Коммерциялық емес акционерлік қоғам

ҒҰМАРБЕК ДӘУКЕЕВ АТЫНДАҒЫ АЛМАТЫ ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС УНИВЕРСИТЕТІ

Ғарыштық инженерия кафедрасы

ФИЗИКА 1

В062–Электртехникасы және энергетика білім беру бағдарламасы бойынша оқитын студенттерге арналған дәрістер жинағы

Алматы 2022

ҚҰРАСТЫРУШЫ: Нысанбаева С.К., Кенжеғараева А.Д. Физика1. В062– Электртехникасы және энергетика білім беру бағдарламасы бойынша оқитын студенттерге арналған дәрістер жиынтығы.-Алматы: АЭжБУ, 2022.-80 б.

Бакалавриаттың электртехникасы және энергетика білім беру бағдарламасы бойынша оқитын студенттері үшін «Физика1» пәні бойынша дәрістердің қысқаша мазмұны берілген.

«Физика1» пәні бойынша дәрістер жиынтығы оқу үдерісін әдістемелік қамтамасыз ету жүйесінің бір элементі болып табылады және дәрістік сабақтарда, сондай-ақ студенттердің өзіндік жұмыстарында теориялық мәліметтермен жұмыс істеуде, машықтандыру, зертханалық сабақтарына және емтиханға дайындық кезінде таратпа материал ретінде қолдануға болады. Студенттер мен жас оқытушыларға ұсынылады.

Сур.-49, кесте- 6, әдеб. көрсеткіші-14 атау .

Пікір беруші: «ТКИТ» кафедрасының доценті, Ермекбаев М.М.

«Ғұмарбек Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2022 жылғы жоспары бойынша басылады.

© «Ғұмарбек Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті» КЕАҚ, 2022 ж.

Мазмұны

Кіріспе 6
1 Дәріс №1. Механика. Кинематика..... 7
1.1 Материялық нүкте қозғалысының кинематикалық сипаттамалары..... 7
1.2 Траектория, жол ұзындығы, орын ауыстыру векторы..... 8
1.3 Жылдамдық..... 8
1.4 Үдеу және оның құраушылары..... 9
1.5 Айналмалы қозғалыс кинематикасы..... 11
2 Дәріс №2. Қатты дененің ілгерілмелі қозғалысының және материялық нүктенің динамикасы..... 13
2.1 Ньютонның бірінші заңы–инерция заңы..... 13
2.2 Күш. Масса..... 13
2.3 Ньютонның екінші заңы – материялық нүкте динамикасының негізгі заңы..... 14
2.4 Ньютонның үшінші заңы..... 14
2.5 Қатты дененің ілгерілмелі қозғалыс динамикасының негізгі заңы 15
2.6 Механикадағы күш түрлері..... 15
2.7 Энергия, күш жұмысы, қуат..... 16
3 Дәріс №3. Қатты дененің айналмалы қозғалыс динамикасы және оның негізгі теңдеуі..... 19
3.1 Күш моменті..... 19
3.2 Дененің инерция моменті..... 20
3.3 Айналмалы қозғалыстағы дененің жұмысы және кинетикалық энергиясы..... 21
3.4 Қатты дененің айналмалы қозғалысының динамикасының негізгі заңы..... 22
4 Дәріс №4. Механикадағы сақталу заңдар..... 23
4.1 Импульстің сақталу заңы..... 23
4.2 Механикалық энергияның сақталу заңы..... 23
4.3 Импульс моменті және оның сақталу заңы..... 24
5 Дәріс №5. Тұтас орталар механикасың элементтері..... 26
5.1 Ағынның үздіксіздік теңдеуі..... 26
5.2 Бернулли теңдеуі..... 27
5.3 Тұтқырлық..... 28
6 Дәріс №6. Тербелістер 28
6.1 Механикалық гармониялық тербелістер және олардың сипаттамалары 29
6.2 Гармониялық тербелістегі материялық нүкте энергиясы..... 29
6.3 Гармониялық осцилляторлар..... 30
6.4 Өшетін тербелістер..... 32
6.5 Еріксіз тербелістер..... 33
7 Дәріс№7. Термодинамикалық жүйелер мен олардың параметрлері. Идеал газдың күй теңдеуімен МКТ негізгі теңдеуі. Максвелл таралуы. 34

Больцман таралулары және Барометрлік формула..... 34
7.1 Термодинамикалық параметрлер мен процестер..... 35
7.2 Идеал газдардың молекула-кинетикалық теориясы..... 35
7.3 Газ молекулаларының ілгерілемелі қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы..... 36
7.4 Энергияның еркіндік дәрежелер бойынша бірқалыпты таралу заңы..... 37
7.5 Сыртқы күш өрісіндегі бөлшектер үшін Больцман таралуы..... 38
7.6 Газ молекулаларының жылдамдықтар бойынша таралу заңы (Максвелл заңы)..... 38
8 Дәріс №8. Термодинамиканың бірінші бастамасы және оны изопроцестерге қолдану..... 39
8.1 Жүйенің ішкі энергиясы..... 40
8.2 Жұмыс және жылу..... 40
8.3 Термодинамиканың бірінші заңы..... 41
8.4 Термодинамикалық процестер мен жұмыстың графиктері..... 42
8.5 Заттың жылусыйымдылығы..... 42
8.6 Термодинамиканың бірінші бастамасын идеал газдардағы изопроцестерге қолдану..... 43
9 Дәріс №9. Процестер.Термодинамиканың екінші бастамасы 50
9.1 Қайтымды және қайтымсыз процестер..... 50
9.2 Дөңгелек процестер..... 50
9.3 Карноның идеал жылулық машинасы..... 51
9.4 Термодинамиканың екінші бастамасы..... 52
10 Дәріс №10. Нақты газдар...…..... 53
10.1 Молекулалардың тартылыс күшін ескеру..... 53
10.2 Ван-дер-Ваальс изотермаларын талдау..... 54
10.3 Заттың критикалық күйі. Фазалық ауысулар..... 54
11 Дәріс №11. Электростатикалық өріс. Электростатикалық өріс үшін Гаусс теоремасы..... 56
11.1 Кулон заңы..... 56
11.2 Электрстатикалық өріс кернеулігі..... 58
11.3 Гаусс теоремасы..... 59
12 Дәріс №12. Электрстатикалық өрістердің қасиеттері және кернеулік векторы мен потенциал арасындағы байланыс. 61
12.1 Электрстатикалық өрісте заряд орын ауыстырғанда орындалатын жұмыс. 61
12.2 Электрстатикалық өріс потенциалы. 62
12.3 Кернеулік векторы мен потенциал арасындағы байланыс..... 64
13 Дәріс №13. Электр өрісіндегі өткізгіштер мен диэлектриктер..... 65
13.1 Электр өрісіндегі өткізгіштер..... 65
13.2 Электрлік сыйымдылық. Оқшауланған өткізгіштің электрлік сыйымдылығы..... 67
13.3 Электрстатикалық өрістегі диэлектриктер. Диэлектриктердің түрлері..... 68

13.4 Диэлектриктердің поляризациясы. Поляризациялану..... 69
13.5 Электрлік ығысу векторы..... 71
14 Дәріс №14. Электростатикалық өріс энергиясы..... 72
14.1 Электр зарядтарының энергиясы..... 72
14.2 Зарядталған конденсатордың энергиясы..... 73
14.3 Өзара әсерлесуші зарядтардың энергиясы..... 74
15 Дәріс №15. Тұрақты ток..... 74
15.1 Ток күші және ток тығыздығы..... 74
15.2 Тармақталған тізбектерге арналған Кирхгоф ережелері..... 76
15.3 Газдардың электрөткізгіштігі..... 77
Әдебиеттер тізімі..... 80

Кіріспе

«Физика1» дәрістер конспектісінде осы пән бойынша бакалавриаттың электртехникасы және энергетика білім беру бағдарламасы бойынша оқитын студенттер үшін дәрістердің қысқа мазмұны берілген.

Әр дәрісте тақырыптың негізгі сұрақтары мен олардың логикалық байланысы және құрылымдық тұтастығы математикалық дәлелдеусіз немесе мысалдар келтірмей көрсетіледі. Сондықтан оқу-әдістемелік құрал студенттің дәрістік сабақтар, аудиториядан тыс өзіндік жұмыстар сияқты оқу іс-әрекеті үшін бағыттаушы құрал болып табылады.

Әр дәрістің мақсатының нақты берілуі, оқу материалының мазмұндалу формасы оның мазмұнына сай келеді, ол «Физика1» курсын меңгеруде ЕСЖ-тарды жүйелеуге, жақсы көмек береді.

Дәрістер жиынтығы электртехникасы және энергетика білім беру бағдарламасы бойынша оқитын студенттерге арналған. Осы білім беру бағдарламасы үшін «Физика1» курсы жалпы мазмұнға ие. Білім беру бағдарламасы бойынша оқу-әдістемелік қамтамасыз етудің барлық жүйесі кейбір бөлімдерді ғана терең қарастырады. Бұл бөлімдер қысқа оқу-әдістемелік құралда көрсетілмейді.

Техникалық жоғары оқу орындарындағы физика болашақ маманға негізгі базалық білім береді. Студенттердің инженерлі-техникалық ойлау қабілеті мен әлемнің заманауи жаратылыс-ғылыми бейнесі жөнінде жалпы түсінігін қалыптастырады және дамытады.

Физика табиғаттың ортақ заңдарын және оның материя түрлерінің кейбір құрылымдық деңгейлерінде қолдануын зерттейді. Дәл осы физикада өмірдің әр түрлі саласындағы түрлі құбылыстардың себептерін, байланысын, механизмін талдайтын ерекше аппараттар құрылды.

Физика – эксперименттік ғылым және жан-жақты теориялық түрде зерттелген. Нақты физикалық заңдар негізінде: кейбір негізгі физикалық заңдар мен принциптерден маманның кәсіби іс-әрекет саласында практикалық мәнге ие ақпаратты «ұйытудың» тиімді әдістері алынды.

1 Дәріс № 1. Механика. Кинематика

Дәрістің мазмұны: физика ғылымының мәні және механиканың негізгі есебін шешу әдістерінің маңыздылығы келтіріледі.

Дәрістің мақсаты: физика пәнініне кіріспе және механикадағы кинематикалық сипаттамалары мен заңдылықтарын ашып көрсету.

Механика – механикалық қозғалыстың заңдылықтарын және оны туындататын немесе өзгертетін себептерді зерттейтін физиканың бір бөлімі.

Механикалық қозғалыс – дененің және оның бөліктерінің бір-біріне қатысты кеңістікте орналасуының уақыт өте келе өзгеруіне байланысты болады.

Классикалық механикада жылдамдығы вакуумдегі жарық жылдамдығынан ($c=3\cdot10^8$ м/с) әлдеқайда аз болатын макроскопиялық денелердің қозғалысы қарастырылады. Жылдамдығын жарық жылдамдығымен салыстыруға болатын денелердің қозғалысы *релятивистік механикада* қарастырылады. Микроскопиялық денелердің (жеке атомдар және элементар бөлшектер) қозғалыстарын қарастыру үшін *кванттық механика* заңдылықтары қолданылады.

Кинематика – қозғалысты тудыратын немесе оны өзгертетін себептерге тәуелсіз қозғалыс заңдылықтарын қарастыратын механиканың бөлімі.

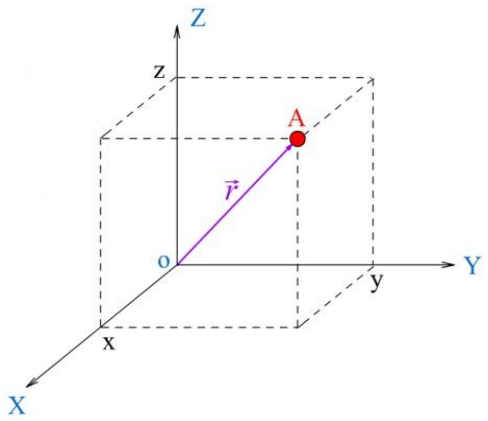
Қатты дененің әртүрлі орын ауыстыруын ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстардың қосындысы ретінде қарастыруға болады. *Ілгерілемелі қозғалыс* дегеніміз – денемен тығыз байланысқан кез келген түзу өзінің бастапқы қалпына параллель болып қалатын қозғалыс. Ал *айналмалы қозғалыста* дененің әрбір нүктесі шеңбер сызады, оның центрлері бір түзудің бойында жатады және оны айналу осі деп атайды.

Денелер кеңістікте және белгілі бір уақыт аралығында қозғалады. Материялық нүктенің қозғалыс күйі *санақ денесі* деп аталытын кез келген таңдап алынған денемен салыстырылып қарастырылады. Санақ денесімен байланысқан координаттар жүйесі мен сағат жиынтығын *санақ жүйесі* деп атайды.

1.1 Материялық нүкте қозғалысының кинематикалық сипаттамалары

Қозғалыс қашықтығымен салыстырғанда берілген дененің өлшемі мен пішіні өте кіші болса, оны материялық нүкте ретінде қарастыруға болады. Декарт координаттар жүйесінде (1.1 сурет) уақытқа тәуелді қозғалатын *A* материялық нүктенің орны үш кеңістік координаттарымен *x, y, z* немесе координат басы *O* нүктесінен *A* нүктесіне жүргізілген *радиус-вектор* $\vec{r}$ арқылы анықталады. Қозғалыс барысында оның координаттары уақыт өтуіне байланысты өзгереді. *Материялық нүктенің кинематикалық қозғалыс теңдеуін* векторлық және скаляр түрде жазуға болады:

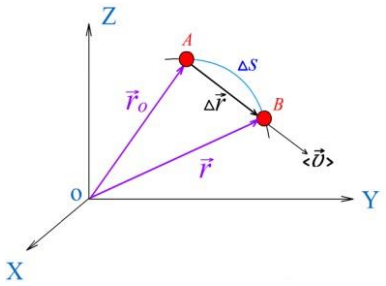
$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad \text{немесе} \quad x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t). \qquad (1.1)$$



1.1 сурет – Декарттық координаттар жүйесі

1.2 Траектория, жол ұзындығы, орын ауыстыру векторы

Берілген санақ жүйесінде қозғалыстағы дененің немесе материялық нүктенің басып өткен нүктелерінің жиының траектория деп атайды. Траекторияның пішініне байланысты қозғалыс *түзу сызықты* және *қисық сызықты* болып бөлінеді. Материялық нүктенің *AB* қисық сызықты траекториясы бойымен өткен қозғалысын қарастырайық (1.2 сурет). Қисық сызықты *AB* геометриялық нүктелер жиыны ΔS *жол ұзындығы* деп аталады. Бұл скаляр шама уақытқа тәуелді функция болады: $\Delta S = \Delta S(t)$



1.2 сурет - Материялық нүкте қозғалысы

Нүктенің бастапқы *A* күйінен соңғы *B* күйіне жүргізілген $\Delta\vec{r}$ векторы *орын ауыстыру векторы* деп аталады. Бұл шама Δt уақыт ішінде радиус- вектордың өзгеруіне тең $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$. Түзу сызықты қозғалыс кезінде орын ауыстыру векторы траекторияның сәйкес бөлігімен дәл келеді және орын ауыстыру векторының модулі жүрілген жол ұзындығына тең:

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta S. \qquad (1.2)$$

1.3 Жылдамдық

Жылдамдық – нүктенің берілген уақыт мезетінде қозғалыс бағыты мен жол өзгерісін анықтайтын векторлық шама. Жылдамдықтың сан мәні бірлік уақыт ішінде жолдың өзгерісіне тең.

Нүктенің *орташа жылдамдық векторы* $<\vec{\upsilon}> \Delta\vec{r}$ орын ауыстыру радиус-векторының Δt уақыт өзгерісіне қатынасымен анықталады:

$$<\vec{\upsilon}>=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (1.3)$$

Лездік жылдамдық $\vec{\upsilon}$ – қозғалыстағы нүктенің уақыт бойынша алынған $\vec{r}$ радиус-векторының бірінші туындысына тең векторлық шама:

$$\vec{\upsilon}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (1.4)$$

Жылдамдық векторының бағыты кез келген нүктеде траекториясына жүргізілген жанама бағытымен анықталады. Жылдамдық модулі мынадай өрнекпен анықталады:

$$\upsilon=\left|\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right|=\lim_{\Delta t\to o}\frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{dS}{dt}. \qquad (1.5)$$

Бұл өрнектен жол ұзындығын анықтауға болады:

$$S=\int_0^S dS=\int_{t_1}^{t_2}\upsilon\cdot dt \qquad (1.6)$$

Бірқалыпты қозғалыс кезінде ($\upsilon=const$) жолдың теңдеуі мына түрде жазылады:

$$S=\upsilon\cdot t. \qquad (1.7)$$

1.3 Үдеу және оның құраушылары

Үдеу – материялық нүкте жылдамдығының модуль және бағыт бойынша өзгеруін сипаттайтын векторлық шама.

Орташа үдеу векторы $<\vec{a}>$ берілген уақыт ішінде $\Delta\vec{\upsilon}$ жылдамдық өзгерісінің Δt уақытқа қатынасымен анықталады:

$$<\vec{a}>=\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}. \qquad (1.8)$$

Лездік үдеу – уақыт бойынша жылдамдық векторының бірінші туындысына немесе радиус-векторының уақыт бойынша екінші туындысына тең векторлық шама:

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}=\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \qquad (1.9)$$

Жоғарыдағы (1.5) теңдікті есепке ала отырып үдеу модулін анықтауға болады

$$a=\frac{d^2S}{dt^2} \qquad (1.10)$$

Үдеу тұрақты кездегі ($a=const$) қозғалыс *бірқалыпты айнымалы* деп аталады (бірқалыпты үдемелі, егер $a>0$ және бірқалыпты кемімелі, егер $a<0$). Бірқалыпты айнымалы қозғалыс үшін жолдың және жылдамдықтың өрнектері мына түрде жазылады:

$$S = \upsilon_0 t \pm \frac{at^2}{2} \qquad (1.11)$$

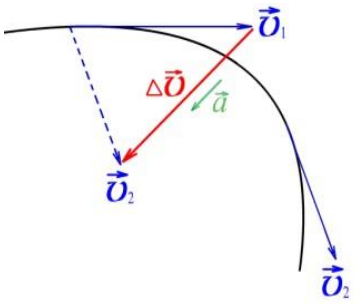
$$\upsilon = \upsilon_0 \pm at \qquad (1.12)$$

Бірқалыпты түзу сызықты үдемелі қозғалыс кезінде $\vec{a}$ векторының бағыты $\vec{\upsilon}$ векторының бағытымен сәйкес келеді, ал кемімелі қозғалыс кезінде оған қарама-қарсы болады.

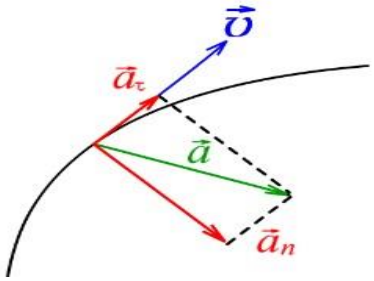
Қисық сызықты қозғалыс кезінде (1.3 сурет) $\Delta\vec{\upsilon}$ векторы, демек $\vec{a}$ векторы, траекторияның ойыс жағына қарай бағытталған болады. Үдеу $\vec{a}$ векторын екі құраушыға жіктейік (1.4 сурет): оның бірі $\vec{\upsilon}$ векторымен бағыттас болып тангенциалды үдеу ($\vec{a}_\tau$) және оған перпендикуляр нормаль үдеу ($\vec{a}_n$) деп аталады:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau . \qquad (1.13)$$

Тангенциал үдеу жылдамдықтың модулінің өзгеруін сипаттайды ($a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$), *нормаль үдеу* – жылдамдық векторының бағытының өзгеруін сипаттайды.



1.3 сурет - Қисықсызықты қозғалыс



1.4 сурет - Үдеудің екі құраушысы

Радиусы R шеңбер бойымен бірқалыпты айналу кезіндегі нормаль удеу модулі келесі формуламен анықталады:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}. \qquad (1.14)$$

Нүктенің толық үдеуінің модулі мынаған тең:

$$a = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2}. \qquad (1.15)$$

Әртүрлі ілгерілемелі қозғалыс кезіндегі үдеу құраушыларының мәндері 1.1-кестеде келтірілген.

1.1 кесте

Қозғалыс	Тангенциал үдеу a_τ	Нормаль үдеу a_n
Бірқалыпты түзу сызықты	0	0
Бірқалыпты айнымалы түзу сызықты	$a_\tau = a = const$	0
Бірқалыпты айналмалы	0	$a = a_n = const$
Бірқалыпты айнымалы қисықсызықты	$a_\tau = const$	$a_n \neq 0$

1.4 Айналмалы қозғалыс кинематикасы

Айналмалы қозғалысты сипаттаған кезде полярлық координаталарды R және φ қолданған ыңғайлы, мұндағы R-радиус (айналу центрінен нүктеге дейінгі қашықтық), φ - полярлық бұрыш (бұрылу бұрышы).

Бұрыштық орын ауыстыру – ауытқу векторы ($\Delta\vec{\varphi}$), оның модулі бұрылу бұрышына тең, бағыты оң бұранда әдісімен анықталады. Бұрылу бұрышы $\Delta\varphi$ аз болса, доғаның шамасы мына өрнекпен анықталады:

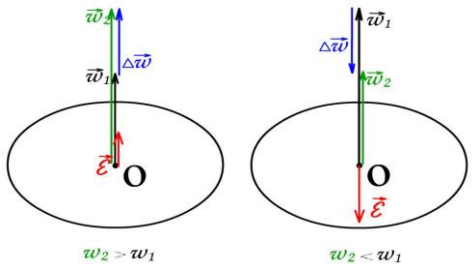
$$\Delta S = R \cdot \Delta\varphi. \tag{1.16}$$

Бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеудің өрнектері:

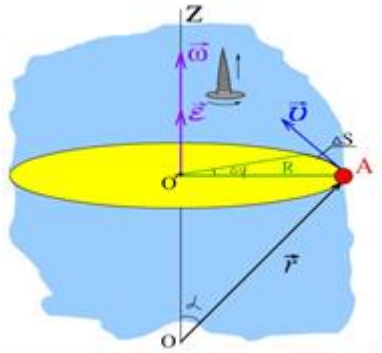
$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \tag{1.17}$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \tag{1.18}$$

мұнда $\vec{\omega}$ және $\vec{\varepsilon}$ векторы айналу осінде жатыр. $\vec{\omega}$ векторының бағыты $d\vec{\varphi}$ векторының бағытымен сәйкес келеді. Үдемелі қозғалыс кезінде $\vec{\varepsilon}$ векторы $\vec{\omega}$ векторымен бағыттас, ал кемімелі қозғалыс кезінде қарама-қарсы бағытталады (1.5 сурет).



1.5 сурет-$\vec{\omega}$ және $\vec{\varepsilon}$ векторларының бағыты



1.6 сурет–Қатты дененің айналмалы қозғалысы

Дененің бірқалыпты айналмалы қозғалысы кезінде бұрыштық айналу мен бұрыштық жылдамдық заңдылықтары келесі түрдегідей жазылады:

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \qquad (1.19)$$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \qquad (1.20)$$

Нүктенің түзу сызықтық және бұрыштық кинематикалық сипаттамалары арасындағы байланысты анықтайық. Егер Δt уақыт аралығында A нүктесі (1.6 сурет) ΔS доғасын жасаса , онда оның түзусызықты жылдамдық модулі ((1.5)және (1.6) өрнектерін ескере отырып) мынаған тең:

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = R \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega. \qquad (1.21)$$

Немесе векторлық түрде:

$$\vec{\upsilon} = \left[\vec{\omega}\,\vec{r}\right] \qquad (1.22)$$

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = R \cdot \varepsilon \quad \text{немесе} \quad \vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon}\,\vec{r}\right] \qquad (1.23)$$

1.2 кесте

Ілгерілмелі қозғалыс		Айналмалы қозғалыс		Сипаттамалар арасындағы байланыс
Радиус-вектор	$\vec{r}$	Айналу бұрышы	φ	
Орын ауыстыру векторы	$d\vec{r}$	Бұрыштық орын ауыстыру векторы	$d\vec{\varphi}$	
Жол ұзындығы	dS	Жол ұзындығы	dS	$dS = R \cdot d\varphi$
Жылдамдық	$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Бұрыштық жылдамдық	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$	$\upsilon = R \cdot \omega$, $\vec{\upsilon} = \left[\vec{\omega}\,\vec{r}\right]$
Үдеу	$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$	Бұрыштық үдеу	$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$	
Тангенц. үдеу	$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$			$a_\tau = R \cdot \varepsilon$, $\vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon}\,\vec{r}\right]$
Нормаль үдеу	$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$			$a_n = \omega^2 \cdot R$, $\vec{a}_n = -\omega^2 \cdot \vec{R}$

Нормаль үдеу

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 \cdot R \qquad \text{немесе} \qquad \vec{a}_n = -\omega^2 \cdot \vec{R} \tag{1.24}$$

1.2-кестеде ілгерілмелі және айналмалы қозғалыстар кезіндегі дененің кинематикалық сипаттамалары көрсетілген.

