НКАО «АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ»
Теплоэнергетический факультет
Кафедра технической физики

ФИЗИКА 1

Конспект лекций для студентов специальности
5В071600 – Приборостроение

Алматы 2017

СОСТАВИТЕЛИ: Т.Д. Дауменов, А.И. Кенжебекова. Физика 1. Конспект лекций для студентов специальности 5В071600 – Приборостроение. – Алматы: АУЭС, 2017. – 57 с.

Излагается краткое содержание лекций по дисциплине «Физика 1» для студентов специальности 5В071600 – Приборостроение.

Конспект лекций «Физика 1» представляет собой еще один элемент системы методического обеспечения учебного процесса по дисциплине и может быть использован в качестве раздаточного материала на лекционных занятиях, а также в СРС над теоретическим материалом при подготовке к практическим, лабораторным занятиям и экзаменам.

Ил.18, библиогр. 5 назв.

Рецензент: доцент Ауэзова А. М.

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2017 г.

© НАО Алматинский университет энергетики и связи, 2017 г.

Содержание

Введение……. 4

1Лекция№1.Кинематика материальной точки …….. 5
2 Лекция №2. Динамика материальной точки 7
3 Лекция №3. Динамика вращательного движения…… 10
4 Лекция №4. Законы сохранения в механике…… 12
5Лекция №5. Элементы механики жидкостей……. 16
6 Лекция №6. Колебания……... 20
7 Лекция №7. Упругие волны…….. 24
8 Лекция №8. Статистическая физика и термодинамика……. 26
9 Лекция №9. Основы термодинамики…… 30
10 Лекция №10. Явления переноса…….. 34
11 Лекция №11.Электростатическое поле в вакууме……. 38
12 Лекция №12. Электростатическое поле в веществе……. 41
13 Лекция №13. Постоянный электрический ток …….. 44
14 Лекция №14. Магнитное поле в вакууме …….. 48
15 Лекция №15. Магнитное поле в веществе…… 51
Список литературы ……. 56

Введение

Курс «Физики 1» составляет основу теоретической подготовки бакалавра и играет роль фундаментальной базы будущей деятельности выпускников высшей технической школы.

Задачи курса «Физики1» состоят в том, чтобы:

- раскрыть сущность основных законов, теорий классической и современной физики в их внутренней взаимосвязи и целостности;

- формировать у студентов умение и навыки решения обобщённых типовых задач дисциплины как основы умения решать профессиональные задачи;

- формировать у студентов умение оценивать степень достоверности результатов, полученных экспериментальными или теоретическими методами, ознакомить студентов с современной измерительной аппаратурой, выработать умение и навыки проведения экспериментальных исследований и обработки их результатов, умение выделить конкретное физическое содержание в прикладных задачах будущей специальности.

Курс Физики 1 представляет собой единое целое. Содержание материала и логика его изложения должны быть подчинены перечисленным целям и задачам.

Данный конспект лекций может служить основой учебной деятельности студентов и призван помочь им в более глубоком изучении учебного материала, а также при подготовке к практическим и лабораторным занятиям.

1 Лекция №1. Кинематика. Кинематическое описание движения материальной точки

1.1 Введение

Физика – наука, изучающая закономерности явлений природы, строение и свойства материи и законы ее движения.

Материя – философская категория для обозначения объективной реальности, которая отображается ощущениями человека, существуя независимо от них. Есть 2 вида неживой материи: *вещество и поле.* Они могут переходить друг в друга. Вещество - атомы, молекулы и все тела, состоящие из них. Поля – гравитационные, электромагнитные и т.д. Материя всегда *в непрерывном движении*. Это – неотъемлемое свойство материи. Она существует и движется в пространстве и во времени. Это – *формы бытия материи*.

Физические законы выражают объективные закономерности в природе и формулируются в виде количественных соотношений между физическими величинами. *Опыт* - основной метод исследования в физике. *Гипотеза* – научное предположение для объяснения какого-либо физического явления.

Физика делится на *классическую и квантовую*. Первая начинается с механики Ньютона и заканчивается релятивистской теорией Эйнштейна. *Пределы применимости классической физики определяются критериями*: $m >> m_a$, $v << c$.

Квантовая физика начинается с гипотезы Планка. Физика развивается не автономно, а в тесной связи и взаимодействии с другими науками – математикой, техникой и т.д.

1.2 Механическое движение. Пространство и время. Система отсчета. Физические модели: материальная точка и абсолютно твердое тело

Механика делится *на кинематику, динамику и статику.* В статике рассматривается условие равновесия тел. В кинематике и динамике изучаются законы движения: без учета взаимодействия тел в кинематике и с учетом – в динамике.

Механическое движение – изменение с течением времени положения тел или их частей относительно друг друга. *Система отсчета* – совокупность неподвижных относительно друг друга тел или одно тело, по отношению к которым рассматривается движение, плюс часы. Используемые *модели* в механике – материальная точка (частица) и абсолютно твердое тело.

Движение тел делят на поступательное и вращательное. *Поступательным* является движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной самой себе. *Вращательным* называется движение, при котором все точки тела движутся по окружностям вокруг прямой, являющейся осью вращения.

1.3 Кинематика

Положение частицы в пространстве определяется *радиусом-вектором*, проведенным из начала координат

$$\vec{r} = \vec{i} \cdot x + \vec{j} \cdot y + \vec{k} \cdot z, \qquad (1.1)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные вектора,

x, y, z –координаты частицы.

Кинематические уравнения движения в координатной форме запишем в виде:

$$x = f_1(t);\ y = f_2(t);\ z = f_3(t). \qquad (1.2)$$

Связь между модулем к и координатами известна:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \qquad (1.3)$$

Если частица за некоторое время Δt переместилась из точки 1 в точку 2, то расстояние между ними вдоль траектории называется *путем* ΔS, а вектор, проведенный между точками 1 и 2, является *перемещением* частицы:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Средняя скорость определяется как $\langle\vec{\upsilon}\rangle = \Delta\vec{r} / \Delta t$, а *мгновенная скорость* – формулой:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0}(\Delta\vec{r} / \Delta t) = d\vec{r} / dt, \qquad (1.4)$$

т.е. скорость есть производная радиуса-вектора частицы по времени. Так как $\vec{\upsilon} = \vec{i} \cdot \upsilon_x + \vec{j} \cdot \upsilon_y + \vec{k} \cdot \upsilon_z$, то модуль скорости связан с ее проекциями на координатные оси:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^{\,2} + \upsilon_y^{\,2} + \upsilon_z^{\,2}}.$$

Аналогично определяется ускорение поступательного движения:

$$\vec{a} = d\vec{\upsilon} / dt.$$

Для криволинейного (по траектории) движения полное ускорение состоит из нормального (центростремительного) и тангенциального ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n;\ a = \sqrt{a^2{}_\tau + a^2{}_n} = \sqrt{(d\upsilon / dt)^2 + (\upsilon^2 / R)^2}. \qquad (1.5)$$

Кинематическое уравнение вращательного движения твердого тела: $\varphi = f(t)$, где φ - угол поворота является аналогом пути ΔS.

Мгновенная и средняя угловые скорости выражаются соответственно как

$$\omega = d\varphi / dt \text{ и } \langle\omega\rangle = \Delta\varphi / \Delta t. \qquad (1.6)$$

Угловое ускорение:

$$\vec{\beta} = d\vec{\omega} / dt. \qquad (1.7)$$

При равномерном вращении справедливы следующие уравнения:

$$\varphi = \omega \cdot t\,;\ \omega = const\,;\ \beta = 0\,; \omega = 2\pi \cdot n\,;\ \ n = 1/T\,, \qquad (1.8)$$

где n – частота вращения;

T – период.

При ускоренном вращении тела кинематические уравнения:

$$\varphi = \omega_0 \cdot t + \beta t^2 / 2 \ \text{ и } \ \omega = \omega_0 + \beta \cdot t \qquad (1.9)$$

напоминают формулы поступательного равноускоренного движения.

Укажем связь характеристик поступательного и вращательного движений:

$$\text{а) } dS = Rd\varphi\,;\ \text{б) } \vec{v} = [\vec{\omega}\vec{r}]\,;\ \text{в) } \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}\,;\ \text{г) } a_\tau = [\vec{\varepsilon}\vec{r}]\,;\ \text{д) } \vec{\omega} = d\vec{\varphi}/dt\,. \qquad (1.10)$$

2 Лекция №2. Динамика материальной точки

2.1 Законы Ньютона. Динамика поступательного движения

Галилей впервые показал, что действием силы объясняется не сохранение скорости, а ее изменение, т.е. ускорение. Сохранение скорости тела обеспечивается в силу закона инерции, т.е. первый закон Ньютона был сформулирован еще Галилеем. Первый закон является независимым от второго, поскольку в нем утверждается *существование в природе инерциальных систем отсчета*, т.е. систем, описание движения в которых является наиболее простым. В частности, если F= 0, то и a = 0, и тело сохраняет прежнее состояние.

Основная задача динамики – дать количественное соотношение между силой и ускорением.

Состояние системы частиц или тела считается заданным, если известны координаты и скорость тела в данный момент времени.

Системой материальных точек называется совокупность конечного их числа. На систему могут действовать *внешние и внутренние силы*. Считается, что внутренние силы удовлетворяют 3-му закону Ньютона.

Уравнением движения в динамике является второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F};\quad m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F};\ m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F};\ \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}\,. \qquad (2.1)$$

Его решение позволяет определить законы движения частиц или тел.

Импульс системы – сумма импульсов частиц (свойство аддитивности):

$$\vec{p} = m\vec{v} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n\,. \qquad (2.2)$$

Третий закон Ньютона описывает равенства действия и противодействия:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2\,. \qquad (2.3)$$

Эти силы приложены к *разным* материальным точкам (телам), всегда действуют *парами* и являются силами *одной природы.*

Третий закон Ньютона позволяет осуществить переход от динамики *отдельной* материальной точки к динамике *системы* материальных точек.

Это следует из того, что и для системы материальных точек взаимодействие сводится к силам парного взаимодействия между материальными точками.

2.2 Силы трения

Обсуждая до сих пор силы, мы не интересовались их происхождением. Однако в механике мы будем рассматривать различные силы: трения, упругости, тяготения.

Из опыта известно, что всякое тело, движущееся по горизонтальной поверхности другого тела, при отсутствии действия на него других сил с течением времени замедляет свое движение и в конце концов останавливается. Это можно объяснить существованием *силы трения*, которая препятствует скольжению соприкасающихся тел друг относительно друга. Силы трения зависят от относительных скоростей тел. Силы трения могут быть разной природы, но в результате их действия механическая энергия всегда превращается во внутреннюю энергию соприкасающихся тел.

Различают внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое или вязкое) трение. *Внешним трением* называется трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении. Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, говорят о трении покоя, если же происходит относительное перемещение этих тел, то в зависимости от характера их относительного движения говорят о *трении скольжения, качения* или *верчения.*

Внутренним трением называется трение между частями одного и того же тела, например, между различными слоями жидкости или газа, скорости которых меняются от слоя к слою. В отличие от внешнего трения здесь отсутствует трение покоя. Если тела скользят относительно друг друга и разделены прослойкой вязкой жидкости (смазки), то трение происходит в слое смазки. В таком случае говорят о *гидродинамическом трении* (слой смазки достаточно толстый) и граничном трении (толщина смазочной прослойки ≈0,1 мкм и меньше).

Обсудим некоторые закономерности внешнего трения. Это трение обусловлено шероховатостью соприкасающихся поверхностей; в случае же очень гладких поверхностей трение обусловлено силами межмолекулярного притяжения.

Рассмотрим лежащее на плоскости тело (рисунок 2.1), к которому приложена горизонтальная сила F. Тело придет в движение лишь тогда, когда приложенная сила F будет больше силы трения $F_{тр}$. Французские физики Г. Амонтон (1663—1705) и Ш. Кулон (1736—1806) опытным путем установили следующий *закон*: сила трения скольжения $F_{тр}$ пропорциональна силе N нормального давления, с которой одно тело действует на другое:

$$F_{тр} = f N ,$$

где f — коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей.

Найдем значение коэффициента трения. Если тело находится на наклонной плоскости с углом наклона α (рисунок 2.2), то оно приходит в движение, только когда тангенциальная составляющая F силы тяжести P больше силы трения $F_{тр}$. Следовательно, в предельном случае (начало скольжения тела) $F=F_{тр}$. или $P\sin\alpha_0 = f N = f P \cos\alpha_0$, откуда:

$$f = \operatorname{tg}\alpha_0.$$

Таким образом, коэффициент трения равен тангенсу угла α_0, при котором начинается скольжение тела по наклонной плоскости.

