

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ
МИНИСТРЛІГІ

«Алматы энергетика және байланыс институтының»
коммерциялық емес акционерлік қоғамы

К. Х. Тұманбаева

ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЯ ЖҮЙЕЛЕРІН МОДЕЛДЕУ

Оқу құралы

Алматы 2008

УДК 681.3.06

ББК 32 883 Я 73

Тұманбаева К.Х.

Т76 Телекоммуникация жүйелерін моделдеу:

Оқу құралы/ К. Х. Тұманбаева;

АЭЖБИ. Алматы, 2008. - 70 б.

ISBN 978 – 601 – 7098 – 14 -8

Оқу құралында телекоммуникация жүйелерін моделдеу негіздері қарастырылады. Аналитикалық моделдеуде пайдаланылатын жаппай қызмет көрсету жүйелерінің теориясының негіздері баяндалады. GPSS World жүйесін қолдана отырып, жүргізілетін имитациялық моделдеу әдістері қарастырылған. Мысалдарда имитациялық моделдерді құрастыру әдістері және компьютерде тәжірибелерді өткізу тәсілдері көрсетілген.

Без.17, кесте 3, әдеб. көрсеткіші. – 11 атау.

ББК 32 883 Я 73

ПІКІРБЕРУШІ: ҚазҰТУ, техн.ғыл. д-р, проф. Қ.С. Шоланов

АЭЖБИ, техн.ғыл.канд., проф. Ғ.С.Казиева.

“Алматы энергетика және байланыс институтының” коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2008 ж. баспа жоспары бойынша басылады.

ISBN 978 – 601 – 7098 – 14 -8

© “Алматы энергетика және байланыс институтының” КЕАҚ, 2008 ж.

Мазмұны

| | |
|--|----|
| Кіріспе | 4 |
| 1 ЖҚЖ-ң теория негіздері | 6 |
| 1.1 ЖҚЖ жайынды жалпы мағлұмат | 6 |
| 1.2 Оқиға ағынының моделі | 7 |
| 1.3 ЖҚЖ-ң есептелу әдістерін шолу | 9 |
| 1.4 Қызмет ету процесіндегі марковтың кездейсоқ процесі | 11 |
| 1.5 Бір арналы ЖҚЖ күтуімен | 12 |
| 1.6 Құрылу және көбею сызбасы | 16 |
| 1.7 Литтл формуласы | 17 |
| 1.8 Бір арналы ЖҚЖ қабылданбауымен | 18 |
| 1.9 Бір арналы ЖҚЖ шектеулі кезекпен | 19 |
| 1.10 Көп арналы ЖҚЖ күтуімен | 20 |
| 1.11 Көп арналы ЖҚЖ қабылдамауымен | 22 |
| 1.12 Көп арналы ЖҚЖ өзара көмекпен | 23 |
| 1.13 Тұйықталған ЖҚЖ | 25 |
| 1.14 Шектеулі уақыт күтімді ЖҚЖ | 28 |
| 2 ЖҚЖ желілері | 30 |
| 2.1 ЖҚЖ желілері жайында жалпы мағлұмат | 30 |
| 2.2 Ықтималдық желілердің операциялық анализі | 32 |
| 2.3 Операциялық тәуелділік | 33 |
| 3 Имитациялық жүйенің GPSS World моделденуі | 40 |
| 3.1 Имитациялық моделдеу | 40 |
| 3.2 Бір арналы құрылғының GPSS World тілінде моделденуі | 42 |
| 3.3 GPSS World объектілері | 46 |
| 3.4 GPSS World-ғы диалогты мүмкіндіктер | 48 |
| 3.5 Стандартты сандық атрибуттар (CCA) | 52 |
| 3.6 Көп арналы құрылғыларды моделдеу | 53 |
| 3.7 Логикалық кілттер | 54 |
| 3.8 Сақталатын ауқымдар (шамалар) | 56 |
| 3.9 Транзактар параметрлерімен басқару | 57 |
| 3.10 GPSS World-тегі есептеуіш операциялары | 58 |
| 3.11 Функциялар | 60 |
| 3.12 Әрқелкі кездейсоқ шамалардың моделденуі. GENERATE және ADVANCE блоктарындағы функциялардың қолданылуы | 61 |
| 3.13 Циклдер ұйымы | 62 |
| 4 Тәжірибелер жоспары түсінігінің негізгі теориясы | 63 |
| 4.1 Тәжірибелер жоспарының қажеттілігі | 63 |
| 4.2 Тәжірибенің стратегиялық жоспары | 67 |
| 4.3 Тәжірибенің тактикалық жоспары | 68 |
| Әдебиеттер тізімі | 70 |

Кіріспе

Телекоммуникациялық жүйе (ТЖ) зерттемесінің барлық сатысында негізгі зерттеудің осы күнгі жобалау және жаңарту әдісі моделдеу (үлгілеу) болып табылады.

Модель жүйедегі немесе кейбір формалардағы нақты тіршілік формаларынан өзгеше объектінің көрсетілуі болып табылады.

Модель - бұл кейбір түпнұсқа қасиеттерін зерттеуді қамтамасыз ететін, түпнұсқа объектісінің орынбасушы объектісі.

Модель объект жайлы білімді сақтауға арналған құрылым ретінде анықталады.

Объект моделі (зат үлгісі) сол объектінің тура көшірмесі болуы немесе объектінің сипатты қасиетін абстрактылы түрде көрсетуі мүмкін. Модель әдетте, бізге жүйені түсіндіруге, түсінуге немесе жетілдіру үшін көмекші құрал ретінде қолданылады. Қазіргі уақытта моделдеу, күрделі объектілерді тек тиімді ғылыми зерттеу ғана емес, сонымен қатар күрделі жүйелерді жобалау мен құрастырудың қуатты құралы болып отыр. Математикалық моделдеудің көмегімен алынған есептеудің шешім сапасы, нақтылы объектінің модельмен қаншалықты адекватты (дәл) болу дәрежесімен анықталынады (моделдеудің нәтижесі нақты объектінің жұмыс нәтижесімен сәйкес келуі). Моделдеудің нәтижесі моделдің адекватты болу дәрежесіне, бастапқы шарттың дұрыстығына, зерттеушінің қолдану әдістерін дұрыс іске асыра алуына (білуіне), нәтижелердің дұрыс талданылуына тәуелді.

Телекоммуникациялық жүйелер (ТЖ) синтезі және маңызды анализ есептері моделдеу әдістерімен есептелінеді. Моделдеу жүйені жетілдірушіге (зерттеуші) (нақтылы немесе болжалмалы) жүйе мен нақты объектіге жөнсіз немесе мүмкін емес жағдайда эксперименттеуге мүмкіндік береді. Жасалынған эксперимент нәтижелері арқасында ТЖ параметрлері мен оның қасиет сипаттамалары арасындағы қандай тәуелділік бар екені нақтылы анықталуы мүмкін, сонымен қатар рационалды басқару стратегиясының оптималды параметрлері мен құру заңдылықтары зерттеліп, олардың дұрыс шешімдері қабылдануы мүмкін.

ТЖ математикалық моделі функционалдау жүйелердің негізгі процестерінің математикалық түсіндірмесін көрсетеді. Өзінің құрылымы бойынша жүйенің математикалық моделі, элементтердің өзара әсерлесу моделінен, сонымен қатар моделдердің жүйеге сыртқы ықпалынан (әсерлесуінен) тұрады.

Моделдеудің маңызды қасиеті оның әмбебаптығы болып табылады. Бұл әдісті қолдану үшін әрбір есепті есептеуге арнайы құрылғылар аса қажет емес, бұл тек сандық мәндердің параметрлерін ТЖ-де зерттелетін жұмыс режимі мен бастапқы шарттарды өзгертуге қажет. Методологиялық тұрғысынан математикалық моделдеу екі түрге бөлінеді: аналитикалық және имитациялық моделдеу.

Аналитикалық моделдеу кезінде математикалық модель ізделінетін шама кіретін теңдеулер жүйесінде беріледі. Бұл жағдайда керекті нәтижені аналитикалық немесе сандық әдіс ретінде көрсетуге болады. Жүйенің аналитикалық түсіндірілуі кейбір жағдайларда өте қиын болып, қажетті нәтиже алынуы күрделенеді. Бұл жағдайда имитациялық моделдеуге көшу тиімді.

Имитациялық модель негізі ТЖ-ң функционалдық процесінің логикалық құрылымын, үрдістер арасындағы байланысты және олардың уақыт ішінде орындалу ретін сақтау арқылы қолданылады.

Компьютердегі имитациялық моделдеу кезінде жобалап отырған жүйенің жұмысы имитацияланады. Бұл жағдайда математикалық модель компьютерге арналған бағдарлама арқылы іске асырылады.

Имитациялық моделдеуге арнайы жүйелер жасалынған. Моделдеу жүйелері арнайы құралдармен жабдықталған, олар моделдік тәжірибелерді компьютерде ұйымдастыруда уақыт факторын ескеруге мүмкіншілік береді. Мұндай арнайы жүйелердің құрамына белгілі бір салаға бағытталған моделдеу тілі кіреді.

Моделдеудің телекоммуникация саласында қолданылатын бірден - бір жүйесі – GPSS World.

Оқу құралының бірінші және екінші тарауы ТЖ - ін аналитикалық моделдеуде жаппай қызмет көрсету жүйелерінің (ЖҚЖ) теориясының әдістерін қолдану сұрақтарына арналған.

Үшінші тарауында GPSS World тілінде ТЖ имитациялық моделдеуінің негізі қарастырылады.

Төртінші тарау тәжірибелерді жоспарлауға, компьютерлік моделдеуді ұйымдастыру мәселелеріне арналған.

1 Жаппай қызмет көрсету жүйелерінің теориясының негіздері

1.1 Жаппай қызмет көрсету жүйелері (ЖҚЖ) жайында жалпы мағлұмат

Математикалық моделдеудің өте бір маңызды бөлігі жаппай қызмет көрсету жүйелерінің теориясы (ЖҚЖ) болып табылады.

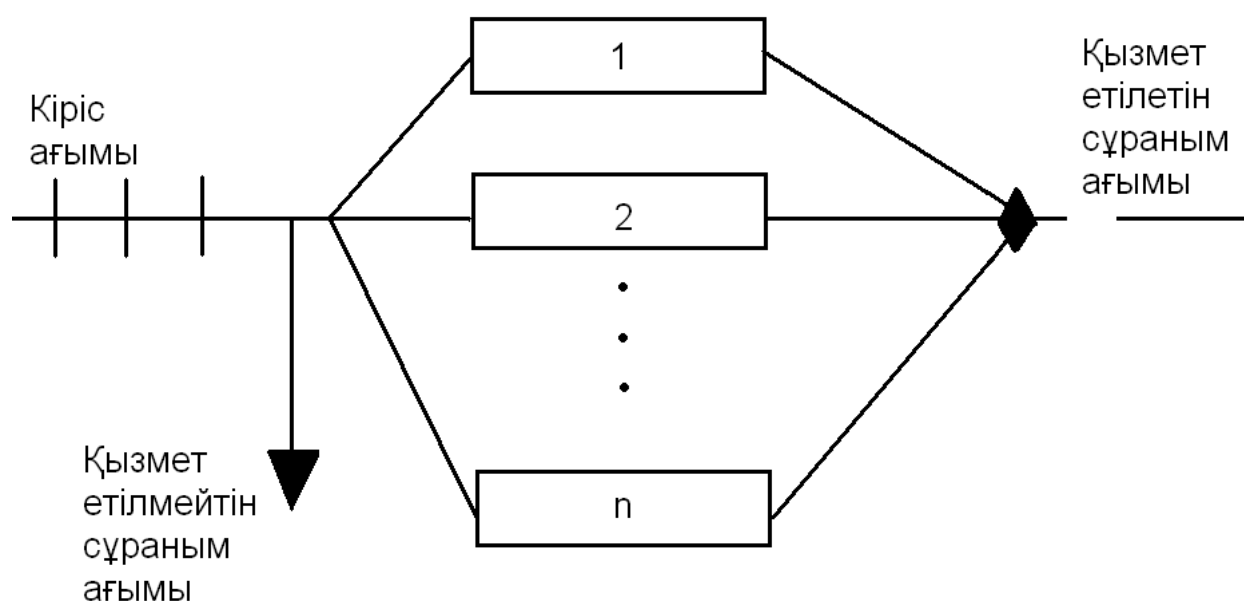
Теорияның негізін қалаушы даниялық математик А.К.Эрланг. Ол Копенгагендегі телефон компаниясының қызметкері бола жүріп, 1909 жылы «Ықтималдықтар теориясы және телефондық сөйлесулер» атты жұмысын жариялады, онда жаппай қызмет көрсету жүйелері теориясының кейбір есептерін алғаш рет шешті.

Әрбір ЖҚЖ құрылымына бірнеше қызмет ету құрылғылары кіреді, олар қызмет көрсету арналары деп аталады. Қызмет көрсету арналардың ролін түрлі операцияларды орындайтын адамдар (кассирлер, операторлар, сатушылар), аспаптар, байланыс жолдары атқара алады.

ЖҚЖ бір арналы немесе көпарналы болуы мүмкін.

Әрбір ЖҚЖ уақыттың кездейсоқ бір сәттерінде жүйе кірісіне келіп түсетін тапсырыстардың кейбір ағынына қызмет көрсетуге арналған. Тапсырыстарға қызмет көрсету кездейсоқ уақытқа созылады. Тапсырысқа қызмет көрсетілгеннен кейін арна босайды және келесі тапсырысты қабылдауға дайын тұрады.

Тапсырыстар ағынының және оларға қызмет көрсету уақытының кездейсоқтық сипаты ЖҚЖ-ның жүктемесін қалыпты жағдайдан ауытқытып жібереді: уақыттың қандай да бір аралығында кіріске тапсырыстар жиналып қалады, қызмет көрсету кезегіне тұрады, болмаса жүйені тастап кетеді.



1.1 Сурет – ЖҚЖ сұлбасы

Осылайша жалпы ЖҚЖ-н келесідей негізгі элементтерге бөлуге болады:

- а) тапсырыстардың кіріс ағыны;
- ә) кезек;
- б) қызмет көрсету каналдары;
- в) қызмет көрсетілген тапсырыстар ағыны;
- г) қызмет көрсетілмеген тапсырыстар ағыны;

ЖҚЖ-ге телефон станциялары, билет кассалары, дүкендер, шаштараздар және т.б мысал бола алады.

Әрбір ЖҚЖ өз параметрлеріне: тапсырыстар ағынының сипатына, қызмет көрсетуші арналардың санына және олардың өнімділігіне және жұмысты ұйымдастыру ережелеріне байланысты нақты функционалдық тиімділігіне (қызмет көрсету сапасына) ие.

Жаппай қызмет көрсету теориясының нысаны - тапсырыстар ағынының сипаттамалары, каналдар саны және олардың өнімділігі, ЖҚЖ жұмыс ережелері және қызмет көрсету тиімділігі арасында тәуелділік орнату болып табылады.

Жаппай қызмет көрсету теориясының алдындағы тапсырма – ЖҚЖ әртүрлі күйлерінің ықтималдықтарын табу, сондай-ақ ЖҚЖ жұмысының берілген параметрлері (n - арналар санымен, λ -тапсырыстар ағынының интенсивтілігімен және т.б.) мен сапалық сипаттамалары арасында тәуелділік орнату. ЖҚЖ жұмысының сапалық сипаттамалары мыналар болуы мүмкін:

- уақыт бірлігінде қызмет көрсетілетін тапсырыстардың орташа саны, немесе ЖҚЖ-ң өткізу мүмкіндігі.

- келіп түскен тапсырысқа қызмет көрсету ықтималдығы;
- келіп түскен тапсырысқа қызмет көрсетілмеу ықтималдығы;
- ЖҚЖ-гі тапсырыстардың орташа саны;
- кезектегі тапсырыстардың орташа саны;
- тапсырыстың ЖҚЖ-де болуының орташа уақыты;
- тапсырыстың кезекте күту уақытының орта мәні;
- бос емес арнаның орташа саны;

Әрбір ЖҚЖ-ні зерттеу, ЖҚЖ кірісіне келіп түсуші, ЖҚЖ-ден қайтушы (кетуші) және қызмет етілетін арналар кірісіне келіп түсетін тапсырыстар ағындарын қарастырудан басталады.

1.2 Оқиғалар ағынының моделі

Оқиғалар ағыны - кездейсоқ уақыт сәттерінде бірінен соң бірі келіп тұратын бірдей оқиғалардың тізбегі. Оған мысал:

- телефон станцияларындағы шақырулар ағыны;
- теміржол станцияларына келіп түсетін жүк құрамдарының ағыны;
- компьютерлердің істен шығу ағыны;
- нысанаға көзделген атыс ағыны және т.б.

Оқиғалар ағыны түрлі ағындар бейнесін ерекшелеуге мүмкіндік беретін көп түрлі қасиеттерге ие.

Тұрақты ағын деп бірінен соң бірі бірдей уақыт аралығында орын алатын оқиғалар ағынын айтамыз (кездейсоқ емес оқиғалар жиынтығы).

Іс жүзінде мұндай оқиғалар ағыны сирек кездеседі. Телекоммуникациялық жүйелерде келіп түсу моменттері және олардың уақыт аралықтары кездейсоқ болатын оқиғалар ағыны жиірек кездеседі.

Оқиғалар ағындарының стационарлық, ординарлық және кейінгі ықпалдықсыз қасиеттерін қарастырайық.

Стационарлы ағын деп қандай да бір оқиғалар санының τ уақыт интервалында пайда болу ықтималдығы тек қана сол интервал ұзындығынан тәуелді және уақыт білігінде орналасуынан тәуелсіз болатын ағынды айтамыз. Стационарлық ағында оқиғалар санының орта мәні уақыт бірлігінде тұрақты.

Ординарлы ағын деп берілген аз Δt уақыт кесіндісіне екі және одан да көп тапсырыстың келіп түсу ықтималдылығы бір тапсырыстың келіп түсу ықтималдығымен салыстырғанда немқұрайлы аз болатын ағынды айтамыз. Ендеше шаштаразға келген клиенттер ағыны – ординарлы. Баспана айырбас бюросының клиенттер ағыны – ординарлы емес, себебі айырбасқа байланысты біруақытта екі, үш немесе одан да көп клиенттер келе алады.

Кейінгі ықпалдықсыз ағын екі қиылыспайтын уақыт интервалдары үшін

$$\Delta t_1, \Delta t_2 > 0, t_2 \geq t_1 + \Delta t_1$$

екінші интервалында оқиғалар санының пайда болу ықтималдығы $P_{n2}(\Delta t_2)$, бірінші интервалында n_1 оқиғалар саны пайда болуынан тәуелсіздігімен сипатталады. Мұнда келесі ағын процесінің алдыңғыға қарағанда тәуелділік ықтималдығы болмайды. Мысалы, алушылар ағыны, дүкенге кірушілер, кейінгі ықпалдықсыз ағын, ал конвейерден шығатын деталь ағыны кейінгі ықпалдығы бар болып табылады (детальдар $T_{\text{обсл}}$ интервалынан жиі емес аралықта шығады).

Ағын **интенсивтілігі** деп,

$$\lim_{\Delta t} \frac{P_{>0}(t_0, \Delta t)}{\Delta t} = \lambda(t) \quad \text{шегін айтамыз,}$$

Мұндағы $P_{>0}(t_0, \Delta t)$, $(t_0, t_0 + \Delta t)$ интервалында сұраныстың пайда болу ықтималдығы.

Стационарлық ағынның интенсивтілігі уақытқа тәуелді емес, ол $\lambda(t) = \lambda$ уақыт бірлігіндегі оқиғалар санының орта мәніне тең.

Қарапайым немесе **пуассондық ағын** деп үш ерекшелігі бар ағынды айтамыз: ординарлық, кейінгі ықпалдықсыз және стационарлық. Қарапайым ағын барлық ағындар арасында орталық орын алады, белгілі шекті теоремаға

сәйкес кез келген тарату заңымен қосылған үлкен мөлшердегі тәуелсіз ағындар саны, қосылғыш ағындар саны өскен сайын қарапайым ағынға жақындай түседі.

Пуассон үлестірім заңына бағынатын болғандықтан, пуассон ағыны деп аталады

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t},$$

мұндағы λ — ағын интенсивтілігі;

$k - t$ уақыт аралығында пайда болған оқиғалар мөлшері.

Сонда аз шамадағы dt уақытта бір оқиғаның пайда болу ықтималдығы мынаған тең

$$P_1(dt) = \lambda dt e^{-\lambda dt} \approx \lambda dt,$$

ал аз шамадағы dt уақытта ординарлық шартын ескере отырып, бір оқиғаның пайда болмау ықтималдығы мынаған тең

$$P_0(dt) = 1 - \lambda dt + o(dt) \cong 1 - \lambda dt.$$

Екі тізбектелген ағындар арасындағы уақыт экспоненциалды үлестірім функциясына ие

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \text{ немесе } f(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

Көрсеткіш үлестірім үшін

$$m_t = \delta_t = \frac{1}{\lambda},$$

мұндағы m_t — математикалық үміт;

δ_t — ортаквадраттық уақыт интервалының ауытқуы, яғни оқиғалардың басталу уақытының орташасы ағын интенсивтілігіне кері пропорционал.

1.3 Жаппай қызмет көрсетудің шешім әдісіне шолу

Жаппай қызмет көрсету теориясында қолданылатын фундаментальді ықтималдық ұғым марковтік процесс болып табылады. Бұл келесі орын алатын әрекеті тек қана оның дәл сол уақыттағы жағдайымен анықталатын процес және процес алдындағы тарихқа тәуелсіз. Жалпы оқиғада жүйенің жағдайы белгілі бір вектормен сипатталады. Жағдай векторы неғұрлым аз құрамадан тұрса, соғұрлым процестің мінез-құлқын зерттеу оңайға түседі.

Интенсивтілігі λ және көрсеткіштік үлестіріммен қызмет көрсету уақыт интенсивтілігі μ қарапайым кіріс ағыны кезінде іс оңайырақ. Бұл жағдайда

элементарлы жүйедегі бір тапсырыс немесе тағы да бір тапсырыстың келуінің қызмет көрсету ықтималдықтары түгелімен сол жүйедегі n тапсырыс санымен анықталады (уақыты өтіп кеткен қызмет көрсету мен келіп түскен мезет интервалынан тәуелсіз) және жағдай векторы n скалярға келтіріледі.