2 Дәріс № 2. Қатты дененің ілгерілмелі қозғалысының және материялық нүктенің динамикасы

Дәрістің мазмұны: механикалық қозғалыс себептері қарастырылады.

Дәрістің мақсаты: динамиканың негізгі мәселелерін түсіну және оны шешу әдістерінің маңыздылығын анықтау.

Динамика – дене қозғалыс заңдылықтарын және осы қозалысты тудыратын немесе өзгертетін себептерді зерттейтін механиканың бір саласы.

2.1 Ньютонның бірінші заңы – инерция заңы

Егер денеге басқа денелер әсер етпесе немесе олардың тең әсер етушісі нөлге тең болса, ол дене өзінің тыныштық күйін немесе бірқалыпты түзусызықты қозғалыс күйін сақтап қалады.

Денелердің тыныштық күйін немесе бірқалыпты түзусызықты қозғалысын сақтау қабілетін *инерттілік* деп атайды. Сондықтан бірінші заңды инерция заңы деп те атайды, ал басқа денелер әсер етпеген кездегі дене қозғалысы *инерция бойынша қозғалу* деп аталады.

Механикалық қозғалыс сипаттамасы таңдап алынған санақ жүйесіне байланысты. Ньютонның бірінші заңы кез келген жүйеде орындалмайтынын тәжірибе көрсетеді. Ньютонның бірінші заңы орындалатын жүйелер *инерциалды санақ жүйелері* деп аталады.

2.2 Күш. Масса

Күш – денеге басқа денелер жағынан немесе өрістер жағынан механикалық әсер етудің арқасында пайда болатын векторлық шама. Нәтижесінде күштің әсерінен дене өзінің қозғалыс күйін немесе өзінің өлшемін және пішінін өзгертеді.

Өзара әрекеттесу бір-бірімен тікелей түйісетін денелер арқылы, сондай-ақ бір-бірінен қашықта орналасқан денелер арасында гравитациялық және электромагниттік өріс арқылы орындалады.

Денеге әсер ететін бірнеше күшті, олардың геометриялық шамасының қосындысымен анықталатын, *тең әсер етуші* күшпен алмастыруға болады.

Дененің массасы–ілгерілемелі қозғалыс кезіндегі дененің инерттілігін сипаттайтын физикалық шама. Дененің массасы неғұрлым үлкен болса оның қозғалыс күйін өзгерту соғұрлым қиынға соғатыны дәлелденген. Классикалық ме-

ханикада дене массасының қозғалыс кезінде де, басқа денелермен әсерлесу кезінде де өзгермейтіні делелденген. Демек, масса классикалық физикада өзгермейтін шама–инвариант.

2.3 Ньютонның екінші заңы–материялық нүкте динамикасының негізгі заңы

Ньютонның екінші заңы тәжірибе жүзінде анықталды: *материялық нүктенің үдеуі оған әсер етуші күшке тура пропорционал және бағыттас, ал нүкте массасына кері пропорционал*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{2.1}$$

$m = const$ болғандықтан, Ньютонның заңын былай жазуға болады:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{\upsilon}) = \frac{d\vec{p}}{dt}, \tag{2.2}$$

мұндағы $\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$ - *импульс* немесе *материялық нүкте қозғалыс мөлшері.*

Демек, *материялық нүктенің импульсінің өзгеру жылдамдығы оған әсер етуші күшке тең.*

Динамиканың негізгі заңын мына түрде де жазуға болады:

$$d\vec{p} = \vec{F}\,dt \quad \text{немесе} \quad \Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_0^{t_1} \vec{F}dt \tag{2.3}$$

материялық нүкте импульсінің өзгерісі оған әсер етуші күш импульсіне тең.

2.4 Ньютонның үшінші заңы

Материялық нүктелердің бір-біріне тигізген кез келген әсері өзара әсерлік сипаттамаға ие болады: *екі материялық нүктенің өзара әсер күштері модулдері бойынша тең және оларды қосатын түзу бойымен қарама-қарсы бағытталған болады*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \tag{2.4}$$

Әсер етуші және қарсы әсер етуші күштердің табиғаты бір. Олар әртүрлі материялық нүктелерге әсер еткендіктен бір-бірін теңгермейді (F_{12} - екінші нүкте жақтан бірінші нүктеге әсер ететін күш, F_{21} -бірінші нүкте жақтан екіншіге әсер ететін күш).

2.5 Қатты дененің ілгерілмелі қозғалыс динамикасының негізгі заңы

Қатты денені – *механикалық жүйе* ретінде, яғни біртұтас жүйе құратын нүктелер жиынтығы ретінде қарастыруға болады. Механикалық жүйедегі материялық нүктелер арасындағы күштер *ішкі күштер* деп аталады. Материялық нүктелер жүйесіне басқа денелер әсерінен пайда болатын күшті *сыртқы* деп атайды. Сыртқы күш әсері болмайтын механикалық жүйе *тұйық жүйе (оқшауланған)* деп аталады.

Ньютонның екінші және үшінші заңын бірге қолдану жеке нүкте динамикасынан материялық нүктелер жүйесінің динамикасына көшуге мүмкіншілік береді.

Қатты дененің ілгерілмелі қозғалыс динамикасының негізгі заңын мына түрде көрсетуге болады:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{сырты} \qquad \text{немесе} \qquad \vec{a} = \frac{\vec{F}^{сырты}}{m} \tag{2.5}$$

2.6 Механикадағы күш түрлері

1. Тартылыс күші (гравитациялық күш).

Бүкіл әлемдік тартылыс заңы бойынша әртүрлі екі материалдық нүктелер бір-біріне белгілі бір күшпен тартылады, ол күш олардың массаларының көбейтіндісіне тура пропорционал (m_1 және m_2) және арақашықтығының r квадратына кері пропорционал:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{2.6}$$

мұндағы $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$ - гравитациялық тұрақтылық.

Денені Жерге тарту күші *ауырлық күші* $\vec{P}$ деп аталады. Тек бір ғана ауырлық күшінің әсерінен жоғарыға көтерілген дене жерге құлайды. Осыдан,

$$\vec{P} = m\vec{g}, \tag{2.7}$$

мұндағы m –дене массасы;

g –еркін түсу үдеуі.

Егер Жердің өз өсі бойынша күндік айналуын ескермесек, онда ауырлық күші гравитациялық тартылыс күшіне тең болады:

$$mg = \gamma \frac{m M}{R_Ж^2}, \tag{2.8}$$

мұндағы M және $R_Æ$ – Жердің массасы мен радиусы (Жер бетіне жақын жерде дене мен Жер центрінің арақашықтығы жуықтағанда оның радиусына тең).

Соңғы теңдеуден g - н анықтап, сан мәндерін қойғанда Жер бетіне жақын нүктелер үшін еркін түсу үдеуінің сан мәні келіп шығады:

$$g = \gamma \frac{M}{R_Ж^2} \approx 9{,}81 \frac{м}{c^2}.$$

Дене салмағы деп дененің Жерге тартылу күшінің әсерінен тірекке немесе аспаға түсіретін күшті айтамыз.

Ауырлық күші әрқашан әсер етеді, ал салмақ денеге ауырлық күшінен басқа да күштер әсер еткенде пайда болады. Жерге қатысты дененің үдеуі нөлге тең болғанда ауырлық күші дененің салмағына тең болады. Ал керісінше болған жағдай $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$, мұндағы $\vec{a}$ - дененің Жерге қатысты үдеуі. Егер дене ауырлық күші өрісінде еркін қозғалатын болса, онда $\vec{a} = \vec{g}$ және дененің салмағы нөлге тең болады, яғни дене салмақсыз болады.

2. Дененің үйкеліс күші дене беті басқа денемен үйкелетін болса пайда болады:

$$F_{үйк} = kN \tag{2.9}$$

мұндағы k -бір-бірімен үйкелетін дененің табиғатына байланысты пайда болатын дененің үйкеліс коэффициенті;

N –үйкелетін беттерді бір-біріне қысатын нормаль (перпендикуляр) қысым күші. Үйкеліс күші үйкелетін беттерге жанама бойлап бағытталып дене қозғалысына қарама-қарсы бағытталған болады.

3. Серпімділік күші деформацияланған денелердің бір-біріне әсерінен пайда болады. Ол дене бөлшектерінің тепе-теңдік жағдайынан ауытқу шамасына x пропорционал және тепе-теңдік жағдайға қарай бағытталған. Оған серіппенің созылу немесе сығылу кезіндегі деформацияның серпімділік күші мысал болады:

$$F = -kx, \tag{2.10}$$

мұндағы k - серіппенің қатаңдығы; x -серпімділік деформациясы.

2.7 Энергия, күш жұмысы, қуат

Энергия – әртүрлі қозғалыс кезіндегі материяның күйін сипаттайтын шама. Материяның әртүрлі қозғалысымен әртүрлі энергияларды байланыстырады. Олар: механикалық, жылулық, электромагниттік және т.б.

Дененің механикалық қозғалысының өзгерісі, сонымен қатар осы қозғалыстың энергиясы, оған әсер ететін басқа денелер күшінің әсерінен болады.

Осы күштер жұмыс атқарады. *Күш жұмысы* қозғалыстың берілу шамасымен немесе бір денеден екінші денеге өтетін энергия шамасымен сипатталады.

$$\delta A = (\vec{F} \cdot \vec{dr}) = F \cdot |dr| \cdot \cos\alpha = F \cdot dS \cdot \cos\alpha = F_S \cdot dS, \qquad (2.11)$$

мұндағы $dS = |dr|$ - dt аз уақыт аралығындағы орын ауыстыру;

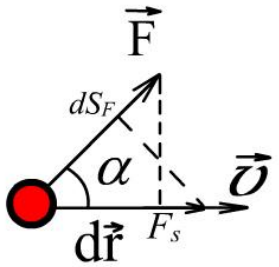
α –нүктеге F әсер күшінің бағыты мен $d\vec{r}$ орын ауыстыруының бағыты арасындағы бұрыш $F_S = F\cos\alpha$ - $\vec{F}$ күшінің $d\vec{r}$ бағытына проекциясы (немесе $\vec{\upsilon}$);

$dS_F = dS \cdot \cos\alpha$ - $d\vec{r}$ орын ауыстыруының $\vec{F}$ күшіне бағытталған проекциясы (2.1 сурет).

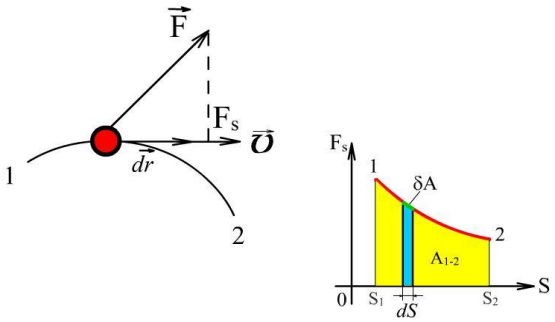
Дене 1 нүктеден 2 нүктеге дейінгі траектория бойында $\vec{F}$ күштің A_{1-2} жұмысы осы траекториядағы барлық шексіз кіші элементар жұмыстардың алгебралық қосындысына тең:

$$A_{1-2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{S_1}^{S_2} F_S \cdot dS = \int_{S_1}^{S_2} F \cdot dS_F \qquad (2.12)$$

Егер $F_S = f(S)$ тәуелділігі графиктік түрде берілсе (2.2 сурет), жұмыс A_{1-2} штрихталған фигураның ауданымен анықталады.



2.1 сурет- $d\vec{r}$ орын ауыстыруының $\vec{F}$ күшіне бағытталған проекциясы



2.2 сурет - Жұмыстың графиктік анықтамасы

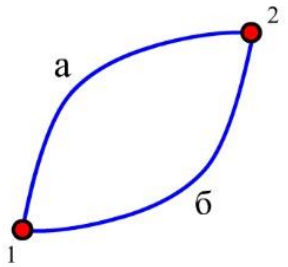
Жұмыс жасайтын күштер екіге бөлінеді: консервативті және консервативті емес.

Егер күштің жұмысы дененің бастапқы және соңғы күйімен ғана анықталатын болса, яғни оның траекториясына тәуелді болмаса, мұндай күштерді к*онсервативті (потенциалды)* деп атайды, олар үшін жұмыс әртүрлі жолдарда бірдей болады:

$$A_{1-a-2} = A_{1-б-2} = A_{1-2},$$

мұндағы A_{1-a-2} және $A_{1-б-2}$ - нүкте 1 орыннан 2 орынға $1-a-2$ және $1-b-2$ траекториялары бойынша орын ауыстырған кездегі потенциалды күштің жұмысы (2.3 сурет).

Нүктенің қарама-қарсы бағыттағы қозғалысы проекциялық күштің F_S бағытын өзгертеді және оның жұмысының таңбасы өзгереді: $A_{2-б-1} = -A_{1-б-2}$. Сондықтан да потенциалды күштің тұйық $1-a-2-b-1$ траекториядағы жұмысының қосындысы нөлге тең:



2.3 сурет - 1 нүкте 2 нүктемен орын ауыстырған кездегі потенциалдық күштің жұмысы

$$(A_{1-a-2-b-1} = A_{1-a-2} + A_{2-b-1} = A_{1-a-2} - A_{1-b-2} = 0).$$

1-ші және 2-ші нүкте және тұйықталған $1-a-2$ және $1-b-2$ траекториялары еркін таңдалған. Сондықтан, *әртүрлі тұйық траекториядағы нүктенің потанциалды күшінің толық жұмысы нөлге тең.*

$$\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0. \qquad (2.13)$$

Потенциалды (консервативті) күшке ауырлық күшін, электр зарядтарының өзара әсерлесу күшін, серіппенің серпімділік күшін жатқызуға болады.

Егер күш әсері нәтижесінде тұйық жүйені кез келген орын ауыстыруда атқарылған қосынды жұмыс теріс болса, мұндай күштер диссипативтік кедергі күшітер к*онсервативті емес (потенциалды емес)* деп аталады (мысалы, үйкеліс күштері). Олардың әсерінен жүйенің механикалық энергиясының бір бөлігі энергияның басқа түріне, мысалы жылулық энергиясына ауысады. Егер материалдық нүктеге бір уақытта бірнеше күш әсер етсе $\vec{F}_1, \vec{F}_2 .....\vec{F}_n$, онда олардың dt уақыт ішінде қорытынды жұмысы әр күш атқаратын жұмыстың алгебралық қосындысына тең:

$$\delta A = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i = \vec{F} \cdot d\vec{r}, \qquad (2.14)$$

мұнда $d\vec{r}$ –нүктенің dt уақыт бойынша радиус-векторының өзгерісі, $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$.

Атқарылған жұмыстың жылдамдығын сипаттау үшін *қуат* деген ұғым енгіземіз:

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{\upsilon} \qquad (2.15)$$

3 Дәріс № 3. Қатты дененің айналмалы қозғалыс динамикасы және оның негізгі теңдеуі

Дәрістің мазмұны: қатты дене динамикасы.

Дәрістің мақсаты: қатты дене динамикасы сипаттамаларының мәнін ашып көрсету және оның негізгі теңдеуін қорыту.

3.1 Күш моменті

Дене айналу үшін оған түсірілетін күш оське байланысты момент тудыруы қажет. $\vec{F}$ *күшінің моменті деп қозғалмайтын O* (3.1 сурет) *нүктесіне қатысты* векторды айтамыз.

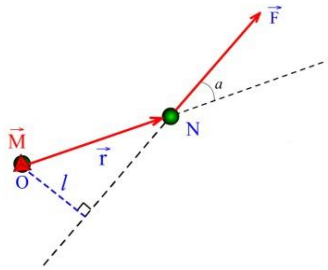
$$\vec{M} = \left[\vec{r}\,\vec{F}\right] \tag{3.1}$$

мұндағы $\vec{r}$ - күштің түсірілу нүктесінің радиус-векторы. $\vec{M}$ векторы *O* нүктесі арқылы өтеді. Ол сурет жазықтығына перпендикуляр және бізге қарай бағытталған.

Күш моментінің модулінің теңдеуі:

$$M = r \cdot F \cdot \sin\alpha = F \cdot l, \tag{3.2}$$

мұндағы $l = r\sin\alpha$ - күш иині деп аталады (*O* нүктесінен күш сызығына жүргізілген перпендикуляр).

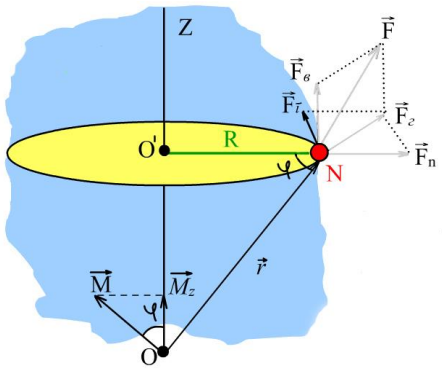


3.1 сурет - Күш моменті

Қозғалмайтын *Z* ось айналасында дене айналған кезде айналу моментін оған әсер етуші бір ғана күштің құраушысы тудырады (3.2 сурет), дәлірек айтқанда $\vec{F}_\tau$ - нүкте траекториясына жүргізілген жанама.

Демек, $\vec{F}$ күшінің моменті *O коорданат басына байланысты* мынаған тең:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\,\vec{F}_\tau\right]. \tag{3.3}$$



3.2 сурет-Қозғалмайтын Z осі бойымен дененің айналуы $\vec{M}$ векторының бағыты суретте көрсетілген.

Оның модулі мынаған тең:

$$M = F_\tau \cdot r \tag{3.4}$$

Z осі бойынша $\vec{M}_z$ *күш моменті* (3.2 сурет) $\vec{M}$ векторының осы оське түсірілген проекциясы.

Ол Z *осі бойынша* бағытталған, нақты нүктесі жоқ, оның модулі мынаған тең:

$$M_Z = M\cos\varphi = F_\tau \cdot r \cdot \cos\varphi = F_\tau \cdot R, \tag{3.5}$$

мұндағы R – Z айналу осінен $\vec{F}_\tau$ күш сызығына дейінгі қашықтық.

3.2 Дененің инерция моменті

Дененің инерция моменті-дененің айналу кезіндегі инерттілігін сипаттайтын шама.

Ілгерілмелі қозғалыс динамикасында дененің инерттілігін оның массасы анықтайды. Дененің айналмалы қозғалыс динамикасындағы қасиеттері ілгерілмелі қозғалысқа қарағанда күрделі болады.

Материялық нүктенің J_Z *инерция моменті* айналу осі бойынша нүкте массасының m нүктеден осы оське дейінгі R арақашықтығының квадратына көбейтіндісіне тең:

$$J_Z = m \cdot R^2 \tag{3.6}$$

Дененің инерция моменті айналу осіне байланысты оның барлық материялық нүктелерінің инерция моменттерінің қосындысына тең:

$$J_Z = \lim_{\Delta m \to 0} \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot R_i^2 \tag{3.7}$$

Айналмалы қозғалыс кезіндегі дененің инерттілігіне дене пішіні мен геометриялық өлшемі, айналу осінен қандай қашықтықта орналасуы, массаның көлемдік орналасуы әсер етеді.

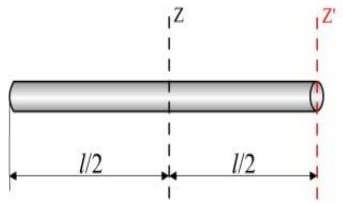
3.1-кестеде кейбір дұрыс геометриялық пішінді денелердің инерция моменттері келтірілген.

3.1 кесте

Дене	Айналу осінің орналасуы	Инерция моменті
Қуыс жұқа қабырғалы радиусы R цилиндр	Симметрия осі	mR^2
Радиусы R тұтас цилиндр немесе дискі	Симметрия осі	$\frac{1}{2}mR^2$
Ұзындығы l жіңішке стержень	Ось стерженнің ортасы арқылы өтеді және оған перпендикуляр.	$\frac{1}{12}ml^2$
Радиусы R тұтас шар	Симметрия осьі	$\frac{2}{5}mR^2$

Егер айналу осі дененің масса центрі арқылы өтпейтін болса, оның инерция моменті *Штейнер теоремасы* арқылы анықталады. *Штейнер теоремасы* кез келген оське қатысты дененің инерция моментін J_Z осы оське параллель және массалар центрі арқылы өтетін оське қатысты дененің J_C инерция моментін осы осьтер арақашықтығының квадратын дене массасына көбейтіп қосқанға тең:

$$J_Z = J_C + m \cdot a^2 \qquad (3.8)$$



3.3 сурет - Біртекті жіңішке стержень

Мысалы, біртекті жіңішке ұзындығы l массасы m стерженнің инерция моменті (3.3 сурет) Z' осіне қатысты мынаған тең:

$$J_{Z'} = J_C + ma^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\frac{l^2}{4} = \frac{1}{3}ml^2 . \qquad (3.9)$$

Айналу осін массалар центрінен стержень ұшына көшірсек, оның инерция моменті 4 есе артады.

3.3 Айналмалы қозғалыстағы дененің жұмысы және кинетикалық энергиясы

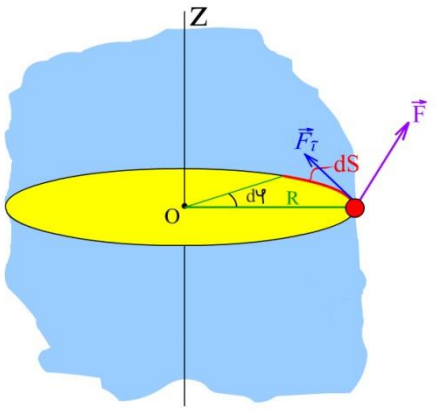
Қатты денеге $\vec{F}$ күші әсер етсін. Жоғарыда Z осьіне байланысты әсер етуші $\vec{F}$ күштің дене қозғалыс траекториясына жанама құраушысы $\vec{F}_Z$ қана айналдырушы момент тудыратынын көрсеткен едік. Өте кіші dt уақыт ішінде де-

не шексіз кіші $d\varphi$ бұрышқа бұрылады. Күш түскен нүкте $dS = R \cdot d\varphi$ жолға ығысады (3.4 сурет). Күштің $\vec{F}_Z$ құраушысы dS доғаға жанама бойынша болып, оның *жұмысы* мына өрнекпен анықталады:

$$\delta A = F_\tau \cdot dS = F_\tau R \cdot d\varphi = M_Z \cdot d\varphi \qquad (3.10)$$

Айналмалы дененің кинетикалық энергиясы оның бөлшектерінің кинетикалық энергияларының қосындысына тең және $(\upsilon_i = R_i \cdot \omega)$ өрнекті ескеріп, энергия үшін мына теңдеуді жазуға болады:

$$E_к = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \cdot \upsilon_i^2}{2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \cdot \omega^2}{2} R_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot R_i^2 = \frac{J_Z \cdot \omega^2}{2}. \qquad (3.11)$$



3.4 сурет - Айналушы дененің жұмыс анықтамасы

Дененің жазықтық бойынша қозғалысы кезінде, мысалға цилиндрдің ілгерілемелі кинетикалық энергиясы және айналмалы қозғалыс энергиясы қосылады:

$$E_K = \frac{m \cdot \upsilon_C^2}{2} + \frac{J_C \cdot \omega^2}{2}, \qquad (3.12)$$

мұнда m –айналушы дененің массасы;

υ_C –дененің массалар центрінің жылдамдығы;

J_C –массалық центрі арқылы өтетін оське қатысты дененің инерция моменті;

ω –айналу бұрыштық жылдамдығы.

3.4 Қатты дененің айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі теңдеуі

Айналмалы қозғалыста $\vec{F}^{сырты}$ күштің әсерінен дененің $d\varphi$ бұрышына бұрылуы кезіндегі күш жұмысы (3.10) оның кинетикалық энергиясының (3.11) артуына әкеліп соғады:

$$\delta A = dE_к, \; M_Z^{сырты} \cdot d\varphi = d\left(\frac{J_Z \cdot \omega^2}{2}\right) = J_Z \omega \cdot d\omega \text{ немесе } M_Z^{сырты} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = J_Z \, \omega \frac{d\omega}{dt} = J_z \frac{d\varphi}{dt} \varepsilon;$$

$$M_Z^{сырты} = J_Z \cdot \varepsilon \qquad \text{немесе} \qquad \vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}_Z^{сыртқы}}{J_Z}. \qquad (3.13)$$

Қатты дененің айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі теңдеуі: *айналушы дененің бұрыштық үдеуі денелерге түсірілген күш моменттерінің қосындысына тура пропорционал, ал дененің айналу осіне қатысты инерция мо-*

ментіне кері пропорционал. Келтірілген (3.13) өрнектен көретініміз айналу осіне қатысты дененің инерция моменті тұрақты болса ($\vec{M}_Z^{сырты} = const$), онда ($J_z = const$) бұрыштық үдеу де тұрақты $\vec{\varepsilon} = const$. Егер $\vec{M}_Z^{сырты}$ =0, онда $\vec{\varepsilon} = 0$ - дене бірқалыпты айналады.