Для гладких поверхностей определенную роль начинает играть межмолекулярное притяжение. Для них применяется *закон трения скольжения:*

$$F_{тр} = f_{ист} (N + Sp_0),$$

где p_0 — добавочное давление, обусловленное силами межмолекулярного притяжения, которые быстро уменьшаются с увеличением расстояния между частицами;

S — площадь контакта между телами;

$f_{ист}$ — истинный коэффициент трения скольжения.

Трение играет большую роль в природе и технике. Благодаря трению движется транспорт, удерживается забитый в стену гвоздь и т. д.

В некоторых случаях силы трения оказывают вредное действие и поэтому их надо уменьшать. Для этого на трущиеся поверхности наносят смазку (сила трения уменьшается примерно в 10 раз), которая заполняет неровности между этими поверхностями и располагается тонким слоем между ними так, что поверхности как бы перестают касаться друг друга, а скользят друг относительно друга отдельные слои жидкости. Таким образом, внешнее трение твердых тел заменяется значительно меньшим внутренним трением
жидкости.

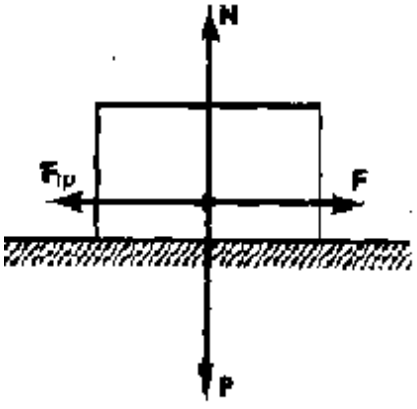


Рисунок 2.1

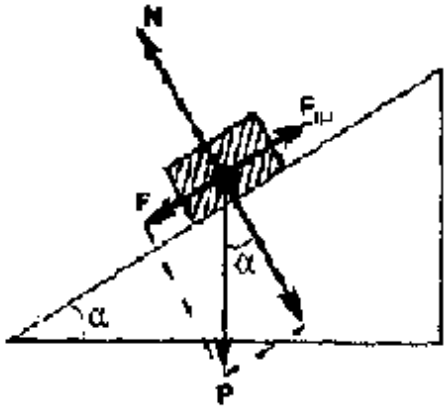


Рисунок 2.2

Радикальным способом уменьшения силы трения является замена трения скольжения трением качения (шариковые и роликовые подшипники и т. д.). Сила трения качения определяется по закону, установленному Кулоном:

$$F_{тр}=f_к N/r, \qquad (2.4)$$

где r — радиус катящегося тела;

$f_к$ — коэффициент трения качения, имеющий размерность dim $f_к$ =L.

Из (2.4) следует, что сила трения качения обратно пропорциональна радиусу катящегося тела.

3 Лекция №3. Динамика вращательного движения

3.1 Основные понятия динамики вращательного движения: момент импульса, момент силы, момент инерции

Момент импульса частицы относительно точки О называется вектор, равный:

$$\vec{L}_0 = [\vec{r} \cdot \vec{p}], \qquad (3.1)$$

где $\vec{r}$ – радиус вектор частицы в данный момент времени; $\vec{p}$ – ее импульс ($\vec{p} = m\vec{v}$).

Вектор момента импульса перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы $\vec{r}$ и $\vec{p}$ (рисунок 3.1).

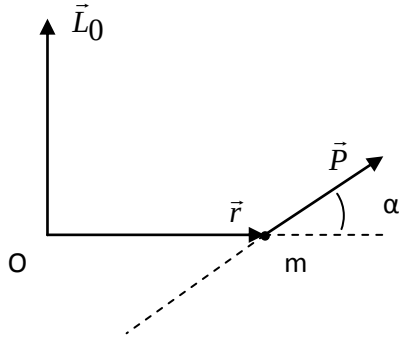


Рисунок 3.1

Момент импульса системы частиц равен векторной сумме моментов импульсов всех частиц системы:

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_{0i} \quad \text{(аналогично: } \vec{p} = \sum \vec{p}_i \text{)}. \qquad (3.2)$$

Моментом силы относительно точки О называется вектор $\vec{M}_0$, равный:

$$\vec{M}_0 = [\vec{r} \cdot \vec{F}], \qquad (3.3)$$

где $\vec{r}$ – радиус–вектор точки приложения силы $\vec{F}$.

Момент силы характеризует способность силы вызывать вращение тела вокруг точки, относительно которой он берется. Тело, закрепленное в точке О, под действием силы $\vec{F}$ повернется вокруг оси, совпадающей с направлением момента $\vec{M}$ (рисунок 3.2).

Взяв производную по времени от (3.1), можно показать, что скорость изменения момента импульса частицы определяется моментом силы:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} . \qquad (3.4)$$

Соотношение (3.4) есть уравнение моментов.

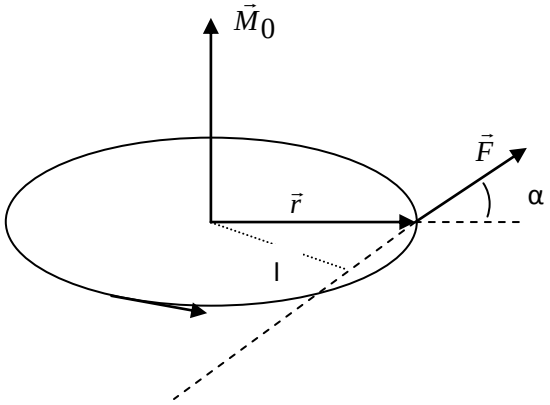


Рисунок 3.2

Пусть твердое тело может вращаться вокруг закрепленной оси Oz. К телу приложена сила $\vec{F}$. *Моментом силы* $\vec{F}$ *относительно оси Oz* называется проекция M_z момента силы $\vec{M}_0$ относительно точки О. Он характеризует способность данной силы вызвать вращение вокруг данной оси и равен:

$$M_z = ([\vec{r} \cdot \vec{F}])_z = RF_{\perp} \sin\alpha = F_{\perp} l \,, \qquad (3.5)$$

где l – плечо силы $F_{\perp}$, равное $R \sin\alpha$;

$\vec{R}$ – радиус-вектор, проведенный от оси в точку приложения силы в плоскости, перпендикулярной оси;

$F_{\perp}$ – проекция силы $\vec{F}$ на эту плоскость.

Чтобы определить момент импульса тела относительно оси, надо взять проекцию на эту ось суммарного момента импульса относительно точки О всех частиц этого тела (рисунок 3.3):

$$L_z = (\sum \vec{L}_{0i})_z = (\sum [m_i \cdot \vec{r}_i \cdot \vec{v}_i])_z \,. \qquad (3.6)$$

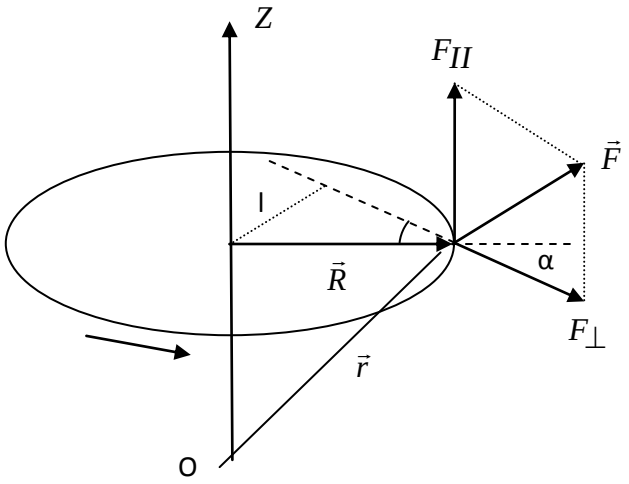


Рисунок 3.3

Легко убедиться в том, что это выражение (3.6) можно преобразовать к виду:

$$L_z = \sum \omega \cdot m_i \cdot R_i^2 = \omega \cdot \sum m_i \cdot R_i^2 \ . \qquad (3.7)$$

Величина

$$J_z = \sum m_i \cdot R_i^2 \qquad (3.8)$$

называется моментом инерции тела относительно оси. Момент инерции зависит от распределения массы тела вокруг оси и характеризует инертные свойства тела при вращательном движении. Таким образом, имеем

$$L_Z = J_Z \cdot \omega, \text{ или } \vec{L} = J \cdot \vec{\omega} \ . \qquad (3.9)$$

Из (3.3) и (3.4) с учётом (3.9) получим:

$$M_Z = J_Z \cdot \varepsilon, \qquad (3.10)$$

где M_Z – момент всех сил, приложенных к телу, относительно оси Z;

J_Z – момент инерции тела относительно данной оси;

ε – угловое ускорение вращающегося тела.

Выражение (3.10) представляет собой основной закон динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.

4 Лекция №4. Законы сохранения в механике

4.1 Закон сохранения импульса

Законы сохранения импульса, момента импульса и энергии выделяются среди других законов своей всеобщностью. *Это фундаментальные законы природы, которые выполняются не только в классической, но и в релятивистской физике и квантовой механике.*

Все законы сохранения были открыты вначале опытным путем как обобщение огромного количества экспериментальных фактов. Позже пришло понимание глубокой взаимосвязи этих законов, позволившее не только осмыслить их всеобщность, но и предсказать, в каких условиях тот или иной закон сохранения может видоизменять свою форму.

4.1 Закон сохранения импульса

Закон сохранения импульса есть общий закон природы, в основе которого лежит *однородность пространства*, т.е. одинаковость свойств пространства во всех ее точках.

Закон сохранения импульса соблюдается только для изолированных систем. Действительно, если система помещена во внешнее поле сил, то для нее разные области пространства уже не будут эквивалентны.

Изолированной, или замкнутой, системой называется система (совокупность взаимодействующих между собой тел), на которую не действуют внешние силы.

Полный импульс замкнутой системы материальных точек (тел) не изменяется с течением времени:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0, \qquad \vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = const . \tag{4.1}$$

4.2 Закон сохранения момента импульса

При выводе основного закона динамики вращательного движения мы рассматривали твердое тело как систему материальных точек и пришли к соотношению:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} , \tag{4.2}$$

где $\vec{L} = \sum \vec{L}_i$ – момент импульса системы;

$\vec{M}$ – суммарный момент внешних сил, действующих на систему.

Сумма моментов внутренних сил всегда для любой системы равна нулю.

Если внешние силы отсутствуют (система замкнута), то $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, следовательно, $\vec{L} = const$.

Момент импульса замкнутой системы материальных точек (тел) остается постоянным:

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = const . \tag{4.3}$$

Если тело вращается вокруг неподвижной оси и $M_z = 0$, то $L_z = const$. Учитывая , что $L_z = I\omega$, получаем:

$$\sum_{i=1}^{N} L_z = I_i\omega_i = const \ . \tag{4.4}$$

Закон сохранения момента импульса подобно закону сохранения импульса является фундаментальным законом природы. В основе его лежит *свойство изотропности пространства*, т.е. поворот замкнутой системы как целого не отражается на ее механических свойствах.

4.3 Закон сохранения энергии в механике

4.3.1 Энергия, работа, мощность

Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие работы силы. *Работа есть мера изменения энергии в процессах силового взаимодействия.*

Элементарной работой силы $\vec{F}$ на перемещении $d\vec{r}$ называется скалярная величина:

$$dA = \left(\vec{F}d\vec{r}\right) = Fds\cos\alpha = F_s ds, \qquad (4.5)$$

где α – угол между силой $\vec{F}$ и перемещением $d\vec{r}$;

$ds = [d\vec{r}]$ - элементарный путь;

F_s - проекция силы на перемещение.

При перемещении тела на конечное расстояние полная работа выражается криволинейным интегралом вдоль траектории движения:

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_s \left(\vec{F}d\vec{r}\right) = \int_s F_s ds. \qquad (4.6)$$

Работа силы – величина алгебраическая, она может быть положительной, отрицательной и равна нулю. Единица работы – джоуль (Дж): 1Дж - работа, совершаемая силой 1 Н на пути 1 м (1 Дж = 1 нм).

Физическая величина, равная работе, отнесенной к единице времени, называется мощностью:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v}\ . \qquad (4.7)$$

Единица мощности – ватт (Вт): (1 Вт = 1 Дж/с).

4.3.2 Кинетическая энергия

Сила $\vec{F}$, действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия тела возрастает на величину затраченной работы, т.е. она идет на увеличение кинетической энергии:

$$dA = dE_k, \qquad (4.8)$$

используя второй закон Ньютона:

$$dA = m\frac{d\vec{v}}{dt}d\vec{r}, \qquad (4.9)$$

Откуда

$$E_k = \int_0^v mvdv = mv^2/2 = p^2/2m. \qquad (4.10)$$

Видно, что кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела, т.е. кинетическая энергия системы есть функция состояния ее движения.