Егер біріарналы жүйеде үлестірімдердің бірі көрсеткіштік болмаса, онда оны дәл сол орташа \bar{t} және δ^2 жақын дисперсиясы бар Эрланг үлестірімімен ауыстыруға болады. Параметрлерді іріктеу келесі формуламен орындалады

$$k = \frac{\bar{t}^2}{\delta^2}; \mu = \frac{\bar{t}}{\delta^2},$$

мұндағы k бүтін болу керек, ал \bar{t} — сұраныстар арасындағы орташа интервал.

Осындай ауыстырудан кейін қызмет көрсету ұзақтығы әрқайсысы $B(t) = 1 - e^{-\mu t}$ үлестіріміне бағынатын k фазалардың тізбектей өтуі ретінде қарастырылады. Осылайша жаңа құрылымда біз марков процесімен кездесеміз, оның жағдайы өтілген фазалардың қосындысынсыз k көлемді сұраныстары бар қарапайым тапсырыстар ағыны арқылы сипатталады.

Американдық ғалым Кендалл зерттелетін модель туралы бастапқы мәліметтерді түсіндіру ыңғайлы болу үшін ЖҚЖ-н символдық белгілеуін ұсынған. Символикада 6 разрядқа дейін қолданылады. Бірінші разряд шақырулардың келіп түсетін ағынын анықтайды, екіншісі – қызмет көрсету уақытын үлестіру заңы, үшіншісі – қызмет көрсету жүйесінің құрылымын, төртіншісі - қызмет көрсету тәртібін, бесіншісі - кезектеп таңдау тәсілін, алтыншысы - бос аспаптарды иемдену тәртібін анықтайды.

Бірінші разрядта келесі символдар қолданылады:

M - тапсырыстар арасындағы аралық көрсеткіш заңымен үлестірілген;

D - детерминантты үлестіру;

Eⁿ - n-ретті Эрланг үлестіруі;

G1 - еркін үлестіру;

Mi - примитивті ағын.

Екінші разрядта осы символдар қолданылады, бірақ олар қызмет көрсету уақытының үлестіру заңын белгілейді. Тек G1 орнына G қолданылады. Символдың үстінде бағыт көрсетілсе, онда ол көп мөлшерлі жағдайды белгілейді. Мысалы, M_n бірнеше, яғни n қарапайым ағындардың келіп түсуін көрсетеді.

Үшінші разрядта келесі символдар қолданылады:

S - еркін құрылым;

FM - толық қатынасты (Full Matrix) жүйе, кейде v - приборлар саны көрсетіледі;

G - толық қатынастағы емес жүйе (Grading);

HG – бір қалыпты толық қатынастағы емес жүйе;

PG - сатылы толық қатынастағы емес жүйе;

Кейде толық қатынастағы емес жүйені белгілеу үшін D - қатынастық, g – жүктемелік топтар саны қолданылады. Көп сатылы жүйелер LS (Link System) символымен белгіленеді.

Төртінші разрядта келесі символдар қолданылады:

LL – шығындарсыз қызмет көрсету тәртібі (LossLes);

L – айқын шығындармен қызмет көрсету (Loss);

W – күтумен қызмет көрсету (Wait)

R - қайталаумен қызмет көрсету (Reattempt)

Бесінші разрядтағы символдар күтуді қамтитын жүйедегі тапсырысты кезектен таңдау тәсілін көрсетеді.

SP (Same Probability) – ең ықтималды;

FF (First-in-first-out) - реттелген (бірінші келген бірінші кетеді);

LF (Last-in- First-out)- стектік немесе магазиндік (соңғы келген бірінші кетеді);

PR (Priority)-приоритетті.

Алтыншы разряд - арналарды немесе жолдарды иемдену тәртібін көрсетуді талап ететін модельдерде қолданылады, тізбекті иемденуде S , ал кездейсоқта R қолданылады.

1.4 Марковтік кездейсоқ процесі сияқты қызмет көрсету процесі

Жүйе E_n жағдайларында бола алсын делік және мұндағы $n=0,1,2,\dots$ — жүйеде n тапсырыс бар екенін көрсетеді. t уақыт мезетінде нақты бір E_n жағдайда жүйенің болу ықтималдығын $P_n(t)$ арқылы белгілейік. Осыдан әрбір t үшін мынаны аламыз

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) = 1.$$

Егер E_n жағдайдан $E_{n'}$ жағдайға көшу тек қана осы жағдайлардан тәуелді және алдыңғы E_i жағдайдан тәуелсіз болса, онда ондай уақыттағы жүйелілік марковтік процесс болып табылады. Осылайша қарапайым ағындағы үміті бар жүйе және қызмет көрсетудің көрсеткіштік уақыты Марковтың кездейсоқ процесі болады.

Егер, $t+1$ мезетінде жүйе n' жағдайында болса, ал t мезетінде n жағдайында болған болса, $E_n, E_{n'}$ әр жұбына шартты $P_{nn'}$ ықтималдығын беруге болады.

Осылайша $P_{n'}(t+1)$ ықтималдығы үшін келесі теңдікті аламыз

$$P_{n'}(t+1) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) \cdot P_{nn'}, n' = 0,1,2,\dots \quad (1.1)$$

Бұл теңдік жүйе n' жағдайында көптеген n бірікпейтін өтулер арқылы бола алатындығын көрсетеді. Сонымен қоса жүйенің n' жағдайында болу ықтималдығы, оған дейін жүйе n жағдайында болу шарты $P_n(t)P_{nn'}$ ықтималдықтарының көбейтінді формуласы арқылы орындалады. Егер $P_{nn'}$ жағдайы нөлге тең болса, онда n жағдайынан n' жағдайына көшу мүмкін емес.

(1.1) қатынасы векторлық түрде жазылуы мүмкін

$$P(t+1) = P(t) \cdot J,$$

мұндағы J матрицасы $P_{nn'}$ элементтерінен құралған және де ол мына шарттарды қанағаттандырады

$$\begin{aligned} 0 \leq P_{nn'} \leq 1, \quad \forall n, n', \\ \sum_{n'} P_{nn'} = 1, \quad \forall n. \end{aligned}$$

Кіріс ағынының ординарлық шарты бойынша уақыттың әр мезеті үшін жүйеге бір тапсырыстан артық кіруі және бір тапсырыстан артық шығуы мүмкін емес. Осыдан,

$$P_{nn'} = 0, \quad \forall |n - n'| > 1.$$

Осы шарттарды қанағаттандыратын матрица көшу матрицасы деп аталады, $P_{nn'}$ ықтималдықтары — көшу ықтималдықтары. (1.2)-ден жүйелілік деп анықталатын Марковтың біркелкі жүйелілігі үшін J матрицаның элемент мәндері тұрақты (жағдайдың номерлерінен тәуелсіз) және

$$P(t+k) = P(t) \cdot J^k,$$

жеке жағдайда,

$$P(t) = P(0) \cdot J^t,$$

яғни марков жүйелілігі түгелімен J көшу матрицасымен және $P_n(0)$ бастапқы шарттарымен анықталады.

1.5 Күтуді қамтитын бірканалдық ЖҚЖ

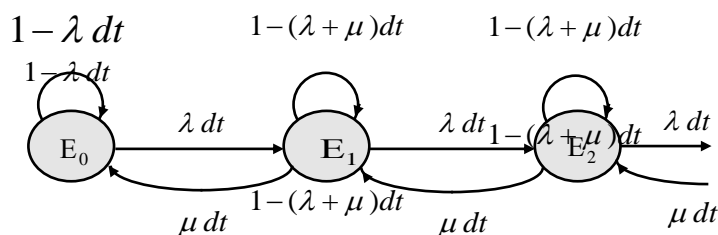
Кірісінде λ интенсивтілікті қарапайым ағынды қамтитын және $\mu (M/M/1/\infty)$ көрсеткішті қызмет көрсетудің экспоненциалды уақытына ие бір каналдық жүйе жұмысын қарастырайық. E_n — жүйе күйі (онда n тапсырыс бар). dt уақыт сәтінде $P_1(dt) = \lambda dt$ ықтималдықты бір тапсырыс келуі мүмкін, $P_0(dt) = 1 - \lambda dt$ ықтималдықты нөл тапсырыс келуі де мүмкін, мүмкін μdt

ықтималдықты бір тапсырысқа қызмет көрсетілуі мүмкін, $1 - \mu dt$ ықтималдықпен бір де бір тапсырысқа қызмет көрсетілмеуі де мүмкін. J ауысулар матрицасы келесі түрде көрсетілетін болады:

$$J = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E_0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ E_0 & 1 - \lambda dt & \lambda dt & 0 \\ E_1 & \mu dt & 1 - (\lambda + \mu)dt & \lambda dt \\ E_2 & 0 & \mu dt & 1 - (\lambda + \mu)dt \\ \cdot & 0 & 0 & \mu dt \end{array} \end{array} \left| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \lambda dt \\ 1 - (\lambda + \mu)dt \end{array} \right| \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{array}$$

P_{00} ықтималдығы $dt (P_0(dt))$ уақытында тапсырыс келіп түспеуі ықтималдығымен анықталады. $P_{n,n+1}$ ықтималдығы бір тапсырыстың ($P_1(dt)$) келу ықтималдығымен анықталады, ал $P_{n,n-1}$ ықтималдығы бір тапсырысқа қызмет көрсету ықтималдығымен анықталады. $P_{n,n}$ ықтималдығы құрамдас оқиғалар ықтималдығымен анықталады: тапсырыс келмейді және қызмет көрсетілмейді.

Ауысу матрицасын ықшамдырақ түрде, ауысулар графы түрінде көрсетуге болады, ондағы төбелер жүйе күйін білдіреді, ал доғалары – ауысулар ықтималдықтарын белгілейтін болады



1.2 Сурет – Ауысулар графы

Ауысулар графынан ықтималдық күйлер үшін дифференциалдық теңдеулер алынуы мүмкін, ол Колмогоров теңдеуі деп аталады.

Колмогоров теңдеулерін құрудың жалпы ережелері

Теңдеудің сол жағында i -ші күйдің туынды ықтималдығы тұр, оң жағында — барлық күйлер ықтималдықтары туындысының қосынды шамасы осы күйлерден шыққан бағыттауыш сызықтары оқиғалардың сәйкес ағындарының интенсивтілігіне бағытталады, минус жүйені бір күйден шығаратын барлық ағындардың қосынды интенсивтілігі берілген күйдің (i -ші) ықтималдығына көбейтілген.

Осы ереже бойынша дифференциалдық теңдеулер жүйесін құрамыз

$$\begin{aligned}\frac{P_0(t)}{dt} &= (1-\lambda)P_0 + \mu P_1 - P_0(1-\lambda+\lambda), \\ \frac{P_1(t)}{dt} &= \lambda P_0 + (1-(\lambda+\mu))P_1 + \mu P_2 - P_1(\mu+1-(\lambda+\mu)+\lambda), \\ &\dots \\ \frac{P_n(t)}{dt} &= P_{n-1} + (1-(\lambda+\mu))P_n + \mu P_{n+1} - P_n(\mu+1-(\lambda+\mu)+\lambda).\end{aligned}$$

Түрлендіргеннен кейін алатынымыз

$$\begin{aligned}\frac{P_0(t)}{dt} &= -\lambda P_0 + \mu P_1, \\ \frac{P_1(t)}{dt} &= \lambda P_0 + \mu P_2 - (\lambda + \mu)P_1, \\ &\dots \\ \frac{P_n(t)}{dt} &= \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+2} - (\lambda + \mu)P_n.\end{aligned}$$

Бұл теңдеулер бастапқы ережелер берілген жағдайда шешілуі мүмкін

$$\begin{aligned}P_{n0}(0) &= 1, \\ P_n(0) &= 0, \quad n \neq n_0,\end{aligned}$$

Лаплас түрлендіруін пайдаланып жиілікті тәсілмен.

Қалыптасқан немесе стационарлық режимге жиі қызығушылық туындайды, ол үшін мына теңдік орындалады

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = 0.$$

Бұл жағдайда дифференциалдық теңдеулер жүйесі сызықтық теңдеулер жүйесіне түрленеді

$$\begin{aligned}0 &= -\lambda P_0 + \mu P_1, \\ 0 &= \lambda P_0 + \mu P_2 - (\lambda + \mu)P_1, \\ &\dots \\ 0 &= \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+2} - (\lambda + \mu)P_n,\end{aligned}$$

бұдан $P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0$, $P_2 = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 P_0$, $P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0$.

$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$, екенін ескеріп, мынаны аламыз

$$1 = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n = \frac{P_0}{(1-\frac{\lambda}{\mu})},$$

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \psi,$$

$$P_n = (1 - \psi) \cdot \psi^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$\psi = \lambda / \mu$ параметрі жүйедегі қанықтылық дәрежесін білдіреді және жүктеме немесе ЖҚКЖ-н пайдалану коэффициенті деп аталады. Бірканалдық ЖҚКЖ-і үшін $\psi > 1$ кезінде қалыптасқан режим деген болмайды, кезек шексіз өсе береді..

Қалыптасқан режим бастапқы шарттарға байланысты емес. Қалыптасқан режимнің кейбір сандық сипаттамаларын аламыз.

Жүйедегі тапсырыстардың орташа саны

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P_n = (1 - \psi) \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \psi^n = \frac{\psi}{1 - \psi}.$$

Бос емес каналдардың орташа саны

$$z = P_{n>0} = 1 - P_0 = \psi.$$

Кезектегі тапсырыстардың орташа саны

$$v = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \cdot P_n = \frac{\psi^2}{1 - \psi},$$

қарапайымырақ

$$v = \pi - z = \frac{\psi}{1 - \psi} - \psi = \frac{\psi^2}{1 - \psi}.$$

Мысал 1.1.

Орта есеппен дүкенге әр екі минут сайын сатып алушылар келеді. Сатып алушыларға орта есеппен 2,5 минут қызмет көрсететін сатушы жұмыс істейді. Сатып алушылардың келу уақыты мен сатушының қызмет көрсету уақыты экспоненциалдылық заңына бағынады.

Анықтау керек:

- сатушының кідіру ықтималдығын $P_{\text{прост}}$;
- сатушының бос болмау ықтималдығын $P_{\text{зан}}$;
- кезекте дәл екі сатып алушының бар болу ықтималдығын $P_{\text{оч-2}}$;
- дүкенде кезектің бар болу ықтималдығын $P_{\text{оч}}$.

Ең алдымен кіріс ағынының және қызмет көрсету интенсивтілігін анықтайық

$$\lambda = \frac{1}{t_{\text{прих}}} = 0.5 \frac{\text{заявок}}{\text{мин}}, \quad \mu = \frac{1}{t_{\text{обсл}}} = 0.4 \frac{\text{заявок}}{\text{мин}}.$$

Мұндай сипаттамаларда жүйеде стационарлық режим болмайды, $\frac{\lambda}{\mu} > 1$ және ары қарай есептеудің мағынасы жоқ.

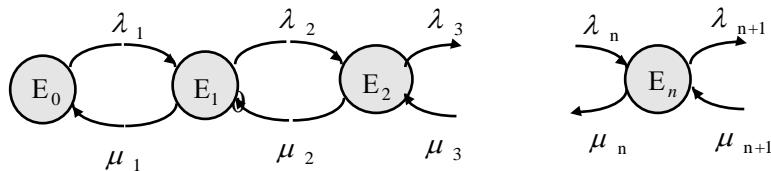
Сатушы сатып алушыларға орта есеппен 1,2 мин қызмет көрсетсін делік. Онда $\psi = \lambda \cdot t_{\text{обсл}} = 0.6$ — жүйе стационарлы. Сатушы бос, егер дүкенде бірде-бір сатып алушы болмаса $P_{\text{прост}} = P_0 = 1 - \psi = 0.4$. Сатушы бос емес, егер дүкенде кемінде бір сатып алушы болса $P_{\text{зан}} = 1 - P_0 = \psi = 0.6$

Егер дүкенде үш сатып алушы болса, онда кезекте дәл екі тапсырыс болады (екеуі кезекте, ал біреуіне қызмет көрсетіледі) және $P_{оч-2} = P_3 = P_0 \cdot \psi^3 \approx 0.086$.

Сатып алушылар саны бірден артық болса, кезек пайда болады $P_{оч} = P_{>1} = 1 - P_0 - P_1 = 0.36$.

1.6 Жойылу және тарау сұлбасы

Колмогоров теңдеуін түрлендіргеннен кейін жүйе өзінің (P_{nn}) , күйін өзгертпейтіні таңқаларлық, күй ықтималдығына әсерін тигізбейді (теңдеуде қарама-қарсы таңбалы жұп қосынды түзіледі). Сондықтан алдағы уақытта ауысулар графында біз $P_{n,n+1}$ және $P_{n,n-1}$ типті ауысулар ықтималдығын көрсетеміз де қоямыз. Олай болса, жалпы жағдайда марковтық жүйе үшін келесі түрдегі ауысулар графын алатын боламыз



1.3 Сурет – Ауысулар графы

Мұнда орташа күйлердің әрқайсысы көршілес күйлермен тура және кері бағытталған сызықтар арқылы байланысқан. Мұндай граф жойылу және таралу сұлбасы деп аталады [2]. Осы сұлба үшін бір рет және ұдайы орнатылған режимнің күйлер ықтималдығын табамыз.

$$E_0: 0 = -\lambda P_0 + \mu_1 P_1 \quad \text{немесе} \quad P_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} P_0,$$

$$E_1: 0 = \lambda_1 P_0 + \mu_2 P_2 - (\lambda_2 + \mu_1) P_1, \quad \text{бұдан} \quad P_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} P_1$$

осыған ұқсас

$$E_n: 0 = \lambda_n P_{n-1} + \mu_{n+1} P_{n+1} - (\lambda_{n+1} + \mu_n) \cdot P_n, \quad \text{бұдан} \quad P_n = \frac{\lambda_n}{\mu_n} P_{n-1}.$$

Түрлендіреміз

$$P_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} P_0; \quad P_2 = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\mu_2 \mu_1} P_0;$$

$$P_n = \frac{\lambda_n \lambda_{n-1} \dots \lambda_1}{\mu_n \mu_{n-1} \dots \mu_1} P_0.$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1, \text{ ескере отырып, мынаны аламыз}$$

$$P_0(1 + \frac{\lambda_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_1 \mu_2}{\mu_1 \mu_2} + \dots + \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} \dots) = 1$$

және

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda_1 \dots \lambda_n}{\mu_1 \dots \mu_n}}.$$

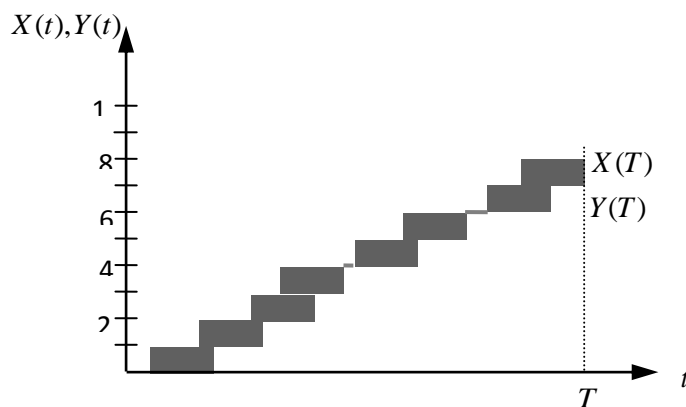
Алынған формулаларды алдағы уақытта біз түрлі ЖҚЖ күй ықтималдықтарын есептеу үшін қолданатын боламыз.

1.7 Литтл формуласы

Жүйедегі n тапсырыстардың орташа санын және жүйеде n тапсырыстар болуының орташа уақытын байланыстыратын (стационарлық режим үшін) тағы бір маңызды формула шығарамыз.

Кез келген ЖҚЖ үшін егер жүйеде стационарлық режим орнатылған болса, онда уақыт бірлігінде ЖҚЖ-де болатын тапсырыстардың орташа саны оны тастап шығатын тапсырыстар санының орташа санына тең, екі ағынның да интенсивтілігі бірдей λ .

t мезетіне дейін ЖҚЖ-не келіп түскен тапсырыстар санын $X(t)$ деп белгілейік; t мезетіне дейін ЖҚЖ-нен шыққан тапсырыстар санын $Y(t)$ деп белгілейік. Екі функция да кездейсоқ және тапсырыстардың кіріс пен шығыс мезеттерінде секіріс түрінде (1-ге) өзгереді. Функция мысалы 1.4 суретінде көрсетілген.



1.4 Сурет - $X(t)$, $Y(t)$ функциялары

Кез келген t мезеті үшін: ЖҚЖ-де тапсырыстар саны $Z(t) = X(t) - Y(t)$ екені анық.

Үлкен T интервалын қарастырайық та, оған ЖҚЖ-дегі тапсырыстар санының орташа мәнін табайық

$$\pi = \frac{1}{T} \int_0^T Z(t) dt.$$

Бұл интеграл – штрихталған фигураның ауданы, ол биітігі мен негізінің шамасы 1 болатын тіктөртбұрыштардан тұрады және тисті тапсырыстың жүйеде болу уақыты (t_i)-ға тең.

$$\text{Сонда } \int_0^T Z(t)dt = \sum_i t_i \text{ және } \pi = \frac{1}{T} \sum_i t_i = \frac{1}{T\lambda} \sum_i t_i \cdot \lambda$$

мұндағы $T\lambda$ - T уақытында келіп түскен тапсырыстар санының орта мәні. Егер барлық t_i уақыттарының қосындысын тапсырыстар санының орта мәніне бөлсек, **жүйеде тапсырыстың болу уақытының орташасын** аламыз

(π): $\pi = \frac{1}{T\lambda} \sum_i t_i$, ендеше $\pi = \lambda \pi$. Осыдан біз Литтл формуласын аламыз

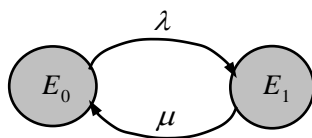
$$\pi = \frac{1}{\lambda} \pi.$$

Кез келген ЖҚЖ үшін тапсырыстың жүйеде болуының орташа уақыты тапсырыстар ағынының интенсивтілігіне бөлінген жүйедегі тапсырыстардың орташа санына тең.