4 Дәріс № 4. Механикадағы сақталу заңдар

Дәрістің мазмұны: механикадағы сақталу заңдарын қарастырады.

Дәрістің мақсаты: импульстің, энергияның, импульс моментінің сақталу заңдарын түсіну.

4.1 Импульстің сақталу заңы

Тұйық жүйеге сыртқы күштер әсер етпейді ($\vec{F}^{сырты} = 0$). Сондықтан да динамиканың негізгі заңынан (2.5) мынадай өрнек келіп шығады:

$$d\vec{p} = 0 \qquad \text{немесе} \qquad \vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{\upsilon}_i = const \tag{4.1}$$

Тұйық жүйедегі материялық нүктелер импульсі уақыт бойынша өзгермейді.

Бұл табиғаттың іргелі заңы. Ол кеңістіктің біртекті болуының салдары: денені тұйық жүйеде параллель көшіргенде оның физикалық қасиеттері өзгермейді.

4.2 Механикалық энергияның сақталу заңы

Консервативті жүйедегі толық механикалық энергия уақыт бойынша өзгермейді:

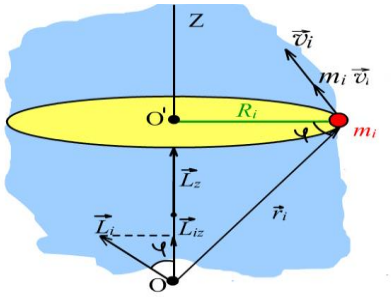
$$E_k + E_n = E = const\,. \tag{4.2}$$

Жүйенің энергиясы бір түрден екінші түрге өтіп, жүйе бөлшектерінің арасына бөлінеді бірақ, жүйенің толық энергиясының өзгерісі барлық процесте де осы жүйеге сырттан алынған энергияға тең болады. Бұл табиғаттың іргелі заңының бірі. Бұл заң табиғатта уақыттың біртектілігінен келіп шығатын салдар болып, уақыттың бастапқы мезетіне салыстырғанда физикалық заңдардың инвариант (өзгермейтіндігін) екендігін көрсетеді.

4.3 Импульс моменті және оның сақталу заңы

Массасы m_i қатты дененің кішкентай бөлшегін қарастырайық. Оның жылдамдығы $\vec{\upsilon}_i$ және оған қатысты импульсі $\vec{p}_i = m_i \cdot \vec{\upsilon}_i$ нүкте траекториясына жанама бойымен бағытталған.

Қозғалмайтын О нүктесіне қатысты импульс моменті векторы $\vec{L}_i$ *материялық нүктенің радиус-векторы* $\vec{r}_i$ *мен оның импульсінің* $\vec{p}_i$ *векторлық көбейтіндісіне тең физикалық шама:*



4.1 сурет-Импульс моментін анықтау

$$\vec{L}_i = \left[\vec{r}_i\,\vec{p}_i\right] = \left[\vec{r}_i\,m_i\,\vec{\upsilon}_i\right]. \qquad (4.3)$$

Импульс моменті векторы $\vec{L}_i$ векторлық көбейтінді ережесі арқылы анықталып, айналу осі бойында жатады, ал оның модулі мына өрнекпен анықталады:

$$L_i = r_i \cdot m_i \upsilon_i. \qquad (4.4)$$

Материялық нүктенің Z *осіне қатысты импульс моменті векторы* $\vec{L}_{iZ}$ осы $\vec{L}_i$ векторының айналу осіне түсірілген проекциясы арқылы анықталады. Ол айналу осінде жатыр және оның модулі мына теңдеу арқылы анықталады:

$$L_{iZ} = L_i \cos\varphi = r_i \cdot m_i \upsilon_i \cos\varphi = R_i \cdot m_i \upsilon_i\,. \qquad (4.5)$$

Қатты дененің Z *осіне қатысты* $\vec{L}_Z$ *импульс моменті векторы* барлық нүктелерінің $\vec{L}_{iZ}$ векторларының қосындысына тең. Барлық векторлар айналу осінде жатыр және бірдей бағытталған. Олардың модулі мынаған тең.

$$L_Z = \sum_{i=1}^{n} m_i\,\upsilon_i\,R_i = \sum_{i=1}^{n} m_i\,R_i^2\,\omega = \omega\sum_{i=1}^{n} m_i\,R_i^2 = J_z\omega \qquad (4.6)$$

(4.6) теңдігін векторлық түрде былай жазуға болады:

$$\vec{L}_Z = J_Z \cdot \vec{\omega} \qquad (4.7)$$

(4.7) уақыт бойынша дифференциалдап ($J_Z = const$) (4.4) мына өрнекті аламыз:

$$\frac{d\vec{L}_Z}{dt} = J_Z \frac{d\vec{\omega}}{dt} = J_Z \cdot \vec{\varepsilon} = \vec{M}_Z^{сырты} \qquad (4.8)$$

Бұл қатты дененің айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі заңының бір түрі: *ось бойымен қатты дененің айналу кезіндегі импульс моменті* $\vec{L}_Z$ *уақыт бойынша туындысы сол денеге әсер ететін сыртқы күштердің моменті-не* ($\vec{M}_Z^{сырты}$) *тең.* Соңғы теңдікті былай жазуға болады:

$$d\vec{L}_Z = \vec{M}_Z^{сырты} \cdot dt \qquad (4.9)$$

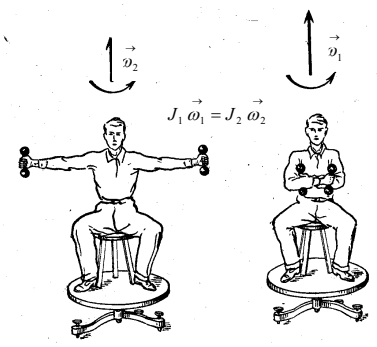
Айналушы дененің импульс моментінің өзгерісі оған әсер етуші сыртқы күштердің әсерінен болады. Тұйық жүйеде сыртқы күштердің моменті $\vec{M}_Z^{ñûðòû}$ нөлге тең:

$$\frac{d\vec{L}_Z}{dt} = 0 \quad \text{және} \quad \vec{L}_Z = const. \qquad (4.10)$$

Бұл теңдік импульс моментінің сақталу заңын құрайды*: қозғалмайтын оське қатысты дененің импульс моменті тұйық жүйеде тұрақты болып, уақыт бойынша өзгермейді.*

Бұл тұжырым табиғаттың іргелі заңдарының бірі болып, кеңістіктің изотропты (барлық бағыттар тең құқықты) екендігінің салдары, яғни табиғатта оқшауланған бағыттың жоқ екендігін көрсетеді. Тұйық жүйенің бұрылуы оның механикалық қасиеттерін өзгерте алмайды. $\vec{L}_Z = J_Z \cdot \vec{\omega}$, онда тұйық жүйе үшін теңдік:

$$J_Z \cdot \vec{\omega} = const. \qquad (4.11)$$



4.2 сурет

Егер дененің инерция моменті өзгермейтін болса, онда дене тұрақты бұрыштық жылдамдықпен қозғалыс жасайды ($J_Z = const$), ($\omega = const$). Егер J_Z шамасы өзгерсе, онда ω шамасы да өзгереді. Егер J_Z артса, онда Импульс моментінің сақталу заңын Жуковскийдің тәжірибесінен көз жеткізуге болады (4.2 сурет).

4.1 кесте

Ілгерілемелі қозғалыс		Айналмалы қозғалыс	
Масса	m	Инерция моменті	$J = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot R_i^2$
Күш	$\vec{F}$	Күш моменті	$\vec{M} = \left[\vec{r}\,\vec{F}\right]; M = F \cdot l$;

			$\vec{M}_z = \left[\vec{R}\,\vec{F}_\tau\right]$; $M_z = F_\tau \cdot R$
Импульс	$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{\upsilon}_i$ $\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}_c$	Импульс моменті	$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \left[\vec{r}_i\,\vec{p}_i\right]$; $\vec{L}_z = \sum_{i=1}^{n} \left[\vec{R}_i\,\vec{p}_i\right]$ $\vec{L}_z = J_z \cdot \vec{\omega}$
Динамиканың негізгі теңдігі	$\vec{a} = \frac{\vec{F}^{сырты}}{m}$ $\vec{F}^{сырты} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	Динамиканың негізгі теңдіктері	$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}_Z^{сырты}}{J_Z}$ $\vec{M}_Z^{сырты} = \frac{d\vec{L}_z}{dt}$
Жұмыс	$\delta A = F_S \cdot dS$	Жұмыс	$\delta A = M_z \cdot d\varphi$
Кинетикалық энергия	$E_к = \frac{m \cdot \upsilon^2}{2}$	Кинетикалық энергия	$E_к = \frac{J_z \cdot \omega^2}{2}$

5 Дәріс № 5. Тұтас орта механикасының элементтері

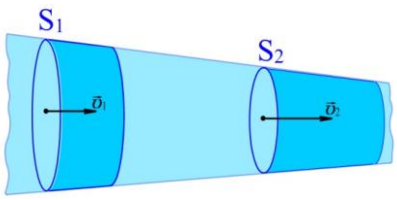
Дәрістің мазмұны: тұтас орта механикасына қысқаша шолу жасалады.

Дәрістің мақсаттары: тұтас орталар механикасының элементтерімен танысу; газдар мен сұйықтардың жалпы қасиеттері мен заңдылықтарын ашып көрсету.

Гидродинамика–сұйық орта қозғалыстарының заңдылықтарын және оның денелермен әрекеттесуін зерттейтін механиканың бір саласы.

5.1 Ағынның үздіксіздік теңдеуі

Ағын түтігі бойынан бөлшек жылдамдығының $\vec{\upsilon}_1$ және $\vec{\upsilon}_2$ бағытына перпендикуляр (5.1 сурет) S_1 және S_2 қиманы қарастырайық. Аз уақыт аралығында Δt қималар арқылы өтетін сұйық көлемдері. $S_1 \cdot \upsilon_1 \cdot \Delta t$ және $S_2 \cdot \upsilon_2 \cdot \Delta t$.



5.1 сурет - Ағын түтігі

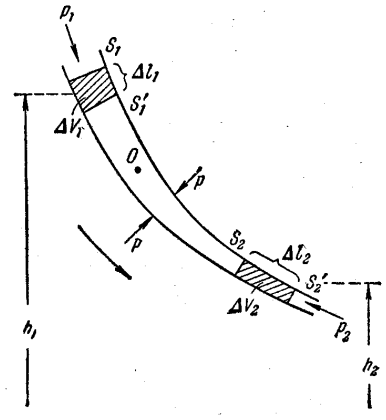
Сұйық сығылмайды деп есептесек, онда бұл көлемдер бір-біріне тең:

$$S_1 \cdot \upsilon_1 = S_2 \cdot \upsilon_2 \qquad \textit{немесе} \qquad S \cdot \upsilon = const. \tag{5.1}$$

Осы өрнекті *ағынның үздіксіздік теңдеуі* деп атайды. *Ағын түтігі көлденең қимасының сұйық ағысының жылдамдығына көбейтіндісі тұрақты шама.*

5.2 Бернулли теңдеуі

Көлбеу орналасқан өте кіші қималардағы S_1 және S_2 идеал сұйықтың қозғалысын қарастырайық (5.2 сурет).



5.2 сурет

Ағын түтігі қабырғаларымен және S_1, S_2 қималармен шектелген сұйық көлемі Δt уақыт ішінде белгілі-бір қашықтыққа ығысады. Ығысу нәтижесінде S_1 қима $l_1 = \upsilon_1 \cdot \Delta t$, ал S_2 қима $l_2 = \upsilon_2 \cdot \Delta t$ қашықтықтарға жылжиды. Ағын үзіліссіз болғандықтан ол көлемдер бірдей болады $\Delta V = S_1 \upsilon_1 \Delta t = S_2 \upsilon_2 \Delta t$, яғни қималарға ағып кіретін және шығатын сұйық массалары бірдей болады ($m = \rho \cdot \Delta V$).

Кірістегі (S_1 қима) және шығыстағы (S_2 қима) сұйық массаларының толық энергияларын мына түрде жазуға болады (кинетикалық және потенциалдық):

$$E_1 = \frac{m\upsilon_1^2}{2} + mgh_1 \quad \text{және} \quad E_2 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} + mgh_2 .$$

Қималар арасында қосымша энергия пайда болмайды, сондықтан олар арасындағы энергияның өзгерісі:

$$\Delta E = \frac{m\upsilon_2^2}{2} + mgh_2 - \frac{m\upsilon_1^2}{2} - mgh_1 \tag{5.2}$$

Қималарда әсер етуші күштердің $F_1 = p_1 S_1$ және $F_2 = p_2 S_2$ жұмысына тең:

$$A = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = (p_1 - p_2)\Delta V \tag{5.3}$$

Энергия өзгерісі мен жұмысты теңестіріп $m = \rho \cdot \Delta V$ екендігін еске алсақ, теңдіктегі ΔV қысқарып кетеді. Бірдей индекстегі шамаларды теңдіктің екі жағына жинақтасақ мынадай өрнек келіп шығады:

$$\frac{\rho \upsilon_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho \upsilon_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \tag{5.4}$$

Қималарды ток түтікшесінің кез келген нүктесінен алуға болатындықтан соңғы теңдеуді мына түрде жазуға болады:

$$\frac{\rho \cdot \upsilon^2}{2} + \rho\, g\, h + p = const. \qquad (5.5)$$

Бұл өрнек *гидродинамиканың негізгі теңдеуі* болып есептеледі де *Бернулли теңдеуі* деп аталады. Мұндағы p - *статикалық,* $\frac{\rho \cdot \upsilon^2}{2}$ – *динамикалық,* $\rho\, g\, h$ - *гидростатикалық қысымдар* деп аталады, ал олардың қосындысы *толық қысым* болады. Демек, *стационар ағынындағы идеал сұйықтың ток түтікшесінің кез келген қимасындағы қысым бірдей болады.*

Күнделікті тәжірибеге байланысты бұл теңдеуді екі жағдайда қарастыруға болады: сұйықтың горизонтал ағыны және ыдыстың өте кіші тесігінен ағыны.

5.3 Тұтқырлық

Тұтқырлық деп нақты сұйықтықтардың қабаттар арасында ішкі үйкеліс құбылысының пайда болуы айтылады. Бұл жағдайда сұйықтықтың қабаттары арасында олардың беттеріне жанама бағытта ішкі үйкеліс күші пайда болады. Ньютонның зерттеулері бойынша бұл күштің шамасы мынадай өрнекпен анықталады:

$$F_{үйк} = \eta \frac{d\upsilon}{dz} \cdot S, \qquad (5.6)$$

мұндағы $\frac{d\upsilon}{dz}$ – жылдамдық градиенті, ол Z осьі бағытында бір қабаттан екіншісіне өткен кезде жылдамдық қалай тез өзгеретінін көрсетеді;

S –жанасатын қабаттардың бетінің ауданы;

η –динамикалық тұтқырлық коэффициенті.

Ішкі үйкеліс күшінің шамасы қабаттарының беттесу ауданына және жылдамдықтың градиентіне пропорционал.

6 Дәріс № 6. Тербелістер

Дәрістің мазмұны: дәрісте механикалық және электромагниттік тербелістерге шолу жасалады.

Дәрістің мақсаты: тербеліс және оның негізгі сипаттамаларын оқып үйрену.

Тербеліс деп белгілі уақыт өткен сайын қайталанып отыратын қозғалыстар мен процестерді айтады. Тербелістер физикалық табиғатына қарай *механикалық, электрмагниттік, электрмеханикалық және т.б.* болып бөлінеді.

Еркін тербелістер деп жүйенің өз энергиясы есебінен жүретін тербелістерді айтады. *Еріксіз тербеліс*тер деп сыртқы периодты күш әсерінен жүретін тербелістерді айтады.

6.1 Механикалық гармониялық тербелістер және олардың сипаттамалары

Материялық нүктенің тепе-теңдіктен ауытқуы уақыт бойынша синус немесе косинус заңына сәйкес өзгеретін болса, ондай тербелістерді *гармониялық тербелістер* деп атайды:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \alpha_0), \qquad (6.1)$$

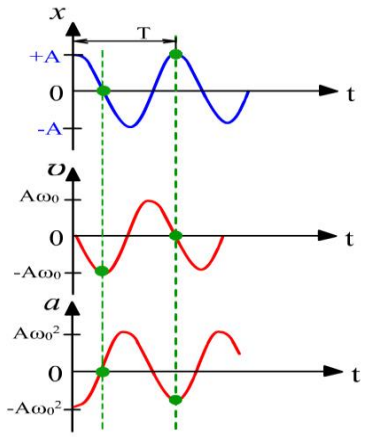
мұндағы A – *тербеліс амплитудасы* (нүктенің тепе-теңдіктен ең үлкен ауытқуы);

$(\omega_0 t + \alpha_0) - t$ уақыттағы *тербеліс фазасы*;

ω_0 –*циклдік жиілік*;

α_0–бастапқы фаза, $t = 0$ болғандағы *тербеліс фазасы*.

Нүктенің жылдамдығы мен үдеуі де х сияқты ω_0 жиілікпен гармониялық тербеліс жасайды (6.1сурет):



6.1 сурет - Гармониялық тербелістер. *Орын ауыстыру, жылдамдық және үдеу графиктері.*

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha_0) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0 + \frac{\pi}{2}); \qquad (6.2)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha_0 + \pi). \qquad (6.3)$$

Олардың амплитудалары сәйкесінше $A\omega_0$ және $A\omega_0^2$. Жылдамдық фазасы ығысу фазасынан $\frac{\pi}{2}$ алда, ал үдеу мен ығысу қарама-қарсы фазада болады. *Механикалық гармониялық тербелістердің* дифференциалдық теңдеуін (6.3) түрлендіру арқылы анықтауға болады:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega_0^2 s = 0 \qquad (6.4)$$

6.2 Гармониялық тербелістегі материялық нүкте энергиясы

Массасы m материялық нүкте тепе-теңдіктен x шамаға ауытқығанда, оған x *шамасына пропорционал, ауытқу бағытына кері* бағытталған F күш әсер етеді:

$$F = m \cdot a = m \cdot A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha_0 + \pi) = -m\omega_0^2 \cdot A\cos(\omega_0 t + \alpha_0) = -m\omega_0^2 \cdot x \qquad (6.5)$$

Бұл *квазисерпімді күш*–консервативтік күш. Сондықтан, гармониялық тербеліс кезінде кинетикалық энергия E_k мен потенциалдық энергия E_n бір-біріне түрленіп отырады, ал жүйенің толық энергиясы тұрақты болады.

Түзу сызықты гармониялық тербеліс жасап тұрған материялық нүктенің *кинетикалық, потенциалдық және толық энергиялары* келесі формулалармен анықталады:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m A^2 \omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \alpha_0); \qquad (6.6)$$

$$E_n = -\int_0^x F_x \cdot dx = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2 = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \alpha_0); \qquad (6.7)$$

$$E = E_{\hat{e}} + E_{\ddot{i}} = E_{k_{\max}} = E_{\ddot{i}_{\max}} = \frac{m A^2 \omega_0^2}{2} = const. \qquad (6.8)$$

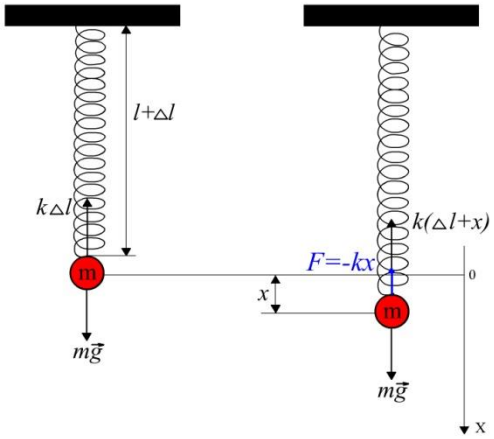
6.3 Гармониялық осцилляторлар

Гармониялық осциллятор деп қозғалыс заңы (6.4) теңдеу арқылы сипатталатын жүйені айтады. Гармониялық осцилляторға серіппелік, физикалық және математикалық маятниктер мысал бола алады. *Серіппелік маятник* (6.2 сурет)– абсолют серпімді серіппе мен оған ілінген, квазисерпімді $F = -kx$ (k–серіппе қатаңдығы) күш әсерінен тербелетін массасы m жүктен тұратын жүйе. Маятниктің қозғалыс заңы:

$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \text{ немесе } \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad (6.9)$$

(6.9), (6.4) теңдеулерден серіппелік маятник $x = A\cos(\omega_0 t + \alpha_0)$ заңы бойынша гармониялық тербеліс жасайтынын көреміз. Тербелістің циклдік жиілігі мен периоды келесі өрнектермен анықталады:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{және} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (6.10)$$



6.2 сурет - Серіппелік маятник

Физикалық маятник (6.3 сурет)–*C* масса центрінен тыс жатқан *0* нүктесі арқылы өтетін горизонталь өстің айналасында ауырлық күші әсерінен тербеліс жасайтын қатты дене.

Маятник тепе-теңдік жағдайынан кіші α бұрышқа ауытқығанда оған кері бағытта әсер ететін ауырлық күшінің F_τ құраушысы

$$M = -F_\tau \cdot \ell = -mg\ell \sin\alpha = -m\,g\,l\,\alpha, \qquad (6.11)$$

күш моментін тудырады, мұндағы ℓ - физикалық маятниктің ұзындығы. Бұл өрнекті айналмалы қозғалыс үшін динамиканың негізгі заңына қойсақ:

$$J\varepsilon = M\,,$$

Онда

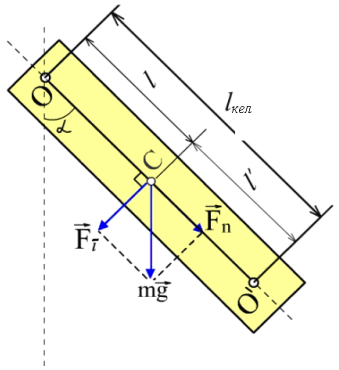
$$J\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -m\,g\,l\,\alpha \quad \text{немесе} \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2\,\alpha = 0, \qquad (6.12)$$

мұндағы J – маятниктің айналу өсіне қатысты инерция моменті.

Бұл теңдеудің түрі гармониялық осциллятордың қозғалыс заңымен сәйкес келеді. Олай болса физикалық маятник гармониялық тербеліс жасайды. Тербеліс параметрлері:

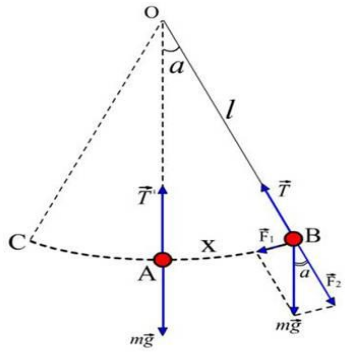
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mg\ell}{J}} = \sqrt{\frac{g}{\ell_{кел}}}\,;$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mg\ell}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_{кел}}{g}}\,, \qquad (6.13)$$



6.3 сурет – Физикалық маятник

мұндағы $\ell_{кел}$ -физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы деп аталады:



6.4 сурет-Математикалық маятник

$$\ell_{кел} = \frac{J}{m\ell} \qquad (6.14)$$

Математикалық маятник (6.4 сурет)– салмақсыз, созылмайтын, ұзындығы ℓ жіп пен оған ілінген, тек ауырлық күші әсерінен ғана тербелетін массасы m материялық нүктеден тұратын жүйе. Оны физикалық маятниктің дербес түрі ретінде қарастыруға болады. Сондықтан оның периодын (6.13) формуламен анықтауға болады. Тек J орнына материялық нүктенің O нүктесіне қатысты инерция моментін ($J = m\ell^2$), физикалық маятниктің келтірілген ұзындығының орнына жіптің ұзындығын қою керек:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell^2}{mg\ell}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}. \qquad (6.15)$$

(6.13) және (6.15) формулаларды салыстырсақ, физикалық маятниктің периоды ұзындығы $\ell_{кел} = \frac{J}{m\ell}$ болатын математикалық маятниктің периодымен бірдей болатынын көреміз. Сондықтан *физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы* мен математикалық маятниктің ұзындығы тең болса, онда олардың периодтары да бірдей болады.