При вращательном движении твердого тела вокруг неподвижной оси его кинетическая энергия равна:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I}. \qquad (4.11)$$

Выражения (4.10) и (4.11) справедливы только для нерелятивистских частиц ($v<<c$). Уравнение (4.10) справедливо и в случае, когда на частицу действует несколько сил. Тогда A_{12} – сумма работ всех сил. Таким образом, *изменение кинетической энергии частицы равно работе всех сил, действующих на эту частицу:*

$$A_{12}=E_{k2}-E_{k1}\ . \qquad (4.12)$$

4.3.3 Потенциальная энергия

Потенциальная энергия – механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Если взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей (поля упругих сил, поля гравитационных сил), и работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое не зависит от формы пути, а зависит только от начального и конечного положений; такие поля называются *потенциальными*, а силы, действующие в них, – *консервативными*. Если же работа, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то такая сила называется *диссипативной*, ее примером служит сила трения.

В потенциальном поле работа совершается за счет убыли потенциальной энергии:

$$dA=-dE_p, \qquad (4.13)$$

так как

$$\vec{F}d\vec{r}=-dE_p, \qquad (4.14)$$

следовательно

$$E_p=-\int \vec{F}d\vec{r}+C,$$

где С- постоянная интегрирования, т.е. потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной, на уровне отсчета ее можно принять равной нулю.

Для консервативных сил:

$$\vec{F}=-gradE_p. \qquad (4.15)$$

Закон сохранения и превращения энергии является одним из фундаментальных законов природы. В основе сохранения энергии лежит *однородность времени*, т.е. равнозначность всех моментов времени. Закон сохранения и превращения энергии имеет глубокий физический смысл. Он подтверждает положение о том, что движение является неотъемлемым свойством материи, оно несотворимо и неуничтожимо, а лишь преобразуется из одних форм в другие.

Рассмотрим полную механическую энергию частицы и системы частиц.

Пусть на частицу действуют консервативные силы $\vec{F}^*$ и неконсервативные $\vec{F}$. Тогда

$$E_{k2}-E_{k1}=A_{12}^*+A_{12}. \qquad (4.16)$$

Так как $A_{12}^*=E_{p1}-E_{p2}$, получим:

$$(E_{k2}+E_{p2})-(E_{k1}+E_{p1})=A_{12}\ . \qquad (4.17)$$

Полная механическая энергия частицы E есть сумма её кинетической и потенциальной энергий. Изменение полной механической энергии частицы, находящейся в поле консервативных сил, равно работе неконсервативных сил, действующих на частицу:

$$E_2-E_1=A_{12}\ . \qquad (4.18)$$

Энергия системы N невзаимодействующих частиц определяется как сумма всех энергий частиц, составляющих данную систему:

$$E=\sum_{i=1}^{N}E_i=\sum_{i=1}^{N}(E_{ki}+E_{pI})\ . \qquad (4.19)$$

Если частицы взаимодействуют между собой, следует учесть энергию их взаимодействия, которая уже не является аддитивной величиной:

$$E=\sum_{i=1}^{N}(E_{ki}+E_{pi})+E_{вз}\ . \qquad (4.20)$$

Если между частицами системы действуют только консервативные силы (такая система называется консервативной), а внешние силы отсутствуют ($A_{12}=0$), то ее полная механическая энергия сохраняется, как это следует из формулы (4.18). Это утверждение и есть закон сохранения полной механической энергии. Очевидно, что *полная механическая энергия сохраняется лишь для замкнутой консервативной системы тел*.

5 Лекция №5. Элементы механики жидкостей

5.1 Давление в жидкости и газе

В механике с большой степенью точности жидкости и газы рассматриваются как сплошные, непрерывно распределенные в занятой ими части пространства. Свойства жидкостей и газов во многом отличаются, однако в ряде механических явлений их поведение определяется одинаковыми параметрами и идентичными уравнениями. Поэтому *гидроаэромеханика* - раздел физики, изучающий равновесие и движение жидкостей и газов, их взаимодействие между собой и обтекаемыми ими твердыми телами,- использует единый подход к изучению жидкостей и газов.

Плотность газов от давления зависит существенно. Сжимаемостью жидкости и газа во многих задачах можно пренебречь и пользоваться единым понятием *несжимаемой жидкости* - жидкости, плотность которой всюду одинакова и не изменяется со временем.

Физическая величина, определяемая нормальной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади, называется *давлением* p жидкости:

$$p=\Delta F/\Delta S \qquad (5.1)$$

Единица давления – *паскаль* (Па): 1 Па равен давлению, создаваемому силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью $1м^2$.

Если жидкость несжимаема, то при поперечном сечении S столба жидкости, его высоте h и плотности ρ вес $P = \rho gSh$, а давление на нижнее основание:

$$p = P/S = \rho gSh/S = \rho gh, \qquad (5.2)$$

т.е. давление изменяется линейно с высотой. Давление (5.2) называется *гидростатическим давлением*. Согласно этой формуле, сила давления на нижние слои жидкости будет больше, чем на верхние, поэтому на тело, погруженное в жидкость, действует сила, определяемая *законом Архимеда:* на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкости направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа):

$$F_A = \rho gV, \qquad (5.3)$$

где ρ - плотность жидкости;

V - объем погруженного в жидкость тела.

5.2 Уравнение неразрывности

Движение жидкостей называется *течением*, а совокупность частиц движущейся жидкости – *потоком.* Графически движение жидкостей изображается с помощью *линий тока,* которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости жидкости в соответствующих точках пространства.

Часть жидкости, ограниченную линиями тока называют *трубкой тока.* Течение жидкости называется *установившимся* (или *стационарным*), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

Рассмотрим какую-либо трубку тока. Выберем два ее сечения S_1 и S_2, перпендикулярные направлению скорости (рисунок 5.1). За время Δt через сечение S проходит объем жидкости $Sv\Delta t$; следовательно, за 1 с через S_1 пройдет объем жидкости S_1v_1, а через сечение S_2 - S_2v_2 за то же самое время, т.е.

$$S_1v_1 = S_2v_2 = const. \qquad (5.4)$$

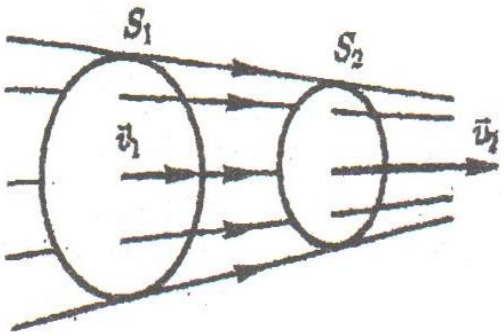


Рисунок 5.1

Следовательно, произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока. Соотношение (5.4) называется *уравнением неразрывности* для несжимаемой жидкости.

5.3 Уравнение Бернулли и следствия из него

Выделим трубку тока, ограниченную сечениями S_1 и S_2, по которой слева направо течет жидкость (рисунок 5.2). Пусть в месте сечения S_1 скорость течения v_1, давление p_1 и высота, на которой это сечение расположено, h_1. В месте сечения S_2 скорость течения v_2, давление p_2 и высота сечения h_2. За малый промежуток времени Δt жидкость перемещается от сечения S_1 к сечению S_1', от S_2 к S_2'.

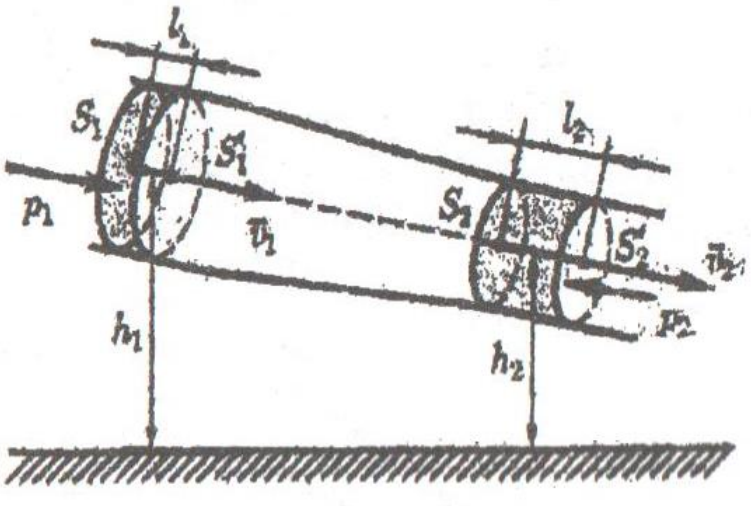


Рисунок 5.2

Согласно закону сохранения энергии, изменение полной энергии $E_2 - E_1$ идеальной несжимаемой жидкости должно быть равно работе A внешних сил по перемещению массы m жидкости:

$$E_2 - E_1 = A. \qquad (5.5)$$

С другой стороны, A - это работа, совершаемая при перемещении всей жидкости, заключенной между сечениями S_1 и S_2 за рассматриваемый малый промежуток времени Δt. Для перенесения массы m от S_1 до S_1' жидкость должна переместиться на расстояние $l_1 = v_1 \Delta t$ и от S_2 до S_2' - на расстояние $l_2 = v_2 \Delta t$. Эти расстояния настолько малы, что для каждого сечения можно приписать постоянные значения скорости, давления и высоты. Следовательно,

$$E_2 - E_1 = A = F_1 l_1 + F_2 l_2 , \qquad (5.6)$$

где $F_1 = p_1 S_1$ и $F_2 = -p_2 S_2$ (отрицательна, т.к. направлена в сторону, противоположную течению жидкости). Полные энергии для каждого сечения имеют вид:

$$E_1 = \frac{m v_1^2}{2} + mgh_1 , \qquad (5.7)$$

$$E_2 = \frac{m v_2^2}{2} + mgh_2 . \qquad (5.8)$$

Подставляя (5.7) и (5.8) в (5.6) , получим:

$$\frac{m v_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 v_1 \Delta t = \frac{m v_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 S_2 v_2 \Delta t , \qquad (5.9)$$

Согласно уравнению неразрывности (5.4), объем, занимаемый жидкостью, остается постоянным, т.е.:

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t . \qquad (5.10)$$

Разделив выражение (5.9) на (5.10), получим:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 , \qquad (5.11)$$

где ρ - плотность жидкости.

Но так как сечения выбирались произвольно, то можем записать:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const . \qquad (5.12)$$

Выражение (5.12) называется *уравнением Бернулли*, оно – выражение закона сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости. Это уравнение хорошо выполняется и для реальных жидкостей, внутреннее трение которых не очень велико.

Величина p в формуле (5.12) называется *статическим давлением* (давление жидкости на поверхность обтекаемого ею тела), величина $\rho v^2 / 2$ - *динамическим давлением.*

Для горизонтальной трубки ($h_1 = h_2$) выражение (5.12) принимает вид:

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = const , \qquad (5.13)$$

где $p + \rho v^2 / 2$ называется *полным давлением.*

Уравнение Бернулли используется для нахождения скорости истечения жидкости через отверстие в стенке или дне сосуда. Рассмотрим цилиндрический сосуд с жидкостью, в боковой стенке которого на некоторой глубине ниже уровня жидкости имеется маленькое отверстие (рисунок 5.3).

При использовании уравнения (5.11) для данного случая надо учесть, давление будет одинаково для двух сечений, тогда это уравнение примет вид:

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 = \frac{v_2^2}{2} + gh_2 . \qquad (5.14)$$

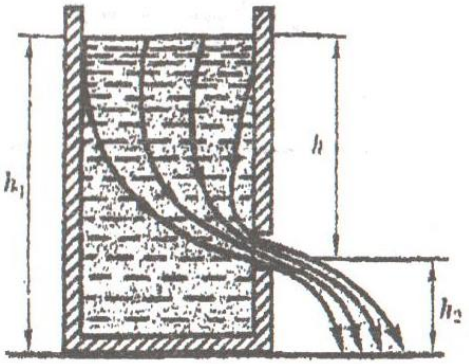


Рисунок 5.3

Из уравнения неразрывности (5.4) следует, что $S_1 / S_2 = v_2 / v_1$ и с учетом того, что $S_1 \succ\succ S_2$, членом $v_1^{\,2} / 2$ можно пренебречь и

$$v_2^{\,2} = 2g(h_1 - h_2) = 2gh \qquad (5.15)$$

откуда

$$v_2 = \sqrt{2gh} . \qquad (5.16)$$

Это выражение получило название *формулы Торричелли.*

6 Лекция №6. Колебания

6.1 Колебания – общее понятие и классификация

Колебания наблюдаются в системах самой разнообразной природы. *Колебания* относятся к процессам, которые точно или приблизительно *повторяются через одинаковые промежутки времени.* Независимо от природы колебания подчиняются одним и тем же законам, поэтому для их описания используют одинаковый математический аппарат.

Различают *свободные* и *вынужденные колебания*, *автоколебания* и т.д.

Свободные (или *собственные)* это - колебания, которые:

а) возникают из-за начального отклонения от состояния равновесия;

б) происходят свободно.

По форме колебания различают гармонические, пилообразные, П-образные и другие.