Осыған ұқсас кезектегі тапсырыстардың орташа санын (ν) және тапсырыстардың кезекте болуының орташа уақытын (ϖ) байланыстыратын формула шығады $\varpi = \frac{1}{\lambda} \nu$.

1.8 Қарсылықты бірканалдық ЖҚЖ

Қарапайым тапсырма: ЖҚЖ қызмет көрсетудің бір каналын қамтиды; жүйе кірісіне келіп түскен және арнаның бос емес кезінде тап болған тапсырыс қарсылық алады. Ауысулар графы



1.5 Сурет – Ауысулар графы

$$\text{Онда } \frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1, \quad \frac{dP_1}{dt} = -\mu P_1 + \lambda P_0.$$

$P_0 + P_1 = 1$ шартынан және $P_0(0) = 1, P_1(0) = 0$, бастапқы шарттарынан мынаны аламыз

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}.$$

$$\text{Стационарлық режим үшін } (t \rightarrow \infty) \quad P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \quad P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}.$$

ЖҚЖ-ң кейбір сипаттамаларын аламыз.

Қарсылық ықтималдылығы: тапсырыс қарсылыққа тап болады, егер арна бос болмаса

$$P_{\text{отк}} = P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}.$$

Салыстырмалы өткізу мүмкіндігі (q) қызмет көрсетілген тапсырыстар орта санының келіп түскен тапсырмалардың жалпы санының қатынасына тең (қызмет көрсетілген үлесті көрсетеді): $q = 1 - P_{\text{отк}} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}$.

Абсолютті өткізу мүмкіндігі (A) — уақыт бірлігіндегі қызмет көрсетілген тапсырмалар саны — $A = \lambda q = \mu z = \frac{\lambda \mu}{\lambda + \mu}$.

Бос емес арналардың орташа саны (z) жүйедегі тапсырыстардың орташа санына тең — $z = \pi = P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$.

Жүйеде тапсырыстың болған орташа уақыты (π):

$$\pi = \frac{1}{\lambda} \pi = \frac{1}{\lambda + \mu}.$$

Мысал 1.2.

Бір телефон желісі бар делік, оған қоңыраулар орта есеппен 0.8 қоңырау/мин жиілігімен шалынады. Телефонмен сөйлесудің орташа уақыты 1.5 мин. Егер желі бос болмаса, қоңырау қабылданбайды. Анықтау керек:

- қабылданбау ықтималдығын $P_{\text{отк}}$;
- абсолютті өткізу ықтималдығын A ;
- бос емес арналардың орташа мәнін \bar{z} .

ЖҚКЖ-де қабылдамау жағдайлары болғандықтан, жүйе әрқашанда стационарлы болады.

$$\psi = \lambda \cdot t_{\text{обсл}} = 1.2, \quad \mu = \frac{1}{t_{\text{обсл}}} \approx 0.667.$$

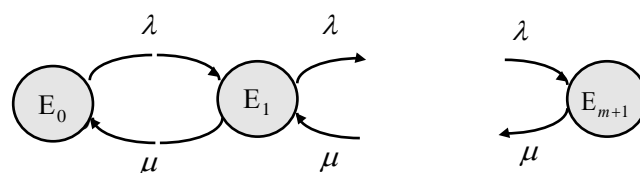
Егер желі бос болмаса, тапсырыс қабылданбайды және $P_{\text{отк}} = P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = 0.55$, (яғни орта есеппен қоңыраулардың тек қана 45% қызмет көрсетіледі).

$$A = \lambda q = \lambda(1 - P_{\text{отк}}) = 0.36 \text{ зв/мин.}$$

$\bar{z} = \pi = P_{\text{отк}} = 0.55$ — телефон желісі орта есеппен жалпы уақыттың тек қана 55% - ы бос емес болады.

1.9 Шектеулі кезекті біркарналық ЖҚКЖ

Бірканалдық ЖҚКЖ-дегі кезек ұзындығы m ($M|M|1|m$) санымен шектелген болсын. Онда ауысулар графы мынадай көрініске ие болады



1.6 Сурет— Ауысулар графы

Жойылу және таралу сұлбасының формулаларын пайдалана отырып, аламыз

$$P_n = \frac{\lambda^n}{\mu^n} \cdot P_0 = \psi^n \cdot P_0, \quad P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{m+1} \psi^n} = \frac{1 - \psi}{1 - \psi^{m+2}}.$$

Бос емес арналардың орташа саны $z = P_{n>0} = 1 - P_0 = \frac{\psi - \psi^{m+2}}{1 - \psi^{m+2}}.$

Кезектегі тапсырыстардың орташа саны

$$\nu = \sum_{n=2}^{m+1} (n-1) \cdot P_n = \frac{\psi^2 [1 - \psi^m (m+1 - m\psi)]}{(1 - \psi^{m+2})(1 - \psi)}.$$

Жүйедегі тапсырыстардың орташа саны $\pi = \nu + z.$

Бас тартудағы ықтималдық $P_{\text{отк}} = P_{m+1} = \frac{1 - \psi}{1 - \psi^{m+2}} \cdot \psi^n.$

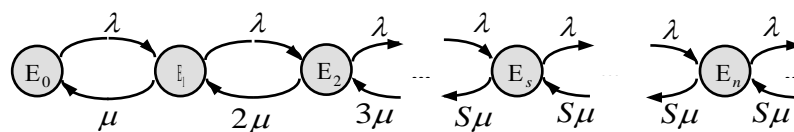
Салыстырмалы өткізушілік мүмкіндігі

$$q = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - \psi^n \frac{1 - \psi}{1 - \psi^{m+2}}.$$

1.10 Көпарналы күтумен жұмыс істейтін ЖҚЖ

Бірдей s қызмет көрсету каналдарынан тұратын жүйені қарастырайық ($M/M/S/\infty$), әр каналдың қызмет көрсету екпінділігі μ . Келіп түсетін ағын қарапайым болып және қызмет көрсету уақыты көрсеткіш заңымен үлестірілгенде, каналды таңдап алу тәртібі жүйенің қызметіне, яғни жүйедегі тапсырыстар санына, кезекте күту уақытына әсер етпейді.

Ауысулар графын қарастырайық



1.7 Сурет – Ауысулар графы

Бос емес арналар саны өскен сайын қызмет көрсету екпінділігі де өседі. Каналдардың бәрі бос болмаған кезден бастап қызмет көрсету екпінділігі өсуін тоқтатады, жаңа келіп түскен тапсырыстар кезекке тұрып, каналдардың біреуінің босағанын күтеді.

Граф бойынша күйлердің ықтималдықтарының теңдеулерін құрастырамыз

$$P_1 = \frac{\lambda}{\mu} P_0,$$

$$P_2 = \frac{\lambda^2}{\mu^2 \cdot 2} \cdot P_0,$$

...

$$P_n = \frac{\psi^n}{n!} P_0, \quad \text{где } 0 \leq n < s,$$

$$P_s = \frac{\psi^s}{s!} P_0,$$

...

$$P_n = \frac{\psi^n}{s! \cdot s^{n-s}} \cdot P_0, \quad \text{где } n \geq s.$$

$\sum P_n = 1$, ескере отырып

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\psi^n}{n!} + \sum_{n=s}^{\infty} \frac{\psi^n}{n! \cdot s^{n-s}}} = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\psi^n}{n!} + \frac{\psi^s}{s!(1-\psi/s)}}.$$

Жүйенің негізгі сипаттамаларын келесі түрде анықтаймыз

$$P_{\text{отк}} = 0, \quad q = 1 - P_{\text{отк}} = 1.$$

Абсолюттік өткізу қабілеті

$$A = q\lambda = \mu \cdot z,$$

осыдан бос емес арналардың орта саны

$$z = \psi.$$

Кезектегі тапсырыстардың орта саны

$$\nu = \sum_{n=s+1}^{\infty} (n-s) \cdot P_n = \sum_{n=s+1}^{\infty} (n-s) \frac{\psi^n}{s! \cdot s^{n-s}} \cdot P_0,$$

Түрлендірілгеннен кейін

$$\nu = \frac{\psi^{s+1}}{(s-1)!(s-\psi)^2} \cdot P_0.$$

Жүйедегі тапсырыстардың жалпы саны

$$\pi = \nu + z.$$

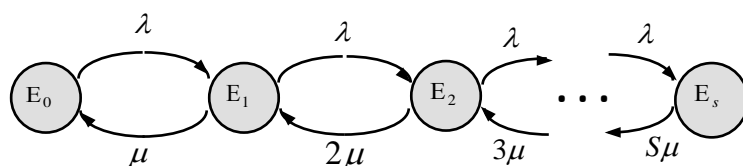
Жүйеде болу уақытының орта мәні

$$w = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\psi^s}{(s-1)!(s-\psi)^2} P_0 + 1 \right].$$

Көрсетілген формулалардың барлығы тек қана стационарлы режим үшін орынды. Кезегі шектелмеген көпарналы жүйе стационарлы режимде жұмыс істеу үшін келесі шарт орындалуы тиіс $\frac{\lambda}{\mu \cdot s} < 1$.

1.11 Көпарналы шығындармен жұмыс істейтін ЖҚЖ.

Жүйеде қызмет көрсететін s арналар бар дейік. Әр канал бос кезінде келіп түскен тапсырысқа қызмет көрсетуге дайын. Егер тапсырыс келіп түскен кезде арналардың бәрі бос болмаса, онда тапсырыс қабылданбайды, жоғалады немесе шығын болады (M/M/S/L).



1.8 Сурет – Ауысулар графы

Күйлер ықтималдықтарының теңдеулері кез келген көп арнаның ЖҚЖ – нің теңдеулеріндей, бірақ $0 \leq n \leq s$ шарты үшін

$$P_n = \frac{\psi^n}{n!} \cdot P_0, \quad P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^s \frac{\psi^n}{n!}}.$$

Тапсырыс арналардың бәрі бос болмаған жағдайда жоғалады, оның жоғалуының ықтималдығы

$$P_{\text{отк}} = P_s = \frac{\frac{\psi^s}{s!}}{\sum_{n=0}^s \frac{\psi^n}{n!}}.$$

Бұл формула Эрлангтің бірінші формуласы немесе Эрлангтің В – формуласы деп аталады.

Шартты қатынасты өткізу қабілеті

$$q = 1 - P_{\text{отк}} = 1 - \frac{\psi^s}{s!} \cdot P_0.$$

$A = \lambda q = \mu z$, ескере отырып, бос емес арналардың орта саны

$$z = \pi = \psi q = \psi \left(1 - \frac{\psi^s}{s!} \cdot P_0 \right).$$

Тапсырыстың жүйеде болу уақытының орта мәні

$$u = \frac{1}{\lambda} \pi = \frac{1}{\mu} \left(1 - \frac{\psi^s}{s!} \cdot P_0 \right).$$

Егер жүйедегі кезек m ($M/M/s/m$) орын санымен шектелген болса, онда тапсырыс қабылданбайды тек қана сол жағдайда қашан жүйедегі арналар мен кезектің барлық орындары ($s + m$ тапсырыстар) бос болмаса.

Ендеше қабылдамау ықтималдығы

$$P_{\text{отк}} = P_{s+m} = \frac{\psi^{s+m}}{s^m \cdot s!} \cdot P_0, \text{ где } P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\psi^n}{n!} + \sum_{n=s}^{s+m} \frac{\psi^n}{s! s^{n-s}}}.$$

Абсолютті өткізу мүмкіндігі

$$A = \lambda \quad q = \lambda \left(1 - \frac{\psi^{s+m}}{s^m \cdot s!} \cdot P_0 \right).$$

Жүйедегі, кезектегі және қызмет көрсетудегі тапсырыстардың орташа санының формуласы көпарналы күтумен жұмыс істейтін ЖҚЖ сәйкесті формуласына ұқсас.

Мысал 1.3.

1.2 мысалын үш телефон желісі үшін қарастырайық та, сол сипаттамаларды жаңа ЖҚЖ үшін табайық.

Егер барлық үш арна да бос болмаса, онда қоңырау қабылданбайды

$$P_{\text{отк}} = P_3 = \frac{\psi^3}{3!} \cdot P_0 = \frac{\psi^3}{3!} \cdot \frac{1}{1 + \psi + \frac{\psi^2}{2!} + \frac{\psi^3}{3!}} = 0.09.$$

Енді қоңырау шалыстардың тек 9% қабылданбайды, ал 91% қабылданады.

$$A = \lambda q = \lambda(1 - P_{\text{отк}}) = 0.728 \text{ қоңырау/мин};$$

$$\bar{z} = \frac{A}{\mu} = 1.09 \text{ — яғни, тапсырыстардың бір бөлігі қабылданбай жатқанына}$$

қарамастан, орта есеппен 2 желі бос. Бір қарағанда бір-біріне қарама-қарсы келетін мәліметтер тапсырыстың келіп түсу уақыты мен оған қызмет көрсетілу уақыты кездейсоқ шамалар және алынған мәліметтер желінің тек орташа сипаттамаларын көрсетілуімен түсіндіріледі.

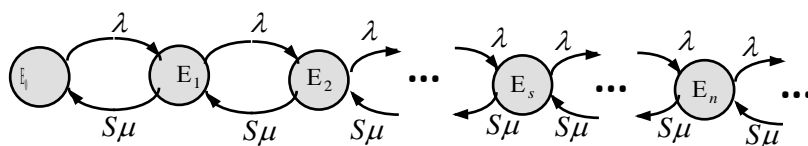
1.12 Өзара жәрдеммен жұмыс істейтін көпарналы ЖҚЖ

Көп жағдайда қызмет көрсетудің бірнеше арнасы болса, егер олар бос болса келіп түскен тапсырысқа барлық арналар қызмет көрсетуге кіріседі. Оның үстіне қызмет көрсету жиілігі s есе артады: $\mu^* = s\mu$, мұндағы s - арналар саны. Тапсырысқа қызмет көрсетіліп болғаннан кейін барлық s арналар бірге босайды. Егер тапсырыс келіп түскен кезде жүйеде тағы бір тапсырыс болса, онда құрылғылардың бір бөлігі ескі тапсырысқа қызмет көрсетеді, ал қалғандары жаңа тапсырысқа қызмет көрсетуге кіріседі.

Марковтық жүйелер үшін барлық құрылғылардың қатысу шарты мен тапсырыстарға арналардың қалай таратылуының маңызы жоқ.

Барлық арналары бос емес жүйеге тапсырыс келіп түскен жағдайда, ол кезекке тұрады. Егер арна қызмет көрсетуден босағаннан кейін кезекте

тапсырыс болмаса, ол басқа тапсырыстарға қызмет көрсетуге кіріседі. Ауысулар графы



1.9 Сурет – Ауысулар графы

Граф $\mu^* = s\mu$ бірарналы ЖҚК ұқсас. Сондықтан, $\psi^* = \frac{\lambda}{s\mu}$. Стационарлы режим үшін $\frac{\lambda}{s\mu} < 1$ шарты орындалу керек. Сол кезде бірарналы күтумен жұмыс істейтін ЖҚК үшін қолданылатын формулаларды қолдануға болады.

Жағдайлардың ықтималдық теңдеуі

$$P_n = (\psi^*)^n \cdot (1 - \psi^*), \quad P_0 = 1 - \psi^*.$$

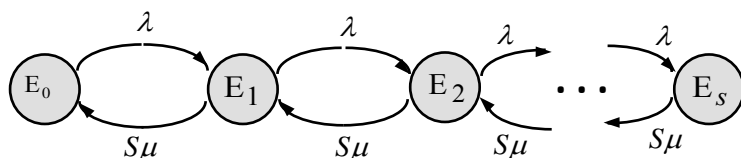
Жүйедегі тапсырыстардың орташа саны $n = \frac{\psi^*}{1 - \psi^*}$.

Кезектегі тапсырыстардың орташа саны $\bar{n} = \frac{(\psi^*)^2}{1 - \psi^*}$.

Тапсырыстың жүйеде болуының орташа уақыты $\pi = \frac{1}{\lambda} n = \frac{1}{\mu^*} \cdot \frac{1}{1 - \mu^*}$.

Өзара жәрдеммен жұмыс істейтін көпарналы ЖҚК жүйесіне келіп түскен тапсырысты қабылдамау кездегі түрін қарастырайық, барлық арналар бос емес және тапсырыс қабылданбайды.

Ауысулар графы:



1.10 Сурет – Ауысулар графы

Берілген граф $\mu^* = s\mu$ және шектелген кезегі, $(s-1)$ -ге тең орын саны бар бір арналы ЖҚЖ-не пара-пар. Сәйкесінше, күй ықтималдылық теңдеуі

$$P_n = (\psi^*)^n \cdot P_0, \quad P_0 = \frac{1 - \psi^*}{1 - (\psi^*)^{s+1}}.$$

Қабылдамау ықтималдылығы $P_{\text{отк}} = P_s = \frac{(\psi^*)^s \cdot (1 - \psi^*)}{1 - (\psi^*)^{s+1}}$.

Салыстырмалы өткізу қабілеті

$$q = 1 - P_{\text{отк}} = \frac{1 - (\psi^*)^s}{1 - (\psi^*)^{s+1}}.$$

Жүйедегі тапсырыстардың орташа саны

$$\pi = \sum_{n=0}^s n P_n = \frac{1 - \psi^*}{1 - (\psi^*)^{s+1}} \sum_{n=0}^s n (\psi^*)^n = \psi^* \frac{1 - (\psi^*)^s [s(1 - \psi^*) + 1]}{(1 - (\psi^*)^{s+1})(1 - \psi^*)}.$$

Мысал 1.4.

Автожуу бекетінде үш жұмысшы машиналарға келесідей тәртіппен қызмет көрсетеді: егер де 3 жұмысшы да бос болса, онда келген машинаны үшеуі бірге тазалайды. Келесі бір машинаның келуімен бір жұмысшы сол машинаға ауысады. Егер барлық жұмысшылар өз алдына бір машинаға қызмет көрсетіп жататын болса, онда келген басқа машиналар қабылданбайды. Орта есеппен машиналар әр 8 минут сайын келіп тұрады, бір жұмысшы бір машинаны орта есеппен 20 минут жуады. Анықтау қажет: жұмысшының бір күнгі орташа жалақысы (8 сағат), егер де бір машинаға қызмет көрсету 1000 теңге болса, ал жалақыға 10% - ы алынады.

Берілген ЖҚЖ - өзара көмектесу мен қабылдамаумен жұмыс істейді.

ЖҚЖ-ның негізгі сипаттамасы

$$\lambda = \frac{1}{t_{\text{прих}}} = 0.125 \text{ маш/мин}, \quad \mu = \frac{1}{t_{\text{обсл}}} = 0.05 \text{ маш/мин},$$

$$\psi^* = \frac{\lambda}{3\mu} \approx 0.83,$$

$$A = \lambda q = \lambda(1 - P_{\text{отк}}) = \lambda \frac{(\psi^*)^3 (1 - \psi^*)}{1 - (\psi^*)^4} \approx 0.102 \text{ маш/мин} \approx 6 \text{ маш/час}.$$

8 сағат ішінде бекеттен орта есеппен $6 \cdot 8 = 48$ машина өтеді, әрбір жұмысшыға 16 машинадан тиеді, бұдан оның орташа жалақысы $16 \cdot 100 \cdot 0.1 = 1600$ теңге болады.

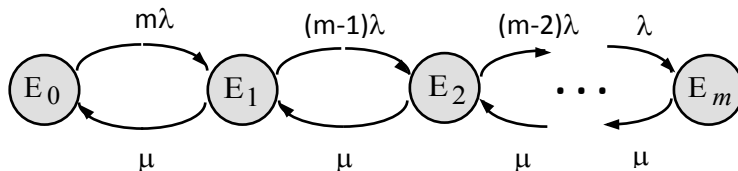
1.13 Тұйық ЖҚЖ

Тапсырыстардың саны жүйенің қызмет көрсетуімен шектелген жағдайды қарастырайық. Мысалы, m бірлік құрылғылардың s жөндеу бригадаларымен қайта қалпына келтіру процесі. Әрбір құрылғы орташа $\bar{t}_{\text{раб}}$ уақыт жұмыс істеп, одан кейін бұзылады. Әрбір құрылғының істен шығу екпінділігі $\lambda = 1/\bar{t}_{\text{раб}}$ (құрылғының жұмыс істеу уақыты көрсеткіштік заңымен таралған деп есептейміз). Жөндеуден кейін құрылғы жүйенің кірісіне λ екпінділікпен қайта қосылады (қайтадан істен шығуы мүмкін).

Егер белгілі бір уақыт аралығында n құрылғы жөнделіп немесе жөндеуді күтіп отырса, ал $m-n$ жұмыс істеп жатса, онда $(t, t + dt)$ аралығында істен шығу

ықтималдылығы $\lambda_n dt = (m - \bar{n})\lambda dt$ тең - жүйеге тапсырыстардың келу екпінділігі жүйеге келіп түскен тапсырыстардың санына байланысты.

Бір қызмет көрсету каналы және m тапсырыстары бар тұйық ЖҚЖ үшін ауысулар графын тұрғызайық.



1.11 Сурет - Ауысулар графы.