6.4 Өшетін тербелістер

Өшетін тербелістер деп уақыт өткен сайын біртіндеп әлсірей беретін тербелістерді айтады. Жүйенің тербеліс энергиясы негізінен үйкеліске (диссипацияға) байланысты азаяды. Тұтқыр ортада тербелістегі денеге серпімділік (немесе квазисерпімді) күшінен басқа қозғалыс жылдамдығына пропорционал $F_r = -r\upsilon$ үйкеліс күші де әсер етеді, мұндағы r–үйкеліс коэффициенті, $\vec{\upsilon}$–жылдамдық. Минус таңбасы $\vec{F}_r$ мен $\vec{\upsilon}$ векторларының бағыттары қарама-қарсы болатынын көрсетеді.

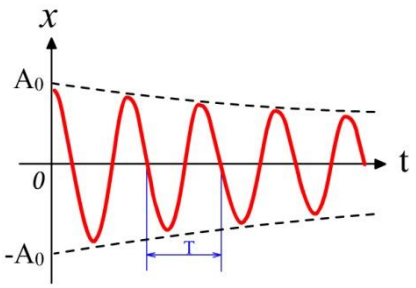
Еркін өшетін тербелістердің дифференциалдық теңдеуі: $ma = -kx - r\upsilon$, немесе $m\frac{d^2x}{dt^2} + r\frac{dx}{dt} + kx = 0$, немесе:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \qquad (6.16)$$

мұндағы $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ –осы жүйенің *еркін тербелісінің* ($\delta = 0$) *циклдік жиілігі,* $\delta = \frac{r}{2m}$ –*үйкеліс коэффициенті*.

(6.16) теңдеудің тербелістің өшуі баяу ($\delta << \omega_0$) болғандағы шешуі:

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \alpha). \qquad (6.17)$$



6.5 сурет-Өшетін тербеліс

6.5-суретте бұл функцияның графигі тұтас сызықпен көрсетілген. Тербеліс амплитудасы ($A = A_0\, e^{-\delta t}$) уақыт бойынша экспонента заңымен кемиді (6.5-суретте үзік-үзік сызықтармен келтірілген).

Амплитуданың е есе кемуіне кеткен уақыт релаксация уақыты деп аталады: $\tau = \frac{1}{\delta}$.

Өшетін тербелістің периоды келесі өрнекпен анықталады:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}, \qquad (6.18)$$

мұндағы $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – *өшетін тербелістің циклдік жиілігі.*

6.5 Еріксіз тербелістер

Нақты тербелмелі жүйелердегі тербеліс өшпеу үшін оның энергия шығынын сыртқы периодты күштер арқылы толықтырып отыру керек. Сыртқы периодты күштер әсерінен жүретін тербеліс *еріксіз тербеліс* деп аталады. Механикалық тербелмелі жүйеге әсер ететін сыртқы гармоникалық күш: $F_в = F_0 \cos\omega t$. Бұл күштің әсерінен жүйе келесі дифференциалдық теңдеумен сипатталатын еріксіз тербеліс жасайды:

$$ma = -kx - r\upsilon + F_в \quad \text{немесе} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos\omega t, \qquad (6.19)$$

мұндағы $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ –*еркін өшпейтін тербелістің циклдік жиілігі*;

$\delta = \frac{r}{2m}$ –*өшу коэффициенті*;

$f_0 = \frac{F_0}{m}$ -бұл сызықтық біртекті емес дифференциалдық теңдеу.

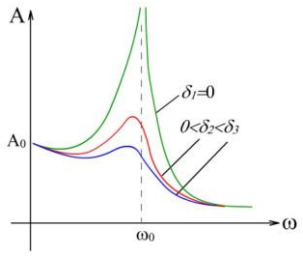
Оның шешуі біртекті теңдеудің жалпы шешуі $x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \alpha)$ мен біртекті емес теңдеудің дербес шешуінің қосындысына тең. Жоғарыдағы теңдеудің

дербес шешуі $x = A\cos(\omega t - \varphi)$ түрінде болады. Мұндағы A амплитуда мен φ бастапқы фаза келесі формулалармен анықталады:

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}} \quad \text{және} \quad tg\varphi = -\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \qquad (6.20)$$

Еріксіз тербеліс жиілігі $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$ болғанда амплитуда максимум мәнге тең болады. Бұл жиілік *резонанстық жиілік* деп аталады. Резонанс кезіндегі амплитуда $A_{рез} = \frac{f_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$.

Егер нөлге ұмтылса, $\omega \to 0$, онда барлық қисықтар *статикалық ауытқу* деп аталатын $A_0 = \frac{F_0}{m \cdot \omega_0^2}$ шектік мәнге тең болады.



6.6 сурет-Еріксіз тербеліс

7 Дәріс №7. Термодинамикалық жүйелер мен олардың параметрлері. Идеал газдың күй теңдеуімен МКТнегізгі теңдеуі. Максвелл таралуы. Больцман таралулары және Барометрлік формула

Дәріс мазмұны: молекула кинетикалық теория заңдылықтарымен Максвелл таралуы және молекулалардың сипаттық жылдамдықтары. Барометрлік формула. Больцман таралулары қарастырылады.

Дәріс мақсаты: статистикалық физиканың зерттеу әдістері қарастырылады; Максвелл таралуы және молекулалардың сипаттық жылдамдықтары. Барометрлік формула. Больцман таралуларын оқып үйрену.

Молекулалық физика денелердің әртүрлі агрегаттық күйлердегі физикалық қасиеттерін заттардың микроскопиялық құрылысы негізінде зерттейтін физика бөлімі. Заттардың қасиеттері *молекула-кинетикалық теория* тұрғысынан *статистикалық әдіс* арқылы зерттеледі.

Термодинамикада тепе-теңдіктегі макроскопиялық жүйелердің жалпы қасиеттері мен олардың бір термодинамикалық күйден екінші күйге ауысу процестері зерттеледі. Термодинамика көптеген тәжірибе нәтижелерін қорытындылау арқылы анықталған, жүйедегі денелер табиғатына тәуелсіз орындалатын бірнеше *бастама* негізінде құрылған. Молекула-кинетикалық теория мен термодинамика бір-бірін толықтырып, біртұтас ілім құрайды.

Термодинамикалық жүйе деп бір-бірімен және сыртқы денелермен зат пен энергия алмасушы дараланған макроскопиялық денелер жүйесін айтады.

7.1 Термодинамикалық параметрлер

Жүйенің күйін сипаттау үшін жүйенің *термодинамикалық параметрлері* (*күй параметрлері*) деп аталатын физикалық шамалар енгізілген. Оларға *p*– қысым, V – көлем, *T* – температура, *n*–концентрация және т.б. жатады.

Қысым p – дененің бірлік бетіне нормаль бойымен әсер ететін күшке тең шама ($p = \frac{dF_n}{dS}$). *Өлшем бірлігі* – Па (Паскаль) ($1\,Па = \frac{1\,Н}{1\,м^2}$). Жүйенің *температурасы* – оның бөлшектерінің жылулық қозғалыс қарқынының өлшемі. Физикада бірнеше температуралық шкала қолданылады. Мысалы, Кельвин (T) және *Цельсий* (t) шкалаларындағы температуралар өзара төмендегі өрнекпен байланысқан:

$$T = t + 273{,}15. \qquad (7.1)$$

Қалыпты күйде термодинамикалық параметрлер келесі мәндерге тең болады:

$$p = 1{,}013 \cdot 10^5\,Па;\ V_M = 22{,}4 \cdot 10^{-3}\,м^3;\ T = 273{,}15K\,. \qquad (7.2)$$

Термодинамикалық процесс деп жүйенің кез келген параметрінің өзгерісін айтады.

7.2 Идеал газдың күй теңдеуі

Идеал газ деп бір-бірімен әсерлесу күштері ескерілмейтін, өзара және ыдыс қабырғасымен соқтығысулары абсолют серпімді болатын ретсіз қозғалыстағы материалдық нүктелер жүйесін айтады.

Идеал газдың күй теңдеуі–термодинамикалық параметрлер арасындағы функционалдық байланыс: $f(P,V,T) = 0$. Көптеген тәжірибе нәтижелерін қорыта отырып, Менделеев (1874), бір моль идеал газ үшін келесі теңдеуді анықтады:

$$pV_M = RT\,, \qquad (7.3)$$

мұндағы V_M –газдың молярлық көлемі;

R –*универсал газ тұрақтысы* ($R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$).

Массасы m, көлемі $V = \frac{m}{M} V_M$ *идеал газдың күй теңдеуі*:

$$pV = \frac{m}{M} RT \qquad (7.4)$$

Бұл *Менделеев–Клапейрон теңдеуі*. Клайперон теңдеуін тағы бір түрде жазуға болады:

$$p = \frac{RT}{V_M} = \frac{R}{N_A} \cdot \frac{N_A}{V_M} \cdot T = k\,nT \qquad \text{немесе} \qquad p = nkT\,, \tag{7.5}$$

мұндағы $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\,моль^{-1}$ – мөлшері 1 моль заттағы молекулалар санына тең Авогадро сан;

$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8{,}31\,Дж\,моль}{моль\,К\,6{,}02 \cdot 10^{23}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{Дж}{К}$ –*Больцман тұрақтысы;*

$\frac{N_A}{V_M} = n$ –молекулалар концентрациясы (бірлік көлемдегі газ бөлшектерінің саны).

Тұрақты температурада газ қысымы молекулалардың концентрациясына пропорционал болады.

7.2 Идеал газдардың молекула-кинетикалық теориясы

Үздіксіз бейберекет ретсіз қозғалыстағы газ молекулаларының өзара және ыдыс қабырғасымен соқтығысуы абсолют серпімді болады. Молекулалардың соқтығысулары арқылы олардың арасында жылдамдық пен энергия алмасулары жүреді. Молекулалардың қабырғамен соқтығысуынан газ қысымы пайда болады.

Идеал газ үшін молекула-кинетикалық теорияның негізгі теңдеуі жүйенің тәжірибеде өлшенетін *p* макроскопиялық параметрі мен бөлшектің микроскопиялық параметрін байланыстырады (m_0, n, υ):

$$p = \frac{1}{3} m_0\, n < \upsilon^2 >, \tag{7.6}$$

мұндағы m_0 –молекула массы;

n–молекулалар концентрациясы;

$< \upsilon^2 >$ –газ молекулаларының ілгерілемелі қозғалысының орташа квадраттық жылдамдығы (көп жағдайда $\upsilon_{кв}$ түрінде белгіленеді).

7.3 Газ молекулаларының ілгерілемелі қозғалысының орташа кинетикалық энергиясы

Идеал газдың молекула-кинетикалық теориясының негізгі теңдеуін (7.6) келесі түрде жазуға болады:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 < \upsilon^2 >}{2} = \frac{2}{3} n < E_{к0} >. \tag{7.7}$$

Қысым бірлік көлемдегі молекулалардың ілгерілемелі қозғалысының орташа кинетикалық энергиясының 2/3-не тең болады. Олай болса, қысым күштік сипаттама ғана емес, энергетикалық сипаттама да болып та табылады.

Жоғарыдағы (7.6), (7.7) және (7.3) өрнектерден келесі шамаларды келтіріп шығаруға болады:

$$\upsilon_{кв} = \sqrt{<\upsilon^2>} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \qquad (7.8)$$

Бұдан идеал газдың бір молекуласының орташа кинетикалық энергиясы тек T термодинамикалық температураға ғана тәуелді екенін көреміз:

$$< E_{к0} >= \frac{m_0 < \upsilon^2 >}{2} = \frac{3}{2}kT \qquad (7.9)$$

Соңғы өрнек *идеал газ молекуласының термодинамикалық орташа кинетикалық энергиясы* ($T >> 0K$) *температураға пропорционал болатынын көрсетеді.*

7.4 Энергияның еркіндік дәрежелер бойынша бірқалыпты таралу заңы

Дененің еркіндік дәрежесі (i) деп оның кеңістіктегі орнын толық анықтауға қажет тәуелсіз координаталардың ең аз санын айтады.

Идеал газдың қатаң байланысқан молекулалары үшін і мәні 7.1-кестеде берілген.

7.1 кесте

Еркіндік дәрежесінің саны	Біратомды газ	Екіатомды газ	Көпатомды газ
Ілгерілемелі	3	3	3
Айналмалы	0	2	3
Барлығы	3	5	6

Кестеден молекула үшін ілгерілемелі қозғалыстың еркіндік дәрежесі әрқашан үшке тең болатынын көреміз. Ілгерілемелі қозғалыстың әр еркіндік дәрежесіне бір атомды молекуланың орташа кинетикалық энергиясының үштен біріне *(1/3)* сәйкес келеді:

$$< \varepsilon >= \frac{< E_{ko} >}{3} = \frac{3kT}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2}kT \qquad (7.10)$$

Сондықтан, молекуланың еркіндік дәрежесі i болса, онда оның орташа кинетикалық энергиясы мына шамаға тең болады:

$$< E_{k0} >= \frac{i}{2} kT \qquad (7.11)$$

Мөлшері 1 моль және массасы *m* кез-келген газдың ішкі энергиясы келесі өрнектермен анықталады:

$$U_M =< E_{k0} > N_A = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT \qquad \text{және} \quad U = \frac{m}{M}\frac{i}{2} RT \qquad (7.12)$$

7.5 Сыртқы күш өрісіндегі бөлшектер үшін Больцман таралуы

Сыртқы күш өрісі әсер етпейтін идеал газда молекулалар жылулық қозғалыс әсерінен бүкіл көлемге бірдей таралады. Сыртқы күш өрісіндегі газ молекулаларының көлем бойынша таралуы біртекті болмайды.

Біртекті ауырлық күші өрісіндегі идеал газ қысымының биіктікке байланысты өзгеруі *барометрлік формуламен* анықталады:

$$p = p_0 \exp(-\frac{Mgh}{RT}) \qquad (7.13)$$

мұндағы *p* мен p_0 –газдың *h* және *h*=0 биіктіктердегі қысымы;

M –газдың мольдік массасы.

Осы өрнек пен күй теңдеуі $p = nkT$ бойынша *Больцман таралуы* деп аталатын концентрацияның сыртқы потенциалдық өрісте биіктікке байланысты өзгеру заңын алуға болады:

$$n = n_0 \exp(-\frac{Mgh}{RT}) \quad \text{немесе} \quad n = n_0 \exp(-\frac{m_0 gh}{kT}) = n_0 \exp(-\frac{E_{\ddot{i}}}{kT}), \qquad (7.14)$$

мұндағы *n* мен n_0 –газдың *h* және *h* = 0 биіктіктердегі концентрациясы;

m_0–молекула массасы;

E_n -бөлшектің потенциалдық энергиясы.

Барометрлік өрнек бойынша қысым арқылы (7.13) биіктікті анықтауға болады:

$$h = \frac{RT}{Mg} \ln \frac{p_0}{p} \qquad (7.15)$$

7.6 Газ молекулаларының жылдамдықтар бойынша таралу заңы (Максвелл заңы)

Газ молекулалары ретсіз қозғалып, бір-бірімен үздіксіз соқтығыста болатындықтан, молекулалардың жылдамдықтары да әртүрлі болып, олар жылдамдық бойынша қандай да бір заңдылық бойынша таралады. Молекулалардың қозғалысына ретсіздік, ал олардың соқтығысуларына ықтималдылық тән болатынына қа-

рамастан, теория мен тәжірибе олардың жылдамдықтар бойынша таралуы бір ғана мүмкін заңдылық бойынша бірмәнді анықталатынын көрсетті. Ықтималдылық теориясын қолдана отырып, 1860 жылы Максвелл *идеал газ молекулаларының жылдамдықтар бойынша таралу заңын анықтады:*

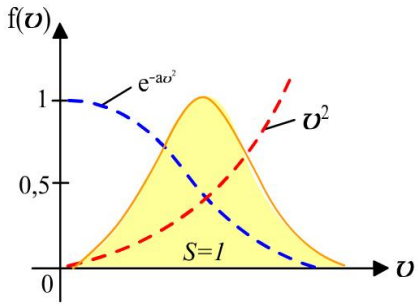
$$f(\upsilon) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \upsilon^2 \exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right) \qquad (7.16)$$

мұндағы $f(\upsilon)$ -таралу функциясы.

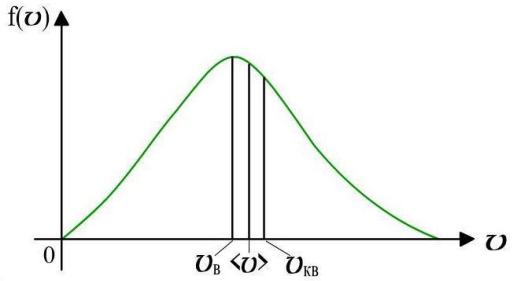
Функцияның нақты түрі газ тегіне (молекула массасы m_0) және оның температурасына байланысты. Қысым мен көлем молекулалардың жылдамдықтар бойынша таралуына әсер етпейді.

Таралу функциясы максимум болатын жылдамдық *ең ықтимал жылдамдық* $\upsilon_{ык}$ деп аталады.

Таралу заңынан газдың берілген күйін сипаттайтын жылдамдықтарды анықтауға болады (7.2 сурет, 7.2 кесте).



7.1 сурет-Максвелл υ-ның таралуы



7.2 сурет-Таралу функциясының $f(\upsilon)$ экстремумдары

7.2 кесте

Ең ықтимал жылдамдық $\upsilon_{ык}$	Орташа арифметикалық жылдамдық $<\upsilon>$	Орташа квадраттық жылдамдық $\upsilon_{кв} = \sqrt{<\upsilon^2>}$
$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$	$<\upsilon> = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 1{,}13\upsilon_в$	$\upsilon_{кв} = \sqrt{<\upsilon^2>} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = 1{,}22\upsilon_в$

8 Дәріс № 8. Термодинамиканың бірінші бастамасы және оны изопроцестерге қолдану

Дәріс мазмұны: термодинамиканың бастамалары қарастырылады.

Дәріс мақсаттары: макрожүйеде өтетін процестерді талдауда олардың қолдану әдістерін меңгеру; термодинамиканың бірінші бастамасын және оны изопроцестерге қолдануын оқып үйрену.

Термодинамикада макраскопиялық денелердің жылулық қасиеттері олардың микроскопиялық табиғатымен байланыстырылмай, көптеген тәжірибелер арқылы анықталған, *бастамалар* деп аталтын негізгі үш заңға сүйеніп зерттеледі. *Термодинамиканың бірінші бастамасы энергияның сақталу және түрлену заңдарын* сипаттайды.

8.1 Жүйенің ішкі энергиясы

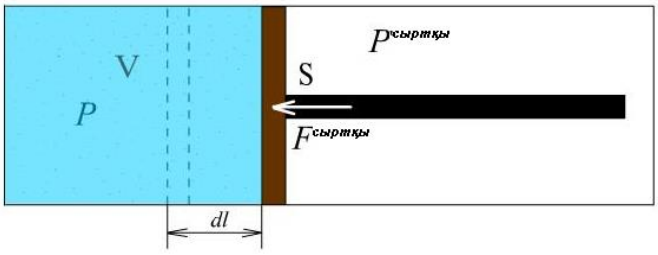
Ішкі энергия жүйедегі барлық микробөлшектердің – атомдар мен молекулалардың қозғалыс энергияларынан және олардың өзара әсерлесу энергияларынан құралады. $U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$ өрнектен *идеал газдың ішкі энергиясы* тек температураға тәуелді екендігі, яғни, ол жүйенің *бірмәнді күй функциясы* болатынын көреміз. Кез келген жүйенің ішкі энергиясының мәні оның бұл күйге қалай келгеніне тәуелді болмайды. Басқаша айтқанда, жүйе 1 күйден 2 күйге өткенде оның ішкі энергиясының өзгерісі оның соңғы және бастапқы энергияларының айырымына тең. Сондықтан, жүйе қандай-да бір процестерден соң бастапқы күйге қайта оралса, онда ішкі энергияның өзгерісі нөлге тең болады: $\oint dU = 0$. Олай болса, *ішкі энергияның элементар өзгерісі толық дифференциал* болып табылады.

8.2 Жұмыс және жылу

Тұйық термодинамикалық жүйе сыртқы денелермен екі түрлі әдіспен: *жұмыс жасау* және *жылу алмасу* арқылы энергия алмаса алады. Бірінші әдіс бойынша денелер өзара күштік әсерлесу арқылы энергия алмасады. Жұмыс жасау кезінде энергия жүйеге берілсе, онда *жұмыс жүйені өзгертуге жасалды* дейді. Ауданы *S* қозғалмалы поршені бар ыдыс ішіндегі газ ұлғайғандағы және сығылғандағы жасалатын жұмысты қарастырайық (8.1 сурет). Сыртқы қысым $p^{сыртқы}$ болса, онда поршенге әсер етуші күш: $F^{сыртқы} = p^{сыртқы} \cdot S$. Поршень *dl* аз шамаға орын ауыстырғанда, газ ол күшке қарсы δA жұмыс жасайды:

$$\delta A = F^{сырты} \cdot dl = p^{сырты} \cdot S \cdot dl = p^{сырты},$$

мұндағы $dV = S \cdot dl$ –газ көлемінің өзгерісі.



8.1 сурет-Поршенді ыдыстығы газдың жұмысы

Егер газ көлемі квазистатикалық түрде өзгерсе, онда жүйе кез келген уақытта сыртқы ортамен $p = p^{сырткы}$ қысыммен тепе-теңдікте болады. Тепе-теңдік процесс кезінде газдың көлемі өзгергенде жасалатын *элементар жұмыс* төмендегідей болады:

$$\delta A = p \cdot dV \tag{8.1}$$

Газдың қысымы әрқашан оң ($p > 0$). Сондықтан, ұлғаю кезінде ($dV > 0$) газ оң жұмыс жасайды ($\delta A > 0$), ал сығылу кезінде ($dV > 0$) газ теріс жұмыс жасайды ($\delta A < 0$). Сыртқы денелерден жүйеге энергияның жылуалмасу арқылы берілуі *жылу* деп аталады. *Жылуалмасу* әртүрлі температурадағы денелер арасында немесе бір дененің бөлшектері арасында жүреді. Жылуалмасу *конвективтік, жылуөткізгіштік, сәулелік* болып үшке бөлінеді. *Конвективтік жылуалмасу*– температурасы әртүрлі газ, сұйықтық, қатты денелер қозғалысы арқылы немесе газ бен сұйықтықтың температурасы әртүрлі бөліктерінің қозғалысы арқылы жүреді. *Жылуалмасу* – дененің әртүрлі дәрежеде қызған бөліктері арасында жүреді. *Сәулелік жылуалмасу (радиациалық жылуалмасу)* денелердің бір-бірімен тікелей түйісусіз, тек электрмагниттік энергия шығару немесе жұту арқылы жүреді.

Жылуалмасу мен жұмыстың ішкі энергиядан ерекшелігі, олар жүйе күйін емес *жүйе күйінің өзгерісін* сипаттайды. Олар жүйе күйі өзгерісінің энергетикалық сипаттамасы болғандықтан, жылуалмасу мен жұмыстың мәндері процесс түріне тәуелді болады. Жылу мен жұмыс жүйенің энергия түріне жатпайды. Дененің жылу немесе жұмыс қоры деген түсінік жоқ. Сондықтан δA мен δQ күй функциясы емес, *процесс функциясы*.

8.3 Термодинамиканың бірінші заңы

Жүйеге берілген жылу мөлшері оның ішкі энергиясының өзгерісі мен жүйенің сыртқы күштерге қарсы жасайтын жұмысына жұмсалады:

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} \tag{8.2}$$

Бұл термодинамикалық жүйе үшін энергияның сақталу және түрлену заңы. Жылу энергиясы тек ішкі энергия мен жұмысқа ғана түрленуі мүмкін: ішкі энергия–энергияның микроскопиялық, ал жұмыс–макроскопиялық түрі.

Жүйеге берілген жылудың δQ аз мөлшерінің жүйе жасайтын δA элементар жұмыс пен dU ішкі энергияның аз өзгерісіне жұмсалатынын сипаттайтын бұл заңды әдетте мына түрде жазады:

$$\delta Q = dU + \delta A \tag{8.3}$$

Жылу δQ мен жұмыс δA және ішкі энергия өзгерісі dU жазылулары арасындағы өзгешеліктің, жоғарыда айтылғандай, терең физикалық мағынасы бар.

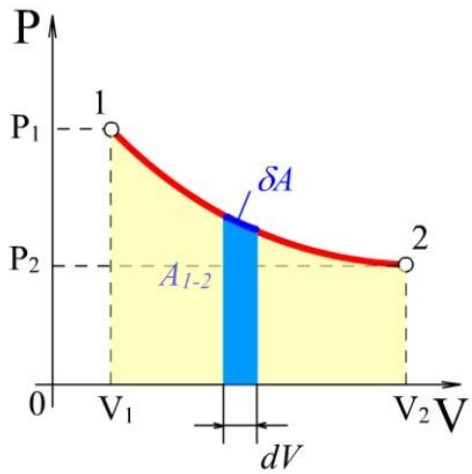
Термодинамиканың бірінші заңына енетін барлық шамалар оң, теріс немесе нөл болуы мүмкін. Егер жүйеге жылу берілсе $\delta Q > 0$, алынса $\delta Q < 0$.