6.2. Общая характеристика гармонических колебаний

Периодические колебания величины $\xi(t)$ называются *гармоническими*, если они происходят по закону *синуса* или *косинуса*:

$$\xi(t) = A\cos(\omega t+\varphi_0), \qquad (6.1)$$

где $\xi(t)$ характеризует изменение какой-либо физической величины (тока и т.д.);

A – амплитуда колебаний, т. е. максимальное смещение величины. Значение колеблющейся величины $\xi(t)$ в произвольный момент времени t определяется значением фазы колебаний:

$$\varphi(t)=\omega t+\varphi_0, \qquad (6.2)$$

где ω - циклическая (круговая) частота;

φ_0 – начальная фаза, то есть фаза в момент времени t=0.

$$\omega=2\pi\nu=2\pi / T, \qquad (6.3)$$

где $\nu=1/T$ – *частота* колебаний, которая определяет *число колебаний в единицу времени* и измеряется в герцах (Гц). 1 Гц=1 c^{-1}.

Период колебания T – это *время, за которое происходит одно полное колебание*. За промежуток времени, равный периоду T, фаза гармонических колебаний изменяется на 2π.

Амплитуда и начальная фаза определяются начальными условиями, а частота (или период) – параметрами колебательной системы.

Найдем первую и вторую производные колеблющейся по гармоническому закону физической величины ξ(t):

$$d\xi/dt= -A\omega\sin(\omega t+\varphi_0)=A\cos(\omega t+\varphi_0 +\pi/2), \qquad (6.4)$$

$$d^2\xi/dt^2= -A\omega^2\cos(\omega t+\varphi_0)=A\omega^2\cos(\omega t+\varphi_0+ \pi). \qquad (6.5)$$

В случае механических колебаний величина ξ имеет смысл координаты колеблющейся материальной точки, а $d\xi/dt$ и $d^2\xi/dt^2$ – соответственно ее скорости и ускорения.

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний второго порядка однородное; *линейное* относительно функции $\xi(t)$ *однородное:*

$$d^2\xi/dt^2 + \omega^2\xi(t)=0. \qquad (6.6)$$

6.3 Затухающие и вынужденные колебания

Затухающие колебания рассмотрим на примере пружинного маятника массой m, совершающего малые колебания под действием упругой силы $F = kx$, сила трения пропорциональна скорости, т.е. $F_t = -rv = -r\dot{x}$,

где r - коэффициент сопротивления; знак минус указывает на противоположные направления силы трения и скорости. При данных условиях дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний маятника может быть записано в виде:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (6.7)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $\delta = r/2m$ - коэффициент затухания .

Решение дифференциального уравнения (6.7) имеет вид:

$$x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi) \qquad (6.8)$$

где

$$A = A_0 e^{-\delta t} \qquad (6.9)$$

амплитуда затухающих колебаний; A_o – начальная амплитуда.

Промежуток времени $\tau = 1/\delta$, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз, называется временем релаксации.

Ослабление амплитуды колебаний со временем показано на рисунке 6.1.

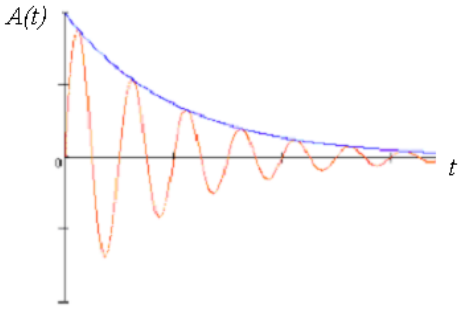


Рисунок 6.1

Период затухающих колебаний с учетом формулы $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ равен:

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}\ . \qquad (6.10)$$

Натуральный логарифм отношения двух последовательных амплитуд;

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e} \qquad (6.11)$$

называется логарифмическим декрементом затухания;

N_e – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

Добротность колебательной системы при малых значениях логарифмического декремента равна:

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta}\ . \qquad (6.12)$$

Из последней формулы видно, что добротность пропорциональна числу колебаний N_e , совершаемых системой за время релаксации.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний можно получить, если потери энергии будут компенсированы с помощью периодически действующей силы F(t), изменяющейся по гармоническому закону:

$$F = F_0 \cos \omega t . \qquad (6.13)$$

При этом дифференциальное уравнение может быть записано в следующем виде:

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = (F_0 / m)\cos \omega t . \qquad (6.14)$$

Решение этого неоднородного дифференциального уравнения II-ого порядка представляет собой сумму общего решения однородного уравнения (без правой части) и частного решения неоднородного уравнения. Нас интересуют только *установившиеся колебания*, т.е. частное решение этого уравнения:

$$x = A\cos(\omega t - \varphi), \qquad (6.15)$$

где A – амплитуда установившихся вынужденных колебаний; она зависит от частоты ω вынуждающей силы.

Амплитуда смещения определяется выражением:

$$A_\omega = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \qquad (6.16)$$

Сдвиг фаз φ между внешней гармонической силой и вызываемыми ею *колебаниями* находится по формуле:

$$tg\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0{}^2 - \omega^2} . \qquad (6.17)$$

На рисунке 6.2 приведен график зависимости амплитуды вынужденных колебаний A_ω от частоты ω внешней силы. При возрастании ω амплитуда также растет, достигая максимума при частоте, близкой к собственной частоте ω_0, а затем убывает, стремясь в пределе к нулю при $\omega \to \infty$.

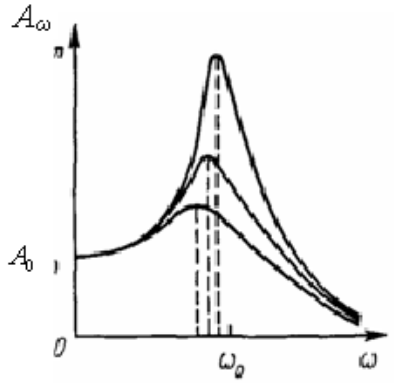


Рисунок 6.2

Резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты ω к собственной частоте ω_0 колебательной системы называется *резонансом*. Из условия $\frac{dA_\omega}{d\omega} = 0$ найдем ω_p , которая называется резонансной частотой, она равна:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0{}^2 - 2\beta^2} . \qquad (6.18)$$

Амплитуда смещения при резонансе равна:

$$A_p = \frac{\xi_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^{\,2} - \beta^2}}, \qquad (6.19)$$

сдвиг фаз φ:

$$tg\varphi = \frac{2\beta\sqrt{\omega_0^{\,2} - 2\beta^2}}{\omega_0^{\,2} - \omega_0^{\,2} + 2\beta^2} = \frac{\sqrt{\omega_0^{\,2} - 2\beta^2}}{\beta}. \qquad (6.20)$$

7 Лекция №7. Упругие волны

7.1 Общая характеристика волновых процессов

Волновые процессы окружают нас всюду: волны океанов, волны сейсмические, волны звука, электромагнитные волны – свет, радиоволны и т.д.

Главная замечательная особенность волнового движения – оно может *переносить энергию на громадные расстояния* с очень малыми потерями.

В первом приближении все среды, кроме разреженных газов, можно считать абсолютно упругими (линейными) при малых деформациях, пропорциональны величине деформации. Источник – колебательная система (мембрана телефона или ножки камертона), колеблясь, взаимодействует с частицами, находящимися в прилегающем слое среды. Частицы не переносятся волной, переносится энергия.

Различают *продольные* и *поперечные* волны в зависимости от того, *вдоль* или *поперек направления распространения волны* колеблются частицы. Оказывается, что в газах и жидких средах могут распространяться лишь продольные волны, а в твердых телах распространяются и продольные, и поперечные волны.

Положим, система колеблется по гармоническому закону $\xi = A\cos\omega t$. Частица, отстоящая от источника на расстоянии *x,* начнет совершать колебания тогда, когда до нее дойдет начало возмущения. Если скорость распространения возмущения в среде υ, то возмущение дойдет до данной точки за промежуток времени, равный υ/t. Тогда колебания частиц среды с координатой равновесного положения *x* будут происходить по закону:

$$\xi(x,t) = A\cos\omega(t - x/\upsilon). \qquad (7.1)$$

Это - уравнение бегущей плоской волны.

Различают *продольные* и *поперечные* волны в зависимости от того, *вдоль* или *поперек направления распространения волны* колеблются частицы. Оказывается, что в газах и жидких средах могут распространяться лишь продольные волны, а в твердых телах распространяются и продольные, и поперечные волны.

7.2 Уравнения плоской и сферической волн

Волна называется *плоской,* если волновые поверхности имеют форму плоскости . В том случае, когда плоская волна распространяется вдоль оси *OX*, ее волновые поверхности – это плоскости, перпендикулярные данной оси (при условии однородной по своим свойствам среды). Соответственно, волновые поверхности *сферической волны*, распространяющейся в изотропной и однородной среде, – это множество концентрических сфер.

Уравнение сферической гармонической волны имеет вид:

$$\xi(r,t) = (a_0 / r)\cos\omega(t - \frac{r}{v}), \qquad (7.2)$$

где a_0 - коэффициент, равный амплитуде колебаний на расстоянии 1 м от точечного источника.

Определим длину волны. Расстояние λ между ближайшими точками среды (вдоль направления распространения волны), в которых частицы колеблются с разностью фаз 2π, называется *длиной:*

$$\lambda = v \cdot T = \upsilon / \nu . \qquad (7.3)$$

Другой важной характеристикой волны является *волновое число k:*

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{\lambda\nu} = \omega/\upsilon , \qquad (7.4)$$

где υ – *фазовая скорость* волны, то есть скорость, с которой распространяется *фиксированная фаза* волны.

С введением волнового числа уравнение волны можно записать:

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx). \qquad (7.5)$$

Уравнение бегущей сферической гармонической волны, распространяющейся в однородной изотропной поглощающей среде, имеет вид:

$$\xi(\vec{r},t) = \frac{a_0}{r}\exp(-\gamma r)\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \qquad (7.6)$$

7.3 Волновое уравнение

Аналогично тому, как существуют основные уравнения динамики, которым подчиняются разнообразные механические движения (материальной точки, твердого тела), так и для волновых движений открыты основные уравнения, описывающие волновые процессы независимо от их природы и конкретного вида.

В общем виде *волновое уравнение*, описывающее распространение волн в произвольном направлении, представляет собой линейное однородное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка:

$$\Delta\xi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\xi}{dt^2} \ , \qquad (7.8)$$

здесь v – *фазовая скорость*;

$\nabla^2 = \Delta$ - оператор Лапласа

В декартовых координатах он имеет вид:

$$\Delta\xi=\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}. \qquad (7.9)$$

7.4 Энергия упругих волн. Вектор Умова

За счет источника волнового движения и ее энергии возникают колебания частиц. Передача энергии от колеблющегося тела к частицам среды называется *излучением*. Упругая среда, в которой распространяется механическая волна, обладает дополнительной энергией, которая складывается из кинетической энергии колебательного движения частиц среды и потенциальной энергии упругой деформации этой среды. Эту энергию и называют *энергией упругой волны*.

Объемная плотность полной энергии упругой волны, складываемая из кинетической и потенциальной, равна:

$$w=\frac{dW}{dV}=w_k+w_p=\frac{1}{2}\rho\left(v_1^2+v^2\varepsilon^2\right). \qquad (7.10)$$

Используя известную формулу из закона Гука:

$$v=\sqrt{E/\rho}. \qquad (7.11)$$

Усредненное за период значение объемной плотности энергии упругой плоской гармонической волны равно:

$$<w>=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2. \qquad (7.12)$$

Количество энергии, переносимое волной через некоторую поверхность площадью S в единицу времени, называется потоком энергии через эту поверхность:

$$\Phi_w=\frac{dW}{dt}. \qquad (7.13)$$

Плотность потока энергии волны – физическая величина, равная потоку энергии через единичную площадку, перпендикулярную направлению переноса энергии:

$$j_w=\frac{d\Phi_w}{dS_\perp}. \qquad (7.14)$$

$$j_w=\frac{dW}{dS_\perp\cdot dt}=\frac{w\cdot v\cdot dS\cdot\cos\alpha}{dS_\perp}=wv \qquad (7.15)$$

Для того чтобы охарактеризовать направление распространения энергии волной вводят вектор Умова:

$$\vec{j}_w=w\vec{v} \qquad (7.16)$$

Интенсивностью I волны называют *усредненное по времени значение плотности потока энергии*:

$$I=<j_w>=v<w>. \qquad (7.17)$$

8 Лекция № 8. Статистическая физика и термодинамика

8.1 Статистический и термодинамический методы исследования

Статистическая физика и термодинамика – два взаимосвязанных раздела физики, изучающих наиболее общие свойства макроскопических физических систем, включая и такие системы, которые непосредственно связаны с нашим жизнеобеспечением.

Задачей термодинамики является изучение свойств материальных тел, характеризуемых непосредственно измеряемыми в опытах величинами (макроскопическими параметрами: объемом, температурой, давлением и т.д.), на основе наиболее общих абсолютно верных принципов – *начал термодинамики*. При этом не привлекаются никакие модельные представления о строении вещества. Сила термодинамики в том, что её выводы верны в такой же степени, в какой верны начала термодинамики.

