Некоммерческое акционерное общество

АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ

Кафедра электроники

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В071600 – Приборостроение

.

Алматы 2014

СОСТАВИТЕЛИ: Петрищенко С.Н., Бакирова Н.С. Цифровая обработка сигналов. Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В071600 – Приборостроение. - Алматы: АУЭС, 2014.– 16 с.

В методической разработке приводятся задания на выполнение расчетно-графических работ №1,2 и 3 и методические указания к их выполнению. Первое и второе задания посвящены временному и частотному анализу БИХ–фильтра второго порядка, представленного в виде передаточной функции, а третье – вычислению Z – преобразования и дискретной свертки по заданным отсчетам входной дискретной последовательности и соответствующим импульсным характеристикам нерекурсивного фильтра.

Ил. 7, табл. 3, библиогр. – 5 назв.

Рецензент: канд.тех.наук, доцент А.М.Ауэзова

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2014 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи» , 2014 г.

Содержание

Введение	4
1 Задание к РГР №1	4
2 Методические указания к выполнению РГР № 1	5
3 Задание к РГР № 2	8
4 Методические указания к выполнению РГР № 2	8
5 Задание к РГР № 3	12
6 Методические указания к выполнению РГР № 3	12
Список литературы	15

Введение

Основной целью расчетно-графических работ (РГР) является закрепление и углубление знаний как по математическому описанию линейных дискретных систем, так и по оценке параметров БИХ – фильтров второго порядка и КИХ - фильтров.

Расчетно-графические работы №1 и №2 связаны с анализом на z – плоскости, временном и частотным анализами БИХ-фильтра второго порядка, представленного в виде передаточной функции, а расчетно-графическая работа №3 – с оценкой выходных параметров нерекурсивного фильтра по заданным входным характеристикам.

1 Задание к расчетно-графической работе №1

Многочлены передаточной функции цифрового фильтра $W(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}$, выбираются по заданному варианту таблицы 1, в зависимости от предпоследней ($N_{пред}$) и последней ($N_{посл}$) цифр номера зачетной книжки студента.

По заданной в таблице 1 передаточной функции $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}$ ненормированного БИХ-фильтра 2-го порядка необходимо выполнить следующие действия.

1.1 Изобразить карту нулей и полюсов.

1.2 Оценить устойчивость фильтра.

1.3 Записать формулу импульсной характеристики и рассчитать по ней 5 отсчетов импульсной характеристики.

1.4 Изобразить график импульсной характеристики (5 отсчетов).

Т а б л и ц а 1

$N_{пред}$	$Y(z)$	$N_{посл}$	$X(z)$
0	$1 - Z^{-1}$	0	$1 - 1{,}8\,Z^{-1} + 0{,}97\,Z^{-2}$
1	$1 - 3\,Z^{-1}$	1	$1 - 0{,}4\,Z^{-1} + 0{,}1\,Z^{-2}$
2	$1 - 2\,Z^{-1} + Z^{-2}$	2	$1 + 0{,}86\,Z^{-1} + 0{,}43\,Z^{-2}$
3	$1 + 1{,}2\,Z^{-1} + 0{,}81Z^{-2}$	3	$1 - 0{,}66\,Z^{-1} + 0{,}7\,Z^{-2}$
4	$0{,}1 + 0{,}1\,Z^{-1}$	4	$1 - 0{,}37\,Z^{-1} + 0{,}86\,Z^{-2}$
5	$0{,}003 - 0{,}003\,Z^{-2}$	5	$1 - 1{,}7\,Z^{-1} + 0{,}92\,Z^{-2}$
6	$1 + 0{,}53\,Z^{-1} + Z^{-2}$	6	$1 - 1{,}32\,Z^{-1} + 0{,}85\,Z^{-2}$
7	$1 + Z^{-2}$	7	$1 + 0{,}9\,Z^{-1} + 0{,}81\,Z^{-2}$
8	$1 - Z^{-2}$	8	$1 - 0{,}8\,Z^{-1} + 0{,}64\,Z^{-2}$
9	$1 + Z^{-1}$	9	$1 + 0{,}25\,Z^{-1} + 0{,}34\,Z^{-2}$

