.16)$$

Магнитное поле в веществе складывается из внешнего намагничивающего поля $\vec{B}_0$, создаваемого током в вакууме, и поля $\vec{B}'$, создаваемого молекулярными токами в намагниченном веществе:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \qquad (14.17)$$

Поле $\vec{B}'$ связано с намагниченностью $\vec{J}$ соотношением $\vec{B}' = \mu_0\vec{J}$. Тогда

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{J} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}). \qquad (14.18)$$

В слабых полях, как показывает опыт, намагниченность прямо пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничение, т.е.

$$\vec{J} = \chi\vec{H}, \tag{14.19}$$

где χ – безразмерная величина – магнитная восприимчивость вещества.

Тогда магнитную индукцию поля в веществе можно записать в виде

$$\vec{B} = \mu_0(1+\chi)\vec{H} = \mu_0\mu\vec{H} \tag{14.20}$$

где μ – магнитная проницаемость вещества.

Циркуляция вектора магнитной индукции для поля в веществе:

$$\oint_L B_l dl = \mu_0(I + I'), \tag{14.21}$$

где в скобке – алгебраическая сумма макротоков (токов проводимости I) и микротоков I' (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром L. Однако практическое применение (14.21) к расчету магнитных полей затруднено, так как неизвестно распределение микротоков I' в магнетиках.

Для устранения этого затруднения вводится вспомогательная величина, называемая *напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля*. По определению:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \tag{14.22}$$

Циркуляция по произвольному замкнутому контуру L вектора напряженности $\vec{H}$ магнитного поля в веществе определяется суммой только токов проводимости, охватываемых этим контуров:

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \sum_i I_i. \tag{14.23}$$

Именно это свойство вектора напряженности $\vec{H}$, позволяющее рассчитать магнитное поле в веществе, и явилось причиной введения этой вспомогательной величины в теорию магнетизма.

15. Основы теории Максвелла электромагнитного поля

Цель: ознакомить с явлением электромагнитной индукции и основами теории Максвелла.

15.1 Электромагнитная индукция. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца

Явление *электромагнитной индукции* — это *возникновение индукционного тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего поверхность,* ограниченную этим

контуром. Это явление и закон, которому оно подчиняется, открыл в 1831 году М. Фарадей. Поскольку для возникновения тока необходимо наличие электродвижущей силы, то *закон электромагнитной индукции* он сформулировал для этой величины:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (15.1)$$

ЭДС индукции равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром, и не зависит от причины этого изменения.

Правило Ленца: *индукционный ток своим магнитным полем противодействует причине, его вызывающей*.

15.2 Самоиндукция и взаимная индукция. Индуктивность. Коэффициент взаимной индукции

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био – Савара – Лапласа, пропорционально току. Сцепленный с контуром полный магнитный поток, или потокосцепление, Ψ поэтому пропорционален току I в контуре:

$$\Psi = LI, \qquad (15.2)$$

где коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью контура. Индуктивность L зависит от геометрической формы и размеров проводящего контура, а также от магнитных свойств его сердечника.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться э.д.с. самоиндукции. *Возникновение ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией*.

Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим:

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{dI}{dt} - I\frac{dL}{dt}. \qquad (15.3)$$

При условии, что контур не деформируется и магнитная проницаемость не изменяется (в отсутствие ферромагнитных сердечников) *ЭДС* самоиндукции:

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (15.4)$$

Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), расположенных достаточно близко друг от друга. Пусть в контуре 1 течет ток I_1. Обозначим магнитный поток, создаваемый током I_1, который пронизывает второй контур Ψ_{21} . Тогда

$$\Psi_{21} = L_{21} I_1. \qquad (15.5)$$

Если ток I_1 в первом контуре изменяется, то во втором контуре индуцируется *ЭДС* взаимной индукции $\mathcal{E}_{i21}$:

$$\mathcal{E}_{i21} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt} - I_1\frac{dL_{21}}{dt}. \qquad (15.6)$$

Если изменяется ток I_2 во втором контуре, то *ЭДС*, индуцируемая в первом контуре, аналогично может быть записана в виде

$$\mathcal{E}_{i12} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt} - I_2\frac{dL_{12}}{dt}. \qquad (15.7)$$

Явление возникновения ЭДС в одном из проводящих контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией. Коэффициенты пропорциональности L_{12} и L_{21} называются взаимной индуктивностью контуров. Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что $L_{12} = L_{21}$.