Азаю және көбею сұлбаларын қолданып, күй ықтималдылық теңдеуін құрайық

$$P_1 = \frac{m\lambda}{\mu} P_0,$$

$$P_2 = \frac{m(m-1)\lambda^2}{\mu^2} P_0$$

$$P_n = \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)\lambda^n}{\mu^n} P_0$$

немесе
$$P_n = \frac{m!}{(m-n)!} \psi^n P_0,$$

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^m \frac{m!}{(m-n)!} \psi^n}.$$

Берілген жүйе үшін абсолютті өткізу қабілеті A – ақаулардың орташа саны, қызмет көрсету каналы мен уақыт бірлігінде түзелетін және

$$A = P_{\text{зан}} \cdot \mu,$$

мұндағы $P_{\text{зан}}$ — каналдың бос болмау ықтималдылығы, немесе z

$$\bar{z} = P_{\text{зан}} = 1 - P_0; \quad P_{\text{своб}} = P_0;$$

$$A = (1 - P_0)\mu.$$

Істен шыққан қондырғылардың орташа саны $n = \sum_{n=0}^m n \cdot P_n$.

n есептеудің оңай жолын тауып көрейік. Орта есеппен $(m - n)$ тапсырыстар жұмыс күйінде болады, $(m - n)\lambda$ ақаулар ағыны. Барлық ақаулар $(1 - P_0)\mu$ қызмет көрсету каналымен түзеледі. Сонда

$$(m - n)\lambda = (1 - P_0)\mu,$$

$$\pi = m - \frac{\mu}{\lambda}(1 - P_0) = m - \frac{1 - P_0}{\psi}.$$

Кезектегі тапсырыстардың орташа саны

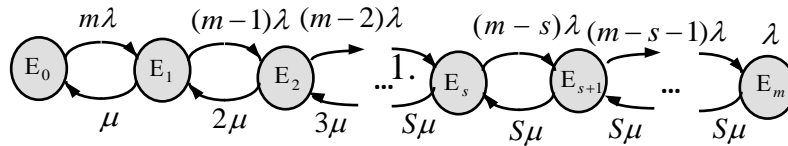
$$\nu = \pi - z = m - \frac{1 - P_0}{\psi} - (1 - P_0),$$

$$\nu = m - (1 - P_0) \left(1 + \frac{1}{\psi}\right).$$

Тұйық жүйелерде тапсырыстар саны әрқашан шектеулі және қызмет көрсету каналының екпінділігіне байланыссыз қалыптасқан режим болады. $k = \frac{\pi}{m}$ каналдың бос болмау коэффициенті бірге жақын болғанда, «шоғырлану» құбылысы туады.

Бұл жағдайда тапсырыстардың барынша көбі жинақтаушы мен ЖҚЖ-ң қызмет көрсету каналында жинақталып, тапсырыстардың аз мөлшері жүйеден тыс болады.

S қызмет көрсету каналы бар тұйық ЖҚЖ-ны қарастырайық. Ауысулар графы



1.12 Сурет - Ауысулар графы.

Күй ықтималдылық теңдеуі

$$P_1 = m\psi P_0,$$

$$P_2 = \frac{m(m-1)}{2!}\psi P_0,$$

...

$$P_n = \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!}\psi^n \cdot P_0, \text{ для } n < s$$

немесе $P_n = C_m^n \psi^n P_0$, для $0 < n < s$,

$$P_n = \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{s! s^{n-s}} \psi^n P_0$$

$$\text{или } P_n = \frac{m!}{(m-n)! s! s^{n-s}} \psi^n P_0, \text{ } s \leq n < m,$$

$$\text{откуда } P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} C_m^n \psi^n + \sum_{n=s}^m \frac{m!}{(m-n)! s! s^{n-s}} \psi^n \right]^{-1}.$$

Бос емес каналдардың орташа саны

$$\begin{aligned} z &= 0 \cdot P_0 + 1 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + \dots + S(P_s + P_{s+1} + \dots + P_m) = \\ &= P_1 + 2 \cdot P_2 + \dots + S(1 - P_0 - P_1 - \dots - P_{s-1}). \end{aligned}$$

Уақыт бірлігінде каналдармен қызмет көрсетілетін тапсырыстардың орташа саны

$$A = z \cdot \mu$$

Жүйедегі тапсырыстардың орташа саны

$$(m - n)\lambda = z\mu,$$

$$n = m - \frac{z}{\psi}.$$

Кезектегі тапсырыстардың орташа саны $\nu = n - z$.

Мысал 1.5.

Бір жұмысшы үш қондырғыға қызмет көрсетеді. Қондырғы орта есеппен сағатына екі рет тоқтайды, оны жөндеуге 10 минут кетеді. Анықтау қажет:

- жұмысшының бос болмау ықтималдылығы $P_{\text{зан}}$;
- жүйенің бос болмау коэффициенті k ;

ЖҚЖ-ның негізгі сипаттамаларын анықтайық (ЖҚЖ тұйық)

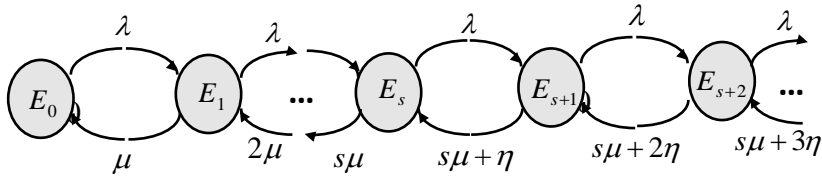
$$\begin{aligned} m &= 3, \lambda = 2, \mu = \frac{1}{t_{\text{обсл}}} = 6 \frac{\text{стан}}{\text{час}}, \psi = \frac{1}{3}, \\ P_0 &= \frac{1}{1 + 3 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3^2} + 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3^3}} \approx 0.346, \\ P_{\text{зан}} &= 1 - P_0 = 0.654, \\ \bar{n} &= 3 - \frac{0.654}{1/3} = 1.04, \end{aligned}$$

$$k = \frac{\bar{n}}{m} = 0.347 \text{ — } 35\% \text{ станок істен шыққандықтан бос тұрады.}$$

1.14 Күту уақыты шектелген ЖҚЖ

Күту уақыты шектелген көпканалды ЖҚЖ-ны қарастырайық. Жүйенің кірісіне келіп түсетін тапсырыстар каналдардың бос емес екендігін көрсе, олар кезекке тұрады. Орын санына байланысты кезек шектеусіз. Бірақ кезекте белгілі бір уақыт тұрған тапсырысқа қызмет көрсетілмесе, онда ол кезектен $\eta = \frac{1}{t_{\text{ож}}}$ екпінділікпен кетеді (мысалы, магазинде тұрған сатып алушы кезекте тұрудан жалығып, кетіп қалады; телефонмен қоңырау соққан адам «бос емес» естіп, біраз күтіп, содан соң телефонды тастайды және т.б.). Күту уақыты орташа $\bar{t}_{\text{ож}}$ экспоненциалды үлестірілген деп есептейміз.

Берілген жүйе үшін ауысулар графын тұрғызайық:



1.13 Сурет – Ауысулар графы

Күй ықтималдылық теңдеуі

$$P_n = \frac{\psi^n}{n!} P_0, \quad 0 \leq n < s,$$

$$P_n = \frac{\psi^s}{s!} \cdot \frac{\lambda^{n-s}}{(s\mu + \eta)(s\mu + 2\eta) \dots (s\mu + (n-s)\eta)} \cdot P_0, \quad s \leq n,$$

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\psi^n}{n!} + \frac{\psi^s}{s!} \sum_{n=s}^{\infty} \frac{\lambda^{n-s}}{(s\mu + \eta) \dots (s\mu + (n-s)\eta)} \right]^{-1}.$$

P_0 жуықтап есептеледі (қатар геометриялық прогрессия емес). Бұнда стационарлық режим әрқашан болады: $(P_n, s \leq n)$ қатары жинақты. Бұл жүйе үшін жауап берілмеудің ықтималдылығы маңызды емес.

Кезектегі тапсырыстардың орташа саны $\bar{v} = \sum_{n=s+1}^{\infty} (n-s) \cdot P_n$.

Абсолютті өткізу қабілеті $A = \lambda - \eta \cdot \bar{v}$,

Мұндағы $\eta \cdot \bar{v}$ - уақыт бірлігінде кезектен кеткен тапсырыстар.

Бұдан салыстырмалы өткізу қабілеті $q = \frac{A}{\lambda} = 1 - \frac{\eta}{\lambda} \cdot \bar{v}$.

Бос емес каналдардың орташа саны $z = \frac{A}{\mu} = \psi - \frac{\eta}{\mu} \bar{v}$ немесе

$$z = 0 \cdot P_0 + 1 \cdot P_1 + \dots + s(1 - P_0 - P_1 - \dots - P_{s-1}).$$

Кезектегі тапсырыстардың орташа санын келесі формуламен табуға болады

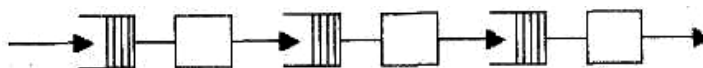
$$\bar{v} = \frac{\psi - \bar{z}}{\eta} \cdot \mu.$$

2 ЖҚЖ желілері

2.1 ЖҚЖ желілері туралы жалпы мәліметтер

Жалпы ЖҚЖ желілерін төбелері бір арналы және көп арналы ЖҚЖ болатын граф түрінде көрсетуге болады (басқалары талаптардың таралу ағынын анықтайды).

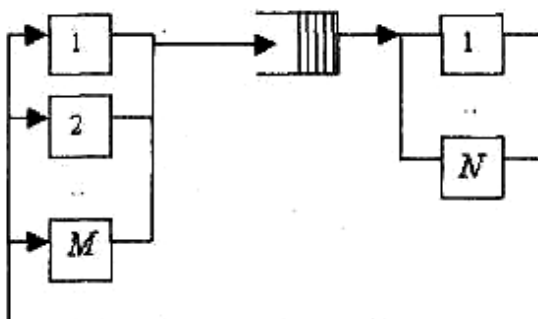
Ең қарапайым ашық немесе тұйықталмаған желі ЖҚЖ-ны тізбектеп қосқан кезде алынады (2.1 сурет). Ол басқаша көпфазалы ЖҚЖ деп аталады.



2.1 Сурет – Ашық желі

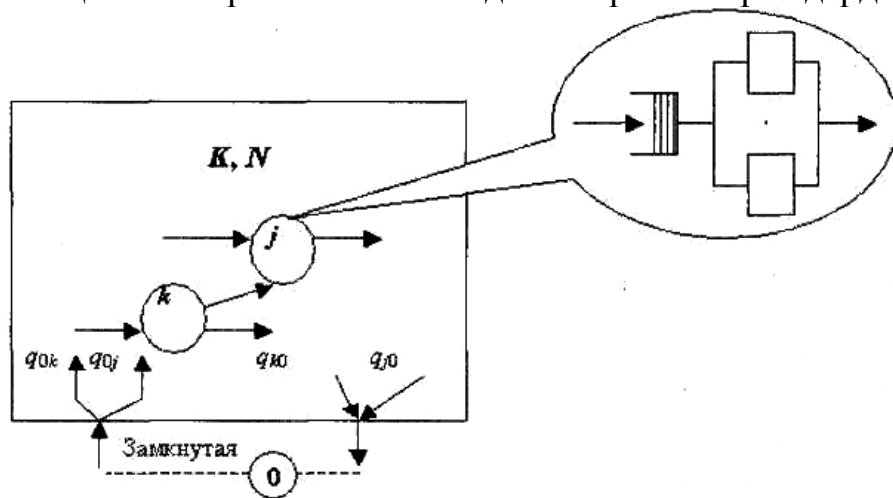
Тұйық және тұйықталмаған желілер бар. Тұйық ықтималдылық желі үшін сыртқы талаптар көзі болмайды, яғни онда әрқашан талаптар саны тұрақты. Тұйықталмаған желі үшін талаптар көзі және талаптар кірісі болады.

Қарапайым тұйық желі 2.2 суретте көрсетілген. Бұл жүйе жауап бермеу және қайта қалпына келтірулерімен жаппай қызмет ету теориясынан жақсы белгілі. Жүйеде әрқашан M талаптар болады, олар M құрылғының істен шыққан кезінде пайда болады. Егер де құрылғы істен шықса, онда оны жөндеуге N жөндеушісі бар бригадаға тапсырыс беріледі, ал содан кейін жөнделген құрылғы өз жұмысын жалғастырады. 2.2 суретте бұл N құрылғыдан кері байланыс арқылы көрсетілген. Желі «тапсырыс –жауап» режимінде жұмыс істейтін компьютерлік жүйені модельдеген кезде де қолданылады, яғни қолданушы жаңа тапсырысты алдыңғы тапсырысқа жауап алмайынша жібермейді. Тапсырыстар кез келген N компьютермен орындалады. Бұндай жүйелердің мысалы ретінде пойыз және ұшақ билеттерін сату, банктегі кассирдің транзактерді тарату жүйелері және т.б. бола алады.



2.2 Сурет – Тұйық желі

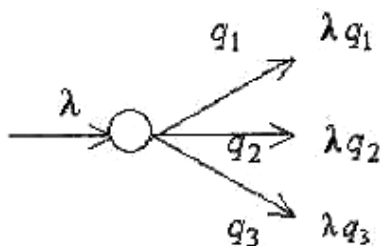
Желі құрамында (2.3 сурет) желіде орналасқан K түйін және N тапсырыстары бар. Әрбір түйінде бір немесе бірнеше бірдей қызмет көрсету құрылғылары бола алады. q_{0j} ықтималдықпен (немесе жиілікпен) талаптар желінің кез келген түйініне келіп түседі, ал q_{kj} ($j = 1, \dots, K$) ықтималдықпен талаптар k түйінін тастап j түйініне бағытталады. Осыдан, желідегі кез келген талап өзіне қызмет көрсетіп болғанға дейін бірнеше түйіндерді өтеді.



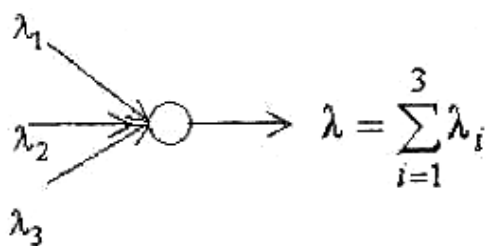
2.3 Сурет – K түйінді желі.

Сыртқы орта 0 түйіні ретінде белгіленеді. Егер де желі тұйық болса, онда шығыстағы талаптар кіріске бағытталады (2.3 суретте пунктирлі сызық), және тапсырыстар саны N желіде өзгермейді.

Желідегі талаптар ағыны үшін қосынды ағындар туралы заң орындалады, ол 2.4, 2.5 суреттерде қалыптасқан режимде жұмыс істейтін желі үшін көрсетілген.



2.4 Сурет - Ажырату



2.5 Сурет - Біріктіру

ЖҚЖ есептеу үшін желілердің ықтималдық теориясы қолданылады, ол марковтік және жартылай марковтік процестерге негізделген, бірақ нәтижелердің көпшілігі экспоненциалды заңмен үлестіру үшін алынған. Желідегі түйіндердің саны үштен көп болса, сандық жуықтап есептеулер қолданылады. Операционды талдау ЖҚЖ қарағанда, қарастырылып немесе моделделініп жатқан желінің, жұмысының логикасына басым негізделген. Бұл жүйенің жұмыс істеу процестерінен алшақтамай жұмыс істеу

параметрлері мен көрсеткіштері арасында қарапайым тәуелділіктерді тұрғызуға мүмкіндік береді.

2.2 Ықтималды желілерді операциялық талдау

Ықтималды желілерді операциялық талдау келесі қағидаларға негізделеді:

- операциялық айнымалылар жөніндегі барлық болжамдарды нақты жүйеде немесе оның моделінде өлшеп көруге болады.

- жүйеде ағындардың балансы болуы шарт: белгілі бір периодта кеткен талаптардың саны осы аралықта келіп түскен талаптардың санына тең болуы керек;

- талаптардың бір түйіннен келесі түйінге өтуі түйіндегі кезектердің ұзындығына байланыссыз болуы керек.

Бұдан қарастырылып отырған жүйе өтпелі режимде емес, қалыптасқан режимде жұмыс істеуі қажет.

Ықтималды желілерді операциялық талдаудың негізгі есебі ол тапсырмалардың желінің кейбір түйіндерінде кідіру уақытының орта мәні, түйіндердегі құрылғылардың жұмыс істеу екпінділігі, тапсырыстардан тұратын кезектердің орта ұзындығы, кезекте күту уақытының орта мәні сияқты көрсеткіштерді анықтау.

Операционды талдаудың көптеген нәтижелері тұйық жүйелерді қамтиды, онда желіден шыққан талаптар, сосын қайта оған оралады. Егер қарастырылып отырған желі өте үлкен жүктемемен жұмыс істейтін болса, онда тұйық жүйені қолдануға болады. Осы жағдайда, жүйеден шыққан талаптын орнына жүйеге дәл осындай параметрлері бар, тағы басқа талап келіп түседі деп есептеуге болады.

Жүйені өлшеу немесе имитациялық модельдеу жолымен алуға болатын операциондық айнымалыларды енгізейік:

$q_{0j}(j = \overline{1, K})$ - желідегі кез келген түйінге талаптың келіп түсу ықтималдылығы (K – түйіндердің жалпы саны);

$q_{kj}(j = \overline{1, K})$ - талаптың k түйінінен j түйініне ауысу ықтималдылығы ($k = \overline{1, K}, j = \overline{1, K}$);

q_{k0} – түйінде қызмет көрсету аяқталғаннан кейін талаптың желіден шығу ықтималдылығы;

$A_k(j = \overline{1, K})$ - k түйініне түскен талаптардың саны;

$C_{kj}(k = \overline{1, K}, j = \overline{1, K})$ - k түйінінен кетіп, j түйініне түскен талаптардың саны;

$B_k(k = \overline{1, K})$ - k түйінімен талапқа қызмет көрсетудің жалпы уақыты;

T – жүйені бақылау немесе модельдеудің жалпы уақыты.

Сыртқы ортаны 0 номерлі төбе ретінде белгілейміз. Сонда A_{0j} , C_{k0} j түйініне түскен және k түйінінен кеткен талаптардың санының мәнін сәйкесінше қабылдайды.

Егер түйінде ең болмағанда бір тапсырыс болса, онда ол бос емес болып есептеледі. Қосымша белгілеулерді енгізейік

$$C_k = \sum_{j=1}^K C_{kj}, \quad A_0 = \sum_{j=1}^K A_{0j}, \quad C_0 = \sum_{j=1}^K C_{0j}. \quad (2.1)$$

$A_0 = C_0$ тұйық желі үшін.

Енгізілген айнымалылар **негізгі операциондық айнымалылар** деп аталады. Осы айнымалыларды қолдана отырып және оларға қарапайым операцияларды орындай отырып, **шықпалы операциондық айнымалыларды** аламыз. Көбінесе қолданылатындары

$$U_k = \frac{B_k}{T}, \quad (2.2)$$

мұндағы U_k – түйінді қолдану коэффициенті;

$$S_k = \frac{B_k}{C_k}, \quad (2.3)$$

мұндағы S_k – k түйінде қызмет көрсетудің орташа уақыты;

$$X_k = \frac{C_k}{T}, \quad (2.4)$$

мұндағы X_k – k түйінінен шығытын тапсырыстар ағынының жиілігі.

$$q_{kj} = \begin{cases} \frac{C_{kj}}{C_k}, & k = \overline{1, K} \\ \sum_{k=1}^K q_{kj} = 1 \\ \frac{A_{0j}}{A_k}, & k=0, \end{cases}$$

мұндағы q_{kj} – k және j түйіндерінің арасындағы тапсырыс өтпелінің салыстырмалы жиілігі. (2.2 – 2.4) теңдіктерін қолдана отырып мынаны аламыз

$$U_k = X_k S_k \quad (2.6)$$

2.3 Операциялық тәуелділіктер.

Операциялық талдаудың негізгі нәтижелері операциялық айнымалылардың қатысы түрінде қалыптасады. Осы қатыстардың негізі желідегі ағын балансы туралы гипотеза болып келеді: ***T* периодында қай бір түйінге келіп түскен тапсырыстар саны осы түйіннен шыққан тапсырыстар санына тең.** Бұл гипотеза орныққан режимде ЖҚК желісінің жұмысын анықтайды, яғни тапсырыстар әрқашанда желі түйіндерін босатады.

Баланс туралы гипотеза желінің әр түйіні үшін операциялық айнымалылар арасындағы тәуелділікті орнықтырады. Бұл гипотеза арқылы ағын балансының теңдігін жазуға болады

$$X_j = \sum_{k=0}^K X_k q_{kj}, \quad j = \overline{0, K}. \quad (2.7)$$

(2.7) теңдігінің дұрыстығы желідегі ағын балансы туралы нұсқамалардан шығады, яғни $A_j = C_j$, $\sum_{k=0}^K C_{kj} = C_j = A_j$, $j = \overline{0, K}$ болғандықтан. Бірақ $q_{kj} = \frac{C_{kj}}{C_k}$

шарты кезінде $C_j = \sum_{k=0}^K C_k q_{kj}$ табамыз. Соңғы катысты T жалпы бақылау уақытына бөлсек (оның оң және сол жағын), (2.7) теңдігін аламыз. (2.7) теңдігінің тұйық желі үшін x_0 берілген кезде жалғыз ғана шешімі болады. Ашық желі үшін (2.7) теңдігі сызықты тәуелді болады, алайда бұл жағдайда да олар желі ағынының динамикасы туралы қажетті акпаратқа ие. (2.6) теңдігінен түйіннің өнімділігін табамыз

$$X_k = \frac{U_k}{S_k}. \quad (2.8)$$

k түйініне келу коэффициентін анықтаймыз

$$V_k = \frac{X_k}{X_0}. \quad (2.9)$$

Ағын балансы теңдігін эквивалентті жүйеде жазуға болады. Онда ағын екпінділігінің орнына желінің әр түйініне келу коэффициенті колданылады.

(2.7) теңдігінің екі жағын да X_0 – ге бөлеміз

$$V_0 = 1, \quad V_j = q_{0j} + \sum_{k=1}^K V_k q_{kj}, \quad j = \overline{1, K}. \quad (2.10)$$

егер (2.7) теңдігі орындалса, (2.10) теңдігі орындалады. Себебі (2.10) теңдігі (2.7)- ден алынады.

Түйінге келу коэффициенті мен түйіннің өнімділік коэффициенттерінің арасындағы байланысты (2.11) формуласы бойынша анықтаймыз.

$$\frac{X_k}{X_j} = \frac{V_k}{V_j} . \quad (2.11)$$

Тапсырыстың ықтималдық желіде болуының орташа уақытын анықтау үшін осы уақытты R деп, ал дара түйіндер үшін R_k арқылы белгілейміз. Тағы да бір операцияндық айнымалы - W_k енгіземіз. Ол T уақыт ішіндегі k түйінінің тапсырысты күту уақыты мен қызмет көрсету уақытының қосындысына тең.

$$R_k = \frac{W_k}{C_k} . \quad (2.12)$$

Жүйеде болудың орташа уақытын R_k және әр түйінге келу коэффициенті арқылы табуға болады, яғни

$$R = \sum_{k=1}^K V_k R_k . \quad (2.13)$$

Бұл *болу уақытының жалпы заңы* және ол ағындар балансы туралы гипотеза орындалмаса да дұрыс.