2 Методические указания к выполнению РГР №1

Для нахождения нулей и полюсов используйте следующие формулы:
- в случае вещественных нулей

$$z_{1,2} = -\frac{b_1}{2b_0} \pm \sqrt{\frac{b_1^2}{4b_0^2} - \frac{b_2}{b_0}};$$

- в случае комплексно-сопряженных нулей

$z_{1,2}^0 = r^0 e^{\pm j\varphi^0}$, где $r^0 = \sqrt{b_2/b_0}$, $\varphi^0 = \arccos(-b_1/2\sqrt{b_0 \cdot b_2})$;

- в случае комплексно-сопряженных полюсов

$z_{1,2}^* = r^* e^{\pm j\varphi^*}$, где $r^* = \sqrt{a_2}$, $\varphi^* = \arccos(-a_1/2r^*)$.

Формула импульсной характеристики состоит из трех составляющих:

$$h_n = h_{0,n} + h_{1,n} + h_{2,n}$$

$$h_{0,n} = b_0 (r^*)^n \frac{Sin[(n+1)\varphi^*]}{Sin\varphi^*}, \quad \text{где } n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$h_{1,n} = b_1 (r^*)^{n-1} \frac{Sin(n\varphi^*)}{Sin\varphi^*}, \quad \text{где } n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$h_{2,n} = b_2 (r^*)^{n-2} \frac{Sin[(n-1)\varphi^*]}{Sin\varphi^*}, \quad \text{где } n = 2, 3, 4, \ldots$$

Рассмотрим пример задания передаточной функции в виде следующих многочленов:

$$Y(z) = 1 - z^{-1},$$
$$X(z) = 1 + 0{,}2z^{-1} + 0{,}34z^{-2}.$$

Тогда $H(z)$ будет иметь следующий вид:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + 0{,}2z^{-1} + 0{,}34z^{-2}}.$$

Изобразим карту нулей и полюсов, для этого преобразуем передаточную функцию к виду без отрицательных степеней

$$. \qquad H(z) = \frac{z(z-1)}{z^2 + 0{,}2z + 0{,}34}.$$

Из числителя передаточной функции видно, что $H(z)$ имеет два вещественных нуля $z_1^0 = 0$ и $z_2^0 = 1$. Два комплексно-сопряженных полюса определяем по квадратному уравнению знаменателя $H(z)$ по формуле:

$$z_{1,2}^* = r^* e^{\pm j\varphi^*},$$

где $r^* = \sqrt{a_2} = \sqrt{0.34} = 0.583$;

$$\varphi^* = \arccos(-\frac{a_1}{2r^*}) = \arccos(-\frac{0.2}{2 \cdot 0.583}) = 1.743 рад \approx 100^0.$$

Карта нулей и полюсов имеет вид, представленный на рисунке 1.

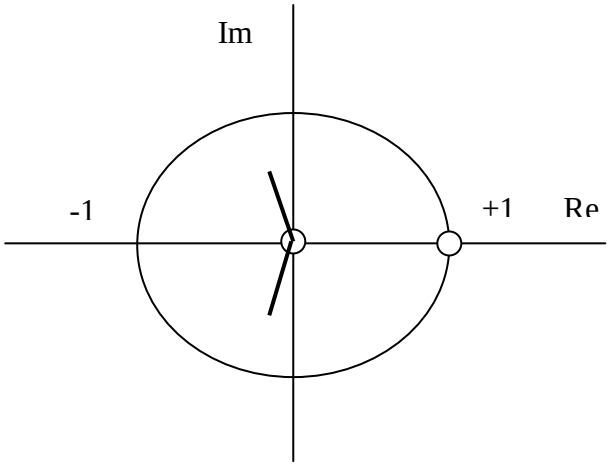


Рисунок 1

Расчет импульсной характеристики производится по следующей формуле:

$$h_n = h_{0,n} + h_{1,n}.$$

Произведем расчет пяти точек составляющей импульсной характеристики $h_{0,n}$:

$$h_{0,n} = b_0 \cdot (r^*)^n \cdot \frac{\sin[(n+1) \cdot \varphi^*]}{\sin \varphi^*} = 1 \cdot 0.583^n \cdot \frac{\sin[(n+1) \cdot 1.743]}{\sin 1.743},$$

$$n = 0 \Rightarrow h_{0,0} = 0.583^0 = 1,$$

$$n = 1 \Rightarrow h_{0,1} = 0.583^1 \cdot \frac{\sin 3.486}{\sin 1.743} = -0.2,$$

$$n = 2 \Rightarrow h_{0,2} = 0.583^2 \cdot \frac{\sin 5.229}{\sin 1.743} = -0.3,$$

$$n = 3 \Rightarrow h_{0,3} = 0.583^3 \cdot \frac{\sin 6.972}{\sin 1.743} = 0.128,$$

$$n = 4 \Rightarrow h_{0,4} = 0.583^4 \cdot \frac{\sin 8.715}{\sin 1.743} = 0.076.$$