Статистическая физика основана на *модельных атомо-молекулярных представлениях* о строении макротел (например, модель идеального газа) и математической статике. Свойства макросистем, в конечном счете, определяются свойствами частиц системы, особенностями их движения и усреднёнными значениями динамических характеристик этих частиц (энергии, скорости и т.д.). Статистическая физика дает способы вычисления подобных средних и с их помощью определяет макропараметры систем. Так было получено основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$p = \frac{2}{3} n < \varepsilon_n >, \qquad (8.1)$$

где p – давление газа;

n – число молекул газа в единице объёма (концентрация молекул);

$< \varepsilon_n >$ – средняя энергия поступательного движения молекул.

Оба метода – термодинамический и статистический, обладают своими достоинствами и недостатками. Их согласованное применение даёт наиболее полный и надёжный результат.

8.2 Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы

Основные понятия: число степеней свободы молекулы *i*, поступательные, вращательные и колебательные степени свободы.

Одним из важнейших законов статистической физики, применимым к классическим системам, является *закон равномерного распределения энергии по степеням свободы:* в состоянии теплового равновесия на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая кинетическая энергия, равная $\frac{1}{2} kT$. Здесь $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$ – постоянная Больцмана.

При хаотическом движении ни один из видов движения не имеет преимуществ перед другим, но следует иметь в виду, что колебательное движение связано с переходом кинетической энергии в потенциальную и

обратно. При учёте энергии колебаний атомов в молекуле нужно принимать во внимание среднюю кинетическую и среднюю потенциальную энергии.

Полная энергия молекулы:

$$<\varepsilon>=\frac{i}{2}kT\ ; \tag{8.2}$$

$$i = i_{пост} + i_{вращ} + 2i_{колеб}\ , \tag{8.3}$$

где i – число степеней свободы молекулы.

8.3 Закон Максвелла для распределения молекул по скоростям

Рассмотрим газ в состоянии термодинамического равновесия. Движение его частиц подчиняется законам классической механики. Пусть газ содержит N молекул, масса каждой молекулы m. Тепловое хаотическое движение характеризуется тем, что распределение молекул по направлениям движения равномерно (все направления равновероятны). Но числовые значения скоростей молекул не могут быть одинаковыми, в результате столкновений должно установиться некоторое распределение по скоростям молекул, которое не будет зависеть от времени.

Если скорость молекулы газа может принимать значения $0 \le \upsilon \le \infty$, то имеет смысл постановка вопроса: сколько молекул dN из общего числа N обладает скоростями, лежащими в некотором интервале $d\upsilon$ около заданной скорости υ. Очевидно,

$$dN = Nf(\upsilon)d\upsilon\ . \tag{8.4}$$

Функция

$$f(\upsilon) = \frac{dN}{Nd\upsilon} \tag{8.5}$$

называется *функцией распределения молекул по скоростям*. Она имеет следующий смысл: $f(\upsilon)$ определяет долю молекул, скорости которых заключены в единичном интервале около заданного значения υ. Функция $f(\upsilon)$ удовлетворяет условию нормировки $\int_0^\infty f(\upsilon)d\upsilon = 1$.

Задача о распределении молекул газа по скоростям была сформулирована и решена Дж. К. Максвеллом в 1859 – 1860 гг. Функция распределения Максвелла имеет вид, представленный на рисунке 8.1, и выражается формулой:

$$f(\upsilon) = 4\pi\upsilon^2\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}}\ . \tag{8.6}$$

Вероятность того, что значение скорости произвольно выбранной молекулы лежит в интервале $(\upsilon, \upsilon + d\upsilon)$, равна $d\mathrm{P}(\upsilon, \upsilon + d\upsilon) = \frac{dN}{N} = f(\upsilon)d\upsilon$.

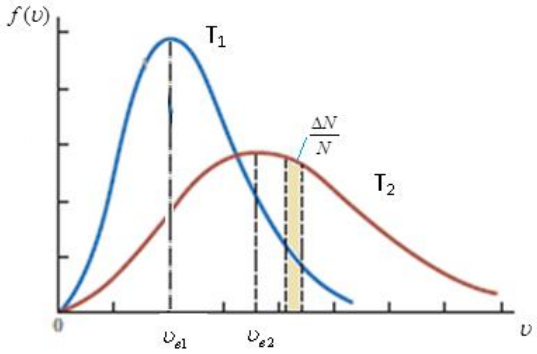


Рисунок 8.1

Основные свойства распределения Максвелла:

-лишь малый процент молекул обладает очень малыми и очень большими скоростями;

-существует значение скорости $\upsilon_в$ (вероятнейшая), соответствующее максимуму функции $f(\upsilon)$, так что значительная часть молекул обладает скоростями, близкими к $\upsilon_в$. Легко показать, что

$$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}, \qquad (8.7)$$

-из асимметрии кривой распределения следует, что доля молекул, скорости которых превышают $\upsilon_в$, всегда больше, чем доля молекул со скоростями $\upsilon < \upsilon_в$.

Эта диспропорция увеличивается с возрастанием температуры (кривые для T_1 и T_2 на графике функции $f(\upsilon)$ $T_2 > T_1$).

Зная функцию распределения, можно найти среднее значение любой физической величины, зависящей от скорости. Среднеарифметическая скорость равна:

$$<\upsilon> = \int_0^\infty \upsilon f(\upsilon) d\upsilon = \sqrt{\frac{8RT}{\pi m}} \quad . \qquad (8.8)$$

Среднеквадратичная скорость

$$\upsilon_{ср.кв} = \sqrt{<\upsilon^2>}; \quad <\upsilon^2> = \int_0^\infty \upsilon^2 f(\upsilon) d\upsilon; \quad \upsilon_{ср.кв} = \sqrt{\frac{3kT}{\pi m}} \quad . \qquad (8.9)$$

Вид распределения $f(\upsilon)$ *не зависит от того, как частицы взаимодействуют друг с другом. Он определяется лишь способностью частиц обмениваться энергией в процессе установления равновесного состояния*. В законе Максвелла температура является параметром, от которого зависит вид кривой. Говорить о температуре системы можно лишь в том случае, когда в системе установилось тепловое (хаотическое) движение частиц, скорости которых распределены по закону Максвелла.

8.4 Закон Больцмана для распределения частиц во внешнем потенциальном поле

При тепловом движении все направления движения частицы равновероятны, а изменения в положении каждой частицы носят случайный характер. Поэтому можно говорить о вероятности обнаружения частицы в том или ином месте.

Пусть идеальный газ занимает объём V и находится в равновесном состоянии с температурой T. При отсутствии внешнего поля все положения любой молекулы равновероятны. Именно поэтому газ распределяется по всему объёму с одинаковой концентрацией $n = \frac{N}{V}$.

Если газ находится во внешнем силовом поле, частицы газа испытывают действие этого поля и картина меняется. Плотность и давление газа оказываются в различных местах разными. Рассмотрим случай, когда силы внешнего поля являются потенциальными и действуют только в одном направлении z. Обозначим потенциальную энергию частицы $\varepsilon(z)$. Можно показать, что в состоянии теплового равновесия концентрация частиц газа, подверженного действию внешнего поля, измеряется по закону:

$$n(z) = n_0 e^{-\frac{\varepsilon(z)}{kT}} . \qquad (8.10)$$

Это соотношение называется законом Больцмана.

Рассмотрим поле земного тяготения. Вблизи земной поверхности потенциальная энергия молекулы $\varepsilon(z) = mgz$. Учитывая, что $p = nkT$, получим давление газа на высоте z над поверхностью земли:

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{mgz}{kT}} = p_0 e^{-\frac{\mu gz}{kT}} . \qquad (8.11)$$

Эта формула называется барометрической. Её можно применить и для достаточно разряженной смеси газов (воздух).

Оба рассмотренные распределения можно объединить в один закон Максвелла – Больцмана. Для реальных газов он применим до тех пор, пока можно пренебрегать взаимодействием молекул на расстоянии. Кроме того, при очень низких температурах движение молекул уже не подчиняется классическим законам – возникает отступление от закона Максвелла – Больцмана (область вырожденного газа).

9 Лекция №9. Основы термодинамики

9.1 Теплота и работа как формы обмена энергией в термодинамике. Первое начало термодинамики

Внутренняя энергия U макроскопических тел качественно отличается от механической энергии системы частиц. Это отличие проявляется в существовании лишь двух форм изменения внутренней энергии – *работы и теплоты*.

Работа A есть мера изменения внутренней энергии системы при силовых взаимодействиях её с окружающей средой. Совершение работы

всегда связано с возникновением какого-либо упорядоченного движения, с изменением внешних параметров системы (например, объема *V*).

Теплота *Q* есть мера измерения внутренней энергии системы в процессах теплопередачи и не сопровождается изменением внешних параметров. Механизмы теплопередачи: теплопроводность, излучение, конвекция.

Теплота и работа не виды энергии, а формы её обмена.

Закон сохранения энергии, сформированный с учетом того, что в термодинамике возможны лишь два способа обмена энергией между системой и окружающей средой, является фундаментальным законом физики:

теплота, переданная системе, и работа, совершенная над системой, идут на изменение внутренней энергии системы.

$$dU = dQ + dA', \text{ или } dQ = dU + dA, \qquad (9.1)$$

где A' – работа, совершенная над системой;

A – работа системы над внешними силами.

Внутренняя энергия является функцией состояния системы. Ее изменение зависит только от начального и конечного состояний и не зависит от способа перехода между состояниями.

Теплота и работа зависят не только от этих состояний, но и от вида процесса: они являются функциями процесса.

9.2 Второе начало термодинамики

9.2.1 Круговые процессы. КПД тепловых машин.

Первое начало термодинамики указывает на возможность совершать работу за счет тепла, получаемого системой от внешних тел. Например, при изотермическом расширении идеального газа между состояниями 1–2 $Q_1 = A_{12}$.

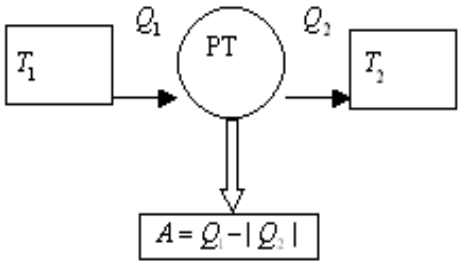


Рисунок 9.1

Однако, действие тепловых машин основано на круговых (циклических) процессах, в которых система (рабочее тело) после ряда изменений возвращается в исходное состояние. При этом некоторое количество теплоты Q_2 будет отдано среде.

В принципиальном отношении работа тепловой машины может быть сведена к следующему: рабочее тело получает от нагревателя теплоту Q_1, отдает холодильнику Q_2 и разность этих теплот преобразует в полезную работу $A = Q_1 - |Q_2|$ (рисунок 9.1). Q_2 – своеобразный «налог», который необходимо заплатить природе за возможность преобразования некоторого количества теплоты в работу. Эффективность теплового двигателя характеризуется его коэффициентом полезного действия:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < 1 \ . \qquad (9.2)$$

Выражение (9.2) показывает, что КПД тепловых машин принципиально меньше единицы. Этот результат не является следствием первого начала термодинамики, а выражает содержание другого фундаментального закона – *второго начала термодинамики*. Другие формулировки этого закона:

- невозможен циклический процесс, единственным результатом которого является производство работы и обмен энергией с одним тепловым резервуаром (У.Томсон);
- невозможен вечный двигатель второго рода (В.Оствальд);
- невозможен циклический процесс, единственным результатом которого была бы передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому (Р.Клаузиус).

Эмпирические формулировки второго начала не выражаются в математической форме. Будучи внешне разнообразны, они имеют внутреннее единство, по существу, они эквивалентны друг другу.

9.2.2 Цикл Карно. Теорема Карно и теорема Клаузиуса.

Среди всех циклических процессов особое место принадлежит *циклу Карно*, с изучением которого связано открытие второго начала термодинамики. Это *единственный цикл*, который при наличии одного нагревателя (T_1) и одного холодильника (T_2) может быть выполнен *обратимым образом*. Цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат. Предположив, что рабочим телом является идеальный газ, получим КПД обратимого цикла Карно:

$$\eta_0 = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} ,$$

$$\eta_0 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} . \qquad (9.3)$$

Теорема Карно:

- КПД обратимого цикла Карно не зависит от природы рабочего тела и устройства системы, выполняющей этот цикл, а определяется только температурой нагревателя T_1 и холодильника T_2;

- КПД необратимых машин (работающих по необратимому циклу) меньше КПД обратимых машин, т.е. $\eta < \eta_0$.

Следовательно,

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad . \tag{9.4}$$

Строго обратимые процессы в макросистемах невозможны, поэтому выражение (9.3) носит асимптотический характер – к нему можно приближаться, но точного значения нельзя достичь.