Егер жүйе, мысалы жұмыс денесі, периодты жұмыс істейтін қозғалтқыш ішінде $1-1$ процесс бойынша бастапқы күйге қайта оралып отырса, онда $\Delta U_{1-1} = 0$ ал осыдан $A_{1-1} = Q_{1-1}$. Олай болса, ешқандай периодты жұмыс істейтін қозғалтқыш оған берілген энергиядан артық жұмыс жасай алмайды. *Бірінші текті мәңгі қозғалтқыш жасау мүмкін еместігін* дәлелдейтін бұл тұжырымдама *термодинамиканың бірінші заңы* деп аталады.

8.4 Термодинамикалық процестер мен жұмыстың графиктері

Тепе-теңдіктегі термодинамикалық процестерді бір-бірімен олардың графиктері арқылы салыстырып зерттеген ыңғайлы. Ол үшін $p-V$, $p-T$ және $V-T$ диаграммаларын салу керек. $p-V$ диаграммасы салынған 8.2 – суреттегі 1 және 2 нүктелер бастапқы және соңғы күйлерді сипатайды. Термодинамикалық процесс 1 - 2 қисығымен көрсетілген. Элементар жұмыс $\delta A = p \cdot dV$ суретте боялған жолақпен анықталады. Жүйенің 1–2 процесс кезінде жасаған жұмысы осы қисық астындағы фигураның ауданына тең.

Суреттен A_{1-2} жұмысының мөлшері жүйенің бастапқы күйден соңғы күйге қалай өткеніне, яғни, процеске байланысты екені көрініп тұр.



8.2 сурет-Изотермиялық процесс кезіндегі газдың жұмысы

8.5 Заттың жылусыйымдылығы

Заттың жылулық қасиеттерін сипаттайтын негізгі параметрлердің бірі оның жылусыйымдылығы. *Заттың жылусыйымдылығы* C^* – дененің температурасын 1К-ге өзгертуге қажет δQ жылу мөлшеріне тең физикалық шама:

$$C^* = \frac{\delta Q}{dT} \tag{8.4}$$

Заттың жылусыйымдылығы оның массасына, химиялық құрамына, термодинамикалық күйіне және оған δQ жылу беру процесіне тәуелді. Жылусы-

йымдылық меншікті (c) (бірлік массаның жылусыйымдылығы) және мольдік (C) (1 моль заттың жылусыйымдылығы) болып ажыратылады:

$$c = \frac{C^*}{m} = \frac{1}{m}\frac{\delta Q}{dT} \quad \text{және} \quad C = \frac{C^*}{\nu} = \frac{M}{m}\frac{\delta Q}{dT} = M\,c\,, \tag{8.5}$$

мұндағы $\nu = \frac{m}{M}$ –зат мөлшері;

M –затың мольдік массасы:

$$\delta Q = m\,c\,dT = \frac{m}{M}CdT. \tag{8.6}$$

Меншікті және мольдік жылусыйымдылықтардың өлшем бірліктері– $\frac{Дж}{кг \cdot К}$ және $\frac{Дж}{моль \cdot К}$. Газдардың жылусыйымдылығы тұрақты көлемдегі C_V және тұрақты қысымдағы C_p жылусыйымдылықтар болып бөлінеді.

8.6 Термодинамиканың бірінші бастамасын идеал газдардағы изопроцестерге қолдану

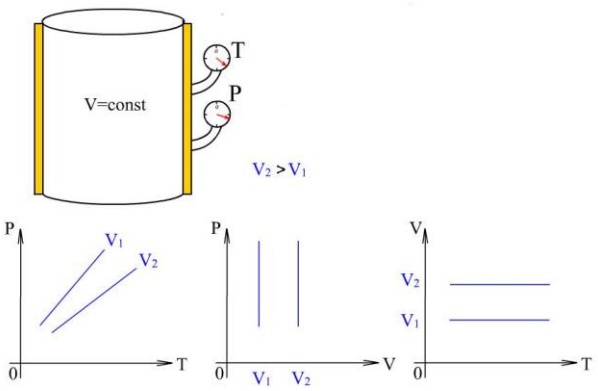
Идеал газдың тепетеңдіктегі күйінің өзгерісі үшін термодинамиканың бірінші бастамасын $\delta Q = dU + \delta A$ мына түрде жазуға болады:

$$dQ = \frac{m}{M}CdT = dU + pdV. \tag{8.7}$$

Осы теңдеуді идеал газдардағы изопроцестерге қолданайық. Изопроцесс заңдарын Менделеев-Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$ теңдеуінен анықтаймыз.

Изохоралық процесс ($V = const$). Изохоралық процесс деп газды қыздыру немесе суыту процестері тұрақты көлемде өтетін процестерді айтады. Мұндай процестер үшін идеал газ күйінің теңдеуін келесі түрде жазған ыңғайлы: $\frac{p}{T} = \frac{m}{M}\frac{R}{V}$. Теңдіктің оң жағындағы шамалардың барлығы тұрақты. Сондықтан, *газдың массасы мен көлемі тұрақты болса, онда оның қысымы температураға пропорционал болады*:

$$\frac{p}{T} = const \tag{8.8}$$



8.3 сурет - Газ көлемінің *V* әртүрлі мәндері үшін изохоралық процестер диаграммалары

8.3-суретте газ көлемінің V әртүрлі мәндеріндегі изохоралық процестердің *p~T, p~V* және *V~T* диаграммалары көрсетілген. Бұл процестерде газдың көлемі өзгермейтіндіктен (*dV=0*) газ жұмыс жасамайды ($\delta A = pdV = 0$), денеге берілген барлық жылу энергиясы оның ішкі энергиясының өзгеруіне жұмсалады. Термодинамиканың бірінші бастамасы мына түрде болады:

$$\delta Q = dU = \frac{m}{M} C_V dT, \tag{8.9}$$

мұндағы C_V *–газдың тұрақты көлемдегі мольдік жылусыйымдылығы.*

Газдың температурасын T_1-ден T_2*-ге* дейін изохоралық түрде қыздырғанда, оның ішкі энергиясының өзгерісі берілген жылу мөлшеріне тең болады:

$$\Delta U_{1-2} = U_2 - U_1 = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1)\,; \quad Q_{1-2} = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1) \tag{8.10}$$

Кез келген *тепе-теңдіктегі процесс үшін термодинамиканың бірінші заңын* келесі түрде жазуға болады:

$$\frac{m}{M} C\, dT = \frac{m}{M} C_V dT + pdV \tag{8.11}$$

Бір моль газ үшін:

$$C\, dT = C_V dT + pdV \tag{8.12}$$

Изобаралық процесс ($p = const$). Изобаралық процесс деп газды қыздыру немесе суыту процестері тұрақты қысымда өтетін процестерді айтады. Мұндай процесс үшін идеал газдың күй теңдеуін оң жағында тек тұрақты шамалар қалатын $\frac{V}{T} = \frac{m}{M}\frac{R}{p}$ түрінде жазған ыңғайлы. Бұл теңдеуден изобаралық процесс

үшін келесі тұжырымдама жасауға болады: *газдың берілген массасы үшін тұрақты қысымда көлем температураға пропорционал өзгереді:*

$$\frac{V}{T} = const \tag{8.13}$$

8.4–суретте p қысымның әртүрлі мәндеріндегі изобаралық процестер $p-T$, $p-V$ және $V-T$ диаграммалары арқылы берілген. Газға изобаралық процесс кезінде берілетін шексіз аз жылу мөлшері δQ:

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p \, dT \,, \tag{8.14}$$

мұндағы C_p–газдың тұрақты қысымдағы *мольдік жылу-сыйымдылығы.*

Тұрақты қысым үшін ($p = const$) идеал газдың күй теңдеуінен ($pV = \frac{m}{M} RT$) дифференциал алсақ:

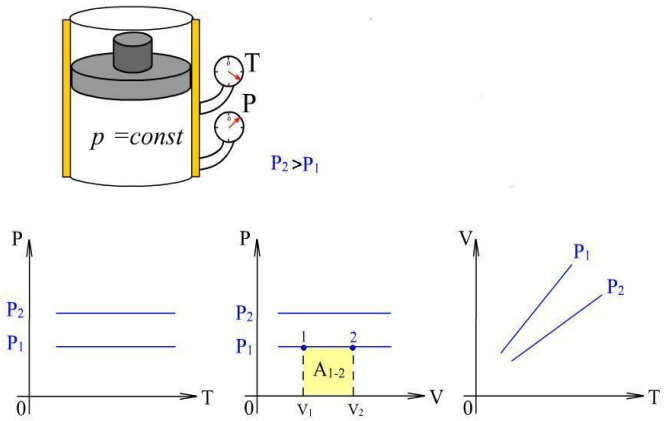
$$p\,dV = \frac{m}{M} R\,dT \,.$$

Олай болса

$$\delta A = p\,dV = \frac{m}{M} R\,dT \tag{8.15}$$

Термодинамиканың бірінші бастамасының (8.3) формуласына (8.9), (8.14) және (8.15) өрнектерді қойсақ:

$$\frac{m}{M} C_P dT = \frac{m}{M} C_V dT + \frac{m}{M} RdT \tag{8.16}$$



8.4 сурет-Қысымның әртүрлі мәндері үшін изобаралық процесс диаграммалары

Егер (8.16) өрнектен бір моль зат үшін жылусыйымдылық үшін *Майер теңдеуін* алуға болады:

$$C_P - C_V = R \tag{8.17}$$

Бұл теңдеудің физикалық мағынасы: тұрақты қысымда бір моль газдың температурасын 1°К арттырғандағы газдың жұмысы универсал газ тұрақтысына тең болады. Бір моль газға изобаралық процесс кезінде берілетін жылу мөлшері изохоралық процесс берілетін жылу мөлшерінен универсал газ тұрақтысына тең шамаға артық болады.

Газдың 1-2 изобаралық процесс кезінде жасайтын жұмысы

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) \tag{8.18}$$

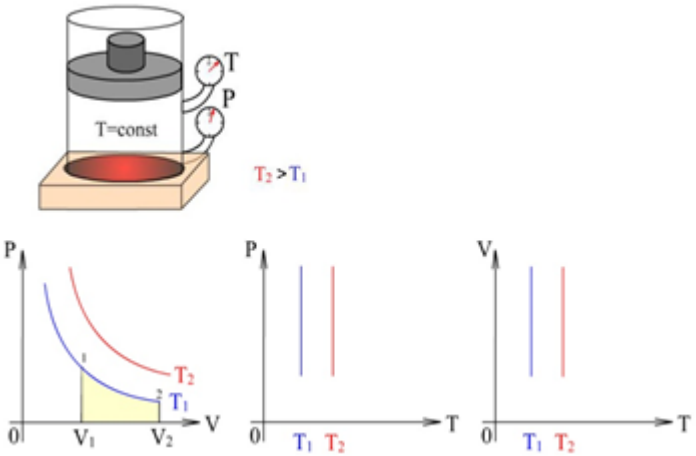
p-V диаграммасындағы боялған аймақтың ауданымен өлшенеді.

Изотермиялық процесс ($T = const$). Бұл процесте идеал газдың ішкі энергиясы өзгермейді: $dT = 0$ болғандықтан $dU = \frac{m}{M} C_V\, dT = 0$, сондықтан газға берілген жылу мөлшері толығымен сыртқы күштерге қарсы жасалатын жұмысқа кетеді:

$$Q_{1-2} = A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \tag{8.20}$$

Жылу мөлшері $p - V$ диаграммасындағы боялған ауданға тең болады. Изотермдік процесс $pV = const$, яғни $p_1V_1 = p_2V_2$ және $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$, сондықтан:

$$Q_{1-2} = A_{1-2} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2} \tag{8.21}$$



8.5 сурет - *T* температураның әртүрлі мәндері үшін изотермиялық процесс диаграммалары

Изотермиялық процесс деп тұрақты температурада өтетін термодинамикалық процестерді немесе олардың ұлғаюы немесе сығылуы кездерінде сыртқы орта мен газ арасындағы температура айырымы тұрақты болып қалатын процестерді айтады. Идеал газ күйінің теңдеуінің оң жағындағы шамалар тұрақты болғандықтан:

$$pV = const\,. \tag{8.19}$$

Адиабаталық процесс ($\delta Q = 0$). Адиабаталық процесс деп жүйелерде сыртқы ортамен жылу алмасусыз өтетін процестерді айтады. Газдар жылдам ұлғайғанда немесе сығылғанда жүйе қоршаған ортамен жылу алмасып үлгермейді. Сондықтан мұндай процестер адиабаталық деп аталады. Термодинамиканың бірінші заңы (8.3) бойынша адиабаталық процесс ($\delta Q = 0$ кезінде жүйе жұмысты ішкі энергия есебінен жасайды:

$$\delta A = -dU \tag{8.21}$$

Бұл өрнекке (8.1) және (8.9) формулаларды қойсақ, онда газ көлемінің өзгергенде жасалатын жұмыс оның температурасының өзгеруімен қатар жүретінін көреміз:

$$p\,dV = -\frac{m}{M} C_V\,dT \tag{8.22}$$

Өрнектегі минус таңбасы газ көлемі адиабаталық ұлғайғанда оның температурасы төмендейтінін көрсетеді.

Адиабаталық процестер *Пуассон теңдеуімен* сипатталады:

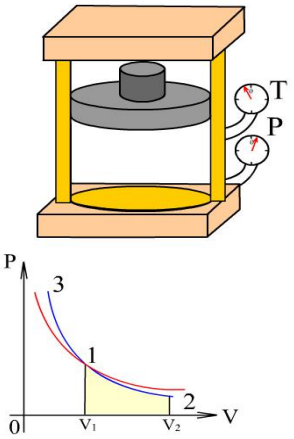
$$pV^{\gamma} = const \tag{8.23}$$

мұндағы $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ –*адиабата көрсеткіші* немесе *Пуассон коэффициенті* деп аталатын өлшем бірлігі жоқ шама.

Адиабата теңдеуін басқа күй параметрлері арқылы да жазуға болады:

$$TV^{\gamma-1} = const \qquad \text{және} \quad T\,p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = const \tag{8.24}$$

Өзара салыстыру үшін $p-V$ диаграммасына (8.6 сурет) адиабата мен изотерма қисықтары бірге салынған. $\gamma = \frac{C_P}{C_V} > 1$ болғандықтан, адиабата қисығы изотермаға қарағанда тіктеу болады.



8.6 сурет - Адиабаталық процесс кезіндегі жұмыс

Оның себебі, адиабаталық сығылу кезінде (процесс) қысым әрі көлемнің кішіреюінен, әрі сығылған газдың температурасының өсуінен артса, изотермиялық процесте ол тек көлемнің кішіреюінен ғана артады. Адиабаталық ұлғаю кезінде (1-2 процесс) газдың температурасы төмендейтіндіктен қысым изотермиялық процеспен салыстырғанда жылдамырақ кемиді. Адиабаталық процесс кезінде газдың жұмысы 8.6-суретте боялған аймақ ауданымен анықталады.

$$A_{1-2} = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2), \qquad (8.25)$$

Идеал газдың ішкі энергиясының формуласынан $U_M = \frac{i}{2} RT$ мольдік жылусыйымдылықтарды C_P және C_V оңай анықтауға болады. $dU_M = C_V dT$ және $C_P - C_V = R$ болғандықтан:

$$C_V = \frac{dU_M}{dT} = \frac{i}{2} R;$$

$$C_P = C_V + R = \frac{(i+2)R}{2}. \qquad (8.26)$$

Олай болса, адиабаталық көрсеткіш келесі өрнекпен анықталады:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} \qquad (8.27)$$

Молекуланың еркіндік дәрежесі оның құрамындағы атомдар санына байланысты. Бір атомды газдағы молекулалар тек ілгерілемелі қозғалыс жасайды, сондықтан оның еркіндік дәрежесі үшке тең. Екі атомды газ молекуласының айналмалы қозғалысын ескеру керек. Бірақ екі атомды қосатын түзуді айналып қозғалғанын ескермеуге болады. Сондықтан олардың еркіндік дәрежесі беске тең болады. Егер молекуладағы атом саны екіден артық болса, онда олардың еркіндік дәрежесі алты болады. 8.1 – кестеде еркіндік дәрежелері *i* әртүрлі идеал газдар үшін C_V, C_P және γ мәндері келтірілген.

8.1 кесте

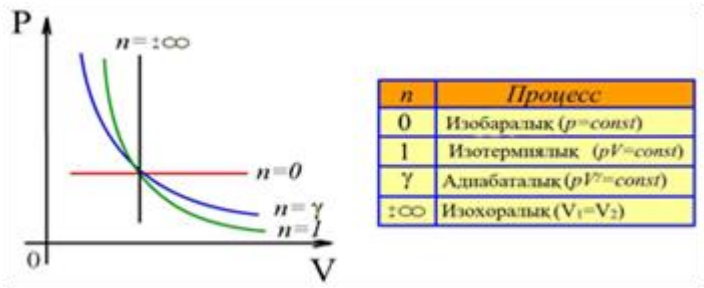
i	$C_V, \frac{Дж}{моль \cdot К}$	$C_P, \frac{Дж}{моль \cdot К}$	γ
3 (біратомды газ)	12,5	20,8	1,67
5 (екіатомды газ)	20,8	29,1	1,40
6 (көпатомды газ)	24,9	33,2	1,33

Политроптық процесс ($C = const$). *Политроптық процесс* – деп C жылусыйымдылықтары өзгеріссіз өтетін термодинамикалық процестерді айтады. *Политроп теңдеуінің* түрі:

$$pV^n = const \tag{8.28}$$

мұндағы $n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$ – политроп көрсеткіші (C – берілген процесс үшін газдың жылусыйымдылығы).

Жоғарыда келтірілген барлық изопроцестерді политроптық процестердің дербес түрлері ретінде қарастыруға болады. Егер, n=0 болса, онда (8.28) политроптық теңдеу изобаралық процесс ($p = const$), $n = 1$ болса изотермиялық процесс (pV=$const$), $n = \gamma$ болса, адиабаталық процесс (pV^{γ} =$const$) теңдеулеріне айналады.



8.7 сурет - Изопроцестер

Изохоралық процесс теңдеуін $p_1V_1^n = p_2V_2^n$ келесі түрде жазуға болады:

$$(p_1)^{\frac{1}{n}}V_1 = (p_2)^{\frac{1}{n}}V_2$$

Осыдан $n = \pm\infty$ болса $V_1 = V_2$ болады. Бұл процестер 8.7– суреттегі $p - V$ диаграммасында көрсетілген.

9 Дәріс № 9. Процестер. Термодинамиканың екінші бастамасы

Дәрістің мазмұны: процестер мен Термодинамиканың екінші бастамасы

Дәрістің мақсаты: процестер ұғымы мен Термодинамиканың екінші бастамасын меңгеру.

Термодинамиканың бірінші бастамасы энергияның сақталу және түрлену заңдарын сипаттағанымен, оқшауланған термодинамикалық жүйелердегі процестің жүру бағытына шектеу қоймайды. Бірақ табиғатта белгілі шарттарды қанағаттандыратын процестер ғана кездеседі. Табиғатта қандай процестер жүруі мүмкін – деген сұраққа *термодинамиканың екінші бастамасы* жауап береді. Бұл бастама термодинамикалық процестердің жүру бағытын анықтайды.

9.1 Қайтымды және қайтымсыз процестер

Егер жүйедегі термодинамикалық процесс тура және кері бағытта жүріп, бастапқы қалыпқа қайта оралғанда қоршаған ортада ешқандай өзгеріс болмаса, ондай процесті *қайтымды* деп атайды.

Кез келген процесс қайтымды болу үшін ол тура бағытта жүрсе де, кері бағытта жүрсе де, барлық аралық күйлері тепе-теңдік болу керек. Егер процесс өте баяу жүрсе (*газ баяу ұлғайғанда немесе сығылғанда*), онда жүйенің осы процестің кез келген уақытындағы күйін тепе-теңдік (квазастатикалық) деп, яғни, процесті қайтымды деп есептеуге болады. Іс жүзінде, кез келген термодинамикалық процесс үйкеліс, жылуөткізгіштік, т.б. құбылыстармен қатар жүретіндіктен, жүйе энергиясының бір бөлігі (диссипацияланады) қоршаған сыртқы ортаға тарап кетеді. Сондықтан, *нақты процестер* әрқашан *қайтымсыз* болады.

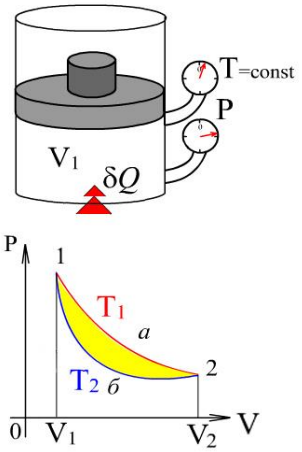
9.2 Дөңгелек процестер

Жылулық қозғалтқыш (машиналар) деп жылу энергиясын механикалық жұмысқа түрлендіретін құрылғыны айтады. Барлық жылулық машиналар (іштен жанатын қозғалтқыш, бу және газ турбиналары, т.б.) дөңгелек, яғни, циклдік режимде жұмыс істейді. *Дөңгелек процесс (немесе, цикл)* деп жүйенің бірнеше аралық күйлерден өтіп, бастапқы күйге қайта оралатын процестерін айтады. 9.1-суреттте *дөңгелек процесті p-V* диаграммасындағы тұйықталған қисық арқылы бейнелеген.

Егер баллондағы газға δQ жылу мөлшерін берсе, онда ол жылу термодинамиканың бірінші бастамасы ($\delta Q = dU + \delta A$) бойынша ішкі энергиясының өзгерісіне ($dU = C_V dT$) және газдың ұлғаюы кезінде жасалатын жұмысқа ($\delta A = PdV$) жұмсалады. Егер процесс *изотермиялық* ($dU = 0$ және $\delta Q = \delta A$), онда берілген жылу толығымен газдың жасайтын жұмысына кетеді.

Газдың көлемі V_1 -ден V_2 -ге дейін ұлғайғанда жасалған пайдалы оң A_{1-2} жұмыс $p-V$ диаграммадағы $1-a-2$ қисықпен шектелген аймақтың ауданымен өлшенеді. Газды 1 күйге қайта оралту үшін оның көлемі $2-б-1$ қисықпен бейне-

ленген процесс бойынша кішірейтіледі. Бұл процесс кезінде жасалған теріс жұмыс осы қисықтың астындағы аймақтың ауданымен анықталады. Егер газ көлемі ұлғайған изотерма температурасы T_1, оның сығылу изотермасының T_2 температурасынан үлкен болса ($T_1 > T_2$), онда *толық жұмыс* $1-a-2-б-1$ *тұйықталған сызықпен шектелген аймақтың ауданына тең және оң* болады. Олай болса, жылулық қозғалтқыш $T_1 > T_2$ болғанда оң, ал $T_1<T_2$ болғанда теріс жұмыс жасайды. Кез келген жылулық қозғалтқыштың жұмыс жасауы үшін *қыздырғыш, суытқыш және жұмыс денесі* қажет.



9.1 сурет - Бір циклде жасалған жұмыс

9.3 Карноның идеал жылулық машинасы

Карно циклі деп тепе-теңдіктегі екі изотермиялық және екі адиабаталық ұлғаюлар мен сығылулардан тұратын *қайтымды дөңгелек процесті* айтады. Карноның идеал жылулық машинасы жылуоқшаулағыш төсенішке орнатылған жұмыс денесімен (газбен) толтырылған цилиндрден, температурасы T_1 қыздырғыштан және температурасы T_2 суытқыштан тұрады. Карно цикліне талдау жасайық.

1) Күй параметрлері T_1, V_1 және p_1 (9.2 сурет, $p-V$ диаграммадағы 1 нүкте) цилиндр ішіндегі газдың көлемін цилиндрді қыздырғышқа қойып, одан алынған Q_1 жылу есебінен V_2 -ге дейін өте баяу, изотермиялық әдіспен өсіреді.

2) Цилиндрді жылуоқшаулағыш төсенішке қойып, газды *адиабаталық түрде ұлғайтады*. Газ A_{23} жұмысты ішкі энергия есебінен жасайтындықтан, оның температурасы суытқыштың T_2 температурасына дейін төмендейді. $2-3$ қисығы газдың адиабаталық ұлғаюын сипаттайды.