Произведем расчет пяти точек составляющей импульсной характеристики $h_{1,n}$:

$$h_{1,n} = b_1 \cdot (r^*)^{n-1} \cdot \frac{\sin[n \cdot \varphi^*]}{\sin \varphi^*} = -1 \cdot 0.583^{n-1} \cdot \frac{\sin[n \cdot 1.743]}{\sin 1.743},$$

$$n = 1 \Rightarrow h_{1,1} = -1,$$

$$n = 2 \Rightarrow h_{1,2} = -0.583^1 \cdot \frac{\sin 3.486}{\sin 1.743} = 0.2,$$

$$n = 3 \Rightarrow h_{1,3} = 0.583^2 \cdot \frac{\sin 5.229}{\sin 1.743} = 0.3,$$

$$n = 4 \Rightarrow h_{1,4} = 0.583^3 \cdot \frac{\sin 6.972}{\sin 1.743} = -0.128.$$

Расчет пяти произведенных отсчетов импульсной характеристики сводим в таблицу 2.

Т а б л и ц а 2

№	0	1	2	3	4
$H_{0,n}$	1	-0.2	-0.3	0.128	0.076
$H_{1,n}$	-	-1	0.2	0.3	-0.128
$h_n = h_{0,n} + h_{1,n}$	1	-1.2	-0.1	0.428	-0.052

График импульсной характеристики представлен на рисунке 2.

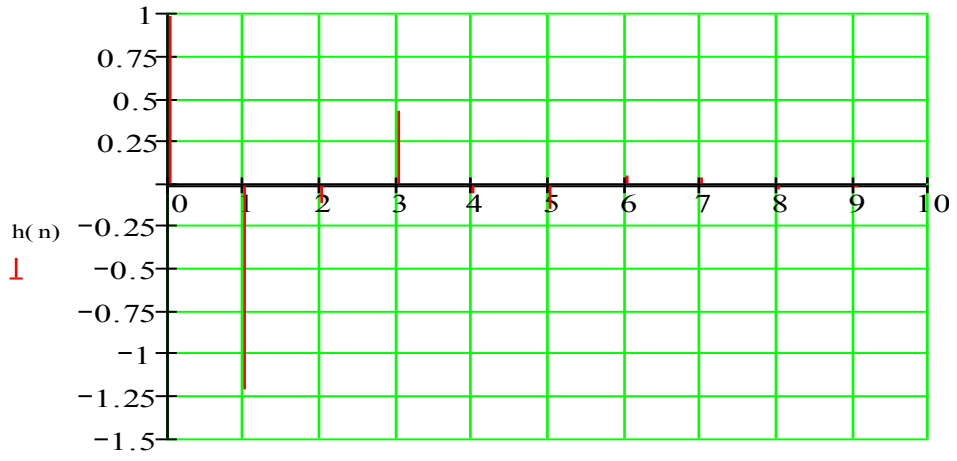


Рисунок 2

3 Задание к расчетно-графической работе №2

По заданной в таблице 1 передаточной функции $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}$ ненормированного БИХ-фильтра 2-го порядка необходимо выполнить следующие действия:

1) рассчитать по формулам экпресс-анализа амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) на нормированных частотах, равных нулю, 0,25; 0,5 и $\hat{f}=\hat{f}^*$, на которой приблизительно находится максимум АЧХ ;

2) записать формулу АЧХ и определить по ней максимум;

3) при наличии комплексно-сопряженных нулей определить точку АЧХ, на которой приблизительно находится ее минимум или нуль, то есть определить нормированную частоту $\hat{f}^0$, которая соответствует углу φ^0.

3) построить график АЧХ ненормированного фильтра на интервале нормированных частот $\hat{f}\in[0;0,5]$ и определить избирательность фильтра;

4) выполнить нормировку фильтра;

5) построить график АЧХ нормированного фильтра на интервале нормированных частот $\hat{f}\in[0;1]$.