Теорема Карно (9.4) является математическим выражением второго начала термодинамики применительно к замкнутым процессам с одним нагревателем и одним холодильником. Знак равенства в (.4) имеет место для обратимых процессов, а знак неравенства – для необратимых.

Обобщением теоремы Карно на случай произвольных циклов является неравенство Клаузиуса (теорема Клаузиуса):

$$\oint \frac{dQ}{T} \le 0. \tag{9.5}$$

9.2.3 Энтропия. Второе начало термодинамики как закон возрастания энтропии.

Все рассмотренные формулировки второго начала термодинамики указывают на то, что одного лишь учета и сохранения количества энергии недостаточно для того, чтобы судить о возможности того или иного процесса. Энергия должна характеризоваться не только количественно, но и качественно. Величиной, определяющей качество энергии и позволяющей количественно описать ограничения, налагаемые вторым началом термодинамики, является энтропия S.

Запишем теорему Клаузиуса (6.5) для произвольного обратимого цикла

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \tag{9.6}$$

Из равенства нулю интеграла (9.6) следует, что величина $\frac{dQ}{T}$ представляет собой полный дифференциал некоторой *функции состояния S*, так что

$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad \text{и} \qquad S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \quad . \tag{9.7}$$

Формулы (9.7) следует рассматривать как определенные понятия энтропии в термодинамике.

Некоторые свойства энтропии, вытекающие из ее определения (9.7):

– энтропия системы есть величина аддитивная $S = \sum S_i$;

- при обратимом процессе без теплообмена $(dQ = 0)$ – адиабатный процесс - энтропия остается постоянной;

- энтропия процесса может быть определена лишь с точностью до произвольной постоянной.

Изменение энтропии в обратимых процессах рассчитывается на основании соотношений (9.7) и (9.1):

$$TdS = dU + dA \qquad (9.8)$$

Для анализа тепловых процессов используется TS – диаграмма, где в качестве осей координат выбраны функции состояния T и S.

Глубокий физический смысл энтропии раскрывается в статистической физике. Л. Больцманом было показано, что энтропия S определяется логарифмом числа микросостояний Ω, посредством которых реализуется рассматриваемое макросостояние

$$k = \ln \Omega, \qquad (9.9)$$

где k – постоянная Больцмана;

Ω – статистический вес данного макросостояния.

Формула (9.9) называется формулой Больцмана. Она позволяет дать энтропии наглядное толкование.

Допустим, что все атомы жестко закреплены в определенных местах. Тогда существует только одно микросостояние, $\Omega = 1$ и $S = 0$. Передача системе некоторого количества теплоты увеличивает неупорядоченность внутренней структуры и хаотичность движения образующих ее частиц (Ω растет). Поэтому можно сказать, что энтропия является мерой беспорядка.

С понятием энтропии связана наиболее общая формулировка второго начала термодинамики: *в изолированной системе энтропия не убывает*:

$$\Delta S \geq 0, \quad S_2 \geq S_1 . \qquad (9.10)$$

Знак равенства в (9.10) соответствует случаю, когда в системе идут только обратимые процессы, энтропия остается неизменной. Все реальные процессы, как правило, необратимые, значит энтропия изолированной системы всегда растет. Рост энтропии означает переход системы от менее вероятных состояний к более вероятному, т.е. равновесному состоянию.

Однако возможны и флуктуации. Закон возрастания энтропии в изолированной системе носит статистический характер.

Второе начало термодинамики, выраженное математически в (9.10), находится в соответствии со всеми раннее рассмотренными формулировками.

Из анализа работы тепловых машин следует, что доступной для превращения в работу dA является не вся энергия, переданная системе в форме тепла dQ, а только её часть $dA = \eta dQ = (1 - \frac{T_2}{T_1})dQ = dQ - T_2 \frac{dQ}{T_1} = dQ - T_2 dS$, и тем меньшая, чем больше будет энтропия. Это обстоятельство позволяет охарактеризовать энтропию и как меру работоспособности. Возрастание энтропии системы является характерным признаком естественных процессов и соответствует понижению качества энергии. Изолированная система всегда переходит в состояние термодинамического равновесия, в котором энтропия достигает своего максимального значения, а энергия «обесценивается».

Понятие энтропии относится не только к изолированным системам, но и к открытым. Связь между энергией, энтропией и возможностью системой совершать работу необходимо принимать во внимание при создании различных технических устройств и технологий.

10 Лекция №10. Явления переноса

10.1 Общая характеристика явлений переноса

В состоянии термодинамического равновесия параметры системы (температура T, давление p, концентрация молекул n и т.д.) одинаковы во всех частях системы. В этих условиях самопроизвольное возникновение каких-либо макропроцессов в системе невозможно.

При нарушении равновесия система становится физически неоднородной, параметры состояния, характеризующие эту систему, могут оказаться различными в разных частях системы. Если такую систему предоставить самой себе, то она неизбежно снова самопроизвольно возвратится в наиболее вероятное состояние – состояние равновесия.

Процессы пространственного выравнивания макроскопических параметров, характеризующих систему, связаны с переносом от точки к точке внутри системы некоторых микроскопических характеристик и обеспечиваются тепловым движением. Подобные процессы называются *явлениями переноса.*

Явления переноса могут быть связаны не только с процессами, возвращающими систему в состояние равновесия, но и с воздействием извне, связанным с поддержанием неравновесного состояния системы в течение неограниченного времени. В этом случае они становятся стационарными (т.е. не зависящими от времени).

Интенсивность процесса переноса характеризуется потоком соответствующей величины.

Потоком какой-либо величины называется количество этой величины, проходящей в единицу времени через некоторую воображаемую поверхность (например, поток массы $M = \frac{dQ}{dt}$, поток импульса $K = \frac{dP}{dt}$ и т.д.).

Поток – скалярная алгебраическая величина, знак которой определяется выбором направления, вдоль которого поток считается положительным.

Диффузией называется обусловленный тепловым движением процесс переноса вещества из областей среды, где его плотность выше, в области, где она ниже.

Рассмотрим некоторую среду, в которой имеется неоднородное распределение концентрации n_i какого-либо компонента, например, вдоль оси x. Быстрота изменения концентрации n_i характеризуется производной

$\frac{dn_i}{dx}$ ($\frac{dn_i}{dx}$ – проекция на ось x градиента концентрации данного компонента). Температура, суммарная концентрация n (равновесная) и давление всюду одинаковы.

В этом случае возникает поток молекул $\frac{dN_i}{dt}$ и, следовательно, массы $M_i = \frac{d(N_i m_i)}{dt}$ данного компонента в направлении убывания его концентрации. Экспериментально установлено, что поток массы через перпендикулярную к оси x поверхность S равен:

$$M_i = -D\frac{d\rho_i}{dx}S, \qquad (10.1)$$

где $\rho_i = n_i m_i$ – парциальная плотность i-того компонента;

m_i – масса молекулы данного компонента;

D – коэффициент пропорциональности, называемый *диффузией*.

Уравнение (10.1) называется законом Фика. Знак минус обусловлен тем, что поток направлен в сторону убывания плотности (концентрации) данного компонента среды.

Если в системе имеется неоднородное распределение температуры ($\frac{dT}{dx} \neq 0$), то возникает поток тепла q в сторону убывания температуры:

$$q = -\lambda\frac{dT}{dx}S, \qquad (10.2)$$

где λ – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств среды и называемый *теплопроводностью*.

Соотношение (10.2) называется *законом Фурье* и описывает *теплопроводность* – процесс теплопередачи за счет хаотического движения частиц среды.

Если в газообразной среде неодинаковы скорости соседних слоев, то от слоя к слою (поперек направления движения слоев) будет передаваться импульс молекул. Поток импульса K через поверхность S, перпендикулярную оси x, будет:

$$\frac{dp}{dt} = K = -\eta\frac{du}{dx}S \ . \qquad (10.3)$$

Уравнение (10.3) называется *законом Ньютона и описывает перенос импульса – вязкость*, или внутреннее течение. Величина η, являющаяся коэффициентом пропорциональности, называется *динамической вязкостью среды*.

Итак, при диффузии от слоя к слою среды передается масса, при теплопроводности – энергия, при вязкости – импульс. Законы Фика, Фурье и Ньютона являются эмпирическими. Их теоретическое обоснование дает молекулярная физика.

10.2 Элементы молекулярно–кинетической теории явлений переноса

Для количественного анализа явлений переноса необходимо усвоить кинематические характеристики молекулярного движения:

– эффективный диаметр молекулы d и эффективное сечение $\sigma = \pi d^2$ столкновений;

– среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени $z = \sqrt{2}\pi d^2 < \upsilon > n$;

– среднюю длину свободного пробега молекулы:

$$< l >= \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}. \qquad (10.4)$$

Пусть величина G характеризует некоторое молекулярное свойство, отнесенное к одной молекуле (это может быть энергия, импульс, концентрация, заряд и т.д.). Предположим, что в среде имеется градиент этой величины вдоль оси x.

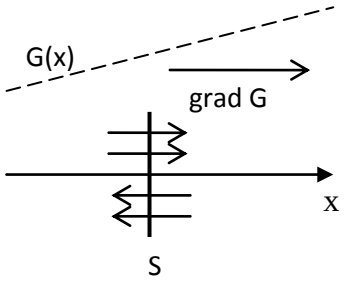


Рисунок 10.1

Выделим перпендикулярную оси x площадку S (рисунок 10.1) и подсчитаем суммарный поток I_G величины G через эту площадку, обусловленный тепловым движением молекул. При этом надо учесть, что площадку S непосредственно пересекают лишь те молекулы, которые в момент последнего столкновения находились от площадки на расстоянии, не более средней длины свободного пробега, и получим поток, направленный вдоль (или против) оси x:

$$I_G = I_G^{(+)} + I_G^{(-)} = \frac{1}{6} < \upsilon > n[G(x-\lambda) - G(x+\lambda)]S = -\frac{1}{3} < \upsilon >< l > n\frac{dG}{dx} S. \qquad (10.5)$$

Уравнение (10.5) является основным уравнением процессов переноса, определяющим поток величины G через площадку S. Получим из (10.5) уравнения Фика, Фурье и Ньютона.

Пусть молекулы равномерно заполняют некоторый объем, и все они мало отличаются друг от друга по своим механическим параметрам. Концентрация некоторого сорта молекул $n_i(x)$. Учитывая, что в (10.5) величина G есть характеристика, отнесенная к одной молекуле, имеем:

$$G = \frac{n_i m_i}{n_0}, \qquad (10.6)$$

где n_0 – равновесная концентрация молекул.

$$I_G = M_i = -\frac{1}{3} < \upsilon >< l > \frac{d\rho_i}{dx} S = -D \frac{d\rho_i}{dx} S, \qquad (10.7)$$

где $$D = \frac{1}{3} < \upsilon >< l > . \qquad (10.8)$$

Мы не только пришли к уравнению (10.1), но и получили выражение для величины D – диффузии.

В случае теплопроводности G есть средняя энергия теплового движения молекулы:

$$G = \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \frac{kN_A}{N_A} \cdot T = \frac{i}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{i}{2} \frac{C}{N_A} T . \qquad (10.9)$$

Тогда уравнение переноса принимает вид:

$$I_G = q = -\frac{1}{3} n < \upsilon >< l > \frac{C_V}{N_A} \frac{dT}{dx} S = -\frac{1}{3} \rho < \upsilon >< l > c_V \frac{dT}{dx} S = -\lambda \frac{dT}{dx} S, \qquad (10.10)$$

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho < \upsilon >< l > c_V . \qquad (10.11)$$

Здесь λ – теплопроводность;

ρ – плотность;

c_V – изохорная удельная теплоемкость среды.

В случае вязкости $G = m_i u(x)$. Следовательно,

$$I_G = K = -\frac{1}{3} n < \upsilon >< l > m_i \frac{du}{dx} S = -\eta \frac{du}{dx} S, \qquad (10.12)$$

$$\eta = \frac{1}{3} \rho < \upsilon >< l >. \qquad (10.13)$$

Из выражений (10.8), (10.11) и (10.13) следует, что $\lambda = \eta c_V = D \rho c_V$, $\eta = D\rho$.

Наличие этой связи между коэффициентами в уравнениях переноса обусловлено одинаковостью физической природы процессов переноса и тем, что все они описываются одинаковыми уравнениями вида (10.5).

11 Лекция №11. Электростатическое поле в вакууме

11.1 Основная задача электростатики

В природе существуют четыре фундаментальных взаимодействия между элементарными частицами - сильное, электромагнитное, слабое и

гравитационное. Каждое из них связано с определенной характеристикой частицы. Гравитационное взаимодействие зависит от массы частиц, а электромагнитное - от электрических зарядов. *Основные свойства зарядов:*

а) электрические заряды бывают двух типов: положительные и отрицательные;

б) закон сохранения заряда: алгебраическая сумма электрических зарядов замкнутой системы остается неизменной;

в) электрический заряд – релятивистски инвариантная величина.