N желісіндегі тапсырыстардың орташа саны әр түйіндегі тапсырыстардың орташа санымен n_k анықталады

$$N = \sum_{k=1}^K n_k , \quad (2.14)$$

мұндағы n_k — шығарылатын операциялық айнымалы. Оны негізгі операциялық айнымалылардан алуға болады

$$n_k = \frac{W_k}{T} . \quad (2.15)$$

Тапсырыстардың жүйеде болуының орташа уақыты үшін *Литтл* заңы орнықты: k құрылғысында болудың орташа уақыты құрылғыдағы тапсырыстардың орташа саны мен ағын жиілігі арқылы анықталады

$$R_k = \frac{n_k}{X_k} . \quad (2.16)$$

Литтл формуласын операциялық анализ көмегімен негіздеуге болады. (2.15) теңдеуінен табатынымыз

$$W_k = n_k T . \quad (2.17)$$

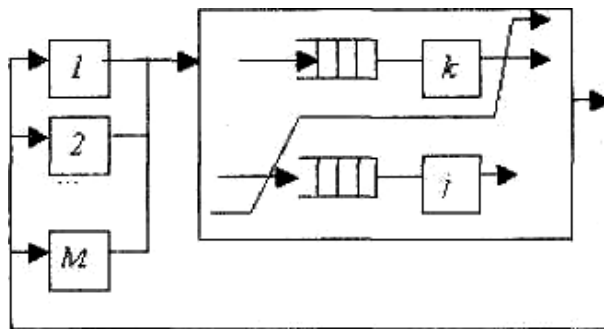
Алынған операциялық айнымалыны (2.12) теңдеуіне қоямыз

$$R_k = \frac{n_k T}{C_k} = n_k / (C_k / T) = \frac{n_k}{X_k} . \quad (2.18)$$

Литтл заңы бүкіл жүйеге де қолданылады. (2.9) теңдеуіндегі V_k үшін теңдікті (2.13) – ке қоямыз және (2.16) – дағы R_k үшін қойсақ

$$R = \sum_{k=1}^K \frac{n_k}{X_k} \frac{X_k}{X_0} = \frac{1}{X_0} \sum_{k=1}^K n_k = \frac{N}{X_0} . \quad (2.19)$$

Тұйық желіде болу уақытын анықтау үшін операциялық анализді қалай қолдануға болатындығын көрсетеміз (2.6 сурет).



2.6 Сурет – Тұйық желі

Айталық, M құрылғы бар, әрқайсысымен қызмет көрсету - Z . Желіде болуының орташа уақытын формула бойынша анықтаймыз

$$R = \frac{M}{X_0} - Z . \quad (2.20)$$

(2.20) теңдігі мына түсініктерден алынған. Әсерлесудің бір циклының орташа уақытын, сыртқы желідегі тапсырыстардың қызмет көрсету уақытын қосқанда және қайсыбір M құрылғыларда болудың орташа уақытын, $Z + R$ қосынды арқылы анықтаймыз. Егер ағындар туралы гипотеза орындалып

жатыр деп есептесек, қарастырылып отырған цикл үшін Литтл формуласы дұрыс. Сондықтан $(Z + R)X_0$ шамасы бос емес құрылғылардың орташа санын анықтайды. Сонымен, құрылғылардың жалпы саны:

$$M = (Z + R)X_0 . \quad (2.21)$$

Келтірілген операциялық анализдердің қатынастарын қолдануды мысалдар арқылы көрсетейік.

Мысал 2.1. $M= 20$ құрылғы бар. Әрқайсысымен қызмет көрсету уақытының орташа мәні $Z = 25$ с (2.7 сурет).

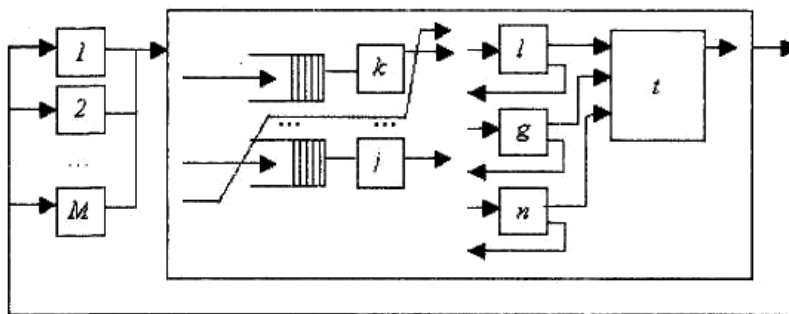
Жүйенің l, g, n түйіндері үшін t түйініне өту өтпелінің жиілігі сәйкесінше мынаған тең: $q_{lt} = 0,5$; $q_{gt} = 0,7$; $q_{nt} = 0,85$, ал осы түйіндерге келу $V_l = 12$; $V_g = 17$; $V_n = 19$. t түйіні 50% қолданылады, келетін тапсырыстарға қызмет көрсетудің орташа уақыты t түйіні үшін 25 мс. Желіде болудың орташа уақыты мен тапсырыстардың орташа санын табу керек.

t түйініне келу коэффициентін анықтаймыз. Ол үшін түйіндерге келу коэффициенті арқылы жазылған (2.10) ағын балансының теңдігін жазамыз

$$\begin{aligned} V_t &= V_l q_{lt} + V_g q_{gt} + V_n q_{nt} , \\ V_t &= 12 \cdot 0,5 + 17 \cdot 0,7 + 19 \cdot 0,85 = 34,05. \end{aligned}$$

Тапсырыстардың желіге түсу екпінділігін табамыз

$$X_0 = \frac{X_t}{V_t} = \frac{U_t}{V_t S_t} . \quad (2.22)$$



2.7 Сурет – Желі фрагменті

(2.22) теңдігіне шарттан белгілі операциялық айнымалылар кіреді: $U_t = 50\%$ және $S_t = 0,025$ с. Яғни алатынымыз

$$X_0 = \frac{0,5}{34,05 \cdot 0,025} = 0,587 \text{ тапсырыс/с.}$$

(2.19) теңдігінен тапсырыстардың желіде болу уақытын табамыз.

$$R = \frac{20}{0,587} - 25 = 9,072 \text{ с.}$$

Желідегі тапсырыстардың орташа уақытын табу үшін Литтл формуласын қолданамыз

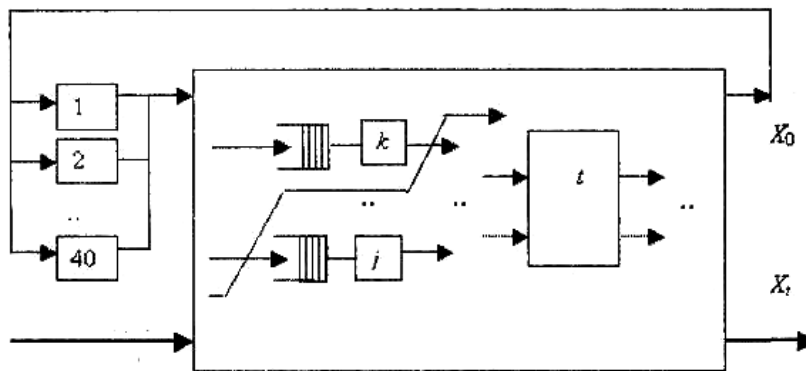
$$N = RX_0,$$

$$N = 9,072 \cdot 0,587 = 5,33 \text{ тапсырыс.}$$

Мысал 2.2. қызмет көрсету құрылғыларынан (желінің тұйықталған бөлігі) да, сырттан да тапсырыстар келетін желіні қарастырамыз (2.8 сурет).

$M = 40$ қызмет көрсету құрылғысы бар. Әрқайсысының қызмет көрсету уақытының орташа мәні $Z = 15$ с. Зерттеулер жүргізудің арқасында желі туралы мынандай ақпарат алынған:

- 40 қызмет көрсету құрылғысынан келетін тапсырыстар болуының орташа уақыты 5 с;
- t түйінімен әр тапсырысқа қызмет көрсетудің орташа уақыты 40 мс;
- M қызмет көрсету құрылғылардан түсетін әр тапсырыс, t түйініне 10 тапсырыс туғызады;
- сырт құрылғыдан түсетін әр тапсырыс t түйініне 5 тапсырысты туғызады;
- t түйіні 90% - ға қолданылады.



2.8 Сурет – Желі фрагменті

M қызмет көрсету құрылғысынан X_0 кіріс ағынының екпінділігімен келіп түсетін тапсырыстардың және t түйінінен шығатын, сыртқы көздерден X_t екпінділігімен түсетін тапсырыстардың желіде болу уақытының төменгі шегін анықтау керек.

Есепті шығарған кезде M қызмет көрсету құрылғыларынан келетін тапсырыстардың айнымалыларын жұлдызша арқылы белгілейміз.

(2.20) теңдігінен M құрылғыларынан келетін тапсырыстар ағыны үшін

$$X_0^* = \frac{M}{Z + R^*}$$

мұндағы Z - M құрылғылармен қызмет көрсетудің орташа уақыты; R^* - 40 құрылғылардан желіге түсетін тапсырыстардың болу уақытының орташа мәні. Онда

$$X_0^* = \frac{40}{15+5} = 2 \text{ тапсырыс/с} .$$

t түйініндегі тапсырыстар ағынының жиілігін қызмет көрсету құрылғыларының тапсырыстар ағынының жиілігі мен сыртқы тапсырыстар жиілігінің қосындысы ретінде табамыз, яғни $X_t^* + X_t$

$$X_t^* + X_t = \frac{U_t}{S_t} \quad (2.24)$$

Онда (2.3.1) теңдеуіне сәйкес былай жазуға болады

$$X_t^* + X_t = \frac{0,9}{0,04} = 22,5 \text{ тапсырыс/с} .$$

(2.8) келу коэффициенті үшін көрсетілген формуланы қолдана отырып, X_t^* - ні табамыз

$$X_t^* = V_t^* X_0^* ,$$

$$X_t^* = 10 \cdot 2 = 20 \text{ тапсырыс/с} .$$

Осыдан,

$$X_t = 2,5 \text{ тапсырыс/с} .$$

Енді желіге сыртқы тапсырыстардың кіріс ағынының X_0 жиілігін табуға болады

$$X_0 = \frac{X_t}{V_t} ,$$

$$X_0 = \frac{2,5}{5} = 0,5 \text{ тапсырыс/с} .$$

Айталық, бастапқы шарт өзгерген және сыртқы тапсырыстардың кіріс ағынының екпінділігі үш есе артты, яғни $X_0 = 1,5$ тапсырыс/с. Онда $X_t = V_t X_0 = 1,5$ тапсырыс/с. t түйінімен тапсырыстарды өңдеудің орташа уақыты өзгермеген деп алып, t түйіні мен тапсырыстарды қызмет ету екпінділігінің

максимал мәні $\frac{1}{S_t} = 25$ тапсырыс/с, t түйінін 100% қолданғанда. Сонымен, қызмет көрсету құрылғыларынан t түйінінің тапсырыстарға қызмет көрсету екпінділігі келесі мәнінен аса алмайды.

$$25 - 7,5 = 17,5 \text{ тапсырыс/с.}$$

Осыдан шыға келе,

$$X_0^* = \frac{X_t^*}{V_t^*} \leq \frac{17,5}{10} = 1,75 \text{ тапсырыс/с.}$$

Сонымен, (2.19) теңдігіне сәйкес 40 қызмет көрсету құрылғыларынан келіп түскен тапсырыстардың желіде болу уақытының төменгі шегі мынаған тең

$$R^* = \frac{M}{X_0^*} - Z \geq \frac{40}{1,75} - 15 = 7,9 \text{ с.}$$

Ендеше, сыртқы тапсырыстар ағындарының екпінділігін үш есе арттырғанда, 40 қызмет көрсету құрылғыларынан келетін тапсырыстардың желіде болуының орташа уақытын, 2,9 есе арттыруға алып келеді.

3 GPSS World имитациялық моделдеу жүйесі

3.1 Имитациялық моделдеу

Шақыруларға қызмет көрсету процестерінің имитациялық модельдеуі әмбебап және кейбір жағдайларда телекоммуникациялық жүйелерді математикалық модельдеудің жалғыз әдісі. Ол қызмет көрсету сапасының сипаттамасын анықтай алмаған кезде және басқа да аналитикалық немесе сандық әдістер көмегімен көрсеткіштік бағалау, әлде табылған шешімге нақтылық керек кезде қолданылады.

Моделдеу кезінде коммутация жүйесінің жұмысы еліктелінеді және жиналады, еліктелген процесс туралы керекті статистика өңделіп, беріледі.

Станциядағы немесе байланыс жүйесінде тікелей тәжірибемен салыстырғанда ЭЕМ – дегі модельдеу бірқатар артықшылықтарға ие: оны жаңа, әлі өңделмеген ақпаратты реттеу жүйелеріне қолдануға болады; зерттеліп отырған жүйелер жұмысын әртүрлі жағдайларда тексеруге болады.

Сонымен, телекоммуникация облысындағы еліктемелік модельдеу негізінен үш жағдайда қолданылады:

1) коммутация жүйесін немесе байланыс жүйесін бақылау кезінде; өткізу қабілеттілігін, қызмет көрсету сапасының сипаттамасын анықтау үшін;

2) жобалау кезінде; құрылымдық оптималды параметрлерді анықтауға болады, алгоритмді апробирлеуге болады;

3) оқу тренажерлерін жасаған кезде.

Модельдің жүргізілуі тапсырманың өңделуінен басталады. Онда компьютерде зерттеудің тапсырмалары мен мақсаттары қалыптастырады, алынған нәтижелердің дәлдігіне және көлеміне талаптарды анықтайды, зерттелетін модельдердің барлық элементтерін толығымен бейнелейді, коммутация жүйесінің құрылымын және оның өзгеретін параметрлерін, шақырулар ағынының моделін, қызмет көрсету тәртібін және шығаратын статистикалық сипаттамаларды бейнелейді.

Берілген тапсырмалар бойынша алгоритм жасалып, бағдарлама құрылады. Модельдеу алгоритмі имиттерлеу процесінің кездейсоқ табиғатын бейнелеу керек, сондықтан оның орындалуына кездейсоқ сандар мен оқиғалар қолданады.

Үлестірім заңымен берілген кездейсоқ сандарды модельдеу

1949 жылы АҚШ-та «Монте-Карло» атты ғылыми мақала басып шығарылды. Бұл уақытты Монте-Карло деп аталатын статистикалық модельдеудің туған жылы деп санауға болады. Мақаланың авторлары американдық математиктер Дж.Нейман мен С.Улам болған. Кездейсоқ сандарды генерациялау әдістің негізі болып саналады. Кездейсоқ сандардың генераторына ойын сүйектерін, казинодағы рулетканы келтіруге болады. Қазіргі кезде үлестірім заңымен берілген кездейсоқ сандарды генерациялайтын көптеген алгоритмдер белгілі. Мұндай сандарды псевдокездейсоқ деп атайды. Белгілі бір алгоритмнің алынуымен танысайық. Үлестірім заңымен берілген кездейсоқ сандардың тізбегін алу үшін мыналар қажет:

1) біркелкі үлестірілген $(0,1)$ аралықтағы R кездейсоқ санын алу, көптеген алгоритм тілінің стандартты функцияның құрамына $R \in (0,1)$ -ді генерациялайтын стандартты функциялар кіреді.

2) алынған сандарды сәйкес түрлендіру формуласына қойып, кездейсоқ сандарды $V=f(R)$ берілген үлестірім заңымен модельдеу.

Кейде әрбір үлестірім заңына бірнеше түрлендіру формуласы сәйкес келеді. Үлестірім заңында көбірек қолданатын кейбір түрлендіру формулаларын келтірейік:

а) бірқалыпты үлестірім заңы үшін

$$V=a+(b-a)*R,$$

мұндағы V -кездейсоқ сан, (a, b) -кездейсоқ санның модельденетін аралығы, $R \in (0,1)$;

б) көрсеткіштік үлестірім заңы

$$V = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - R)$$

мұндағы λ -ағын тығыздығы, $R \in (0,1)$;

в) қалыпты үлестірім заңы үшін

$$V = M + \sigma \left[\sqrt{\frac{12}{n} \left(\sum_{i=1}^n R_i - \frac{n}{2} \right)} \right]$$

мұндағы M -математикалық үміт, σ -орташа квадраттық ауытқу, n – кез келген бүтін оң сан, сонымен қатар $n < 12$.

Имитациялық модельді программалау тілдерінде (Паскаль, Си және т.б.) құруға болады. Бірақ та белгілі бір қолданатын аумаққа негізделген арнайы белгіленген модельдеу тілдері тұтынушыға ең ыңғайлысы болып табылады.

Телекоммуникация жүйесінде модельдеу кезінде жиі қолданылатын арнайы белгіленген модельдеу жүйесінің бір түрімен танысамыз.

3.2 GPSS World тілінде бірарналы құрылғыны модельдеу

GPSS – General Purpose Simulation System, ортақ мақсатты модельдеу жүйесі. **GPSS World**-тың соңғы үлгісі Minuteman (АҚШ) компаниясымен жасалынды, Windows операционды жүйесінде жұмыс істейді.

GPSS World-тың оқыту үлгісін мына адрес бойынша тегін алуға болады: www.minutemansoftware.com/download.

Айта кететін жайт, **GPSS**- жалпы қызмет ету жүйесін модельдеу тілі.

Хабар кездейсоқ уақыт кезінде жүйеге келіп түседі, кезекке тұрып, қызмет көрсету кезін күтеді. Бұл хабарды **транзакт** деп атайды.

Транзакттар **GPSS**-моделінің жылжымалы элементтері болып саналады. **GPSS**-моделінің жұмысының мәні транзакттардың орын ауыстыруында. Модельдеудің басында модельде бірде-бір транзакт болмайды. Модельдеу процесінде транзакттар белгілі бір уақытта және модельде пайда болатын логикалық талаптарға сәйкес кезінде модельге кіреді. Дәл осылай кездейсоқ уақыт кезінде транзакт жүйені тастап кетеді. Жалпы модельде транзакт саны көп болуы мүмкін, бірақ бір уақыт мезетінде бір ғана транзакт қозғалады.

Келесі бір **GPSS**-моделінің негізгі объектісі - блоктар. Блоктар бағдарлама асты болып саналады және оларға жүгіну үшін операндалар жиынынан тұрады. Тілде 50-ден астам блок бар.

Модельді тұрғызу үшін қажетті блокты таңдап, оларды логикалық тізбекке орналастыру керек.

GPSS-блоқтың форматы

[<белгі>]<операция><операнда><түсініктеме>

Белгі (блок аты). Әріптен басталатын символдар тізбегі. Кейбір блоктарда берілген өріс қажетті болып саналады.

Операция. Операцияның аты блоктардың атымен сәйкес келеді және ол блоктардың қандай функцияны орындайтынын көрсететін етістік болып табылады.

Операндалар. Блоктарда операндалар болуы мүмкін. Іс-әрекет жасау үшін керекті информацияны блок операндалары береді. Блокта 7-ден көп операндалар қолдануға болмайды. Операндалар A,B,C,D,E,F,G символдарымен белгіленеді. Бір операнда керекті, басқалары керек емес болып саналады. Операндалар бір-бірінен үтір және бір бос орын арқылы бөлінеді. Егер операндалар түсіп қалған болса, оның орнына үтір қойылады. Операндалар арасында бос орынның саны бірден артық болмауы керек.

Түсініктеме. Қажетті өріс емес. Түсініктемелер операндалар өрісінен «;» символымен бөлінеді.

GPSS World-та блокты сипаттайтын жол 250-ге жуық символдан құралады.

Бірінші қызмет көрсететін құрылғының моделін құрастырушы блоктарды қарастырайық.

GENERATE (генерациялау) блогы – бұл блок арқылы транзакттар модельге келіп түседі. Модельде мұндай блоктар бірнешеу болуы мүмкін.

Жазылу форматы:

GENERATE A, B,

мұндағы А-транзакттардың тізбектей келген аралығының орташа уақыты, В-біркелкі үлестіру кезіндегі өткізу өрісінің жартысы.

GENERATE 18,7



3.1 Сурет - Өткізу өрісі.

Уақыт интервалын үлестірудің қиынырақ түрін қою үшін функциялар қолданылады. Олармен кешірек танысамыз.

SEIZE (ұстап тұру) блогы - құрылғының кезекке тұруын модельдейді, «бос емес» күйіне ауыстырады.

Жазылу форматы:

SEIZE A,

мұндағы А- құралдың символдық және сандық аты.

Мысалы,

SEIZE 1

немесе SEIZE EQO.

Құрал «бос» күйінен «бос емес» күйіне көшеді.

Блоктың қасиеттері:

а) егер құрылғы сол мезетте қолданылып жатса, яғни бос емес болса, онда транзакт оған кіре алмайды, сондықтан ол өз кезегін күту керек.

б) егер құрылғы бос болса, онда транзакт блокқа кіреді.

RELEASE(босату) блогы – қызмет көрсететін құралды босатып, оны «бос» күйіне ауыстырады.

Жазылу форматы:

RELEASE A,

мұндағы А- құралдың символдық және сандық аты.

Осылайша, SEIZE және RELEASE блоктары құрылғының, құралдың, арнаның қолданылуын модельдейді. Модельдеу кезінде құрылғының жұмысы туралы статистикалық ақпарат автоматты түрде жиналады. Қолданылған құрылғының жұмысы туралы стандартты статистика модельдеудің соңында беріледі.

3.1-мысал

| FACILITY Құрылғының аты немесе нөмірі | ENTRIES Кіріс саны | UTIL Қолдану коэффициенті | AVE. TIME Құрылғыдағы орташа келіп түсу уақыты | AVAIL Дайындық күйінің жағдайы |
|--|-----------------------|---------------------------------|---|---|
| 1 | 50 | 0,07 | 70,3 | |

| OWNER | PEND | INTER | RETRY | DELAY |
|-------|------|-------|-------|-------|
| | | | | |

ADVANCE (кідірту) блогы – кейбір модельдік уақытқа транзакты кідіртуді модельдейді.