4 Методические указания к выполнению РГР №2

Для полного описания частотной характеристики фильтра с вещественными коэффициентами достаточно задать ее в основной полосе нормированных частот $\hat{f}\in[0;0,5]$.

Для оценки АЧХ звена второго порядка можно использовать формулы экспресс-анализа для $\hat{f}=0,\ \hat{f}=0{,}25,\ \hat{f}=0{,}5$, которые имеют следующий вид

$$A(0)=\left|\frac{B_0+B_1+B_2}{1+A_1+A_2}\right|;\quad A(0{,}25)=\sqrt{\frac{(B_0-B_2)^2+B_1^2}{(1-A_2)^2+A_1^2}};\quad A(0{,}5)=\left|\frac{B_0-B_1+B_2}{1-A_1+A_2}\right|.$$

Максимум АЧХ приблизительно будет находиться на нормированной частоте $\hat{f}^*$, которая соответствует углу φ^* положения полюса в *z*-плоскости

$$\hat{f}^*=\frac{\varphi^*}{2\pi}.$$

Запишем формулу амплитудно-частотной характеристики и определим по ней максимум АЧХ на частоте $\hat{f}^*$.

$$A_{\max} = \sqrt{\frac{(b_0 + b_1 \cos 2\pi\hat{f} + b_2 \cos 4\pi\hat{f})^2 + (b_1 \sin 2\pi\hat{f} + b_2 \sin 4\pi\hat{f})^2}{(1 + a_1 \cos 2\pi\hat{f} + a_2 \cos 4\pi\hat{f})^2 + (a_1 \sin 2\pi\hat{f} + a_2 \sin 4\pi\hat{f})^2}}.$$

В случае комплексно-сопряженных нулей по этой же формуле находим минимум АЧХ на частоте $\hat{f}^0 = \frac{\varphi^0}{2\pi}$.

Для нормировки фильтра достаточно умножить коэффициенты числителя передаточной функции на нормирующий множитель

$$q_н = \frac{1}{A_{\max}},$$

где $A_{\max}$ – максимальное значение АЧХ на интервале $\hat{f} \in [0;0,5]$.

Рассмотрим пример задания передаточной функции в виде следующих многочленов:

$$Y(z) = 1 - z^{-1},$$
$$X(z) = 1 + 0{,}2z^{-1} + 0{,}34z^{-2}.$$

Общая формула амплитудно-частотной характеристики для фильтра второго порядка будет иметь следующий вид:

$$A(f) := \sqrt{\frac{(b0 + b1 \cdot \cos(2\pi f) + b2 \cdot \cos(4\pi f))^2 + (b1 \cdot \sin(2\pi f) + b2 \cdot \sin(4\pi f))^2}{(1 + a1 \cdot \cos(2\pi f) + a2 \cdot \cos(4\pi f))^2 + (a1 \cdot \sin(2\pi f) + a2 \cdot \sin(4\pi f))^2}}$$

Преобразуем ее в формулу заданного фильтра:

$$A(f) := \sqrt{\frac{(1 - 1 \cdot \cos(2\pi f))^2 + (-\sin(2\pi f))^2}{(1 + 0.2 \cdot \cos(2\pi f) + 0.34 \cdot \cos(4\pi f))^2 + (0.2 \cdot \sin(2\pi f) + 0.34 \cdot \sin(4\pi f))^2}}$$

Используя формулы экспресс-анализа, произведем расчет трех значений АЧХ на нормированных частотах $\hat{f} = 0$, $\hat{f} = 0{,}25$, $\hat{f} = 0{,}5$:

$$A(0) = \left|\frac{b0 + b1 + b2}{1 + a1 + a2}\right| = \left|\frac{1 - 1 + 0}{1 + 0.2 + 0.34}\right| = 0;$$

$$A(0{,}25) = \sqrt{\frac{(b_0 - b_2)^2 + b_1^2}{(1 - a_2)^2 + a_1^2}} = \sqrt{\frac{1 + 1}{(1 - 0{,}34)^2 + 0{,}2^2}} \approx 2;$$

$$A(0.5)=\left|\frac{b0-b1+b2}{1-a1+a2}\right|=\left|\frac{1+1+0}{1-0.2+0.34}\right|\approx 1.75.$$