По современным представлениям *(теория близкодействия)* взаимодействие между зарядами осуществляется через электрическое поле с конечной скоростью. Основные свойства электростатического поля:

а) электростатическое поле создается вокруг всякого электрического заряда;

б) на всякий другой заряд, помещенный в это поле, действует сила.

Основной задачей электростатики является определение характеристик электростатического поля по известному распределению зарядов.

Закон Кулона: сила F взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами пропорциональна произведению величин зарядов q_1 и q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ или } \vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r}, \qquad (11.1)$$

где $\vec{F}_{12}$ - сила, действующая на заряд q_2 со стороны заряда q_1;

$\vec{r}_{12}$ - радиус-вектор, соединяющий заряд q_1 с зарядом q_2;

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Тогда

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}. \qquad (11.2)$$

Силовой характеристикой электростатического поля служит *вектор напряженности электрического поля* в данной точке:

$$\vec{E} = \vec{F}/q_0, \qquad (11.3)$$

где $\vec{F}$ - сила, действующая на пробный заряд q_0, помещенный в эту точку поля.

Напряженность поля точечного заряда в вакууме:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \text{ или } E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}. \qquad (11.4)$$

Единица измерения напряженности электрического поля – В/м.

Принцип суперпозиции электрических полей: напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов системы в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i. \qquad (11.5)$$

Электрическое поле называется *однородным*, если вектор напряженности в любой точке поля постоянен по модулю и направлению $\vec{E} = \overrightarrow{const}$.

11.2 Поток вектора напряженности $\vec{E}$

Потоком вектора напряженности $\vec{E}$ однородного поля через плоскую поверхность S называется величина

$$N = ES\cos\alpha = E_n S = \vec{E}\vec{S}, \tag{11.6}$$

где α - угол между вектором $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к поверхности S.

Для неоднородного поля и произвольной поверхности поток вектора напряженности через эту поверхность

$$N = \int_S E_n dS = \int_S \vec{E} d\vec{S}. \tag{11.7}$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме: поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0.

$$N = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{k} q_i. \tag{11.8}$$

Пример - Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \tag{11.9}$$

Тогда поле в центре плоского конденсатора $E = \sigma/\varepsilon_0$ или $E = \sigma/\varepsilon_0\varepsilon$ (при наличии диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε).

11.3 Работа сил электростатического поля по перемещению заряда

Если в электростатическом поле точечного заряда q из точки 1 в точку 2 вдоль силовой линии перемещается другой точечный заряд q_0, то сила, приложенная к заряду, совершает работу. Работа силы $\vec{F}$ на элементарном перемещении $d\vec{r}$ равна:

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = Fdr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}dr. \tag{11.10}$$

Работа при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r^2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2}\right), \tag{11.11}$$

не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Этот вывод справедлив для любого электростатического поля. Следовательно, электростатическое поле является потенциальным.

Работа сил поля равна убыли потенциальной энергии:

$$A_{12} = W_{p_1} - W_{p_2}. \qquad (11.12)$$

Следовательно, заряд q_0 в поле заряда q обладает потенциальной энергией:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r} + const. \qquad (11.13)$$

Значение константы выбирается таким образом, чтобы при удалении заряда на бесконечность (т.е. при $r = \infty$) потенциальная энергия обращалась в ноль.

Величина $\varphi = \frac{W_p}{q_0}$ называется *потенциалом* поля в данной точке и используется, наряду с напряженностью $\vec{E}$, для описания электрических полей.

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2, может быть представлена как:

$$A_{12} = W_{p_1} - W_{p_2} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (11.14)$$

Разность потенциалов двух точек 1 и 2 электростатического поля равна работе, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}. \qquad (11.15)$$

Единица потенциала – вольт (В): 1В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж.

Потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n}\varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} \qquad (11.16)$$

Работа, совершаемая при перемещении электрического заряда в электростатическом поле по любому замкнутому контуру L, равна нулю:

$$\oint_L dA = 0. \qquad (11.17)$$

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого контура равна нулю. Следовательно, согласно теореме Стокса, ротор напряженности электростатического поля также равен нулю: $\mathrm{rot}\,\vec{E} = 0$.

Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом выражается формулой:

$$\vec{E} = -grad\varphi \text{ или } \vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right). \qquad (11.18)$$

Поверхности, во всех точках которых потенциал имеет одно и то же значение, называются эквипотенциальными поверхностями. Линии напряженности всегда нормальны эквипотенциальным поверхностям.

Разность потенциалов между двумя бесконечными параллельными заряженными плоскостями (плоский конденсатор):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d\,, \qquad (11.19)$$

где d - расстояние между плоскостями.

12 Лекция №12. Электростатическое поле в веществе

12.1 Поляризация диэлектриков. Поляризованность

Диэлектриками являются вещества, практически не проводящие электрического тока, так как в них нет свободных зарядов.

При внесении диэлектрика в электрическое поле изменяются свойства как самого поля, так и диэлектрика. Диэлектрики делятся на следующие типы: а) *неполярные диэлектрики* – это вещества, молекулы которых в отсутствии внешнего электрического поля не обладают электрическим моментом $\vec{p}$. Молекулы приобретают такой момент во внешнем электрическом поле (упругий диполь). К неполярным диэлектрикам относятся H_2, O_2, N_2 и т.д.;

б) полярные диэлектрики – это вещества, молекулы которых имеют электрический момент $\vec{p}$ при отсутствии внешнего электрического поля, т.к. центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов молекулы не совпадают (жесткий диполь). Во внешнем электрическом поле диполи повернутся вдоль поля, и диэлектрик приобретает отличный от нуля результирующий момент. К полярным диэлектрикам относятся H_2O, NH_3, CO и др.

Поляризацией диэлектрика называют процесс, в результате которого диэлектрик приобретает электрический момент под воздействием внешнего электрического поля.

Для количественной характеристики поляризации диэлектрика используется векторная величина – *поляризованность*, определяемая как электрический момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i\,. \qquad (12.1)$$

Поляризованность связана с поверхностной плотностью связанных зарядов σ' соотношением:

$$P_n = \sigma'\,. \qquad (12.2)$$

Появление связанных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля $\vec{E}'$, которое направлено против внешнего поля $\vec{E}_0$ и ослабляет его. Результирующее поле внутри диэлектрика:

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}\,. \qquad (12.3)$$

Для большого класса диэлектриков поляризованность $\vec{P}$ линейно зависит от напряженности поля $\vec{E}$ внутри диэлектрика, и если диэлектрик изотропный, то

$$\vec{P} = \alpha\varepsilon_0\vec{E}, \qquad (12.4)$$

где α - диэлектрическая восприимчивость вещества.

Тогда поле внутри диэлектрика:

$$E = E_0 - \alpha E \text{ или } E = \frac{E_0}{1+\alpha} = \frac{E_0}{\varepsilon}, \qquad (12.5)$$

где ε - диэлектрическая проницаемость среды. Она показывает, во сколько раз поле в вакууме больше поля в диэлектрической среде.

12.2 Электрическое смещение. Диэлектрическая восприимчивость вещества

На границе раздела двух диэлектриков линии напряженности прерываются, т.к. вектор $\vec{E}$ претерпевает скачок. Поэтому для описания электрического поля в неоднородных диэлектриках гораздо удобнее пользоваться вектором электрического смещения (индукции) $\vec{D}$ вместо напряженности поля $\vec{E}$:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}. \qquad (12.6)$$

Для изотропного диэлектрика векторы $\vec{E}$ и $\vec{P}$ параллельны, поэтому параллельны и $\vec{E}$ и $\vec{D}$:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \alpha\varepsilon_0\vec{E} = (1+\alpha)\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}. \qquad (12.7)$$

В анизотропных диэлектриках направления $\vec{E}$ и $\vec{P}$, вообще говоря, не совпадают, и поэтому направления $\vec{E}$ и $\vec{D}$ также различны.

12.3 Теорема Гаусса для вектора электрического смещения

Поток вектора смещения $\vec{D}$ электрического поля в диэлектрике через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов:

$$N_D = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^{k} q_i . \qquad (12.8)$$

На границе раздела двух изотропных диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 выполняются следующие условия:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, \quad \frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad \frac{D_{\tau 2}}{D_{\tau 1}} = \frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad D_{n1} = D_{n2}, \qquad (12.9)$$

где α_1 и α_2 - углы между нормалью к границе раздела и вектором $\vec{E}$ (или $\vec{D}$) в первой и второй средах.

12.4. Проводники в электрическом поле

Для равновесия зарядов на проводнике необходимо выполнение следующих условий:

а) напряженность поля всюду внутри проводника должна быть равна нулю: $\vec{E}_{внутр} = 0$;

б) напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности: $\vec{E}_{пов} = \vec{E}_n$.

Следовательно, в случае равновесия зарядов поверхность проводника будет эквипотенциальной, а сообщенный ему заряд распределится по поверхности проводника с некоторой плотностью σ.

Напряженность поля в вакууме вблизи поверхности проводника равна:

$$E = \sigma / \varepsilon_0 . \qquad (12.10)$$

Для получения этого соотношения используем теорему Гаусса для вектора $\vec{D}$. Внутри проводника $\vec{E}$ и $\vec{D}$ равны нулю . Поток вектора $\vec{D}$ через боковую поверхность цилиндра равен нулю, отличен от нуля только поток через внешнее основание *DdS*, равный *σdS*.

Тогда $D = \sigma$ и $E = \sigma/\varepsilon_0$.

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда приходят в движение: положительные в направлении вектора $\vec{E}$, отрицательные – в противоположную сторону. В результате у концов проводника возникают заряды противоположного знака, называемые индуцированными зарядами. Явление перераспределения зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется *электростатической индукцией*. Процесс будет происходить до тех пор, пока не будут выполнены условия (1,2) равновесия зарядов на проводнике.

12.5 Энергия электростатического поля

Энергия заряженного конденсатора равна $W_p = \frac{1}{2}qU = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$ и сосредоточена в его электрическом поле, т.е. в пространстве между обкладками.

Энергию конденсатора можно выразить через величины, характеризующие электрическое поле в зазоре между обкладками. Для плоского конденсатора имеет место выражение:

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V , \qquad (12.11)$$

где $Sd = V$ - объем, занимаемый полем.

Если поле однородно, заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью ω:

$$\omega = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 . \qquad (12.12)$$

Зная плотность энергии электрического поля в каждой точке, можно найти энергию электрического поля, заключенную в любом объеме V:

$$W = \int_V \omega dV = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 dV , \qquad (12.13)$$

$$\omega = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 . \qquad (12.14)$$

Зная плотность энергии электрического поля в каждой точке, можно найти энергию электрического поля, заключенную в любом объеме V:

$$W = \int_V \omega dV = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 dV . \qquad (12.15)$$

13 Лекция № 13 Постоянный электрический ток

13.1 Общие характеристики и условия существования тока

Электрическим током называется упорядоченное движение заряженных частиц или заряженных макроскопических тел.

Электрический ток проводимости – упорядоченное движение в веществе или в вакууме свободных заряженных частиц – носителей тока.

Конвекционный электрический ток – электрический ток, осуществляемый движением в пространстве заряженного макроскопического тела.

Условия существования тока: наличие в среде носителей тока, наличие в ней электрического поля.

Для поддержания тока необходим источник электрической энергии, в котором осуществляется преобразование какого-либо вида энергии в энергию электрического тока.

Количественной мерой электрического тока служит *сила тока* I – скалярная физическая величина, определяемая зарядом, переносимым через рассматриваемую поверхность в единицу времени:

$$I = \frac{dQ}{dt} . \qquad (13.1)$$

Если сила тока и его направление не изменяются во времени, то такой ток называется *постоянным* и $I = \frac{Q}{t}$.

Для постоянства электрического тока необходима неизменность напряжённости электрического поля во всех точках проводника, по которому течёт ток. Следовательно, заряды не должны накапливаться или убывать где-либо в этом проводнике. Это условие означает, что цепь постоянного тока должна быть замкнутой, а сила тока – одинаковой во всех поперечных сечениях цепи.

Для характеристики направления электрического тока в разных точках рассматриваемой поверхности и распределения силы тока по ней вводится вектор плотности тока.

Плотностью тока называется физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению тока:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} \ . \qquad (13.2)$$

Из (13.2) следует, что сила тока через произвольную поверхность S равна потоку через эту поверхность вектора плотности тока:

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} \ . \qquad (13.3)$$

Плотность тока можно выразить через скорость $<\vec{\upsilon}>$ упорядоченного движения зарядов в проводнике, концентрацию носителей тока n и элементарный заряд q носителя:

$$\vec{j} = q \cdot n \cdot <\vec{\upsilon}> . \qquad (13.4)$$

13.2 Уравнение непрерывности. Условие стационарности электрического тока

Если в проводящей среде, где протекает ток, представить замкнутую поверхность S, то согласно (11.3), поток вектора плотности тока сквозь эту поверхность равен току, идущему из области, ограниченной этой поверхностью. В силу закона сохранения заряда этот интеграл равен убыли заряда в единицу времени внутри ограниченного объёма:

$$\oint_S \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dQ}{dt} . \qquad (13.5)$$

Соотношение (13.5) называют *уравнением непрерывности*.