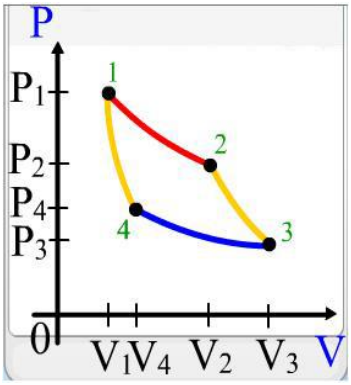
3) Газдың сығылу процесі де екі сатылы жүреді. Алдымен жұмыс денесі орналасқан цилиндрді суытқышпен жалғастырып, изотермиялық әдіспен сығады. Газ $4(p_4, V_4)$ нүктемен белгіленген күйге жеткенде цилиндрді суытқыштан алып, жылуоқшаулағышқа қояды. Сығылу кезінде жасалған теріс жұмыс Q_2 жылуға айналып, суытқышқа беріледі. $3-4$ қисығы газдың изотермиялық сығылуын сипаттайды.

4) Цилиндр жылуоқшаулағыш төсенішке қойылған соң, жұмыс денесін адиабаталық түрде одан әрі сығып, бастапқы 1 күйге қайта алып келеді.

Бұл процесте газдың температурасы T_2 – ден T_1 – ге дейін өседі. $4-1$ қисығы газдың адиабаталық сығылу процесін сипаттайды. Температурасы қыздырғыштың бірдей болған газды қыздырғышпен қайта жалғап, циклді қайта бастайды.

Газдың бір циклде жасаған жұмысы 9.2 – суреттегі «$1-2-3-4-1$» фигура ауданымен анықталады:

$$A = A_{12} + A_{23} - A_{34} - A_{41} = Q_1 - Q_2 . \quad (9.1)$$



9.2 сурет - Карно циклі

9.4 Термодинамиканың екінші бастамасы

Термодинамиканың бірінші бастамасы энергияның сақталу және түрлену заңдарын сипаттағанымен, термодинамикалық процестердің жүру бағытын анықтауға мүмкіндік бермейді. Бұл бастама нәтижесі қандай да бір денеден алынған жылуды толығымен жұмысқа айналдыратын процестің мүмкіндігін жоққа шығармайды. Мысалы, термодинамиканың бірінші бастамасы бойынша белгілі жылу көзін суыту арқылы периодты жұмыс істейтін (мұхиттардың ішкі энергиясы есебінен) машина жасауға болады. Мұндай қозғалтқыш *екінші текті мәңгі қозғалтқыш* деп аталады.

Көптеген эксперименттердің нәтижелерін талдай отырып, ғалымдар екінші текті мәңгі қозғалтқыш жасау мүмкін емес деген тұжырымға келді. Бұл тұжырымдама *термодинамиканың екінші бастамасы* деген аталды.

Термодинамиканың екінші бастамасының өзара эквивалент бірнеше тұжырымдама бар. Келесі екі тұжырымдаманы талдайық:

1) *Жылуды толығымен жұмысқа айналдыратын периодты жылу машинасын жасау мүмкін емес*

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (9.15)$$

2) *Жылу өздігінен температурасы жоғары денеден температурасы төмен денеге ғана өтуі мүмкін:*

$$dS \ge 0 \quad (9.16)$$

Бірінші формула екі тұжырымдаманы да түсіндіреді. Егер $Q_2 = 0$ болса (машина суытқышқа жылу бермесе), онда $1 \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, яғни, $T_2 = 0$, бірақ абсолюттік нөлге тең температура алу мүмкін емес. Егер $Q_1 = Q_2$ болса (жұмыс денесі қыздырғыштан алған жылу мөлшерін толығымен суытқышқа берсе), онда $\frac{T_1 - T_2}{T_1} \ge 0$, яғни, $T_1 > T_2$ және $dS = \frac{Q}{T_2} - \frac{Q}{T_1} > 0$. Бұлай болуы мүмкін емес.

Термодинамиканың екінші бастамасы бірінші бастама секілді барлық жағдайда орындалатын әмбебап заң емес. Термодинамиканың бірінші бастамасы жылулық процестерге арналған энергияның сақталу заңы болағандықтан, оны кез-келген жүйе үшін қолдануға болады. Ал термодинамиканың екінші бастамасын өлшемдері шектеулі оқшауланған жүйелерге ғана қолдануға болады.

10 Дәріс № 10. Нақты газдар

Дәрістің мазмұны: нақты газдарға шолу жасау.
Дәрістің мақсаттары: нақты газдардың қасиеттерін оқып үйрену.

Абстракциялық идеал газ ұғымын енгізу молекула-кинетикалық теорияны жасауға, тасымалдау құбылыстарын зерттеуге, жылусыйымдылықтарды есептеу мәселесін шешуге т.б. мүмкіндік берді. Төменгі қысымдар мен температураларда бұл теорияның қорытындылары эксперимент нәтижелерін жақсы түсіндіреді.

Қысым үлкен болғанда газ қатты сығылып, *молекулалардың көлемдерінің қосындысы газдың көлемімен шамалас болады*. Сонымен қатар, молекулалардың бір-бірінен қашықтығы *молекуааралық күштер әсер ететін* шамаға дейін азаяды.

10.1 Молекулалардың тартылыс күшін ескеру

Молекуалардың өзара тартылыс күші газ ішінде *ішкі қысым* деп аталатын қосымша қысым тудырады. Сондықтан күй теңдеуіндегі p қысымды ($p+p^1$) шамасымен ауыстыру керек. Ван-дер-Ваальстің зерттеулері ішкі қысым молекулалар концентрациясының квадратына тура, мольдік көлем (V_M) квадратына кері пропорционал болатынын көрсетті:

$$p^1 = \frac{a}{V_M^2} \qquad (10.1)$$

мұндағы a – газдың табиғатына тәуелді болатын тұрақты шама.

Осы екі түзетуді Клапейрон теңдеуіне енгізсек, нақты газдың бір молі үшін күй теңдеуін аламыз (*Ван-дер-Ваальс теңдеуі*):

$$(p + \frac{a}{V_M^2})(V_M - b) = RT \qquad (10.1)$$

Газдың кез келген мөлшеріне ($\nu = \frac{m}{M}$) арналған күй теңдеуінің түрі:

$$(p + \frac{m^2}{M^2}\frac{a}{V^2})(V - \frac{m}{M}b) = \frac{m}{M}RT\,, \qquad (10.3)$$

мұндағы a мен b – эксперимент арқылы анықталатын тұрақты шамалар;

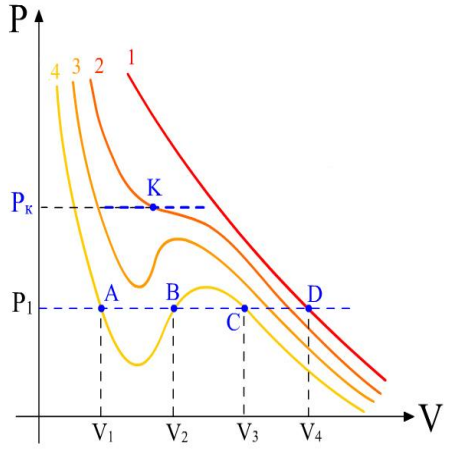
$V = \frac{m}{M} V_m$ –газ алып тұрған көлем.

Ван-дер-Ваальс теңдеуін шығарарда бірқатар оңайлатулар енгізілгендіктен, бұл теңдеу нақты газ күйін жуықтап сипаттайды. Нақты газ күйін сипаттайтын басқа да теңдеулер бар. Бірақ олар күрделі болғандықтан мұнда қарастырылмайды.

10.2 Ван-дер-Ваальс изотермаларын талдау

Ван-дер-Ваальс теңдеуі V көлем бойынша үшінші дәрежелі теңдеу. Сондықтан р қысым мен Т температураның берілген мәні үшін бұл теңдеудің үш түбірі болады. Түбірлердің екеуі комплекстік болуы мүмкін. Көлем нақты шама болғандықтан, р мен Т – ның кез келген берілген мәнінде V бір немесе үш мәнге ие болуы мүмкін. Ван-дер-Ваальс теңдеулерін талдау үшін оның $T_1 > T_2 > T_3 > T_4$ температуралар үшін изотермаларын салайық (10.1–суреттегі 1,2,3,4 изотермалар). Графиктерді зерттеу арқылы келесі үш қорытынды жасауға болады:

1) Температура (T_1) жоғары болса, онда нақты газдың 1 изотермасы идеал газ изотермасына ұқсас болады. $p_1 = const$ болғандағы AD изобара изотермамен D нүктесінде қиылысады. Қысымның кез келген p мәніндегі T_1 температураға көлемнің V мәні сәйкес келеді, яғни, Ван-дер-Ваальс теңдеуінің бір ғана нақты түбірі болады.



10.1 сурет - Ван-дер-Ваальс изотермалары

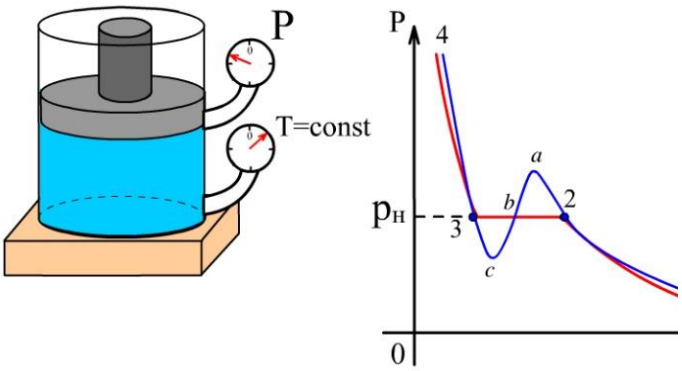
2) Температуралар (T_2, T_3 және T_4) төмендеу болса, изотермаларда бүгілістер пайда болады. AD изобара мен 4 изотерма үш нүктеде (A,B,C) қиылысады. Бұл нүктелер көлемнің p_1 қысым мен T_4 температурадағы үш нақты мәндеріне (V_1, V_2, V_3) сәйкес келеді.

3) Температура өсіп 4 изотермадан 3 және 2 изотермаларға ауысқан сайын қисықтардағы бүгіліс түзеле береді. *A* және *C* нүктелерінің ара қашықтығы азайып, 2 изотермада бір нүктеге – *K* бүгіліс нүктесіне бірігіп кетеді. Бұл нүктеден өтетін изобара $p_k = const$ изотермаға жанама болады. Изотермасында бүгіліс нүктесі бар T_2 температура *(сындық) критикалық температура* деп аталады.

10.3 Заттың критикалық күйі. Фазалық ауысулар

Ван-дер-Ваальстың теориялық изотермаларының физикалық мәнін олардың *эксперименттік изотермаларымен* салыстыра талдау арқылы түсінуге бо-

лады. 10.2-суретте қызыл сызықпен эксперименттік және көк сызықпен теориялық изотермалар берілген.



10.2 сурет - Фазалық ауысулар

1–2 және 3–4 аралықтарда екі қисық бірігіп кетеді. Ал 2-3 аралықта айырмашылықтары байқалады. олардың Эксперимент нәтижелері бойынша бұл аралықта көлем кішірейгенімен қысым өзгермейді. Бірақ, бұл уақытта газы толтырылған ыдыстың қабырғасында сұйықтық конденсирлене бастайды. 3 нүктеде газ сұйықтыққа айнала бастайды. Изотермияның $2-3$ аралығына сәйкес келетін жағдайда зат газ және сұйықтық болатын екі агрегаттық күйде болады. Бұл жағдайдағы газды *қаныққан бу,* ал оның қысымын *қанығу қысымы* деп атайды. Егер осы күйде көлем тұрақты болса, онда булану мен конденсация процестері тепе-теңдікте болады. Изотерманың 3-4 аралығы сұйықтыққа сәйкес келеді. Сұйықтықтың көлемі аз шамаға өзгерсе, қысым өте үлкен шамаға өзгереді. Сондықтан, оларды сығылмайтын орта ретінде қарастыруға болады. Жүйені теориялық изотермаларының $2-a$ және $3-c$ аралықтарына сәйкес күйге келтіру үшін арнайы жағдай орнату керек. Бірақ, бұл күйлер орнықты емес *(метастабильді*). $2-a$ аралығында бу қысымы сол температурадағы қаныққан бу қысымынан артық болады. Бұл күйдегі буды *аса қаныққан бу* деп атайды. $3-c$ аралығында сұйықтықтың қысымы сол температурадағы қаныққан бу қысымынан төмен болады. Мұндай сұйықтық *аса қызған сұйықтық* деп аталады.

Егер әртүрлі температурадағы эксперименттік изотермалар сериясының горизонталь бөліктеріндегі шеткі нүктелерді жалғаса, онда қоңырау тәрізді қисық шығады (10.3 сурет). Осы қисық пен *К* бүгіліс нүктесінің сол жағындағы изотермалар (p,V) диаграмманы үш аймаққа бөледі: екіфазалық күй аймағына (қоңырау тәрізді қисықтың асты), сұйық күйге (сол жағы) және бу аймағына (оң жағы).

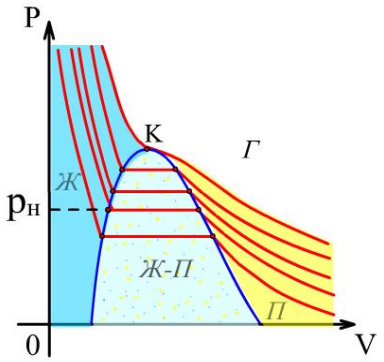
Критикалық изотерманың үстіндегі аймақтағы газға қандай қысым берсе де, ол сұйыққа айнала алмайды. *К* нүктесіне сәйкес келетін V_k *көлем мен* p_k *қысым мәні критикалық* деп аталады.

Сұйықтықтың сығылуын сипаттай алады. Критикалық күй параметрлеры келесі өрнектермен анықталады:

$$T_K = \frac{8a}{27Rb}; \quad V_K = 3b; \quad P_K = \frac{a}{27b^2}, \tag{10.4}$$

мұндағы *a* мен *b*–Ван–дер–Ваальс түзетулері; R – газдың универсал тұрақтысы.

Сонымен, *Ван-дер-Ваальс теңдеуі газ күйін, газдың сұйықтыққа айналу процесін және сұйықтықтың сығылуын сипаттай алады*



10.3 сурет - Ван-дер-Ваальс изотермаларының сериясы

11 Дәріс № 11. Электростатикалық өріс. Электростатикалық өріс үшін Гаусс теоремасы

Дәріс мазмұны: электростатикалық өріс пен оның сипаттамаларын қарастырылады.

Дәріс мақсаты: электростатикалық өрістің сипаттамалары мен Гаусс теоремасын оқып үйрену.

Тыныштықтағы зарядтардың физикасын қарастыратын электр бөлімін электрстатика деп атайды. Табиғатта электр зарядтары оң және теріс болып екі түрге бөлінеді. Аттас зарядтар тебіледі, ал әр аттас зарядтар тартылады. Бірқатар тәжірибелер нәтижесінде (Р. Милликен, А.Ф. Иоффе және басқалар) табиғаттағы барлық электр зарядтары дискретті зарядтардан тұратындығы, және олардың модульдері $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл-ға еселі екендігі көрсетілген. Бұл заряд шамасы бойынша электронның зарядына тең. Зарядының шамасы осындай, бірақ оң зарядталған ең кіші орнықты бөлшек протон болып табылады. Электрон мен протон массалары сәйкесінше: $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг және $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. Көптеген тәжірибелердің нәтижелерін жалпылай келе табиғаттың іргелі заңы, зарядтың сақталу заңы анықталған: оқшауланған жүйеде зарядтардың (оң және теріс) алгебралық қосындысы тұрақты болып қалады. Оқшауланған немесе тұйық жүйе деп сыртқы денелермен заряд алмаспайтын жүйені айтады.

11.1 Кулон заңы

Нүктелік зарядтардың өзара әсерлесуінің негізгі заңын, тәжірибе жүзінде Кулон анықтады. Кулон заңын тұжырымдамас бұрын нүктелік заряд ұғымын

енгіземіз (кинематикада енгізілген материялық нүкте туралы түсінік сияқты) нүктелік заряд дегеніміз – сызықтық өлшемдері әсерлесуші зарядталған денелердің ара қашықтығынан өте аз болып келетін денеде орналасқан заряд. Кулон заңы бойынша: *вакуумда орналасқан екі* q_1 *және* q_2 *нүктелік зарядтардың өзара әсерлесу күшінің модулі олардың шамаларының көбейтіндісіне тура, ал ара қашықтығының квадратына кері пропорционал:*

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}, \tag{11.1}$$

мұндағы k-өлшем жүйесіне байланысты болатын пропорционалдық коэффициент.

Зарядтар арсындағы бұл күш осы зарядтар орналасқан түзу сызықтың бойымен бағытталған, яғни орталық күш болып табылады. Аттас зарядтар үшін ($q_1 > 0$ және $q_2 > 0$ немесе $q_1 < 0$ және $q_2 < 0$) $F > 0$, ал зарядтар әр аттас болса, $F < 0$ болады. Векторлық түрде Кулон заңы былай жазылады:

$$\vec{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}_{21}}{r}, \tag{11.2}$$

мұндағы $\vec{F}_{21}$- бірінші зарядқа екінші зарядтың әсер етуші күші;

$\vec{r}_{21}$ -бірінші зарядтан екінші зарядқа бағытталған радиус-вектор, $r = \left|\vec{r}_{21}\right|$.

Бұл теңдеу аттас зарядтардың бірін-бірі тебетіндігін, әр аттас зарядтардың бірін-бірі тартатындығын көрсетеді. Егер де әсерлесуші зарядтар вакуумда емес, қандай да бір ортада орналасқан болса, онда Кулон заңы былай жазылады:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \tag{11.3}$$

мұндағы ε-өлшем бірлігі жоқ, ортаның электрлік қасиетін көрсетуші *диэлектрлік өтімділік* деп аталатын физикалық шама.

Вакуум үшін $\varepsilon = 1$ болады. Жоғарыдағы (11.1) және (11.3) теңдеулерінен ε-нің берілген ортадағы әсерлесуші күштің, вакуумдағы әсерлесуші күшінен қанша есе аз екенін көрсететінін байқау қиын емес. Бірліктердің халықаралық жүйесінде (БХЖ):

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{м}{Ф} \tag{11.4}$$

Бұл формуладағы $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\, Кл^2/(Н \cdot м^2)$ немесе Ф/м – электр тұрақтысы

деп аталады. Осы (11.4) және (11.3) - теңдеулерге сүйене отырып, Кулон заңын төмендегідей жазуға болады:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (11.5)$$

мұндағы $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\,\frac{м}{Ф}$ екендігін айта кеткен жөн. Фарад (Ф)–электр сыйымдылығының өлшем бірлігі.

11.2 Электрстатикалық өріс кернеулігі

Қазіргі күнгі көзқарасқа сәйкес электр зарядратының өзара әсерлесуі өріс арқылы болады. Кез келген зарядалған дене өз төңірегінде өріс туғызады. Ол өрістің бар екендігіне оған енгізілген өте аз мөлшерлі q_0 «сыншы зарядқа» күштің әсер етуі арқылы көз жеткізуге болады. Өрістің бар екендігін анықтауға қолданған заряд сыншы деп аталған. Өріс тарапынан әсер етуші күштің $\vec{F}$ өріске енгізілген зарядтың шамасына q_0 қатынасын электр өрісінің кернеулігі деп атайды:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad (11.6)$$

Егер өріс көзінің заряды q болса, онда Кулон заңына сүйене отырып, (11.6) өрнегін былай жазуға болады:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r} \qquad (11.7)$$

немесе скаляр түрінде өріс кернеулігі:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (11.8)$$

Ал егер өріс туғызушы заряд бірнеше нүктелік зарядтардың жүйесі болса, қорытқы өріс кернеулігі әрбір нүктелік заряд кернеулігінің векторлық қосындысына тең болады:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\frac{\vec{r}_i}{r_i}, \qquad (11.9)$$

мұндағы r_i - өрістің қарастырылып отырған нүктесі мен q_i заряд арасындағы қашықтық.

Бұл өрнек электр өрістеріне суперпозиция принципін қолдануға болатындығын көрсетеді. Бұл принцип бойынша зарядтар жүйесі туғызатын қорытқы электр өрісі берілген нүктеде әр заряд туғызатын электр өрістерінің геометриялық қосындысына тең болады.

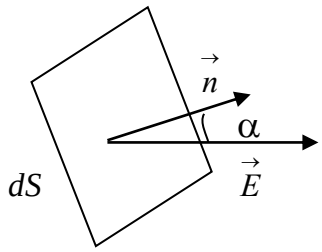
11. 3 Гаусс теоремасы

$\vec{E}$ векторының ағыны өтетін өте кіші dS элементар ауданды алайық. Оған түсірілген нормаль $\vec{n}$ электр өрісінің векторы $\vec{E}$-мен α бұрышын жасайды делік. Бұл ауданды қиып өтетін элементар ағын $d\hat{O}$:

$$d\Phi = E \cdot dS \cdot cos\alpha = E_n dS = \vec{E} \cdot \vec{dS},$$

мұндағы E_n кернеулік векторының ауданға түсірілген $\vec{n}$ нормаль бағытына проекциясы;

$\vec{dS}$-вектор, ол модулі dS-ке тең де, бағыты $\vec{n}$-нің бағытымен бағыттас.



11.1 сурет – Электр өрісінің кернеулік векторының ағыны

Кез келген S ауданнан өтетін $\vec{E}$ векторының ағыны $\hat{O}_E$

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \qquad (11.10)$$

болады. Осыған байланысты атап өтетін бір жай: аудан тұйық болған кезде, оған түсірілген $\vec{n}$ нормальдың оң бағыты ретінде сыртқы нормаль алынады: яғни нормальдың бәрі ауданнан сыртқа қарай бағытталады.

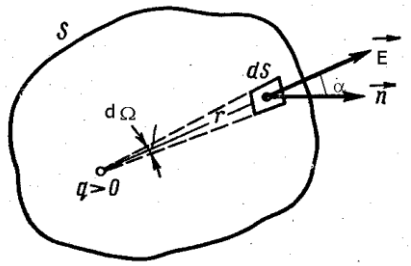
Нүктелік заряд өрісін қарастырайық (11.2 сурет).

11.2 сурет - Нүктелік заряд өрісі

Заряд кез келген пішіндегі тұйықталған беттің ішіне орналасқан делік. Кіші dS ауданынан өтетін элементар ағын $d\hat{O}_E$:

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{dS} \cdot \cos\alpha .$$

Бұған нүктелік зарядтың электр өрісі-



нің мәнін қойғанда

$$d\Phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dS\cdot\cos\alpha = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}d\Omega \quad (11.11)$$

бұл жердегі $d\Omega$ - элементар ауданға тірелуші, төбесі нүктелік зарядта орналасқан денелік бұрыш. (11.11) теңдігін интегралдасақ, толық ағын $\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$ -ге тең болады. Φ-тың бұл мәнін (11.10) формуласының сол жағына апарып қойғанда

$$\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}q$$

болады. Заряд кез келген пішіндегі беттің тұйық ішінде жатқандықтан α бұрышы $\frac{\pi}{2}$-ден аз да, көп те болуы мүмкін. Сондықтан $\cos\alpha$ мен $d\Omega$ нөлден көп те, нөлден аз да болар еді, яғни заряд тұйық беттің сыртында орналасқан жағдайда, ондай ауданнан $\vec{E}$-векторының ағыны нөлге тең болады. Электр өрісін $q_1, q_2, \ldots, q_n$ нүктелік заряд тудыратын болса, онда суперпозиция принципі бойынша қорытқы ағын:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots\right)d\vec{S} = \oint\vec{E}_1 d\vec{S} + \oint\vec{E}_2 dS + \ldots \ .$$

Егер зарядтар тұйық беттің ішіне орналасқан болса, онда теңдіктің оң жағындағы әр интеграл $\frac{q_i}{\varepsilon_0}$-ге тең болар еді. Сондықтан

$$\oint\vec{E}\,d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}q_i \quad (11.12)$$

деп жазуға болады. Бұл (11.12) теңдеу Гаусс теоремасының математикалық өрнегі болып табылады. Оның анықтамасы: вакуумдегі электр өрісі векторының кез келген пішіндегі тұйық бет бойынша ағыны, оның ішінде жатқан зарядтардың алгебралық қосындысын электр тұрақтысына ε_0-ге бөлгенге тең. Егер зарядтар берілген көлемде $\rho = \frac{dq}{dV}$ тығыздықпен үздіксіз таралып орналасқан болса, осы V көлемінің ішіндегі жиынтық заряд:

$$\sum_{i=1}^{n}q_i = \int_V \rho dV \quad (11.13)$$

Осы (11.13) теңдікті ескере отырып, Гаусс теоремасын электр өрісі үшін төмендегідей түрде жазуға болады:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV \qquad (11.14)$$

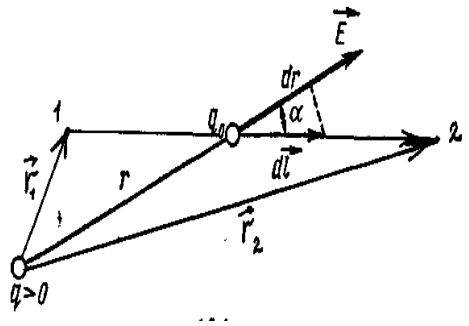
12 Дәріс № 12. Электрстатикалық өрістердің қасиеттері және кернеулік векторы мен потенциал арасындағы байланыс

Дәріс мазмұны: электростатикалық өріс қасиеттерін және кернеулік векторы мен потенциал арасындағы байланысты қарастырылады.