При $\varphi^{*}=1.743$ максимум АЧХ будет приблизительно находиться на частоте

$$\hat{f}^{*}=\frac{\varphi^{*}}{2\pi}=\frac{1.743}{2\pi}\approx 0.3.$$

Произведем расчет этого максимума по формуле:

$$A(0,3)=\sqrt{\frac{(1-\cos 1,74)^2+(\sin 1,74)^2}{(1-0,2\cos 1,74+0,34\cos 3,48)^2+(0,2\sin 1,74+0,34\sin 3,48)^2}}\approx 2,42.$$

График АЧХ, построенный по четырем расчетным точкам, представлен на рисунке 3.

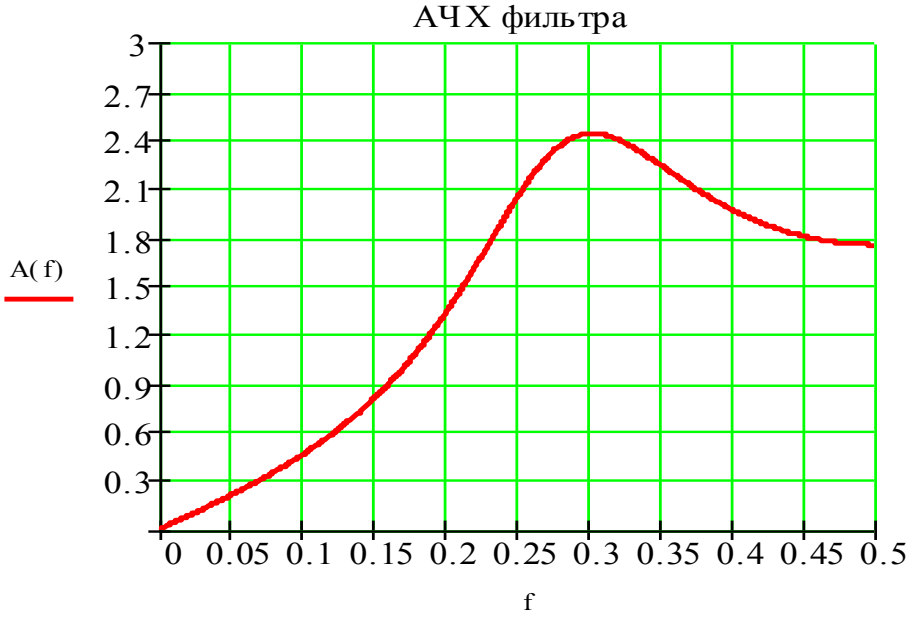


Рисунок 3

Из графика видно, что максимум АЧХ приблизительно находится на частоте $\hat{f}^{*}=0.3$. Фильтр является полосовым, полоса пропускания которого сдвинута в сторону высоких частот.

Для того чтобы представить график АЧХ в нормированном виде, необходимо определить нормирующий множитель $q_н$ и умножить его на числитель передаточной функции $H(z)$.

Нормирующий множитель определяется по формуле:

$$q_н=\frac{1}{A_{\max}}=\frac{1}{2.42}\approx 0.41.$$

Тогда передаточная функция нормированного фильтра будет равна

$$H(z) = \frac{0.41 - 0.41z^{-1}}{1 + 0.2z^{-1} + 0.34z^{-2}} \ .$$

Произведем расчет трех значений АЧХ нормированного фильтра на нормированных частотах: $\hat{f} = 0,\ \hat{f} = 0{,}25,\ \hat{f} = 0{,}5$.

$$\hat{A}(0) = \left| \frac{0.41 - 0.41}{1 + 0.2 + 0.34} \right| = 0;$$

$$\hat{A}(0{,}25) = \sqrt{\frac{(b_0 - b_2)^2 + b_1^2}{(1 - a_2)^2 + a_1^2}} = \sqrt{\frac{0{,}41^2 + 0{,}41^2}{(1 - 0{,}34)^2 + 0{,}2^2}} \approx 0{,}84;$$

$$\hat{A}(0{,}5) = \left| \frac{0.41 + 0.41}{1 - 0.2 + 0.34} \right| = 0{,}72;$$

$$\hat{A}(0{,}3) = 1.$$

На рисунке 4 представлен график АЧХ нормированного фильтра, построенного для диапазона частот $\hat{f} \in [\,0,\ 1\,]$.