Жазылу пішімі:

ADVANCE A, [B],

мұндағы А – қызмет көрсету уақытына кідіріс, В – бір қалыпты заңымен үлестіру кезіндегі аралықтың жартысы.

Транзакт бұл блокқа үнемі кіре алады. Онда транзактың болған уақыты есептеледі.

Блокта бір мезгілде бірнеше транзактар бола алады. Егер болу уақыты 0-ге тең болса, онда кідіріс орнына транзакт бірден келесі блокқа орналасады.

QUEUE (кезекке тұру) блогы – кезекті ұйымдастырады, статистика жинақтайды.

Жазылу пішімі:

QUEUE A, [B],

мұндағы А – кезек аты немесе нөмірі, В – кезек ұзындығын ұлғайтатын

бірліктер саны.

Транзактар саны мен есептегіш бірге өседі, ағымдағы модельдік уақыт есте сақталады.

DEPART (кезекті тастап шығу) блогы – транзактың кезектен шығуын модельдейді.

Жазылу пішімі:

DEPART A, [B],

мұндағы A – кезектің аты немесе нөмірі, B – кезек ұзындығын азайтатын бірлік сан.

Ұзындық есептегіші бірге кемиді немесе B шамасына кемиді.

Модельдеу соңында кірістер санағышының мәндері, кезек ұзындығының орташа мәндері, кезекте болудың максимальды уақыты туралы және т.б. мәндер туралы ақпараттарды қамтитын статистика автоматты түрде дайындалады.

TERMINATE (аяқтау) блогы – модельден транзактың шығуын модельдейді.

Жазылу пішімі:

TERMINATE A,

мұндағы A – аяқтау санағышынан азайтылатын мән.

Транзактар **TERMINATE** блогына түсе отырып, модельден жойылады.

Аяқтау санағышы **START** операторының көмегімен беріледі.

START (бастау) операторы

START A, [B],

мұндағы A – аяқталу саны немесе модельге қажетті транзактар саны, B – статистика шығару операндасы, әдепкі бойынша стандартты статистика шығарады.

Модельдеу A-ның құрамы 0-ге тең болғанға дейін жүреді.

Санағыш **TERMINATE** блогының мәнін азайтады.

Модельдеу үрдісінің ұзақтығын басқару

GPSS тілінде модельдеу үрдісінің ұзақтығын екі тәсілмен басқаруға болады:

1) модельден транзактардың берілген саны шыққаннан кейін модельдеуді аяқтау:

GENERATE 40,5

...

TERMINATE 1

START 100

2) берілген уақыт интервалы өткеннен кейін модельдеуді аяқтау, мысалы 3 сағат:

GENERATE 40,5

...

TERMINATE 0

GENERATE 180

TERMINATE 1

START 1

3.2 - мысал

Бірізталы жаппай қызмет ету жүйесіне (ЖҚЖ) (18 ± 6) сек. сайын шақырулар келіп түседі (бірқалыпты үлестірім заңы). Қызмет көрсету уақыты кездейсоқ, (16 ± 4) сек. бірқалыпты заңға бағынады.

ЖҚЖ-нің 8 мин. ішіндегі жұмыс процесін жасау.

| | |
|---------------|---------------------------------------|
| GENERANE 18,6 | ;Транзакттың пайда болуы |
| QUEUE 1 | ; Кезекке тұру |
| SEIZE 2 | ; Арнаны ұстап тұру |
| DEPART 1 | ; Кезектен шығу |
| ADVANCE 16,4 | ; Қызмет көрсету уақыты |
| RELEASE 2 | ; Арнаны босату |
| TERMINATE 0 | ; Жүйеден шығу |
| GENERATE 480 | ; Транзакт-таймер 480 мезетінде пайда |
| TERMINATE 1 | болады |
| START 1 | |

Мысалда жойылатын транзакт-таймер 8 минуттан кейін ғана пайда болады, осыдан кейін бағдарлама өзінің жұмысын аяқтайды.

3. 3 GPSS World-тың объектілері

GPSS-та модель объект деп аталатын бөлек элементтерден тұрады. Модельдің жағдайы кез келген уақыт кезінде барлық объектілердің жағдайының жинағымен анықталады. Динамикалық объект, транзакт блок арқылы өткенде ғана модельдің жағдайы өзгереді. Транзакт қана модель бойынша қозғала отырып, жабдық күйінің, статистикалық объектілердің және басқа транзакттардың ауысуының себепшісі болып табылады.

Транзактқа нақты физикалық мәнді қолданушы береді. Транзакт көмегімен қолданушы дүкендегі, шаштараздағы клиенттер сияқты есептеу жүйелеріндегі тапсырмалар, тіпті коммутация жүйелері мен байланыс желілеріндегі шақырулар секілді нақты жүйелердегі динамикалық объектілерді уақыт өлшемі бойынша күй ретінде имитациялай алады.

Үлгілеу үшін қажетті GPSS-тің барлық объектілерін тізіп шығайық. Үлгіде барлық объектілердің қатысуы міндетті емес. Тек үлгіде транзакттар мен блоктардың бар болуы міндетті.

1. Транзакттар - бұл GPSS-тің динамикалық объектілері. Олар үлгінің нақты нүктелерінде құрылады да, кейін жойылады.

2. Блоктар - операциялық объектілер, оларда үлгілердің операциялары орындалады.

Блоктарда төрт негізгі типтердің оқиғалары болуы мүмкін:

- а) транзакттарды құру және жою;
- ә) объектілердің сандық атрибутын өзгерту;
- б) транзактты уақыттың белгілі бір периодына кідірту;
- в) транзакттың үлгідегі қозғалу бағытын өзгерту.

3. Бірарналы құрылғылар – уақыттың әр мезгілінде тек қана бір транзактпен қолданыла алатын құрылғылар. Оларға каналдар, байланыс желілері және де т.б. жатады. Егер де басқа транзакт құрылғыны ұстауға әрекет жасаса, ол құрылғы босағанша кідіріліп тұрады. Автоматты түрде құрылғының бос болмайтын жалпы уақыты, құрылғыға қатынас құрған транзакттардың жалпы саны есептелінеді.

4. Көпарналы құрылғылар – бірнеше транзактарға қызмет көрсете алатын қондырғылар. Қолданушы әрбір көпканалды құрылғының сыйымдылығын анықтайды, ал интерпретатор уақыттың әрбір сәтінде бос болмайтын көпканалды құрылғылардың санына есеп жүргізеді. Автоматты түрде көпканалды құрылғыға кіретін транзакттардың саны, транзакттың құрылғыда болатын орташа уақыты және басқа да статистикалық деректері есептелінеді.

5. Логикалық кілттер. Транзакттар қозғалысын өзгерту үшін логикалық кілттер енгізіледі. Транзакт кілттің «қосылған», «өшірілген» күйін орната алады.

6. Арифметикалық айнымалылар СЧА объектілерінде қолданылатын операциялардан тұратын, арифметикалық өрнектерді есептеуге мүмкіндік береді. Өрнектерде функциялар (кітапханалық немесе қолданушылық) қолданылуы мүмкін.

7. Бульдік айнымалылар бір блокта, бір уақытта бірнеше шарттарды тексеруге мүмкіндік береді. Буль айнымалылары 0 және 1, екі мән қабылдайды.

8. Функциялар. Функцияларды қолдана отырып, қолданушы үздіксіз немесе дискретті функционалды тәуелділіктерінің есептеулерін жүргізе алады. GPSS-ң барлық функциялары функцияларды сипаттауы арнайы операторлар көмегімен, кестелік әдіспен беріледі.

9. Кезектер. Транзактың қозғалысы кез келген жүйеде қондырғыға қол жеткізуге мүмкіндігінің жоқтығына байланысты кідірілуі мүмкін. Талап етілген құрылғылар бос болмауы мүмкін немесе көпканалды құрылғылар толық болуы мүмкін. Мұндай жағдайда транзактар кезекке тұрады. GPSS интерпретаторы автоматты түрде кезектер (кезек ұзындығы, кезекте тұрудың орташа уақыты және т.с.с) туралы статистика жинайды.

10. Кестелер. Интерпретатор автоматты түрде құрылғылар мен кезектер туралы статистиканы жинақтайды. Бірақ қолданушы статистикалық ақпаратты қосымша жинауға мүмкіндігі бар. Мысалы, біз шақырудың жүйеде

бос уақытын білгіміз келеді. GPSS-те кесте зерттелетін шаманың түсу саны бейнеленетін жиіліктік кластардан тұрады.

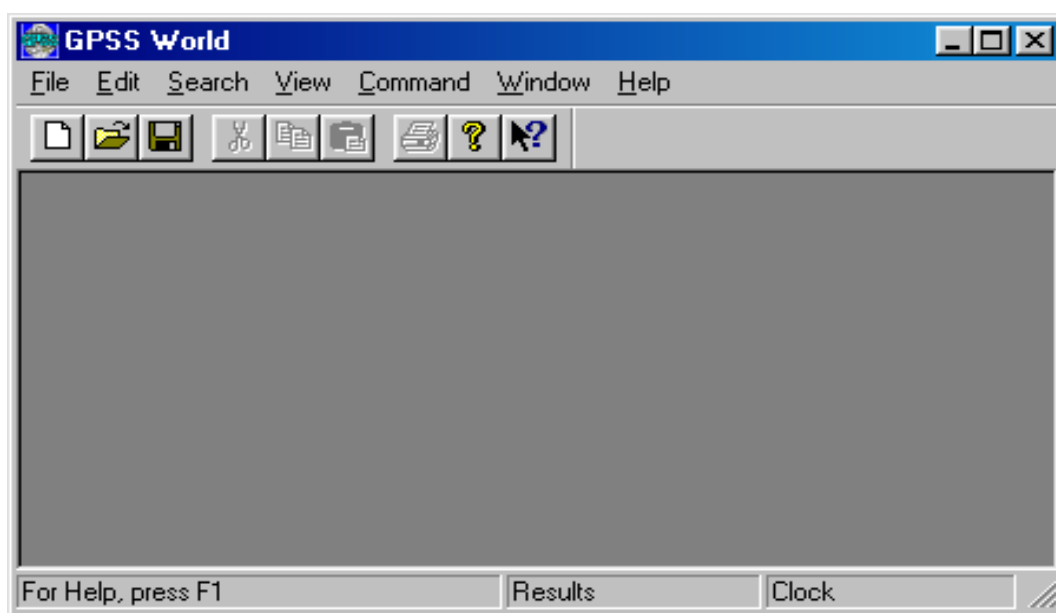
11. Сақталынатын шамалардың ұяшықтары мен сақталынатын шамалар ұяшықтарының матрицалары

GPSS-те ұяшықтар мен матрицалар қандай да сандық ақпаратты сақтау үшін қолданылады. Кез келген транзакт осы ұяшықтар мен матрицаларға ақпаратты жаза алады. Содан кейін осы ақпаратты кез келген транзакт оқи алады. Ұяшықтардың мәндері үлгіні аяқтау соңында басып шығарылады.

12. Үлгілік уақыт. Үлгіде оқиғалардың дұрыс уақыттық тізбектілігін қамтамасыз ету үшін сағат қарастырылған, ол үлгінің ағымдық сәтінің мәнін сақтайды. Уақыттың барлық бөліктері нақты уақытпен салыстырғанда бүтін мәнмен, яғни дискретті өлшенеді. Үлгілік уақыттың (сағат, минуты, секунды және т.б.) бір бірлігінің физикалық мәнін қолданушы анықтайды. Үлгілік уақыт компьютер жұмысының уақыты емес екенін ескеру қажет. Бұл күйдің басқасына ауысуының бір сәтінен алға жылжитын уақыт.

3.4 GPSS World-тың диалогтық мүмкіндіктері

Бағдарламаны іске қосу үшін жүйе орнатылған каталогтағы GPSSW.exe файлын екі рет тышқанмен шертеміз. GPSS World жүйесінің негізгі терезесі шығады.



3.2 Сурет - GPSS World жүйесінің негізгі терезесі

Бірінші жолында GPSS World деген негізгі терезенің аты көрсетіледі. Екінші жолында негізгі меню пункттері, үшіншісінде – стандартты құралдар тақтасы орналасқан. Негізгі терезенің төменгі жолы – бөлініп алынған бұйрықтың қысқаша сипаттамасы берілетін қалып күй қатары.

Негізгі меню GPSS World жүйесінің барлық құралдарын қолдана алу

мүмкіншілігін қамтамасыз етеді. Шын мәнінде негізгі меню бұл жүйе орталығының негізгі басқарушысы болып саналады.

Негізгі менюдің бөлімдерін қарастырайық.

File менюі.

File бөлімі құжаттардың файлдарымен жұмыс істеу үшін қызмет етеді. GPSS World жүйесіндегі имитациялық моделдердің файлдары Model терезесінде жазылады және .gps кеңейтілуімен сақталады, ал мәтіндік файлдар Text File терезесіне жазылып .txt кеңейтілуімен сақталады. Олар мәтіндік форматқа ие, сондықтан оларды жеңіл оқуға және мәтіндік редактор көмегімен модификациялауға (өзгертуге) болады.

Файлдарда жүргізілген моделдеудің нәтижелері де болуы мүмкін. Осы файлдар REPORT(есеп беру) терезесінің мазмұнын сақтағаннан кейін құрылады. Бұл кезде файлда .grg кеңейтілуі болады. Бұдан басқа, жүйелерді моделдеу кезінде пайда болатын хабарларды сақтауға болады. JOURNAL терезесінде шығарылатын бұл хабарларды .sim кеңейтілуімен сақтауға болады.

File бөлімінен шығатын меню келесі бөлімдердің жиынтығынан тұрады:

- New...
- Open...
- Close
- Save
- Save As...
- Print...
- Internet
- Recent File
- Exit

New бөлімін таңдаған жағдайда **Жаңа құжат** диалогты терезесі шығады. **Model** бөлімінің көмегімен моделдеу үшін жаңа файл және **Text File** бөлімінің көмегімен мәтіндік файл құруға болады. Файлдың түрін таңдағаннан кейін сәйкес келесі терезе пайда болады: моделдейтін жүйені енгізу үшін - Untitled Model 1 немесе мәтіндік файл құру үшін Untitled Text File 1.

Edit менюі

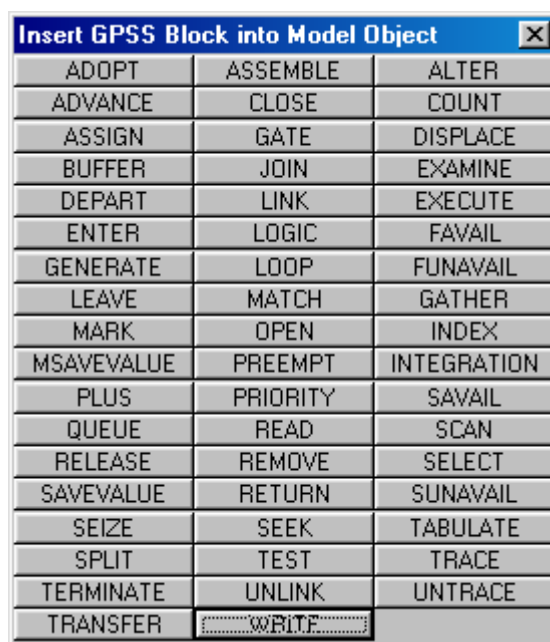
Edit пунктін таңдау редакциялайтын менюді шақырады. **Undo** (болдырмай тастау), **Cut** (кесіп алу), **Copy**(көшіру), **Paste** (қою) белгілі пунктерінен басқа ол келесілер болады:

Expression Window... (айтылу терезесі) **Edit Expression Window** диалогты терезесін шақырады;

Plot Window...(график терезесі) **Edit Plot Window** диалогты терезесін шақырады;

Insert GPSS Blocks... (GPSS блоктарын қою) керекті GPSS блоктарын тышқанның шертуімен таңдауға болатын диалогты терезесін шақырады (3.3 сурет). 3.3 суретте көрсетілгендей диалогты терезесіне 53 блок кіреді. Егер олардың кез келгенін шертсек, онда сәйкес болктың диалогты терезесі пайда болады.

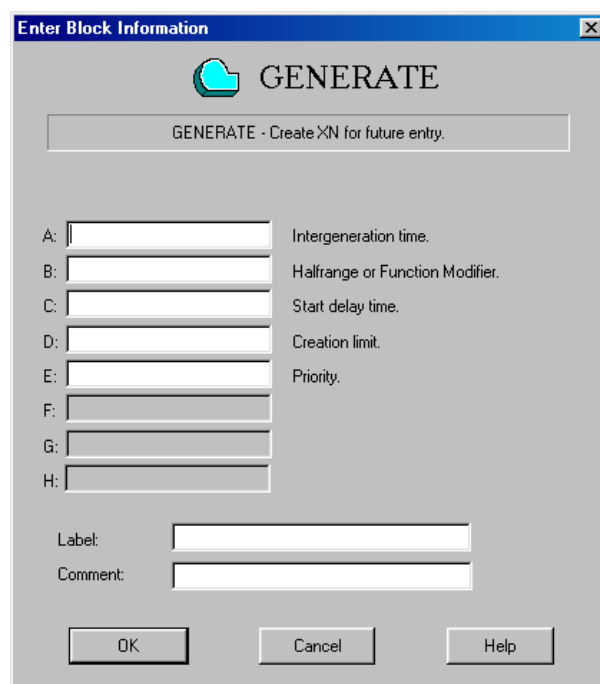
Егер сіз GENERATE блогын шертсеңіз, онда экран бетінде қажетті ақпаратты енгізетін блок үлгісі пайда болады (3.4 сурет).



3.3 Сурет –Insert GPSS Blocks диалогты терезесі

Insert Experiment (Тәжірибені қою) сәйкес тәжірибені таңдауға болатын менюді шақырады.

Settings ... (Орнатулар) жүйенің орнатуларын анықтауға болатын диалогты терезесін шақырады



3.4 Сурет–GENERATE блогының үлгісі

Search менюі

Search (Іздестіру) пунктін таңдаумен келесі әрекеттерді жасауға мүмкіндіктер береді. Мысалы: қателерді табу және оларды түзету, керекті жолға көшу, қажетті сала бастауларды (закладкаларды) орнату, бағдарлама мәтініндегі белгілерді орнату және өшіріп тастау, курсордан орнатылған белгіге дейінгі мәтінді белгілеу. Барлық көрсетілген әрекеттерді осы пункт таңдағаннан кейінгі пайда болатын менюдің көмегімен істеуге болады.

View менюі

Басты менюдің **View** пунктін таңдау әртүрлі терезелерді, панельдер немесе менюлерді ашуға мүмкіндік береді:

Notices (Хабарлар) **Notices** терезесін шақырады;

Toolbar (Құрал-саймандар панелі);

Entity Details (элементтің егжей-тегжейлі(әбден) көрінісі);

Simulation Clock (модельдей уақыты).

Command менюі

Басты менюдің **Command** пунктін таңдау келесі бұйрықтардың менюін шақырады:

- **Create Simulation** (Орындалатын модель құру) трансляторды шақырады және де трансляцияның басталу және аяқталу уақыты мен күнін белгілейтін бастапқы модельдің трансляциясын жүзеге асырады.

- **Retranslate** (қайта тарату) модельді қайта таратуды қамтамасыз етеді.

- **Repeat Last Command** (соңғы бұйрықты қайталау);

- **CONDUCT** (басқару) тәжірибенің жүргізілуіне мүмкіндік береді

- **START** (Бастау) таратылған бағдарламаның жүргізілуін қамтамасыз етеді;

- **STEP1** (1-ші қадам) бағдарламаның қадамдап орындалуын қамтамасыз етеді;

- **HALT** (Токтату) модельдеу барысын тоқтатады;

- **CONTINUE** (Жалғастыру) модельдеуді жалғастыруға мүмкіндік береді;

- **CLEAR** (Тазалау) модельдеуді бастапқы қалпына келтіреді;

- **RESET** (Түсіру) статистиканың бастапқы қалпына түсірілуін жүзеге асырады;

- **SHOW ...** (Көрсету) ізделіп отырған параметрлерді көрсетеді;

- **Custom ...** (Қолданушы) қолданушыны басқаратын бұйрықтарды енгізуге болатын мүмкіндікті қамтамасыз етеді.

Window менюі

Система GPSS World жүйесі бірнеше терезелермен тиімді жұмыс жасауға мүмкіндік береді. Әр модельге жеке терезе бөлінеді. Қолданушы қолданып отырған терезесі белсенді болып табылады. Жүйе сонымен қоса бірнеше тереземен бір уақытта жұмыс жасауға мүмкіндік береді. Басты менюдің **Window** пункті бірнеше терезелермен жұмыс жасаудың

басқарылуын қамтамасыз етеді. Жұмыс үстелінде керекті түрде орнастыруға мүмкіндік беретін таныс бұйрықтармен (**Cascade, Tile**) қоса меню келесі бұйрықтарды ұсынады

- **Simulation Window** (Модельдеу терезесі) қажетті терезені шақыратын бұйрықтары бар менюді шақырады;

- **Simulation Snapshot** (моделдеу суреті) ашық тұрған терезелер кезіндегі түрлі моделдеу суреттері мен терезелері бар терезелер тізімі менюін шақырады.

Help менюі

Басты менюдің **Help** (Анықтама) пунктін таңдау анықтамалық жүйенің менюін ашады:

- **Help Topics** (Анықтама шақыру) анықтамалық жүйені шақырады;
- **About GPSS World ...** (GPSS World жүйесі туралы) жүйе бойынша қосымша ақпаратпен қамтамасыз етеді.

3.5 Стандартты сандық атрибуттер ССА

Күрделі жүйелерді модельдеу кезінде кейбір ақпараттарды автоматты түрде тіркейтін және түзететін қажеттілік туындайды. Кейбір жағдайда аспаптардың, құрылғылардың, кезектердің және т.б. әртүрлі күйлерін есепке алып отыру қажет болады. Барлық қарастырылған объектілер модельдеу уақытында сақталатын **объектінің атрибуттері** деп аталатын жады ұяшықтарының анықталған санын қажет етеді.