Дәріс мақсаты: электростатикалық өріс қасиеттерін және кернеулік векторы мен потенциал арасындағы байланысты оқып үйрену.

12.1 Электрстатикалық өрісте заряд орын ауыстырғанда орындалатын жұмыс

Нүктелік q зарядының өрісінде екінші нүктелік заряд q_0 1-ші нүктеден 2-ші нүктеге қайсыбір траекториямен қозғалсын (12.1 сурет).



12.1 сурет - Электр өрісінің жұмысы

Орындалатын элементар жұмыс $dA = \vec{F} \cdot \vec{dr} = F \cdot d\ell \cdot \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} \cdot d\ell \cdot \cos\alpha$, $d\ell \cdot \cos\alpha = dr$ болғандықтан, $dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dr$ болады. q_0 зарядын 1-ші нүктеден 2-ші нүктеге дейін орын ауыстырғанда орындалатын жұмыс:

$$A_{12} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right), \qquad (12.1)$$

мұндағы r_1 мен r_2 - q зарядынан қозғалушы q_0 орналасқан бастапқы және соңғы нүктелерге дейінгі қашықтықтар.

Осыған сәйкес (11.1) теңдігінен электростатикалық өрісте жұмыс заряд-тың жүріп өткен жолының траекториясына байланысты емес екендігін және тек қана 1-ші мен 2-ші нүктелердің орнымен анықталатынын көруге болады. Олай болса, бұл электрстатикалық өріс *потенциалды,* электрлік күштер *консервативті* болады деген сөз. Егер q_0 бірнеше нүктелік зарядтардың өрісінде қозғалатын болса, оған суперпозиция принципі бойынша, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3 \ldots \vec{F}_n$ күші әсер еткендіктен, атқарылатын жұмыс әр күш жұмыстарының алгебралық қосындысына тең, яғни

$$A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i q_0}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_{i1}} - \frac{1}{r_{i2}} \right), \qquad (12.2)$$

бұл жердегі r_{i1} мен r_{i2} мөлшері q_i зарядтан q_0 орналасқан бастапқы және соңғы нүктелерге дейінгі қашықтық. Жоғарыдағы (12.2) формуладан туындайтын тағы бір қорытынды –электрстатикалық өрісте зарядтың тұйық контурдың бойымен орын ауыстыру жұмысының нөлге теңдігі, яғни $\oint dA = 0$ болуы. Егер қозғалушы зарядты бірлік өлшемді зарядқа тең деп алсақ, онда (12.2) теңдіктен:

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \oint_L E\cdot d\ell\cdot\cos\left(\vec{E}\cdot d\vec{\ell}\right) = 0 \quad \text{немесе} \quad \oint_L \vec{E}\, d\vec{\ell} = 0 \qquad (12.3)$$

Бұл интеграл электрстатикалық өрістің кернеулік векторының тұйық контур бойымен *циркуляциясы* деп аталады.

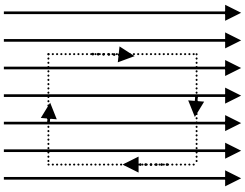
$\vec{E}$ векторының циркуляциясы теоремасынан бірнеше маңызды қорытындылар шығаруға болады:

1) Электрстатикалық өріс $\vec{E}$ кернеулігінің күш сызықтары тұйық болуы мүмкін емес.

Шындығында да, егер $\vec{E}$ векторының қандай да бір сызығы тұйық болса, онда осы сызық бойымен $\vec{E}$ векторының циркуляциясын алсақ (12.3) теориямен қарама-қайшылыққа келуші едік.

2) 12.2 - суретте көрсетілген түрдегі электрстатикалық өрістің болуы мүмкін емес.

Егерде 12.2-суретте көрсетілген үзік-үзік сызықтарға $\vec{E}$ векторының циркуляциясы теоремасын қолданса, онда ол нөлден ерекше болады, ал ол теоремаға қарама-қайшы келеді.



12.2 сурет - Электрстатикалық өрістің күш сызықтары тұйықталған болуы мүмкін емес

12.2 Электрстатикалық өріс потенциалы

Потенциалдық өрістегі консервативтік күштер жұмысы потенциалдық энергияның кемуі нәтижесінде орындалатынын ескере отырып, (12.1) теңдеуін былай жазуға болады:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_2} \qquad (12.4)$$

Демек, q_0 зарядының q заряды өрісіндегі потенциалдық энергиясын

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r} + C \qquad (12.5)$$

деп алуға болады. Бұл формуладағы С - тұрақтысын потенциалдық энергияның шексіздіктегі мәні нөлге тең болуы шартынан табуға болады. Осыған сәйкес q_0 зарядының q өрісіндегі потенциалдық энергиясы

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r}, \qquad (12.6)$$

не екінші жағынан соңғы формуланы q_0- дің өрісінде орналасқан q зарядының энергиясы деп те есептеуге болады. (12.6) өрнегінен берілген нүктедегі $\frac{W}{q_0}$ қатынасының q_0- дің мөлшеріне байланысты емес екені байқалады. Сондықтан бұл қатынас - электрстатикалық өрістің энергетикалық сипаттамасы бола алады. Оны өрістің *потенциалы* деп атайды:

$$\varphi = \frac{W}{q_0} \qquad (12.7)$$

Бұл формуладан, электрстатикалық өрістің берілген нүктесіндегі потенциалы - сол нүктеде орналасқан бірлік өлшемдегі оң зарядтың потенциалдық энергиясына тең деген қорытынды шығады. Келтірілген (12.6) және (12.7) өрнектерінен нүктелік зарядтың потенциалы

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (12.8)$$

екені шығады. Зарядты өрістің бір нүктесінен оның екінші нүктесіне дейін орын ауыстырғанда орындалатын жұмысты (12.8) теңдігін ескере отырып, төмендегідей түрде жазуға болады:

$$A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (12.9)$$

Бұдан көретініміз, орындалатын жұмыс орын ауыстырушы зарядтың мөлшері мен электрстатикалық өрістің заряд орналасатын бастапқы және соңғы нүктелерінің потенциалдар айырымының көбейтіндісіне тең болады екен. Егер өрісті бір ғана заряд емес, бірнеше $q_1, q_2, ..., q_n$ зарядтар құрайтын болса, онда (12.9) формуласы бойынша, осы өрісте орналасқан q_0-дің потенциалдық энергиясы

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_1 q_2}{r_i} \qquad (12.10)$$

бұдан нүктедегі ізделініп отырған потенциал

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} \qquad (12.11)$$

болады. Жоғарыдағы (12.10) теңдігімен салыстырғанда, (12.11) өрнегінен зарядтар системасының берілген нүктедегі потенциалы - ол өрістегі әрбір заряд потенциалдарының алгебралық қосындысына тең болатындығы байқалады. Егер зарядтардың берілген көлемдегі тығыздығы ρ болса, онда (12.11) теңдігін төмендегідей түрде жазуға болады:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho\cdot dV}{r} \qquad (12.12)$$

Бұл интеграл зарядтар орналасқан кеңістікті толық қамтиды. Егер зарядтар берілген бір бетте σ беттік тығыздықпен орналасса, онда:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\sigma\cdot dS}{r}, \qquad (12.13)$$

мұндағы σ-зарядтың беттік тығыздығы; dS - беттік аудан S-тің элементі.

12.3 Кернеулік векторы $\vec{E}$ мен потенциал φ арасындағы байланыс

q_i заряды туғызатын электр өрісінде q_0-ші заряды x осінің бойымен dx қашықтыққа орын ауыстырғанда орындалатын жұмыс $dA = q_0 E_x dx$ болсын. Екіншіден, бұл жұмыс $dA = -q_0 d\varphi$ болады. Олардың оң жақтарын теңестіргенде:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{dx} \qquad (12.14)$$

Дәл осылай y және z өстерін қарастыра отырып, $\vec{E}$ векторының төмендегідей өрнегіне келеміз:

$$\vec{E} = -\left(\frac{d\varphi}{dx}\vec{i} + \frac{d\varphi}{dy}\vec{j} + \frac{d\varphi}{dz}\vec{k}\right) \qquad (12.15)$$

мұндағы $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - x, y, z – координат осьтері бойымен бағытталған бірлік векторлар.

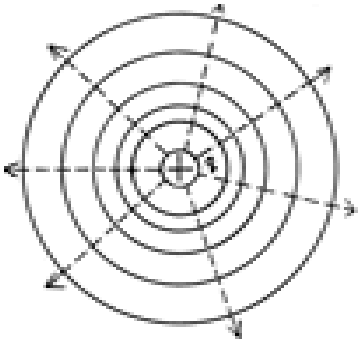
Градиент туралы анықтамадан:

$$\vec{E} = -grad\varphi \quad \text{немесе} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot \varphi, \qquad (12.16)$$

мұндағы $\vec{\nabla} = \frac{d}{dx}\vec{i} + \frac{d}{dy}\vec{j} + \frac{d}{dz}\vec{k}$ -Гамильтон операторы (набла операторы).

(12.16) бойынша-кернеулік $\vec{E}$ теріс таңбамен алынған потенциалдың градиентіне тең болады.

Электрстатикалық өрісті графиктік түрде күш сызықтары арқылы ғана емес эквипотенциалды беттер арқылы да кескіндеуге болады. Эквипотенциалдық беттер деп барлық нүктелерінің потенциалдары бірдей беттерді айтады. Егер өрісті нүктелік заряд тудырса, онда $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$ формуласына сәйкес эквипотенциалдық беттер сфера түрінде болады



12.3 сурет - Эквипотенциалдық беттер

Нүктелік зарядтың күш сызықтары радиус бойымен бағатталғандығын айтқанбыз, яғни эквипотенциалдық беттер мен күш сызықтары өзара ортогональ болып келеді. Суретте күш сызықтары үзік-үзік сызықтармен жүргізілген. Эквипотенциалды беттердің жиілеуі (қоюлануы) потенциалдың мәнінің өзгеруіне сәйкес келеді. Зарядтан алыстаған сайын эквипотенциалдық беттер сирей береді. Эквипотенциалдық беттердің бағытын біле отырып күш сызықтарын жүргізуге болады немесе керісінше.

13 Дәріс № 13. Электр өрісіндегі өткізгіштер мен диэлектриктер

Дәріс мазмұны: электростатикалық өрістегі өткізгіштік пен диэлектрлік қасиеттеріне шолу.

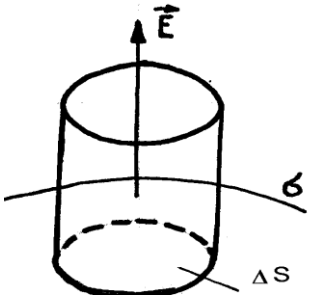
Дәріс мақсаты: өткізгіштердің электр сыйымдылығы және конденсаторлар туралы түсінікті дамыту; диэлектриктердегі поляризация құбылысын және электрлік ығысу векторы оқып үйрену.

13.1 Электр өрісіндегі өткізгіштер

Егер өткізгішті сыртқы электр өрісіне орналастырса немесе оған қандай да бір заряд берсе, онда бұл екі жағдайда да өткізгіштегі зарядтарға электрста-

тикалық өріс әсер етіп, зарядтар өткізгіш ішінде орын ауыстыра бастайды. Бұл процесс өткізгіш ішіндегі өріс нөлге тең болғанша жүреді. Осы кезде өткізгіш ішіндегі потенциал тұрақты ($\varphi = const$) болады да, өткізгіш бетінің әр нүктесіндегі кернеулік нормаль бойымен бағытталады. Кері жағдайда зарядтардың тепе-теңдігі бұзылады.

Гаусс теоремасын қолданып, өткізгіштің бетіндегі өріс кернеулігін тікелей анықтауға болады. Айталық, 13.1-суретте көрсетілген өткізгіш бетіндегі зарядтардың беттік тығыздығы σ болсын.



13.1 сурет - Өткізгіш бетіндегі электр өрісінің кернеулігі

Өсі $\vec{E}$ векторымен сәйкес келетіндей тұйық цилиндр алайық. Цилиндрдің бір жақ табаны өткізгіш ішінде, ал екіншісі сыртында болсын. Цилиндрдің өткізгіш ішінде жатқан қыры мен бүйір беті арқылы өтетін ағын нөлге тең екендігі белгілі. Сондықтан $E_n \Delta S = \sigma \Delta s / \varepsilon_0 \varepsilon$, мұндағы E_n - $\vec{E}$ векторының сыртқы нормальға проекциясы, ΔS -цилиндрдің көлденең қимасының ауданы, σ -зарядтардың беттік тығыздығы. Соңғы теңдіктен

$$E_n = \sigma / \varepsilon_0 \varepsilon, \qquad (13.1)$$

мұндағы ε -өткізгішті қоршаған ортаның диэлектрлік өтімділігі.

Егер электр өрісіне зарядталмаған өткізгіш енгізсек (13.2 сурет), онда өткізгіш ішінде еркін зарядтардың (электрондар мен иондар) бөліну процесі жүреді, нәтижесінде өткізгіштің бір ұшына – оң зарядтар, екінші ұшына–теріс зарядтар жиналады.

13.2 сурет - Кернеулік сызықтар
а) өткізгішті электр өрісіне орналасқан кездегі бастапқы мезет;
б) орныққан соңғы күй.

Осы зарядтар туғызған өріс сыртқы өріске қарсы бағытталады. Бұл процесс өткізгіш ішіндегі өріс нөлге тең болғанша жүреді, және өткізгіш бетіндегі кернеулік сызықтары бетке ортогональ болып келеді. 13.2, а-суретте өткізгішті электр өрісіне орналасқан кездегі бастапқы мезет; 13.2, б-суретте орныққан соңғы күйі көрсетілген. Өткізгіш бетінде пайда болған зарядтар индукциялық зарядтар деп, ал өріс әсерінен өткізгіштегі зарядтардың қайта таралуы (орналасуы) электрстатикалық индукция деп аталады. Өткізгіштің іші қуыс болуы зарядтардың бетте орнығуына кедергі болмайды (әсер етпейді). Бұл айтылғандар әртүрлі денелерді электрстатикалық қорғау үшін қолданылады. Мысалы, электрөлшеуіш құралдарды сыртқы электрстатикалық өріс әсерінен қорғау үшін, көбінесе металл торлар қолданылады. Өткізгішке берілген зарядтардың өткізгіш бетіне орналасуы өткізгіште зарядтардың (екі таңбасының да) көп мөлшерін жинақтау үшін және қарама-қарсы зарядталған өткізгіштер арасында үлкен потенциалдар айырымын (бірнеше миллион вольт) тудыру үшін қолданылады. Бұл идеяны Ван-де-Граф электрстатикалық генератор жасау үшін қолданған.

13.2 Электрлік сыйымдылық. Оқшауланған өткізгіштің электрлік сыйымдылығы

Басқа өткізгіштер мен зарядтардан қашықтатылған оқшауланған өткізгішті қарастырайық. Заряд пен потенциал арасында q=Cφ тәуелділігі бар екені тәжірибеден белгілі. Бұдан шығатын

$$C = \frac{q}{\varphi}, \tag{13.2}$$

шамасын оқшауланған өткізгіштің *электрлік сыйымдылығы* деп атайды. Ол сан мәні жағынан өткізгіштің потенциалын бірлікке өсіретін зарядқа тең шама. Сыйымдылық өткізгіштің пішініне, мөлшеріне байланысты болып, бірақ оның материалына, агрегаттық күйіне, өткізгіш ішіндегі бос қуыстың өлшеміне тәуелді болмайды. Сыйымдылық, сонымен бірге өткізгіштің заряды мен потенциалына да байланысты емес. Оны былай да айтуға болады: өткізгіштің потенциалы оның зарядына тура пропорционал да, сыйымдылығына кері пропорционал болады. Радиусы R, шар пішінді, ошаланған өткізгіштің сыйымдылығын анықтайық. Бұл үшін $\vec{E}$ мен φ-ді байланыстыратын формуланы пайдаланып, шардың потенциалын табамыз:

$$\varphi = \int_R^\infty E_r dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_R^\infty \frac{q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R} \tag{13.3}$$

Мұны (13.2)-ге қоятын болсақ, шардың электрлік сыйымдылығының өрнегін аламыз:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R .$$

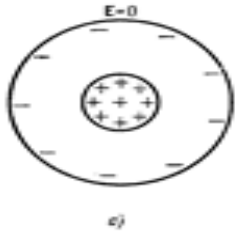
БХЖ - де сыйымдылықтың өлшем бірлігі ретінде өткізгішке 1 Кл заряд берілгенде, оның потенциалы 1 В - қа өзгеретін өткізгіштің сыйымдылығы алынады. Бұл шама фарад (Ф) деп аталады. Фарад - өте үлкен шама. Егер Жерді радиусы 6400км өткізгіш шар ретінде қарастырсақ, онда оның сыйымдылығы шамамен $700 \cdot 10^{-6}$ Ф-қа тең. Сондықтан жиі қолданылатын сыйымдылық өлшемдері: 1 мкФ=10^{-6} Ф және 1 пФ=10^{-12} Ф болады.

13.3 Электрстатикалық өрістегі диэлектриктер. Диэлектриктердің түрлері

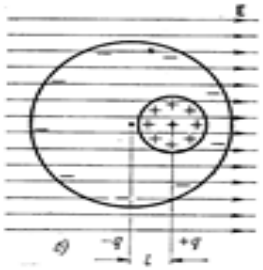
Идеал диэлектриктерде оның электр өрісінің әсерінен еркін қозғала алатын зарядтар болмайды. Диэлектриктердің атомдары мен молекулалары тұтас алғанда бейтарап болады, өйткені құрамындағы микроскопиялық теріс және оң зарядтардың мөлшерлері бірдей. Атомдардың ішіндегі микроскопиялық зарядтардың электр өрісінің 10^{11} В/м шамасында болады, бұл іс жүзінде қол жеткізілген макроскопиялық өрістің (~10^{7} В/м) шамасынан көп артық. Атомдар мен молекулалардың сыртқы электр өрісінде өте орнықты болуы және атомның ішкі зарядтарының тұрақты болуы осымен түсіндіріледі. Сыртқы әсер сипаттамасы денелердің нақты құрылысына тәуелді болады. Құрылысына байланысты диэлектрик заттарды үш үлкен топқа бөлуге болады. Бірінші топқа жататын диэлектриктердің оң және теріс зарядтарының ауырлық центрлері бір-біріне сәйкес келеді (13.3, а сурет). Мысалы, парафин, бензол, азот, газтәріздес сутегі, көмірсутектілердің қатары. Мұндай диэлектриктер молекулаларының сыртқы өрісі жоқ кезде дипольдік моменті болмайды. Сондықтан мұндай диэлектриктердің молекулалары – *полярлы емес* деп аталады. Сыртқы электр өрісінде молекулалардың оң және теріс зарядтарының «ауырлық центрі» қарама - қарсы ығысады, ол аралық ℓ молекулалардың өлшемімен салыстырғанда аз болады (13.3, б сурет). Бұл кезде әр молекула

$$\vec{p} = q\vec{\ell} \qquad (13.11)$$

дипольдік моментке ие болады. Оның шамасы бірінші жуықтауда сыртқы өрістің $\vec{E}$-кернеулігіне тура пропорционал. Сыртқы өріс жойылғанда молекулалар алғашқы қалпына келеді де, дипольдік момент нөлге айналады. Мұндай дипольдер – «серпімді» дипольдер деп аталады.



а) электр өрісі жоқ кезде;

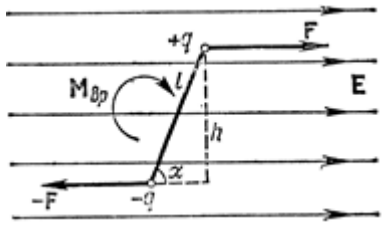


б) электр өрісі бар кезде.

13.3 сурет - Қатаң дипольді диэлектрикетрдің бірінші түрі

Екінші топқа – су, нитробензол, т.с.с. молекулаларының құрылысы асимметриялы заттар жатады. Бұларда сыртқы өріс жоқ кезде де, оң және теріс иондардың «ауырлық центрі» бір-бірімен сәйкес келмейтіндіктен, сондықтан олар «қатаң» диполь құрайды. Мұндай *полярлы* молекулалардың дипольдік моментінің сан мәні: $\vec{p} = q\vec{\ell}$ =10^{-19} Кл·10^{-10}м=10^{-29} Кл · м шамасындай болады. Сыртқы өріс болмағанда ($\vec{E}$=0), жеке молекулалардың дипольдерінің бағыттары жылулық қозғалыстың себебінен ретсіз болады. Жалпы диэлектрикті тұтас алғанда дипольдік моментінің қорытқы мәні нөлге тең болады. Сыртқы электр өрісіне осындай диэлектрикті орналастырсақ, әрбір қатаң дипольге өрістің бойымен бұруға тырысатын электр күші әсер етеді. Қос күшті (13.3 сурет) тудыратын айналдыру моменті келесі түрде жазылады:

$$M_{àéí} = F \cdot h = qEl\sin\alpha = pE\sin(\vec{p} \wedge \vec{E}) \qquad (13.12)$$



13.3 сурет-Айналдырушы момент

Ал жылулық қозғалыстың әсері дипольдердің өріс бойымен бағытталуына кері әсер етеді, сондықтан қатаң дипольдер өріске әртүрлі α бұрышымен бағытталады. Осындай қарама-қарсы әсердің нәтижесінде, молекулалардың дипольдік моментінің өріс бағытына проекцияларының орташа $p_E = p\,\overline{\cos\alpha}$ мәні нөлге тең болмайды. Бірінші жуықтауда p_E шамасы өрістің $\vec{E}$ - кернеулігіне тура, ал абсолют T температураға кері пропорционал болады. Тұтас диэлектрикті жалпы алғанда сыртқы $\vec{E}$ өрістің бойымен бағытталған дипольдік моменті болады.

Үшінші топқа иондық құрылымы бар кристалдық диэлектриктер жатады (хлорлы натрий, хлорлы калий т.с.с). Бұларды электр өрісіне енгізгенде кристалл торының оң иондарының өрістің бағытымен, теріс иондарының өріске қарсы бағытпен біршама ығысуы болады. Мұндай диэлектриктерде жалпы алғанда сыртқы өріске пропорционал өріс бойымен бағытталған дипольдік момент болады.

13.4 Диэлектриктердің поляризациясы. Поляризациялану

Сыртқы электр өрісі болмаған кезде диэлектриктің молекулаларының дипольдік моменттері не нөлге тең (полярлы емес молекулалар) немесе кеңістікте ретсіз түрде орналасады (полярлы молекула). Екі жағдайда да дипольдік моменттердің қосындысы нөлге тең болады. Сыртқы өрістің әсерінен диэлектрик *поляризацияланады*. Олай болса – диэлектриктегі қорытқы дипольдік момент нөлден өзгеше, демек тұтас диэлектриктің көлемдік дипольдік моменті бар. Поляризациялану – диэлектрикте сыртқы зарядтар туғызған өріс кернеулігінің ке-

муіне әкеледі. Егер вакуумда зарядтардың өзара әсерлесу күші F_0, ал диэлектриктегі күші F болса, онда Кулон заңына сәйкес

$$\frac{F_0}{F} = \varepsilon$$

болатындықтан, диэлектрикті ортадағы кернеулікті $E_0 = \varepsilon E$ деп жаза аламыз. Осыдан ε шамасының мәні тек молекулалардың құрылымы мен қасиетіне ғана байланысты емес, диэлектриктің сыртқы өрісте поляризациялану қабілетін де анықтайды екен. Диэлектриктердің поляризациялану дәрежесін сипаттау үшін көлем бірлігіндегі $\vec{p}_i$ дипольдік моментті анықтау керек, ол үшін шексіз аз ΔV көлемді бөліп алып, осы көлемдегі молекулалардың моменттерінің қосындысын сол көлемге бөлу керек:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \cdot \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i \qquad (13.13)$$

Бұл жерде n дегеніміз көлемдегі молекулалардың саны, $\vec{p}_i$ -*i*-ші молекуланың дипольдік моменті. (13.13) өрнегімен анықталатын векторлық $\vec{P}$ шама диэлектриктің поляризациялану векторы деп аталады. $\vec{P}$ векторы бағыты диэлектрик тұрған жердегі электр өрісінің $\vec{E}$ бағытымен бағыттас болады. Тәжірибеге сәйкес поляризациялану векторының шамасы өріс кернеулігінің шамасына пропорционал, яғни $\vec{P} \sim \vec{E}$ деп қабылдауға болады. Кез келген изотропты диэлектрик түрлері үшін берілген нүктедегі поляризациялану векторы, өрістің кернеулігімен байланысы мынадай болады:

$$\vec{P} = æ \cdot \varepsilon_0 \vec{E} \qquad (13.14)$$

мұндағы æ–*диэлектрлік қабылдағыштық* деп аталады, ол $\vec{E}$ шамасына тәуелсіз.