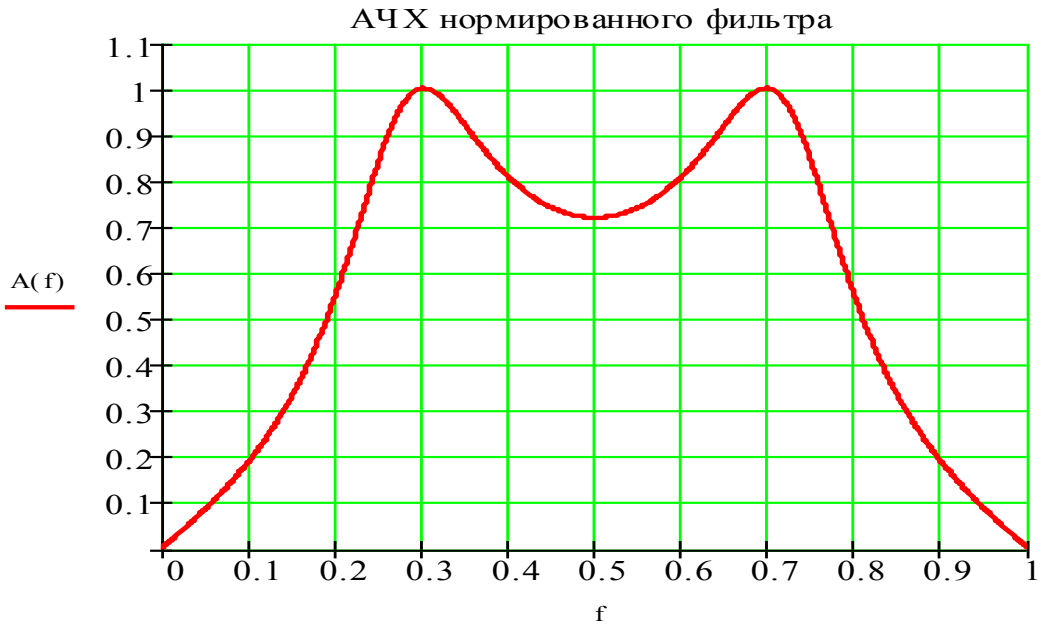


Рисунок 4

Как видно из рисунка 4, для полного описания АЧХ достаточно задать ее в основной полосе частот $\hat{f} \in [\,0,\ 0{,}5\,]$.

5 Задание к расчетно-графической работе №3

По таблице 3, согласно заданному варианту, определяемому по последней цифре номера зачетной книжки, определить отсчеты входной дискретной последовательности {x(*n*)} и соответствующие отсчеты импульсной характеристики {*h(m)*}, по которым необходимо выполнить следующие действия:

1) вычислить *Z* – преобразование входной дискретной последовательности ;

2) определить дискретную свертку по заданной импульсной характеристике и построить график рассчитанных выходных отсчетов {y(n)}.

3) определить передаточную функцию *H(z)* и построить схему нерекурсивного фильтра.

Т а б л и ц а 3

Вариант	0	1	2	3	4
{x(n)}	0,0,1,1,1,0	0,1,0,1,1,0	0,1,1,0,1,0	0,1,1,1,0,0	1,0,1,0,1,0
{h(m)}	1,3,2,1,1	1,3,2,2,1	1,2,2,3,1	1,1,2,3,1	1,2,3,2,1
Вариант	5	6	7	8	9
{x(n)}	1,0,0,1,1,0	1,0,1,1,0,0	1,1,0,0,1,0	1,1,0,1,0,0	1,1,1,0,0,0
{h(m)}	1,3,2,1,1	1,3,2,2,1	1,2,2,3,1	1.1.2.3.1	1,2,3,2,1

6 Методические указания к выполнению РГР №3

Прямое Z – преобразование входной дискретной последовательности {*x(n)*} можно получить по формуле:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) z^{-n} .$$