Осы атрибуттердің көпшілігіне тек қана басқару программасы қатынаса алады, бірақ кейбір атрибуттерге қолданушы да қатынаса алады. Мұндай атрибуттер стандартты сандық атрибуттер (ССА) деп аталады.

GPSS-тағы әрбір объектіде өзінің ССА жиынтығы бар болады. Объектілердің ССА-нен басқа қолданушы модель ішінде үндей алатын, бірақ оның мәндерін өзгерте алмайтын жүйелік сандық атрибуттер бар.

Стандартты сандық атрибуттер операнд ретінде кез келген блокта қолдануға болады.

Транзакт атрибуттері:

P_j – осы уақыт мезетінде өңделіп жатқан ағымдағы транзактының j параметрінің мәні;

MP_j – транзактының j -лік параметрде жазылатын программа учаскесінен өтетін аралық уақыты;

PR – осы уақыт мезетінде басқару программасымен өңделіп жатқан транзакт приоритеті;

$M1$ – транзактының модель учаскесінен өту уақыты;

MB_j – синхронизация жалауы: 1, егер j блогындағы транзактқа ағымдағы транзакт ұқсас болса; 0 – басқа жағдайда.

Блоктардың атрибуттері:

N_j - j -лік блокқа енгуге тиісті транзактардың жалпы саны;

W_j - j -лік блокта ұсталып қалған транзактардың санауышы.

Көп арналы құрылғылардың атрибуттері:

S_j – j -лік көп арналы құрылғысының мазмұны;

R_j – j -лік көп арналы құрылғысындағы бос бірліктер саны.

Бір арналы құрылғының атрибуттері.

F_j – j -лік құрылғының ағымдағы күйі;

FR_j – j -лік құрылғының бір транзактымен пайдалану коэффициенті;

FC_j – j құрылғысындағы кірістердің жалпы саны;

FT_j – құрылғының транзактарымен қолданудың орташа уақыты
/ 3,4,5/ жұмыстарда барлық CCA толық көрсетілген.

3.6 Көп арналы құрылғылардың модельденуі

GPSS-те қызмет ететін параллель жұмыс істейтін арнарларды модельдеу келесі операторлар мен блоктардың көмегімен жүзеге асады.

Көпканалды құрылғыны сипаттайтын оператор **STORAGE**.

Жазылу пішімі:

A STORAGE B

мұндағы A – көпканалды құрылғының аты немесе нөмірі, ал B – құрылғының сыйымдылығы.

Егер пайдаланушыға бірнеше көпканалды құрылғы қажет болса, онда оператор мынандай түрде жазылады:

STORAGE аты₁, C₁/аты₂, C₂.../аты_n, C_n

мұндағы аты _{i} – i құрылғының аты немесе нөмірі, C_i – i құрылғының сыйымдылығы.

Құрылғыны алу немесе босату үшін келесі екі блок қолданылады.

ENTER (кіру) – транзакт көпканалды құрылғыны алады.

Жазылу форматы:

ENTER A, [B],

мұндағы A – көпканалды құрылғының аты, B – алынған каналдардың саны. Көрсетілмесе, $B=1$.

Көп арналы құрылғыларды модельдеу кезінде оқиғалар келесі ретпен жүреді:

- а) қажет болса транзакт өзінің кезегін күтеді;
- б) транзакт құрылғыда орналасады;
- в) құрылғы біраз уақыт интервалында қызмет көрсетеді;
- г) транзакт құрылғыны босатады.

Сонымен, егер көп арналы құрылғы ашық күйінде болса немесе онда жеткілікті сыйымдылық болса, онда транзакт ENTER блогына ене алады. Басқа жағдайда транзакт ENTER блогында ұсталып қалады.

LEAVE (шығу) – транзакт көп арналы құрылғыдан шығады немесе оны босатады.

Жазылу форматы:

LEAVE A, [B],

мұндағы А-көп арналы құрылғының нөмірі немесе аты, В- көп арналы құрылғының босаған бірліктер саны.

Көпарналы құрылғының ағымдық құрамы В-ға азаяды.

Егер де модельде көпарналы құрылғы сияқты объектілер қолданылса, онда модельдеу нәтижесінде шығарылатын стандартты статистика мәліметтері келесідей болады.

| STORAGE | CAP. | REMAIN | MIN | MAX |
|----------------|-------------|---------------|------------|------------|
| | | | | |

| EN-TRIES | AVL. | AVE.C | UTIL. | RETRY | DELAY |
|-----------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | | | | | |

3.5 Сурет - ККҚ-ның стандартты статистикасы

STORAGE – көп арналы құрылғының (ККҚ) аты.

CAP. – ККҚ-ның сыйымдылығы.

REMAIN – модельдеу соңындағы көп арналы құрылғының бос сыйымдылығының бірліктер саны.

MIN – модельдеу периодында көп арналы құрылғының қолданылған сыйымдылығының минималды саны.

MAX – қолданылған сыйымдылығының максималды саны.

ENTRIES-модельдеу периодында көп арналы құрылғыдағы кірістер саны.

AVL. – модельдеу соңында көп арналы құрылғының дайындық күйін анықтайды: 1 – иә, 0 – жоқ.

AVE.C – модельдеу периодында қолданылған сыйымдылықтың орташа саны.

UTIL. – ККҚ-ның барлық құрылғыларын қолданудың орташа коэффициенті.

RETRY – ККҚ-ның күйіне байланысты арнайы шарттарды күтетін транзакттар саны.

DELAY – ENTER блогына кіру мүмкіндігін күтетін транзакттар саны.

3.7 Логикалық кілттер

GPRS тілінде блоктардың логикалық күйін анықтауға арналған логикалық кілттер деп аталатын объект бар. Логикалық кілт үш күйдің біреуінде бола алады: «қосылған», S(SET), «ажыратылған», R(RESET) немесе «кілт инверттеледі», I (INVERT).

LOGIC блогы – кілтті қосу, ажырату немесе инверттеу үшін қолданылады. Кез келген модельдің бөлігінде кілттің жағдайын кез келген транзактпен тексеруге болады.

Блоктың форматы:

LOGIC X A

мұндағы А – кілттің аты немесе нөмірі, Х- S,R,I деген мәндер қабылдайды.

Логикалық кілтте CCA LS/кілттің нөмірі/ немесе LS\$/кілттің аты/ бар.

Келесі блок кілттің күйін тексеру үшін қолданылады.

GATE блогы (күйге байланысты енгізу немесе ауыстыру) – логикалық кілттің күйін тексереді.

Блоктың форматы:

GATE X A, [B],

мұндағы X=LR немесе X=LS, А-тексеретін кілттің аты немесе нөмірі, В- Х шартты операторымен берілген шарттың орындалмаған жағдайында транзакттың бағытталатын блок белгісі.

Шартты оператор келесі мәндерді қабылдай алады:

LS – 1-ге тең, егер де А операндасымен берілген логикалық кілт қосылған болса, ал 0-ге – егер ажыратылған болса, LR – 1-ге тең, егер де А операндасымен берілген логикалық кілт ажыратылған болса, ал 0-ге – егер қосылған болса.

3.5-мысал.

GATE LR 3, SH

Блок 3 кілттің ажыратылғанын тексереді. Егер «иә» болса, онда транзакт келесі блокқа ауысады. Ал егер «жоқ» болса, онда SH белгісі бар блокқа ауысады.

Егер «В» бос болса, онда блок келесідей жұмыс істейді. Ол транзактты Х ақиқатты болғанға дейін ұстап тұрады.

GATE LR 3

Транзакт 3-ші кілт ажыратылғанша блокта болады. Осылайша беріп жіберудің шарты GATE блогының көмегімен бағдарламаланады.

Келесі блоктың көмегімен басқарудың шартсыз беріп жіберуін бағдарламалайды.

TRANSFER блогы (беріп жіберу) – оған кіретін транзактты кез келген басқа модельге беріп жіберу үшін арналған.

Блоктың форматы

TRANSFER [A], [B], [C], [D],

мұндағы А-транзакт беріп жіберілетін блокты таңдау тәртібі.

Блок жұмысының келесідей тәртіптері бар:

- Шартсыз (бос орын);
- Статистикалық (.);
- Both;
- ALL және басқалар.

Шартсыз тандау тәртібі. Егер А операндасы түсірілген болса, онда TRANSFER блогына кіретін транзакт В өрісінде көрсетілген блокқа ауысады. Мысалы,

TRANSFER , B1

Both тәртібі. Транзакт В өрісінде көрсетілген блокқа кіруге тырысады. Егер ол блокқа кіре алмаса, онда С блогына кіруге тырысады. Егер транзакт бұл блокқа кіре алмаса, онда қайтадан В өрісіндегі блокқа кіруге тырысады, осылайша блоктың біреуіне кіргенше жүре береді.

TRANSFER BOTH TR1,TR2

.
. .
.

TR1 SEIZE 1

TR2 SEIZE 2

Статистикалық тандау тәртібі. Бұл режимде А өрісінде нүкте (•), одан кейін үш сан жазылады. Бұл сан блокқа кіретін транзакттардың қанша процентін С өрісінде көрсетілген блокқа бағыттауға болатынын көрсетеді. Қалған транзакттар В өрісінде көрсетілген блокқа барады. Егер В операндасы түсірілген болса, онда келесі блокқа барады.

Мысалы,

TRANSFER .700, BLK1, BLK2

0.700 BLK2-ге кіруге тырысады, ал қалған 0.300 BLK1-ге.

0.700 – ықтималдық ретінде интерпреттеледі.

3.8 Сақталынатын шамалар

GPSS-та тұтынушы модельдеудің алдында кез-келген модельдің орнынан қатынасуға болатын кейбір айнымалылардың бастапқы мәндерін бере алады. Бұл шамаларды сақталынатын шамалар (ұяшықтар) деп атайды. Өзара логикалық түрде байланысқан ұяшықтар жиынтығы матрицаларды құрайды. Сақталынатын шамалар оң және теріс мәндер қабылдай алады. Стандартты сандық атрибут Xj (X\$/ұяшықтың аты/) сақталынатын шамаларға сәйкес мәндер береді. Мысалы, X2-2 ұяшығының мәні, X\$DAY- DAY ұяшығының мәні.

SAVEVALUE блогы (мәнді сақтау) - бұл блокқа транзакт кіргенде сақталынатын шамалардың мәні өзгереді.

Блоктың форматы

SAVEVALUE A, B

мұндағы А – В-ның мәні жазылатын ұяшықтың нөмірі. Егер де А аумағында «+» немесе «-» таңбасы тұрса, онда осындай мәнге В операндасының мәні қосылады немесе алынады деген сөз.

Мысалы,

SAVEVALUE 3,1000

1000-ды 3 ұяшыққа жазады

SAVEVALUE 3+,1000

3 ұяшығының құрамына 1000 - ды қосады.

INITIAL операторы (инициалдау) – модельдеудің алдында барлық бастапқы мәндерді инициалдайды.

Келесі форматты болып келеді:

INITIAL A, [B],

мұндағы А – ұяшықтың аты немесе нөмірі, В – А-мен иеленетін шама.

Жасыруы бойынша 1- ге тең.

Мысалы,

INITIAL X3, 25

3 нөмірлі ұяшыққа бастапқы 25 мәні иеленеді. Оператор ұяшықтардың (логикалық кілттер және матрицалардың) бастапқы мәндерін енгізуге мүмкіндік береді.

3.9 Транзакттардың параметрлерін басқару

Транзакттың параметрлері - пайдаланушымен анықталатын транзакттың қасиеттері. Транзакттың көптеген параметрлері – транзактқа тиесілі стандартты сандық атрибуттардың жиынтығы. Транзакттың параметрлері тек қана берілген транзактқа ғана рұқсат етіледі. Параметрлер Р әрпімен және нөмірмен аталады. Мысалы, P3, P23. Параметрлер тек қана таңбасы бар бүтін сандар бола алады. Параметрдің өзгертілуі және тапсырылуы келесі блоктың көмегімен жүргізіледі.

ASSIGN блогы (белгілеу, тағайындау) - параметрлердің мәндері беріліп немесе өзгертілуі мүмкін.

Блоктың форматы:

ASSIGN A, B, [C],

мұндағы А –параметрдің нөмірі, В – мәні параметрге меншіктелетін стандартты сандық атрибут (CCA), С –функцияның нөмірі.

ASSIGN блогы сандық мәндердің транзакттардың параметрлеріне меншіктелу құралы болып табылады. Транзакт кідіріссіз ASSIGN блогынан келесі блокқа көшеді.

Әрине, А аумағының аргументі артында «+» немесе «-» таңбасы тұруы мүмкін. «+» таңбасы В аумағының аргумент мәні параметрдің сол мезеттегі мәніне қосылады дегенді білдіреді, ал «-» таңбасы алынады. Егер де таңба жоқ болса, онда В-ның мәнін параметрдің сол мезеттегі мәні ауыстырады.

Мысалы,

ASSIGN 5, X10

ASSIGN 2+, 1

ASSIGN 4-, 2

Егер де С аумағы қолданылатын болса, онда келесідей орындалады:

а) С аумағында операнданың мәні анықталады;

б) операнданың мәні В аумағының құрамымен көбейтіледі;

в) толық бөлігін А аумағындағы параметрдің мәнін ауыстыру үшін қолданады.

3.10 GPSS-тегі есептеу операциялары

Тілде төрт арифметикалық операциялар қолданылады: қосу (+), алу (-), бөлу (/), көбейту (*), осылардан басқа @ модуль бойынша бөлу де бар.

$A @ B = 4$, егер $A = 9$, $B = 5$

$A @ B$ – А-ны В-ға бөлгендегі қалған қалдық.

Барлық сандар бүтін болу керек десе, онда бөлу кезінде (/) бүтіндеу жуықтығы жүргізіледі. Нөлге бөлуге болады, бірақ оның нәтижесі нөлге тең деп есептелінеді.

GPSS тілінде айнымалылардың үш типі болады:

а) бекітілген нүктесі бар арифметикалық айнымалылар;

б) қалқып жүретін нүктесі бар арифметикалық айнымалылар;

в) булевітік айнымалылар.

Айнымалы - айнымалыны сипаттау операторы деп аталатын бір оператормен ғана беріледі:

VARIABLE

Оператордың форматы келесідей:

а) айнымалының аты бар белгі (метка) ауданы;

б) операция аумағы, VARIABLE сөзі;

в) айнымалының мәнін есептеу үшін арналған өрнектерден құралған операндалар аумағы.

Мысалы,

VADD VARIABLE P10+25

VADD айнымалының мәні P10+25 ретінде есептелінеді.

Немесе

COMP VARIABLE X1*P4/10

Бекітілген нүктесі бар арифметикалық айнымалылар келесідей есептелінеді:

а) біріншіден, мәндер өрнегіне кіретіндердің бүтін бөлігі алынады да, оның есептелуі жүргізіледі;

б) сосын нәтиженің бүтін бөлігі бөлініп алынады.

Қалқып жүретін нүктесі бар арифметикалық айнымалылардың ерекшелігі - олардың тек соңғы нәтижесі ғана бүтін бөлікке түрлене алады.

Булевтік айнымалыларда операторлардың үш типі рұқсат етіледі: логикалық, булевтік және қатынастар операторлары. Булевтік айнымалы берілетін кезде, VARIABLE сөзінің алдына В әрпі жазылады.

Логикалық операторлар GATE блогында қолданылады:

SFj, SMFj, SNEj, LRj, LSj

SFj = 1, егер MKYj толған болса, әйтпесе 0;

SNFj = 1, егер MKYj толмаған болса, әйтпесе 0;

Sej = 1, егер MKYj бос болса, әйтпесе 0;

SNEj = 1, егер MKYj бос емес болса, әйтпесе 0;

LRj = 1, егер j логикалық кілті ажыратылған болса, әйтпесе 0;

LSj = 1, егер j логикалық кілті қосылған болса,

әйтпесе 0.

Қатынастар операторларының келесідей түрлері бар: “G”-үлкен, “L” – кіші, “E” –тең, “NE” –тең емес, “LE” –кіші немесе тең, “GE” – үлкен немесе тең

ATEST BVARIABLE X4 “G” P6

ATEST = 1, егер 4 ұяшықтың мәні сол мезеттегі транзакттың 6-шы параметрінің мәнінен үлкен болса.

Булевтік операторлар OR және AND.

BVAR1 BVARIABLE (X4 “G” P6) OR AxV

TEST блогы – ССА-ның салыстыруы жүзеге асырылады.

Блоктың форматы

TEST X A, B, [C],

Бұл жердегі X G, L, GE, LE, E, NE таңбалардың біреуі; A және B – стандартты сандық атрибуттер, сандар немесе аттар; C – блоктың нөмірі немесе аты, оған өту жүзеге асырылады.

Мысалы,

TEST E BV3,1,PRIM

Егер Булевті айнымалының мәні BV3 = 1, онда келесі блокқа өтеді, егер жоқ болса, онда PRIM блогына өтеді.

TEST блогы екі режимде жұмыс істей алады:

а) шартсыз кіріс режимінде;

б) шартты кіріс режимінде.

Шартсыз кіріс режимінде егер C аумағында келесі блоктың нөмірі берілген болса, транзакттар блоктың кірісінде кідірмейді.

Шартты кіріс режимінде егер поле C аумағы бос болса, транзакттар TEST блогына блокпен тексерілетін барлық шарттар орындалмайынша кіре алмайды.

3.6 мысал.

Көп арналы ЖҚЖ-ның моделі

NAK STORAGE 3

GENERATE 12, 2

```

ENTER NAK
TRANSFER BOTH KAN 1, KAN2
KAN1 SEIZE CAN 1
      ASSIGN 1, CAN 1
      TRANSFER, COME
KAN 2 SEIZE CAN 2
      ASSIGN 1, CAN 2
COME LEAVE NAK
      ADVANCE 10, 5
      RELEASE P1
      TERMINATE 1
      START 100

```

3.11 Функциялар

GPSS-те есептегіш нысаналардың екі типі бар: арифметикалық айнымалылар және функциялар.

Функциялардың бес типі бар:

- а) үздіксіз сандық – C;
- б) дискретті сандық – D;
- в) кестелік сандық – L;
- г) дискреттік атрибутивті – E;
- д) кестелік атрибутивті – M.

Функцияның аты оператордың белгі аумағында жазылуы тиіс:

FUNCTION.

Оператордың форматы:

Name FUNCTION A,B

A аумағы аргументтен тұрады. Аргумент ретінде кез келген стандарт сандық атрибут болуы мүмкін. Егер функцияның аргументі ретінде RN_j псевдокездейсоқ саны қолданылатын болса, онда ол $0 < RN_j < 1$ аралығында өзгеруі мүмкін. Барлық қалған жағдайларда $0 < RN_j < 999$. B аумағындағы жазу функцияның типін және санын анықтайды, нақтырақ $x[i]$ және $y[i]$ сандарының жұбын. Мысалы: C4, D5.

Әрбір FUNCTION операторының артынан міндетті түрде $(x[i])$ және $y[i])$ функциясының координаттарын беру үшін операторлар жүріп отыруы керек. Координаттарды беру үшін бүтін емес сандарды беруге болады:

RLGEX FUNCTION RN1, C5

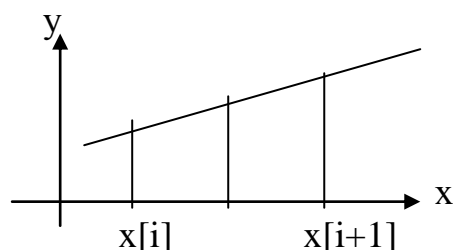
0,0/.33,.45/.40,1.60/.70,2.75/1.00,3.90

Координаттардың мәні үтірмен бөлінеді, координаттар жұбы (/) көлбеу сызықпен бөлінеді, $x[i]$ -дің әрбір келесі мәні алдыңғысынан үлкен болуы керек. Әрбір функцияда кем дегенде екі сипатталған нүктеден тұруы керек.

Әрбір функцияның типін нақтырақ қарастырайық.

1. Үздіксіз сандық функциясы – C.

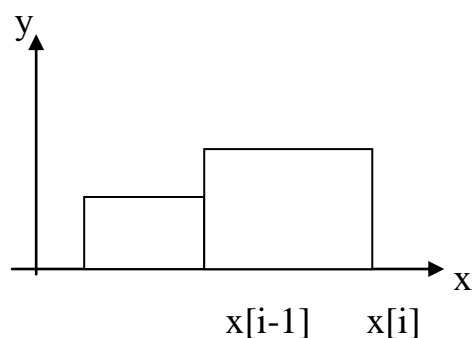
Үздіксіз сандық функциясының аргументінің мәні $x[i]$ және $x[i+1]$ берілген екі мәндерінің аралығына келіп түскен кезде, бағдарлама функцияның мәнін анықтау үшін сызықты интерполяцияны жүргізеді.



3.5 Сурет – Үздіксіз сандық функциясының графигі

2. Дискреттік сандық функциялар - D.

Олар $y[i]$ функциясының барлық x үшін сол бір мәнін береді, олар $x[i-1] < x \leq x[i]$



3.6 Сурет– Дискреттік сандық функцияның графигі

3. Кестелік сандық функциялар-L

$x[i]$ аргументінің мәндері бүтін сандардың тізбектілігі болып табылады:

1, 2, 3, ..., n.

$y[i]$ -дің мәндері сәйкес операторлардың жолдарында жазылуы тиіс.

4. Дискреттік және кестелік атрибутивті функциялар

Алдыңғы үш жағдайларда функцияның мәндері бүтін сандар болған. Дискретті атрибутивті функциялар екінші типті функцияларға ұқсас, бірақ мәндері ретінде ССА болуы мүмкін. Кестелік атрибутивті функциялар үшінші типке сәйкес, бірақ мәндері ретінде ССА бола алады.

3.12 Бірқалыпсыз кездейсоқ шамаларды модельдеу. Функцияны GENERATE және ADVANCE блоктарында қолдану

Көрші шақырыстардың арасындағы түсу уақыты және олардың қызмет етілуі көрсеткіштік заңға бағынады деп есептейік.