Ол ортаның поляризациялану қабілетін сипаттайды және ортаның құрылымына байланысты болады. $\vec{P}$ мен $\varepsilon_0 \vec{E}$ шамаларының өлшем бірліктері бірдей, сондықтан æ - өлшем бірліксіз шама. Полярлы емес молекулалардан тұратын диэлектриктер үшін (13.14) өрнегі мынадай түрде жазылады:

$$\vec{P} = n\, \varepsilon_0 \beta\, \vec{E} \qquad (13.15)$$

мұндағы n бірлік көлемдегі молекула саны; β –молекулалардың поляризациялану қабілеті.

Егерде æ=$n\beta$, деп белгілесек, онда (13.15) өрнекке келеміз.

13.5 Электрлік ығысу векторы

Байланыстағы зарядтардың бөгде зарядтардан айырмашылығы – өзі құрап тұрған молекулаларды тастап кете алмайды. Қалған жағынан бұлардың басқа зарядтардан еш айырмашылығы жоқ. Дербес жағдайда, олар электр өрісінің көзі болып есептеледі. Өткен тарауларда біз жазық параллель диэлектриктен пайда болған біртекті $\vec{E}$ өрісте орналасқан пластинаны мысал ретінде қарастырғанбыз. Бұл пластина поляризацияланады және оның бірлік көлеміндегі дипольдік моменті $\vec{P}$ болады. Поляризацияланған пластина тудыратын қосымша өрісті есептеу үшін оны зарядының беттік тығыздығы σ' жазық конденсатордың өрісі ретінде қарастыруға болады, $\sigma' = P$ екенін көрсетуге болады. Диэлектриктің ішіндегі өрістің толық кернеулігі

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \qquad (13.16)$$

болады. Диэлектриктен тыс жерде поляризация болмайды $\vec{P}$=0, сондықтан $\vec{E} = \vec{E}_0$. Аса күшті емес өрістерде (13.16) өрнекке сәйкес поляризациялану векторы өріс кернеулігіне пропорционал болады: $\vec{P}$=æ$\cdot \varepsilon_0 \vec{E}$. Электрстатикалық индукцияның анықтамасы бойынша $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$. (13.1) және (13.16) өрнектерді салыстырып, былай жазуға болады:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad (13.17)$$

Бұл формуладағы $\vec{P}$ мәнін (13.17) қойсақ төмендегідей өрнек аламыз:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (\vec{E} + æ\vec{E}) = \varepsilon_0 (1 + æ)\vec{E} \qquad (13.18)$$

Сонымен, электр ығысуы векторы деп - (13.18) өрнегімен анықталатын шаманы айтады. Өлшемсіз ε=1+ æ шаманы *салыстырмалы өтімділік* немесе ортаның *диэлектрлік өтімділігі* деп атайды. Мұны ескеріп, (13.18) қатынасты $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$ түрінде жазуға болады. Анизотропты диэлектрикте $\vec{E}$ және $\vec{D}$ векторлары жалпы алғанда коллинеарлы емес екенін ескеру керек. Электр ығысу векторының өлшем бірлігі Кл/м^2. $\vec{D}$ векторы тек бөгде зарядтардан пайда болған өрісті сипаттайды. Сондықтан ығысу сызықтары тек бөгде зарядтардан басталып, тек бөгде зарядтарда аяқталады. Байланыстағы зарядтар орналасқан нүктелерден ығысу сызықтары үзіліссіз өтеді.

14 Дәріс № 14. Электростатикалық өріс энергиясы

Дәріс мазмұны: электростатикалық өріс энергиясын оқып үйрену.

Дәріс мақсаты: зарядтар жүйесінің әсерлесу энергиясын оқып үйрену; конденсаторлар мен оқшауланған өткізгіш энергиясын оқып үйрену.

14.1 Электр зарядтарының энергиясы

Оңашаланған өткізгішке q зарядын берейік. Онда оның айналасында электр өрісі пайда болады және өрістің потенциалы φ болады. Өткізгіштің зарядын dq шамаға арттыру үшін ол зарядты шексіздіктен өткізгіштің бетіне әкелу керек, оған қажетті

$$dA = (\varphi - \varphi_\infty)dq = \varphi dq = \frac{qdq}{C}$$

жұмыс жасау керек, егер $\varphi_\infty = 0$ деп есептесек. Бұл жұмыс өткізгіштің электр өрісінің күштеріне қарсы жұмыс жасайтын сыртқы күштердің көмегімен орындалады. dq заряды керісінше, өткізгіштің бетінен шексіздікке орын ауыстырса, электр өрісінің күштері сондай мөлшердегі dA жұмыс атқарады. Демек, зарядталған өткізгіштерде разрядталу жұмысын W потенциалдық энергия болады. Өткізгіштің зарядын dq шамаға арттырғанда, оның потенциалды энергиясы dW шамаға өседі, ол сыртқы күштердің жасаған dA жұмысына тең:

$$dW = dA = \frac{1}{C} qdq \qquad (14.1)$$

Зарядталмаған ($q = 0$ және $\varphi = 0$), өзінің айналасында электр өрісі жоқ, өткізгіштің потенциалдық энергиясын нөлге тең деп есептейміз. Заряды біршамаға жеткен өткізгіштің W энергиясын (14.1) өрнегін интегралдау арқылы табуға болады:

$$W = \int_0^W dW = \int_0^q \frac{1}{C} qdq = \frac{1}{C}\int_0^q qdq = \frac{q^2}{2C}.$$

Өткізгіш заряды мен потенциалы арасындағы тәуелділікті пайдаланып, зарядталған өткізгіштің энергиясы үшін келесі түрдегі өрнекті алуға болады:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} \qquad (14.2)$$

Зарядталған өткізгіштің ішінде өріс жоқ. Өткізгішті зарядтағанда, электр өрісі тек өткізгішті қоршаған ортада болады. Сондықтан, зарядталған өткізгіштің электр энергиясы өткізгішті қоршаған ортадағы электр өрісінде шоғырланған және онда белгілі бір көлемдік тығыздықпен таралған, электр өрісінің кернеулігі өткізгішке дейінгі қашықтыққа тәуелді.

14.2 Зарядталған конденсатордың энергиясы

Енді жазық конденсатордың астарлары арасындағы біртекті өрісті қарастырайық. Мұндай конденсатордың зарядталу процесінде шексіз аз dq заряд біртіндеп бір пластинадан екінші пластинаға өтеді. Соның нәтижесінде бір пластина оң, ал екіншісі теріс зарядталады деп есептеуге болады және олардың арасында біртіндеп өсетін $U = \frac{q}{C}$ потенциалдар айырымасы пайда болады. Оңашаланған өткізгіш үшін дәлелденген қорытындыны қайталап, зарядталған конденсатордың толық электрстатикалық энергиясы үшін өрнекті жазуға болады:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} \qquad (14.3)$$

(14.3) өрнекке жазық конденсатордың сыйымдылығы мен потенциалдар айырымының мәндерін ($\mathrm{C} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mathrm{S}\cdot\mathrm{d}}$ және $E = \frac{U}{d}$) қойсақ, түрлендірілгеннен кейін алатынымыз:

$$W = CU^2/2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2d} S\cdot E^2 d^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}\cdot V \qquad (14.4)$$

мұндағы E-конденсатордың ішіндегі электр өрісінің кернеулігі, ал $V = Sd$ – конденсатордың көлемі.

Бірлік көлемдегі энергия немесе электр өрісінің энергиясының көлемдік тығыздығы:

$$\omega = W/V = \varepsilon\varepsilon_0 E^2/2. \qquad (14.5)$$

Бұдан көлемдік тығыздық электр өрісінің кернеулігінің квадратына тура пропорционал екені шығады. (14.5) қатынас өріс кернеулігі E және энергия тығыздығы ω нүктеден нүктеге өзгеретін біртекті емес кез келген өріс үшін орынды болып қала береді. Изотропты диэлектриктерде $\vec{\mathrm{E}}$ және $\vec{\mathrm{D}}$ векторларының бағыттары сәйкес келеді. Сондықтан энергия тығыздығы үшін формуланы былай беруге болады:

$$\omega = \vec{E}\vec{D}/2 = \frac{E(\varepsilon_0 E + P)}{2} = \vec{E}^2\frac{\varepsilon_0}{2} + \vec{E}\vec{P}/2 \qquad (14.6)$$

Бірінші қосынды вакуумдағы $\vec{\mathrm{E}}$ өріс энергиясының тығыздығына, ал екінші қосынды диэлектрикті полярлауға (поляризациялауға) жұмсалатын энергияға сәйкес келеді.

14.3 Өзара әсерлесуші зарядтардың энергиясы

Электр өрісі электр зарядтарымен үздіксіз байланысқандықтан, W өріс энергиясын өзара әсерлесуші зарядтардың энергиясы деп қарастыруға болады. Бір-бірінен r_{ij} қашықтықта, вакуумда орналасқан екі q_i және q_j нүктелік заряд-тар үшін жасалынған жұмыс:

$$A_{ij} = W_{ij} - W_{\infty}.$$

Егер кеңістікте N нүктелік әртүрлі заряд болса, онда жүйенің толық потенциалды энергиясы жүйеге кіретін барлық зарядтар жұбының өзара энергияларының қосындысына тең болады:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i,j}^{N} W_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{i,j}^{N} \cdot q_i \cdot q_j / 4\pi\varepsilon_0 r_{ij}\ ,\ i \neq j\ , \qquad (14.7)$$

мұндағы 1/2 көбейткіш барлық i және j бойынша 1-ден N - ге дейін косқанда әрбір әсерлесу екі рет ескерілетінін көрсетеді.

Нүктелік зарядтардың өзара әсерлесу энергиясының өрнегін пайдалана отырып, тыныштықтағы зарядтар жүйесінің тепе-теңдігін (орнықтылығын) сараптау қажет. Екі нүктелік заряд жүйесінің тепе-теңдікті сақтай алмайтындығы (орнықсыз екендігі) белгілі. Әр аттас зарядтар түйісіп бейтарапталғанша тартылады, ал аттас зарядтар шексіздікке дейін бір-бірінен тебіледі. Кез келген жүйенің тепе-теңдікте тұру (орнықтылық) шарты олардың потенциалдық энергиясының минималдығында болады. Қарастырылып отырған екі нүктелік зарядтар жүйесі үшін бұл минимум жүйе - толық бұзылғанда ғана орындалады.

15 Дәріс № 15. Тұрақты ток

Дәріс мазмұны: тұрақты токтың сипаттамалары мен заңдылықтары.

Дәріс мақсаты: тұрақты токтың сипаттмалары мен ережелерін оқып үйрену.

15.1 Ток күші және ток тығыздығы

Электр зарядтарының бір бағыттағы реттелген қозғалысын *электр тогы* деп атайды. Егер қарастырылып отырған ортада зарядталған бөлшектердің реттелген қозғалысы электр өрісінің әсерінен өтетін болса ондай ток өткізгіштік тогы деп аталады. Ток бағыты $\vec{E}$ электр өрісі кернеулігінің бағытымен сәйкес келеді. *Ток күші* деп бірлік уақытта өткізгіштің көлденең қимасынан өтетін заряд мөлшерімен өлшенетін скаляр шаманы айтады. Егер dt уақытта мөлшері dq заряд тасымалданса, онда ток күші төмендегідей болады:

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad (15.1)$$

Уақыт бойынша өзгермейтін (*I = const)* токты-*тұрақты ток* деп атайды. Ток күшінің өлшем бірлігі БХЖ-де-ампер (А). Бұл өлшем бірлік БХЖ-дегі негізгі бірліктердің бірі, ол екі токтың өзара әсерлесуі негізінде қабылданған. Токтың маңызды сипаттамаларының бірі – ток тығыздығы векторы $\vec{j}$. Ток тығыздығы векторы ток бағытымен бағытталған және оның сан мәні ток бағытына перпендикуляр dS ауданы арқылы өтетін dI ток күшінің осы ауданға қатынасына тең болады:

$$j = \frac{dI}{dS}, \tag{15.2}$$

мұндағы dS - dI тогы өтетін аудан.

Егер ток кез келген аудан арқылы өтетін болса, онда

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S},$$

мұндағы $d\vec{S} = \vec{n}dS$, $\vec{n}$ - бетке нормаль бірлік вектор.

БХЖ-де ток тығыздығының өлшем бірлігі: $[j] = \frac{А}{м^2}$. Сонымен, өткізгіштік тогының болуының қажетті шарты – қарастырылып отырған ортада еркін электр зарядын тасымалдаушылардың (зарядталған бөлшектердің) және электр өрісінің болуы. П.Друде анықтап, Г.Лоренц дамытқан металдардың өткізгіштігінің классикалық электрондық теориясы тәжірибелік жолмен ұсынылған электр тогының негізгі заңдарын: Ом және Джоуль-Ленц заңдарын алуға мүмкіндік берді. Ток тығыздығы үшін Ом заңының өрнегі келесі түрде жазылады:

$$j = \frac{1}{\rho} E = \gamma E, \tag{15.3}$$

мұндағы $\vec{E}$ және $\vec{j}$ - векторларының бағыттары бірдей болғандықтан, соңғы өрнекті мына түрде жазуға болады:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \gamma \vec{E}. \tag{15.4}$$

Ток тығыздығының жылулық қуаты үшін Джоуль-Ленц заңы мына түрге келеді:

$$\omega = \frac{1}{\rho} E^2 = \gamma E^2. \tag{15.5}$$

Бұл өрнектердегі γ - *меншікті электр өткізгіштігі*, оған кері шама, яғни $\rho = \frac{1}{\gamma}$ -*өткізгіштің меншікті кедергісі* деп аталады. (15.3) және (15.5) өрнектерден Ом және Джоуль заңдарының интегралдық түрлеріне өтуге болады.

15.2 Тармақталған тізбектерге арналған Кирхгоф ережелері

Күрделі, тармақталған тізбектердегі токты есептеу үшін Кирхгоф екі ереже ұсынды. Тармақталған тізбек үшін Кирхгофтың бірінші ережесі: түйінде (үштен кем емес өтгізгіштер түйісетін нүктеде) түйіскен ток күштерінің алгебралық қосындысы нөлге тең болады. Шартты түрде түйінге бағытталған токтар - оң, одан шыққан - теріс деп алынады. Тұрақты ток тізбегіндегі түйінде заряд-тардың жиналуы немесе азаюы мүмкін емес деген қорытындыға келеміз . Кирхгофтың бірінші ережесінің өрнегі былай болады:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0, \qquad (15.6)$$

мұндағы n - түйінде тоғысатын ток саны.

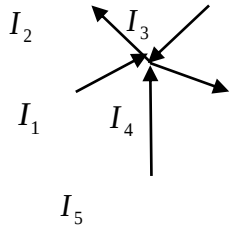
15.1 - суретте көрсетілген А түйіні үшін (15.6) ереже былай жазылады:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0.$$

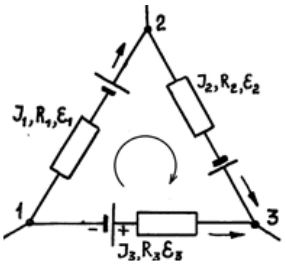
Кирхгофтың екінші ережесі тұйық тізбекке қолданылады да, ол былай айтылады: электр тізбегінің кез келген тұйық контурындағы ток күші мен кедергінің көбейтінділерінің алгебралық қосындысы осы контурдағы электрқозғаушы күштердің алгебралық қосындысына тең:

$$\sum_{i=1}^{n_1} I_i \cdot R_i = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \quad , \qquad (15.7)$$

мұндағы n - контурдағы тізбек бөліктерінің саны.



15.1 сурет - Түйіндегі токтардың бағыты



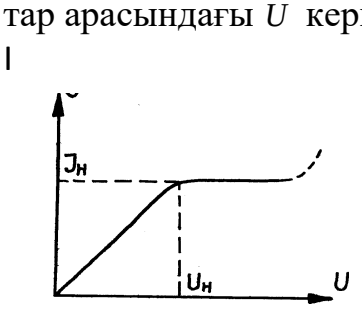
15.2 сурет - Кирхгофтың екінші ережесін қолдану

Бұл ережені қолданған кезде контурдағы токтың оң бағытын таңдап алу керек. Токтың бағыты таңдалған бағытпен сәйкес келсе, оң деп алынады. Электрқозғаушы күшінің бағыты да токтың оң бағытымен сәйкестендіріледі. Кирхгофтың екінші ережесіне мысал ретінде, 15.2 - суреттегі тізбекті қарастырайық. Контур тұйық және үш бөліктен тұрады. Контурдағы токтың оң бағытын сағат тілі бағытымен сәйкес таңдап алайық. Онда (15.7) өрнекке сәйкес келесі теңдеу орынды болады

$$I_1R_1 + I_2R_2 - I_3R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3.$$

15.3 Газдардың электрөткізгіштігі

Газды ортада қалыпты жағдайда еркін зарядтар болмайды, орта электр тогын өткізбейді, оның молекулалары электрлік бейтарап. Газ молекулаларын иондаса (мысалы, рентген сәулелерімен), онда газдан электр тогы өтуі мүмкін. Бұл процесс газ разряды деп аталады, ал сыртқы иондаушы әсерінен болған разряд өздік емес разряд деп аталды. Ток күші I әраттас зарядталған электродтар арасындағы U кернеуге байланысты (15.3 сурет).



15.3 сурет - Өздік емес өткізгіштіктің вольт-амперлік сипаттамасы

Бастапқыда ол түзу сызықты заңдылықпен өзгереді де, осы бөліктегі ток тығыздығы келесі өрнекпен анықталады:

$$j = qn_0(u_+ + u_-)E\,, \qquad (15.8)$$

мұндағы q – элементар заряд;

n_0 – иондар жұбының концентрациясы;

u_+ және u_- – оң және теріс иондардың қозғалғыштығы (бірлік кернеуліктегі иондардың жылдамдығы);

E–электродтар арасындағы электр өрісінің кернеулігі.

(15.8) өрнектегі $\gamma = qn_o(u_+ + u_-)$-тұрақты коэффициент. Сондықтан (15.8) өрнегі Ом заңы болып табылады, яғни

$$j = \gamma E\,,$$

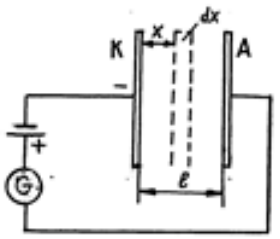
мұндағы γ-газдардың меншікті электр өткізгіштігі.

15.3-суреттегі графиктен көрініп тұрғандай, U артқан сайын I токтың өсуі баяулайды да, кернеу $U_к$ шамасына жеткенде ток қанығады. Бұл бірлік уақыт ішінде сыртқы әсерлердің себебінен пайда болған барлық N_o иондар жұбы электродтарға жететінін көрсетеді. Сондықтан қанығу тогы:

$$I_қ = qN_o, \qquad (15.9)$$

Яғни оның шамасы N_o иондау интенсивтігіне тәуелді. Демек, өздік емес газ разряды, иондау әсері тоқтаған кезде сөнеді. Егер сыртқы әсер тоқтаған кезде де газ разряды жүре берсе, онда бұл процесс өздік газ разряды деп аталады. Оны теріс зарядталған электрод – К катод бетінен жекелеген электрондардың ыршып шығуы арқылы түсіндіруге болады (15.4 сурет).

Электродтар арасындағы электр өрісі күшті болған кезде электрондар жылдамдығы жоғарылайды да олар газ атомдарын иондайды.



15.4 сурет - Ионизатор көмегімен өздік газ разрядын бақылау сұлбасы

Атомнан босаған электрон бастапқы электронмен бірге А электродқа (анодқа) қарай ұмтылып, үдетіліп екінші ретті иондауды жүзеге асырады. Пайда болған электрондар үдей қозғалады және т.с.с. Яғни, электрондар саны жедел өседі. 15.4 - суретке қарасақ, К электроды бетінен ұшып шығатын электрондар саны N_o болсын. Катодтан X қашықтықта орналасқан dx қабатына дейін ұшып жететін электрондар саны $N>N_o$.

Онда dx қабатындағы электрон саны:

$$dN = aNdx, \tag{15.10}$$

мұндағы a –пропорционалдық коэффициенті.

Айнымалыларды ажыратып, интегралдағаннан кейін алатынымыз:

$$\ln N = aX + C, \tag{15.11}$$

мұндағы C –бастапқы шарт бойынша анықталатын интегралдау тұрақтысы. $X = 0$ кезінде $N = N_0$.

Демек, $C = \ln N_0$ және (15.11) өрнегін потенцирлегеннен кейін мынаған тең болады:

$$N = N_0 e^{ax}. \tag{15.12}$$

Егер электродтар арасындағы қашықтық l болса, онда

$$N = N_0 e^{a\ell} \tag{15.13}$$

яғни, бір секундта электрондардың осындай саны анодқа жетеді. Бұған сәйкес келетін ток күші:

$$I = qN = N_0 e^{a\ell}, \tag{15.14}$$

мұндағы q –электрон заряды.

(15.9) формулаға сәйкес $qN_0 = I_.$ –қанығу тогы екенін ескерсек, (15.14) өрнекті келесі түрде жазуға болады:

$$I = I_. e^{al} \tag{15.15}$$

(15.15) өрнектен өздігінен болатын газ разряды кезінде ток $e^{\alpha\ell}$ есе өсетінін көруге болады.

Ток ондаған мың есе өседі, бұл токты соққылы иондау нәтижесінде пайда болған электрондар арқылы ұстап тұруға болады. Осыдан газдың элементар көлеміндегі электрондардың қорытқы заряды оң иондардың қорытқы зарядына тең болған кезде газ иондау күйінің ең жоғарғы дәрежесіне жетеді. Мұндай газ газразрядтық плазма деп аталады. Жоғарыда келтірілген өздік және өздік емес газ разрядтары практикада кең қолданыс тапты. Мысалы, олар әртүрлі жарықтандырғыштар мен өлшегіш құралдардың негізі болып табылады.

Әдебиеттер тізімі

Негізгі

1. Л.Х. Мажитова., Р.Н. Сыздықова., Г.Н. Наурызбаева. Физика 1. Дәрістер конспектісі. - Алматы: АУЭС, 2014 .-59 б.
2. Қойшыбаев Н. Механика. - Алматы: Зият-пресс, 2005. -т.1.
3. Қойшыбаев Н. Физика. Оқу құралы. Т.1: Механика. Молекулалық физика. - Алматы, 2001.
4. Қойшыбаев Н. Электр және магнетизм. - Алматы: Зият-пресс, 2006.-т.3.
5. Волькенштейн В.С. Жалпы физика курсының есептер жинағы.– Алматы: Нур-принт, 2012.
6. Байпакбаев Т.С., Карсыбаев М.Ш. Жалпы физика курсы есептер жинағы.–Алматы: АЭжБУ, 2014.
7. Трофимов Т.И. Физика курсы. – М.: Академия, 2006.
8. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. - М.: Высш. шк., 2002.
9. Явровский Б., Пинский А. Основы физики. Учебник, . - М., 2000.-Т.1
10. Трофимова Т.И. Физика курсы бойынша шешулері қоса берілген есептер жинағы. - М.: Жоғарғы мектеп, 2010.
11. Никеров В.А. Физика. Современный курс. Учебник.–М.: «Дашков и К», 2012.

Қосымша

12. Савельев И.В. Жалпы физика курсы. - Алматы: Мектеп, 1977-т.1.
13. Савельев И.В. Жалпы физика курсы. - Алматы: Мектеп, 1977-т.2.
14. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике.-М.: Высш. шк., 1981.

2022 ж.жиынтық жоспары,реті 141

Нысанбаева Салтанат Косшибаевна
Кенжеғараева Аңсаған Дарханқызы

ФИЗИКА 1

В062–Электртехникасы және энергетика білім беру бағдарламасы бойынша оқитын студенттерге арналған дәрістер жинағы

Редактор: Изтелеуова Ж.Н.
Стандарттау бойынша маман: Ануарбек Ж.А.

Басылымға қол қойылды __.__.__. Пішімі 60х84 1/16
Таралымы 100 дана. Баспаханалық қағаз№ 1
Көлемі – 5,0 оқу- бас.ә. Тапсырыс Бағасы 2500 тг.

«Ғұмарбек Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті»коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірме – көбейту бюросы
050013 Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126/1