Например, если задана {x(n)} = {1,1,0}, то

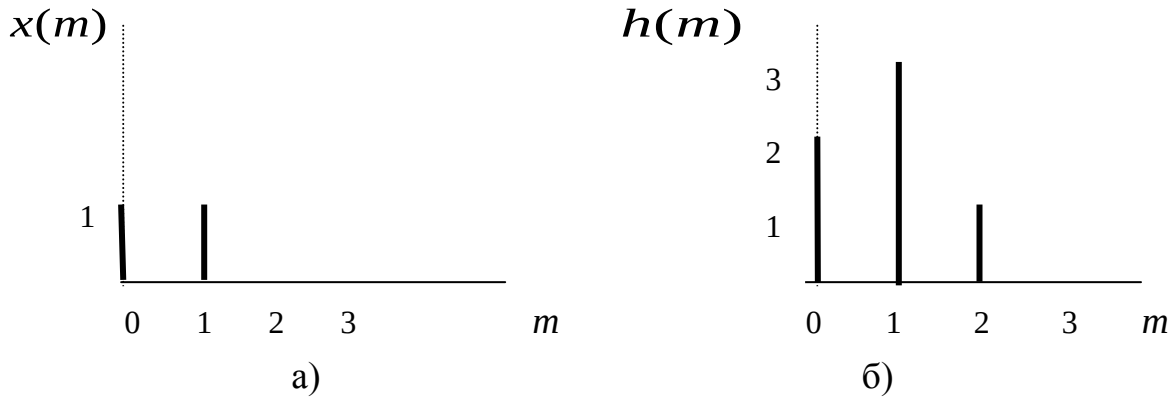
$$X(z) = 1 \cdot z^{-0} + 1 \cdot z^{-1} + 0 \cdot z^{-2} = 1 + z^{-1}.$$

Известно, что сигнал на выходе дискретной цепи связан с сигналом на входе цепи формулой дискретной свертки, поэтому n – ый отсчет дискретной выходной последовательности определяется по формуле:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} x(m) h(n-m),$$

где *h(n-m)* – импульсная характеристика, задержанная на *m* периодов дискретизации.

Если заданы воздействие {x(m)} = {1,1,0} и соответствующая импульсная характеристика {h(m)} = {2,3,1} дискретной цепи, то графически они будут выглядеть, как показано на рисунке 5.



а) б)

Рисунок 5

Для вычисления реакции линейной дискретной системы по формуле свертки {y(n)} при нулевых начальных условиях фиксированным будет воздействие, а скользящей слева направо – импульсная характеристика, как показано ниже.

1. n=0,
   h(0-m),

		1	1	0
2	3	1		

$$y(0) = x(0) \cdot h(0) = 1 \cdot 1 = 1.$$

2. n=1
   h(1-m)

	1	1	0
2	3	1	

$$y(1) = x(0) \cdot h(1) + x(1) \cdot h(0) = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 4.$$

3. n=2
   h(2-m)

1	1	0
2	3	1

$$y(2) = x(0) \cdot h(2) + x(1) \cdot h(1) + x(2) \cdot h(0) = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 = 5.$$

4. n=3
   h(3-m)

1	1	0	
	2	3	1

$$y(3) = x(0) \cdot h(1) + x(1) \cdot h(2) = 0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 2.$$

5. n=4
   h(4-m)

1	1	0		
		2	3	1

$$y(4) = x(0) \cdot h(2) = 0.$$

График полученной реакции представлен на рисунке 6.

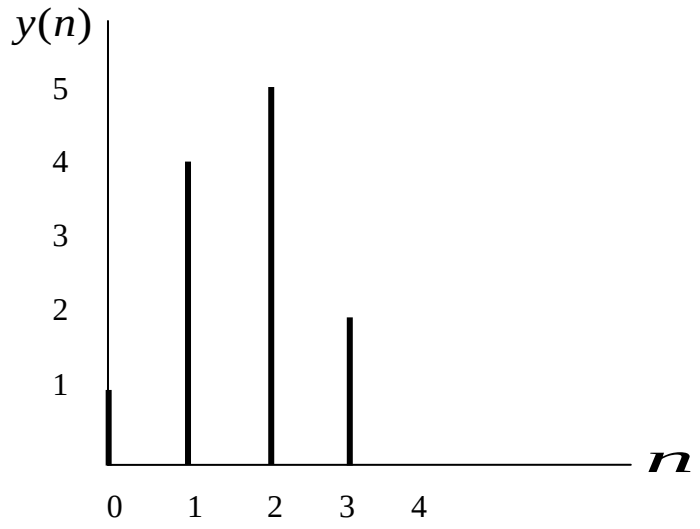


Рисунок 6

Передаточная функция дискретной цепи *H(z)* определяется как

$$\mathrm{H}(\mathrm{Z}) = \sum_{n=0}^{\infty} h(m) \cdot Z^{-n} = 2 \cdot Z^{0} + 3 \cdot Z^{-1} + 1 \cdot Z^{-2} .$$