Взаимная индуктивность проводящих контуров зависит от их геометрических форм и размеров, взаимного расположения и магнитных свойств среды.

15.3 Максвелловская трактовка электромагнитной индукции. Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

Когда проводник движется в постоянном магнитном поле, индукционный ток вызывается магнитной составляющей силы Лоренца. Какая же сила возбуждает индукционный ток в неподвижном проводнике, находящемся в переменном магнитном поле? Ответ был дан Максвеллом. Согласно Максвеллу, *всякое изменение магнитного поля во времени возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле*. *Циркуляция вектора напряженности* $\vec{E}$ этого поля по любому *неподвижному* замкнутому контуру L равна *взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока, пронизывающего поверхность S, ограниченную контуром L*:

$$\oint_l E_l dl = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \qquad (15.8)$$

Согласно (15.8) циркуляция вектора напряженности электрического поля в общем случае не равна нулю. Это означает, что *индуцированное изменяющимся во времени магнитным полем электрическое поле не потенциально*; *его линии замкнуты* и оно является *вихревым* (в отличие от электростатического).

Между максвелловым и фарадеевым пониманием явления электромагнитной индукции имеется существенное различие. Согласно Фарадею, электромагнитная индукция состоит в возбуждении электрического

тока. Для ее наблюдения необходимо наличие замкнутого проводника. По Максвеллу сущность электромагнитной индукции – прежде всего в *возбуждении вихревого электрического поля*, а не тока. Электромагнитная индукция может наблюдаться и тогда, когда в пространстве вообще нет никаких проводников. Появление индукционного тока в замкнутом проводнике при внесении последнего в переменное магнитное поле есть лишь одно из проявлений электрического поля, возникшего в результате изменения поля магнитного. Но поле $\vec{E}$ может производить и другие действия, например, поляризовать диэлектрик, вызвать пробой конденсатора, ускорять и тормозить заряженные частицы и т. п. Оно может вызвать электрический ток и в незамкнутом проводнике.

Максвеллова формулировка закона электромагнитной индукции более общая, чем формулировка Фарадея. Она принадлежит к числу наиболее важных обобщений электродинамики.

Математически закон индукции в понимании Максвелла выражается формулой (15.8), где интеграл берется по замкнутому контуру, который может быть проведен и в диэлектрике, а не обязательно в проводнике, как было у Фарадея.

15.4 Ток смещения. Второе уравнение Максвелла

Другое важнейшее открытие Максвелла – идея о симметрии во взаимозависимости электрического и магнитного полей: не только изменяющееся магнитное поле создает электрическое поле, но и электрическое поле, изменяясь во времени, порождает магнитное поле:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \int_{S} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}, \qquad (15.9)$$

где $\vec{j}$ – плотность тока проводимости;

$\vec{J}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ – плотность тока смещения;

$\vec{D}$ – вектор электрического смещения.

Интеграл в правой части уравнения (9.30) выражает *полный ток как сумму тока проводимости и тока смещения*. Итак, магнитное поле порождается токами проводимости и изменяющимися электрическими полями.