Блоктардың жұмысын қарастырайық:

GENERATE A, B ADVANCE A, B

Бұл жағдайда уақыт ($A \pm B$) аралығында біртекті заң бойынша таралған. Басқа таралу заңдарына бағынатын кездейсоқ шамаларды модельдеу үшін функциялар қолданылады. Сол жағдайларды шегере отыра, осы мәнді **GENERATE** және **ADVANCE** блоктарының B операндасы ретінде қолданған кезде функцияның мәнінен бүтін мәні алынады. **GENERATE** блоктарындағы A және B аумақтарының мәндерінің әртүрлі нұсқаларын кесте ретінде көрсетейік, нәтижесі деп біз аралықтың мәнін түсінеміз.

3.1 К е с т е

| A операндасы | B операндасы | Нәтижесі |
|---------------------------|--------------------------|---|
| α (сан немесе CCA) | β (сан немесе CCA) | $\alpha \pm \beta$ аралығында біртекті таралған кездейсоқ санның генерирленуі. Нәтижесі алынған санға тең. |
| FN\$DIS | Жоқ | Нәтижесі DIS функциясының алынған санына тең |
| Жоқ | FN\$B | Берілген комбинация рұқсат етілмеген |
| FN\$DIS | β (сан немесе CCA) | Бастапқыда DIS функциясының мәнін есептейді. Осы санның бүтін бөлігі алынады (α болсын), $\alpha \pm \beta$ аралығында біртекті таралған кездейсоқ санның генерирленуі. Нәтижесі алынған санға тең. |
| α (сан немесе CCA) | FN\$DIS | Бастапқыда DIS функциясының мәні есептелінеді (β бола салсын), содан кейін $\alpha \times \beta$ туындысы табылады. Нәтиже туындының бүтін бөлігіне тең. |
| FN\$DIS1 | FN\$DIS2 | DIS1 және DIS2 функцияларының мәндері анықталады (α және β болсын), содан кейін $\alpha \times \beta$ туындысы табылады. Нәтиже туындының бүтін бөлігіне тең |

3. 2 мысал.

Бір құрылғылы және кезекті ЖҚЖ-да 12 шақ./сағ параметрлі қарапайым ағын келіп түседі.

Қызмет ету уақыты көрсеткіш заңына бағынған, бірақ қызмет етудің орташа уақыты құрылғыға кезекте тұрған ұсыныстар санына байланысты.

500 шақырыстың қызметін модельдеу

| Кезектің ұзындығы | 0 | 1 немесе 2 | 3, 4 немесе 5 | 6 және үлкен |
|---------------------------------|-----|------------|---------------|--------------|
| Қызмет көрсетудің орташа уақыты | 5,5 | 5,0 | 4,5 | 4,0 |

Модельдік уақыттың бірлігі 1 с. Онда 5.5 – 330, 5.0 – 300, 4.5 – 270, 4 – 240. Wait – кезек арқылы белгілейік, SURVR –құрылғы (стандартты сандық атрибут CCA Q\$<кезектің аты)

```
MEAN FUNCTION Q$WAIT, D4
0,330/2,300/5,270/6,240
EXPON FUNCTION RN1, C10
0,0/0.1,.104/.2,.222/.3,.356/.4,.509/.5,.69/.6,.915/.7,1.2/.8,1.6/.9,2.3/.999,7
GENERATE 300, FN$ EXPON
QUEUE WAIT
SEIZE SURVR
DEPART WAIT
ADVANCE FN$MEAN, FN$EXPON
RELEASE SURVR
TERMENATE 1
START 500
```

3.13 Циклдардың ұйымдастырылуы

Бағдарламаның белгілі аумағының қайталануын бір транзактпен ұйымдастыру LOOP блогымен жүзеге асады.

LOOP блогы -

Блоктың форматы:

LOOP A, B,

мұндағы A – циклдің есептегіші ретінде қолданылатын параметр, B – қойылған атау, сан немесе CCA.

Басқарушы бағдарлама A-ның мәнін тексереді. A-ның мәні әрбір тексеру кезінде 1-ге кішірейіп отырады. Егер A 0-ге тең емес болса, онда транзакт блокқа келіп түседі, оның белгісі B аумағында берілген. Теңестірілуі кезінде 0 блокқа келіп түседі.

3.3 мысал.

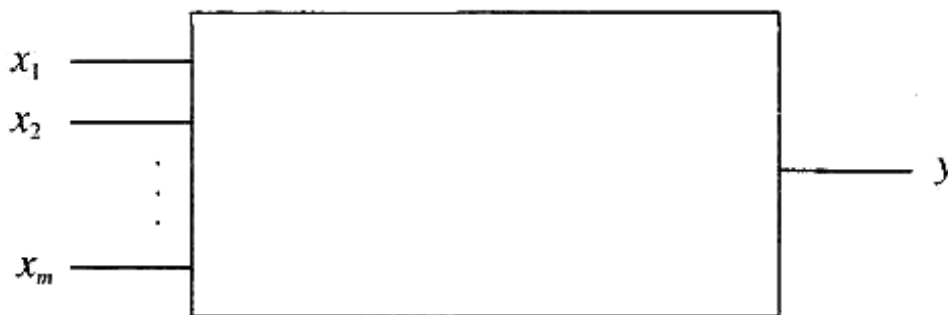
```
    ASSIGN 1,3
ZIKL ENTER P1
    ADVANCE 2
    LEAVE P1
LOOP 1, ZIKL
```

4 Тәжірибелерді жобалау теориясының негізгі түсініктері

4.1. Тәжірибелерді жобалау қажеттіліктері

Теория - күрделі жүйенің «қара жәшік» деп аталынатын абстрактылы сұлбасынан шығады (4.1 сурет). Зерттеуші «қара жәшіктің» (имитациялық

модель) кірісін, шығысын және бақылаулар нәтижесінен кірістер мен шығыстар арасындағы тәуелділікті анықтай алады деген.



4.1 Сурет - Жүйенің абстрактылы сұлбасы

Имитациалық модельде жүргізілген тәжірибені *бақылаулардан*, ал әрбір бақылауды *модельдің жөнелтілуінен* (прогон) құралған деп қарастырамыз.

x_1, x_2, \dots, x_m кіріс айнымалыларын *факторлар* деп атайды. Шығыс айнымалы y *бақыланатын айнымалы* деп аталады (*реакция, үндеу*).

Факторлық кеңістік—бұл көптеген факторлар, зерттеуші олардың мәндерін модельдік тәжірибені жүргізу және дайындау ісінде бақылай алады.

Әрбір фактордың деңгейлері болады. *Деңгейлер*—бұл бақылаудағы модельдің жөнелту (прогон) шартын анықтау кезінде әрбір фактор үшін орнатылатын мәндер.

Тәжірибенің мақсаты y функциясын табу болып табылады, осыған орай y нәтиженің мәні екі құраушыдан біріктіріледі деп қарастырылады

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m) + e(x_1, x_2, \dots, x_m),$$

мұндағы $f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ — y нәтиженің функциясы (кездейсоқ емес факторлардың функциясы);

$e(x_1, x_2, \dots, x_m)$ — тәжірибенің қатесі (кездейсоқ шама);

x_1, x_2, \dots, x_m — факторлық кеңістіктегі факторлар деңгейінің белгілі үйлесімділігі.

Көрініп тұрғандай, y кездейсоқ айнымалы болып табылады, себебі $e(x_1, x_2, \dots, x_m)$ кездейсоқ шамасына байланысты. Өлшеудің нақтылығын сипаттайтын $D[y]$ дисперсиясы тәжірибенің қателік дисперсиясына тең: $D[y] = D[e]$.

Дисперсиялық анализ — бұл бақылаулар нәтижесін статистикалық анализдеу тәсілінің әртүрлі факторлардың бір уақытта әсер етуіне, аса қажетті факторлардың таңдауына және олардың әсер ету бағасына тәуелділігін айтады.

Тәжірибе шарттарында факторлар құбылуы мүмкін, осының арқасында бақыланатын айнымалыға фактордың әсерін зерттеуге болады. Егер бақыланатын айнымалыларға кейбір факторлардың әсері, кейбір басқа фактор

деңгейінің өзгеруі кезінде факторлар араларында *өзара байланыс* бар деп айтады.

Анализдің (талдаудың) мәні кездейсоқ шаманың ортақ вариациясына тәуелсіз қосылым, әрқайсысы белгілі бір факторды (*басты әсер (құбылыс)*) немесе олардың әрекеттесуін (*әрекеттесу әсері*) сипаттайтын *әсерлерге* жіктеу болып табылады.

Факторлардың деңгейлерінің кез-келген мүмкін тіркесуі жүзеге асырылатын *тәжірибе - толық факторлық тәжірибе* (ТФТ) деп аталады.

ТФТ-дағы әртүрлі деңгейлердің тіркесуінің m факторлар үшін жалпы санын мына формула бойынша табуға болады

$$S = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_i \cdot \dots \cdot k_m$$

мұндағы k_i - i факторының деңгей саны.

Егер барлық факторлар үшін деңгейлер саны бірдей болса, онда $S = k^m$. Әр факторлар деңгейлерінің тіркесуіне бір бақылау сәйкес келеді.

ТФТ-ның кемшілігі – дайындық пен өткізілуде үлкен шығындар болады, себебі факторлар саны мен олардың деңгейлерінің артуына байланысты тәжірибедегі бақылаулар саны көбейеді. Мысалы, әрқайсысында екі деңгейі бар алты фактор бар болса, онда әрбір бақылаудағы модельдің бір өткінінің өзінде $S = 2^6 = 64$ бақылау қажет. Әр өткін бұл санды екі еселейтіні айқын, сәйкесінше, машиналық уақыттың шығыны артады.

Сонымен бірге әртүрлі реттегі әрекеттесудің саны да артады. 4.1. кестеде 2^m деңгейлер тіркесуінің толық зерттелуі кезінде анықталатын басты әсерлер мен әртүрлі реттегі әрекеттесу әсерлерінің саны көрсетілген.

Кесте 4.1.

| m | 2^m | Басты әсерлер саны | Әрекеттесу әсерлерінің саны | | | | |
|---|-------|--------------------|-----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | | 1 - ретті | 2 - ретті | 3 - ретті | 4 - ретті | 5 - ретті |
| 5 | 32 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | |
| 6 | 64 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 |
| 7 | 128 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 |
| 8 | 256 | 8 | 28 | 56 | 70 | 56 | 28 |

Тәжірибеде бақыланатын айнымалыға деген ықпалды зерттеу қажет, мысалы әрқайсысында төрт деңгейі бар ($k = 4$) он фактор ($m = 10$). Бұл жағдайда $S = k^m = 4^{10} = 1\,048\,576$.

Осындай тектес есептер тәжірибелерді жоспарлау теориясының пайда болуына себеп болды.

Тәжірибелерді жоспарлау – кездейсоқ қателерге тартылатын өлшеулердің ұйымдастырылуының тиімділігін қарастыратын математикалық статистиканың бір бөлімі.

Тәжірибенің жоспары деп кейбір оптималдық критерийін қанағаттандыратын, мысалы нақтылық үндесу функциясы бағасының мәні болып табылатын факторлар мәнінің жиынтығы аталады.

Тәжірибені жоспарлаудың стратегиялық және тактикалық түрлерін ажыратады.

4.2. Тәжірибені стратегиялық жоспарлау

Тәжірибені стратегиялық жоспарлаудың мақсаты - бақылаулардың көлемін анықтау, ондағы жүйе туралы толық және тура ақпаратты алу үшін факторлар деңгейлерінің әрекеттесуін анықтау.

Тәжірибені стратегиялық жоспарлауда негізгі екі мәселе шешілуі қажет:

- а) факторлар идентификациясы;
- б) факторлар деңгейін таңдау.

Факторлар идентификациясы негізінде айнымалыны бақылау мәніне әсер ету дәрежесіне байланысты ранжирлеуді түсінеміз.

Идентификация қорытындысына байланысты барлық факторларды біріншілік және екіншілік деп екі топқа бөлген дұрыс.

Біріншілік – бұл бақылауды жүргізуге қажет факторлар.

Екіншілік – бақылау заты болып табылмайтын, бірақ соның әсерін елемеуге болмайтын факторлар.

Факторлар деңгейінің таңдауы екі қарама-қайшы талаптарды ескере отырып жасалады:

а) факторлар деңгейі оның өзгеруінің барлық мүмкін диапазонын жабуы керек;

б) барлық факторлар бойынша деңгейлердің жалпы саны (көлемі) көп мөлшердегі бақылауға әкелмеуі керек.

Осы талаптарды қанағаттандыратын келісімдік шешім табу тәжірибені стратегиялық жоспарлаудың мақсаты болып табылады.

ТФТ көп машиналық уақытты талап ету мүмкіндігіне байланысты үндесуге елеулі әсерін тигізетін факторларды іріктеу әдістерін иелену керек. Егер зерттеушіні жоғарғы реттегі әсерлесу қызықтырмаса, барлық мүмкін факторлар деңгейінің әрекеттесуінің кейбір бөлігін зерттеу арқылы ($1/2, 1/4, 1/8$ және т. б.) өте үлкен көлемдегі ақпаратты алуға болады екен.

Егер тәжірибеде бақылаудың тек бір бөлігі ғана жүргізілсе, яғни іріктеме азайса, онда тәжірибе *жеке факторлық тәжірибе* (ЖФТ) деп аталады.

ТФТ талап ететіннен аз іріктеме қолданылса, онда мұның өтеуі әсерлердің араласу қаупімен төленеді. *Араласудың* негізінде зерттеуші бір әсерді зерттей отырып, басқа бір әсерді де зерттеу мүмкіндігі түсіндіріледі. Мысалы, егер басты әсер жоғарырақ деңгейлі әсермен араласса, онда бұл екі

әсерді бір-бірінен ажырату мүмкін емес. Сондықтан, егер анализ белгілі бір әсердің бар екенін көрсетсе, онда оны басты әсер екенін немесе әрекеттесу әсері, немесе белгілі бір әсерлердің аддитивті комбинациясы екенін айту қиын.

ЖФТ жоспарын құрған кезде зерттеуші араласуы мүмкін әсерлерді анықтауы қажет. ЖФТ-ның жетістігі оның жоспары басты әсерді басқалармен араластырмауында.

Егер факторлардың саны аз болса (әдетте бестен аз), онда басты әсерлер мен маңызды әсерлесуді ажыратуға мүмкіндік бермейтін әсерлердің араласуы салдарынан ЖФТ жөнсіз болады.

Мысалы ретінде, 2^5 сәйкестік мүмкіндіктің толық саны бар ЖФТ-ның бір түрі *бөлшектенген факторлық тәжірибе* (БФТ) жоспарын қарастырамыз.

БФТ-да барлық факторлар екі деңгейге ие – *жоғарғы* және *төменгі*, сондықтан, бақылаудың ортақ саны $S = 2^m$. Осындай әдіспен құрылған жоспарлар жүргізілетін тәжірибелердің сапасын арттыратын сипатқа (симметриялық, нормалану, ортогональдық, рототабелділік) ие.

Бұл жоспар келесі түрде құрылады. Жоғарғы ретті әрекеттесуді араластырып, 32 мүмкін тіркесті төрт біркелкі блокқа бөлеміз (әр блокта сегіз тіркес). Сосын осы тәжірибе жүргізуге бір блок тандап аламыз. Бұл дегеніміз біз бақылау процесінде үш әсерді блокқа араластыруымыз керек деген сөз. Мұны біз тақ факторлы, екі және үш факторлы әрекеттесуді тандау арқылы жасаймыз. Берілген жағдайда біз ортақ Е факторы бар BCE және ADE-ні тандап алдық. Бұл әсерлерді араластыра отырып, біз автоматты түрде ABCD-ны араластырдық. Сондықтан біз 32 бақылауды әрқайсысында сегіз бақылауы бар төрт блокқа бөлген кезде қолданылған $I=BCE—ADE—ABCD$ *тептеңдікті* немесе *анықталатын бөлуді* алдық. Бұл біздің осындай әсерлерді төлеу мүмкіндігінен айрылғанымызды білдіреді. Осы тепе-теңдікті біздің жоспардағы араластырудың негізі етіп алып, келесі әсерлермен де соны жасауымыз керек

$$\begin{aligned} A &= DE = BCD = ABCE, \\ B &= CE = ACD = ABDE, \\ C &= BE = ABD = ACDE, \\ D &= AE = ABC = BCDE, \\ E &= BC = AD = ABCDE, \\ AB &= CD = ACE = BDE, \\ AC &= BD = ABE = CDE. \end{aligned}$$

Араласудың жеті тобын алдық. Бұдан шығатыны, егер әсерлесу жоқ болса не оны ескермеуге болса, онда біз сегіз бақылау арқылы бес басты әсердің әрқайсысы туралы (А, В, С және Е) ақпарат аламыз және дисперсиялық анализдің қателіктерін бағалау үшін АВ және ВС әрекеттесу әсерінің мәліметтерін қолдана аламыз.

4.3. Тәжірибені тактикалық жоспарлау

Тәжірибені тактикалық жоспарлаудың мақсаты әрбір бақылаудағы өткіндердің моделінің керек мөлшерін анықтау.

Еліктеу моделі статикалық тәжірибе болып табылатындықтан, оны жүргізген кезде берілген нақтылықтан сенімді нәтиже алу қажет.

Жалпы жағдайда берілген нақтылықта бақыланатын айнымалының бағасын алу үшін модель өткіндерінің көлемі (іріктеме көлемі) келесі факторларға байланысты:

- бақыланатын айнымалының таралу түрі;
- іріктеме элементтерінің өзара корреливтенуі;
- модельденетін жүйенің функциялануының өтпелі режимінің ұзақтығы және бар болуы.

Аталған факторлар туралы мағлұматтар болмаған кезде бақыланатын айнымалының бағасын берудегі дәлдікті жоғарылату үшін әр бақылау үшін модель өткінінің (іріктеме көлемі) саны көбейтіледі, яғни тәжірибені стратегиялық жоспарлау кезеңінде таңдалған әр фактор деңгейінің әрекеттесуі үшін.

Егер бақыланатын айнымалының кездейсоқ шамасы коррелденбеген болса және олардың таралуы өткіннен өткінге дейін өзгермесе, онда таңдалған орташаны нормалы таралған деуге болады. Модельдеудің мақсаты кездейсоқ бір параметрдің орташа мәнін анықтау болған кезде әр бақылаудағы N_T моделінің қажет өткін саны мына формула бойынша анықталады

$$N_T = \frac{\sigma_\alpha^2}{\varepsilon^2} \cdot t_\alpha^2 \quad (4.1)$$

мұндағы ε – бағалау дәлдігі;

σ_α – ортаквадраттық ауытқу;

t_α – Лаплас функциясының аргументі, берілген маңыздылық деңгейінде $\alpha/2$ анағұрлым өзекті α және t_α жұбы берілген 4.2 кесте бойынша табылады.

4.2 К е с т е

| | | | | | | | |
|------------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| α | 0,8 | 0,85 | 0,9 | 0,95 | 0,99 | 0,995 | 0,999 |
| t_α | 1,28 | 1,44 | 1,65 | 1,96 | 2,58 | 2,81 | 3,30 |

Егер талап ететін орта квадраттық ауытқу σ_α мәні тәжірибе басында түспалдап болса да белгілі болмаса, онда N_0 өткінінің сынақтық шешімдерін орындап, олардың негізінде таңдаулы орта квадраттық ауытқу не дисперсияны табу дұрыс. Оның мәнін (4.1) қойып, N_T өткіні санының алдын ала бағалауын (бағасын) алу керек. Содан кейін периодты түрде N_T өткіннің санын және бағасын анықтай отырып, қалған $N_T - N_0$ өткіндерді орындау керек.

Модельдеудің мақсаты қандай да бір оқиғаның соңының Р ықтималдығын анықтау болған кезде әр бақылау кезіндегі N_T моделінің өткін санын келесі формуламен табады

$$N_T = \frac{P \cdot (1 - P)}{\varepsilon^2} \cdot t_\alpha^2 . \quad (4.2)$$

t_α параметрі де берілген анық мәнге сәйкес Лаплас функциясының мәні 4.2. кестесінен табылады. N_T – ны (4.1) формуласы бойынша табу да Р ықтималдық мәні тәжірибеге дейін белгісіз. Сондықтан N_T – ны тапқан кезде N_T – ны (4.1) формуласымен тапқандай жасау керек.

Бір қатар жағдайларда N_T өткіннің қажетті көлемін табуда жеңілдетілген формуланы қолдануға болады

$$N_T = \frac{t_\alpha^2}{4\varepsilon^2} \quad (4.3)$$

(4.3) формула «жаманырақ жағдайға» бағытталған, яғни $P = 0,5$ үшін. Демек, ол N_T үшін көтермеленген мәндер береді. Бірақ, нақтылыққа жоғарғы талап қойылмаған жағдайда бұл формуланы қолдану ақталады, себебі N_T – ның кейбір артықтығы Р мәнін анықтау процедурасының жоқтығымен өтеледі (компенсацияланады).

Әдебиеттер тізімі.

1. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. - М.: Высшая школа, 1998.
2. Шварц М. Сети связи: Протоколы, моделирование и анализ. - М.: Наука, 1992.
3. Боев В.Д. Моделирование систем. Инструментальные средства GPSS World: Учеб. пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004.
4. Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. – М.: ДМК Пресс, 2004.
5. Томашевский В., Жданова Е. Имитационное моделирование в среде GPSS. - М.: Бестселлер, 2003.
6. Учебное пособие по GPSS World. /Перевод с английского /.- Казань: Изд-во «Мастер Лайн», 2002.

Күмісай Хасенқызы Тұманбаева

ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЯ ЖҮЙЕЛЕРІН МОДЕЛЬДЕУ

Оқу құралы

Редактор және стандарттау бойынша маман А.Н. Нысанбаева
2008ж. жин. жоспары бойынша, 15 реті

Теруге берілген күні

Пішімі 60x84 1/16

Типография қағазы N2

Оқу-баспа таб. – 4,4. Таралымы 100 дана. Тапсырыс . Бағасы 440 т.

Басуға қол қойылды.

“Алматы энергетика және байланыс институтының”
коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірмелі – көбейткіш бюросы
050013 Алматы, Байтұрсынұлы көшесі 126 үй