Схема нерекурсивного фильтра, позволяющего получить рассчитанные {y(n)}, имеет вид, представленный на рисунке 7. Из рисунка 7 видно, что коэффициенты фильтра b_n совпадают с соответствующими отсчетами его импульсной характеристики.

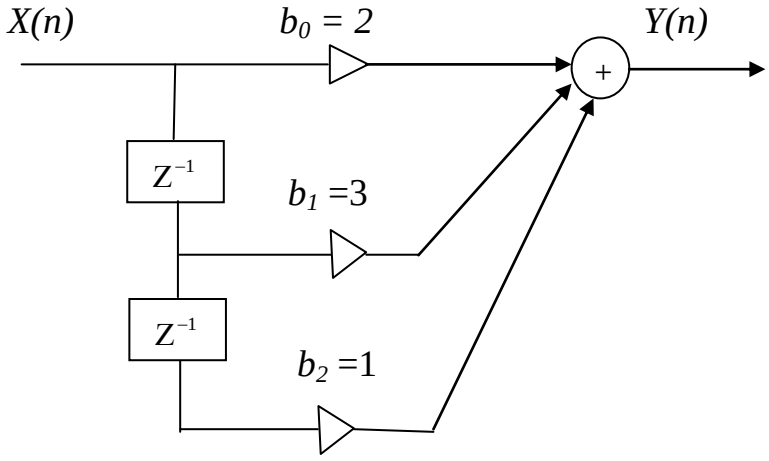


Рисунок 7

Список литературы

1. Солонина А.И., Улахович Д.А., Арбузов С.М., Соловьева Е.Б. Основы цифровой обработки сигналов: курс лекций / Изд. 2-е испр. и перераб.– СПб.: БХВ - Петербург, 2005. - 768 с.

2. Лэй Э. Цифровая обработка сигналов для инженеров и технических специалистов: практическое руководство. – М.: ООО «Группа ИДТ», 2007. – 336 с.

3. Айфичер Эммануил, Джервис Барри. Цифровая обработка сигналов: практический подход. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2004.- 992 с.

4. Ричард Лайонс. Цифровая обработка сигналов: Второе издание. Пер с англ. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2009. – 656 с.

5. Петрищенко С.Н. Цифровая обработка сигналов. Конспект лекций для магистрантов специальности 6М0719 – Радиотехника, электроника и телекоммуникации. - Алматы: АИЭС, 2009. – 36 с.

Сводный план 2014 г., поз. 207

Святослав Николаевич Петрищенко
Нагима Сапаралиевна Бакирова

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В071600 – Приборостроение

Редактор Л.Т. Сластихина
Специалист по стандартизации Н.К. Молдабекова

Подписано в печать _____ Формат 60х84 1/16
Тираж 100 экз. Бумага типографская №1
Объем 1,0 уч.-из.л. Заказ ___ цена 500 тн.

Копировально-множительное бюро
Некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013, Алматы, Байтурсынова, 126

УТВЕРЖДАЮ

Проректор

по учебно-методической работе

_____ С.В.Коньшин

«___» _____ 2014 г.

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Задания и методические указания на выполнение расчетно-графических работ № 1,2 и 3 для бакалавров специальности 5В071600 – Приборостроение

СОГЛАСОВАНО

Начальник УМО
_____ М.А.Мустафин
«___» _____ 2014 г.

Председатель УМК
М.В.Башкиров
«___» _____ 2014 г.

Редактор
_____ З.Т.Абдраимова
«___» _____ 2014 г.

Специалист

по стандартизации
_____ Б.Н.Маутапинова
«___» _____ 2014 г.

Рассмотрено и одобрено

на заседании кафедры Электроники
Протокол № __от «__» ___ 2014 г.
Зав.каф. _____

Составители:

_____ С.Н.Петрищенко
_____ Н.С.Бакирова

Алматы 2014