Дополнив основные факты из области электромагнетизма установлением магнитных действий токов смещения, Максвелл записал систему фундаментальных уравнений электродинамики. Таких *полевых* уравнений четыре:

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} d\vec{l} = \int_{S} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}, \quad \text{(I)} \qquad \oint_{S} \vec{D} d\vec{S} = \int_{V} \rho_q dV, \quad \text{(III)}$$

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} d\vec{l} = -\int_{S} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad \text{(II)} \qquad \oint_{S} \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad \text{(IV)}$$

Материальные уравнения имеют вид:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}, \quad \text{(V)} \qquad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \quad \text{(VI)} \qquad \vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad \text{(VII)}$$

Уравнения Максвелла – основные аксиомы классической электродинамики; они показывают, что источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо магнитные поля, меняющиеся во времени. Магнитные же поля возбуждаются либо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

Из уравнений Максвелла следует тесная взаимосвязь электрического и магнитного полей, что подводит к выводу о существовании единого электромагнитного поля.

К электромагнитному полю применим принцип относительности Эйнштейна, так как в вакууме распространение электромагнитных волн во всех системах отсчета происходит с одинаковой скоростью. Также из принципа относительности вытекает, что отдельное рассмотрение электрического и магнитного полей имеет относительный смысл. Иначе говоря, разделение электромагнитного поля на его составляющие электрическое и магнитное поля зависит от выбора системы отсчета, то есть, относительно.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И. В. Курс общей физики: в 4 т.: учебное пособие для вузов. Т.1: Механика. Молекулярная физика и термодинамика/И.В. Савельев; под ред. В.И. Савельева. – 2-е изд. стереотип. – М.: КноРус, 2012. – 528 с.

2. Савельев И.В. Курс общей физики: в 4 т.: учебное пособие для вузов. Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И.В. Савельев; под ред. В.И. Савельева. – 2-е изд. стереотип. – М.: КноРус, 2012. – 576 с.

3. Иродов И.Е. Механика. Основные законы: учебное пособие. – М.: «Бином», 2014. - 312 с.

4. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: учебное пособие. – М.: «Бином», 2014. - 322 с.

5. Детлаф А.А. Курс физики: Учеб. пособие для втузов/А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – 4-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2002, 2014. – 718 с.

6. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Академия, 2004. – 560 с.

7. kpfu.ru > docs > Thermodynamics_and_statistical_physics. PDF
Аминов Л.К. Термодинамика и статистическая физика. Конспекты лекций и задачи / Л.К. Аминов. – Казань: Казан. ун-т, 2015. – 180 с.

8. Air-source heat pumps (англ.). National Renewable Energy Laboratory. *https:*//www.nrel.gov/docs/fy01osti/28037.pdf.

9. Генерация электрической энергии гибридной силовой установкой. *https:*//www.researchgate.net/publication/337113810.

10. Как технологии хранения энергии изменят мир. *http:*//atomicexpert.com/page3174172.html.

Содержание

1	Введение. Кинематика материальной точки и твердого тела ……	3
2	Динамика материальной точки, системы частиц и твердого тела .	7
3	Энергия и работа …….	14
4	Законы сохранения в механике ……..	18
5	Элементы специальной теории относительности …….	23
6	Статистические распределения ……...	28
7	Законы термодинамики ……	34
8	Явления переноса в термодинамически неравновесных процессах .	40
9	Электростатическое поле в вакууме	43
10	Диэлектрики в электростатическом поле ……..	47
11	Проводники в электростатическом поле ……	51
12	Энергия электрического поля ……..	55
13	Законы постоянного тока …….	56
14	Стационарное магнитное поле в вакууме и в веществе ……	61
15	Основы теории Максвелла электромагнитного поля ……	66
	Использованная литература …….…….	71

Сводный план 2022, поз. 140

Саламатина Алевтина Магаметжановна

ФИЗИКА 1

Конспект лекций для студентов обучающихся по образовательной программе 6В07101 – Электроэнергетика

Редактор: Жанабаева Е.Б.
Специалист по стандартизации: Ануарбек Ж.А.

Подписано в печать _____ Формат 60×84 1/16
Тираж 100 экз. Бумага типографская № 1
Объем 5,0 уч.- изд. лист Заказ_____ Цена 2500 тг

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013, Алматы, Байтурсынова, 126/1