В случае стационарного (постоянного) тока распределение зарядов в пространстве неизменно, поэтому $\oint \vec{j} d\vec{S} = 0$, что свидетельствует о том, что в случае постоянного тока линии вектора $\vec{j}$ нигде не начинаются и нигде не заканчиваются, они замкнуты, т.е. поле вектора $\vec{j}$ не имеет источников.

13.3 Классическая электронная теория электропроводности металлов

В опытах К. Рикке (1901), С.Л. Мандельштама и Н.Д. Папалекси (1913), Р. Толмена и Б. Стюарта (1916) было показано, что носителями тока в металлах являются свободные электроны, т. е. электроны, слабо связанные с ионами кристаллической решётки металла. Концентрация свободных электронов имеет значения порядка $n = (10^{28} \div 10^{29}) м^{-3}$.

Исходя из представлений о свободных электронах, П. Друде и Х. Лоренц создали классическую теорию металлов. В теории Друде–Лоренца предполагается:

- электроны проводимости ведут себя подобно молекулам идеального газа;

средняя скорость теплового движения электронов может быть определена по формуле: $<u>=\sqrt{8kT/\pi m_e}$;

- электроны сталкиваются преимущественно не между собой, а с ионами, образующими кристаллическую решётку металла, что приводит к уста-

новлению теплового равновесия между электронным газом и кристаллической решёткой;

- ввиду малости средней скорости упорядоченного движения $<\vec{\upsilon}>$ электронов по сравнению со средней скоростью $<u>$ теплового движения $(<u>\approx 10^8 <\upsilon>)$, среднее время свободного пробега τ электронов определяется по формуле:

$$<\tau>=\frac{<l>}{<u>}, \qquad (13.6)$$

где $<l>$ – средняя длина свободного пробега электронов;

-при соударениях с ионами электроны полностью теряют скорость упорядоченного движения, передавая приобретённую энергию решётке, увеличивая внутреннюю энергию металла; последний нагревается;

-электрическое сопротивление металлов обусловлено соударениями свободных электронов с ионами.

Исходя из вышеуказанного, можно вывести законы Ома и Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

Закон Ома. Свободный электрон ускоряется электрическим полем в проводнике. Уравнение его движения имеет вид:

$$ma = eE,$$

где m – масса электрона;

a – ускорение электрона;

e – заряд электрона.

Поскольку движение электрона равноускоренное, то средняя скорость упорядоченного движения электронов запишется в виде:

$$<\vec{\upsilon}>=\frac{e<l>\vec{E}}{2m<u>}, \qquad (13.7)$$

а плотность тока –

$$\vec{j}=\frac{ne^2\vec{E}<l>}{2m<u>}. \qquad (13.8)$$

Величину $$\gamma=\frac{2me^2<l>}{2m<u>} \qquad (13.9)$$

называют *удельной электрической проводимостью*, а обратную ей величину $\rho=\frac{1}{\gamma}$ – *удельным электрическим сопротивлением* проводника. Следовательно,

$$\vec{j}=\gamma\vec{E}=\frac{1}{\rho}\vec{E}. \qquad (13.10)$$

Уравнение (13.10) выражает закон Ома в дифференциальной форме.

Закон Джоуля–Ленца. При каждом столкновении электрон передаёт иону решётки среднюю энергию, сообщённую ему электрическим полем,

$$<W_k>=\frac{1}{2}m<\upsilon_{\max}>^2=\frac{1}{2}\frac{eE^2<l>^2}{m<u>^2}. \qquad (13.11)$$

Частота столкновений каждого электрона с атомами равна $\frac{<u>}{<l>}$, а n электронов – $n\frac{<u>}{<l>}$. Поэтому объёмная плотность тепловой мощности тока определяется выражением:

$$w = \frac{ne^2 <l> E^2}{2m <u>} \qquad (13.12)$$

или

$$w = \gamma E^2. \qquad (13.13)$$

Уравнение (13.13) выражает закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

Несмотря на наглядность и верность зависимости плотности тока и количества выделяемой теплоты от напряжённости поля, классическая теория электропроводности не приводит к правильным количественным результатам. Главные расхождения теории с экспериментом состоят в следующем:

– эксперимент для зависимости удельной проводимости от температуры приводит к закону $\gamma \sim \frac{1}{T}$, а из формулы (13.9) следует: $\gamma \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$, т. к. по кинетической теории газов $<u> \sim \sqrt{T}$;

– по теореме о равнораспределении энергии по степеням свободы следует ожидать от свободных электронов большого вклада в теплоёмкость проводников, что не наблюдается в экспериментах.

Указанные трудности преодолены в квантовой теории, учитывающей волновые свойства микрочастиц.

14 Лекция №14. Магнитное поле в вакууме

14.1 Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

Силовое поле, создаваемое магнитами, называется магнитным полем. Источником постоянного магнитного поля являются стационарные электрические токи. Поле постоянных магнитов также создается токами – микроскопическими токами (молекулярными токами). В общем случае можно утверждать, что вокруг всякого движущегося заряда должно существовать магнитное поле. Магнитных зарядов в природе не существует.

Силовой характеристикой магнитного поля является вектор $\vec{B}$, называемый магнитной индукцией поля. По определению, магнитная индукция $\vec{B}$ численно равна отношению силы, действующей на заряженную частицу со стороны магнитного поля, к произведению абсолютного значения заряда и скорости частицы, если направление скорости частицы таково, что эта сила максимальна:

$$B = \frac{F_{\max}}{|q| \cdot \upsilon} \ , \qquad (14.1)$$

при этом векторы $\vec{B}, \vec{F}, \vec{\upsilon}$ образуют правую тройку (рисунок 14.1).

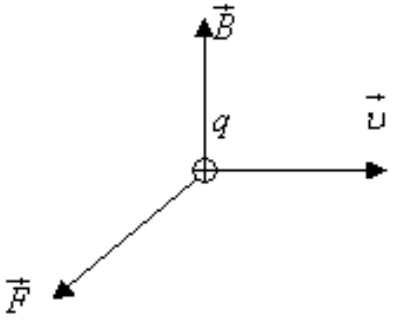


Рисунок 14.1

Магнитное поле называется однородным, если во всех его точках векторы магнитной индукции одинаковы как по модулю, так и по направлению. В противном случае магнитное поле называется неоднородным.

Для графического изображения стационарного магнитного поля пользуются методом линий магнитной индукции. Силовыми линиями магнитного поля (линиями магнитной индукции) называются линии, проведенные в магнитном поле так, что в каждой точке поля касательная к линии магнитной индукции совпадает с направлением вектора $\vec{B}$ в этой точке поля.

14.2 Принцип суперпозиции. Закон Био–Савара–Лапласа

Принцип суперпозиции. Результаты экспериментов показывают, что для магнитного поля, как и для электрического, выполняется принцип суперпозиции: магнитное поле, создаваемое несколькими зарядами или токами, равно векторной сумме магнитных полей, создаваемых каждым зарядом или током в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i \cdot \qquad (14.2)$$

Закон Био–Савара–Лапласа позволяет вычислить магнитную индукцию в каждой точке поля, создаваемого током, текущим в проводнике любой формы. Согласно этому закону магнитная индукция постоянного электрического тока I в вакууме должна удовлетворять уравнению:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l}\,\vec{r}\right]}{r^3}, \qquad (14.3)$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция магнитного поля, созданного элементом тока;

$I\,d\vec{l}$ - элемент тока, направление которого совпадает с направлением вектора плотности тока;

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этого элемента в рассматриваемую точку С поля (рисунок 14.2);

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная;

I – сила тока в проводнике.

Вектор $d\vec{B}$ направлен в точке С перпендикулярно плоскости векторов $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ по правилу буравчика.

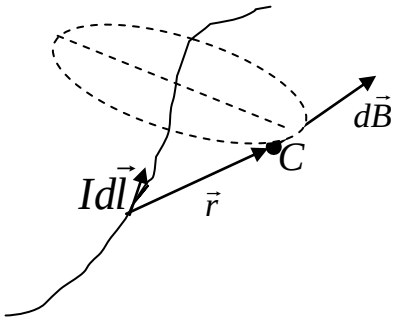


Рисунок 14.2

14.3 Магнитный поток. Основные законы магнитного поля

Магнитное поле обладает, как и электрическое, двумя важнейшими свойствами. Эти свойства, связанные с потоком и циркуляцией векторного поля $\vec{B}$, выражают основные законы магнитного поля.

Магнитным потоком сквозь малую поверхность площадью *dS* называется физическая величина:

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS = BdS\cos(\vec{B}\hat{\ }\vec{n}), \qquad (14.4)$$

где $d\vec{S} = \vec{n}\,dS$;

$\vec{n}$ – единичный вектор нормали к площадке dS ;

B_{n} – проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали.

Магнитный поток через произвольную поверхность:

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS\,. \qquad (14.5)$$

Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$: поток вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю. Этот закон выражает тот факт, что магнитных зарядов в природе нет. Магнитное поле источников не имеет:

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0\,. \qquad (14.6)$$

Циркуляции вектора $\vec{B}$ по произвольному контуру для магнитного поля постоянных токов равна произведению μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{N} I_i \,. \qquad (14.7)$$

Из (14.7) следует, что в отличие от электростатического поля магнитное поле является вихревым. Практический аспект теоремы о циркуляции магнитной индукции состоит в том, что с помощью (14.7) можно рассчитывать магнитные поля, создаваемые некоторыми конфигурациями электрических токов.

14.4 Работа перемещения проводника с током в постоянном магнитном поле

Элементарная работа, совершаемая силами магнитного поля при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению силы тока на изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром:

$$dA = Id\Phi \,. \qquad (14.8)$$

Полная работа сил магнитного поля при перемещении контура с током от начального положения 1 до конечного 2 может быть определена по формуле:

$$A = \int_1^2 Id\Phi \,. \qquad (14.9)$$

В случае постоянного тока

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi \,. \qquad (14.10)$$

14.5 Эффект Холла

Эффект Холла – это возникновение в металле с током плотностью $\vec{j}$, помещенном в магнитное поле $\vec{B}$, электрического поля $\vec{E}$ в направлении, перпендикулярном $\vec{B}$ и $\vec{j}$, что схематически показано на рисунке 14.3. Величина возникающего электрического поля может быть определена через разность потенциалов $|\Delta\varphi| = E \cdot a$. Экспериментально показано, что

$$|\Delta\varphi| = R\frac{IB}{d} = RjBa \,. \qquad (14.11)$$

Данное выражение представляет собой холловскую поперечную разность потенциалов. Появление поперечной разности потенциалов $\Delta\varphi$ обусловлено тем, что на упорядоченно движущиеся носители тока в проводнике (на рисунке 14.3 изображены электроны) действует со стороны магнитного поля сила Лоренца, в результате чего частицы отклоняются.

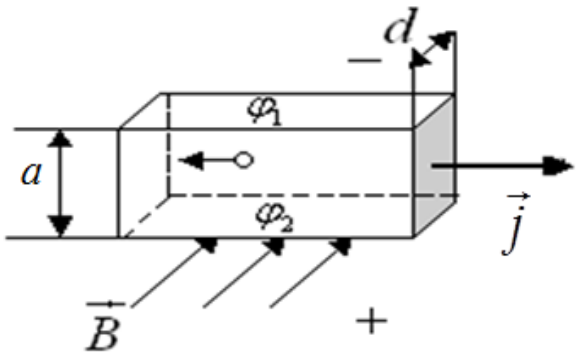


Рисунок 14.3

Используя электронную теорию проводимости, можно показать, что постоянная Холла R в формуле (14.12) равна:

$$R = \frac{1}{en}, \qquad (14.12)$$

где e – заряд электрона;

n – концентрация носителей тока (электронов) в веществе.

15 Лекция №15. Магнитное поле в веществе

15.1 Намагничивание вещества. Намагниченность

Всякое вещество является магнетиком, т.е. способно под действием магнитного поля намагничиваться и создавать свое магнитное поле. Результирующие поле в веществе:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \qquad (15.1)$$

где $\vec{B}_0$ – индукция внешнего поля (поля токов проводимости);

$\vec{B}'$ – индукция собственного (внутреннего) поля, создаваемого намагниченным веществом.

Намагничивание вещества обусловлено преимущественной ориентацией или индуцированием магнитных моментов отдельных молекул в одном направлении. Следует подчеркнуть, что вещества, молекулы которых в отсутствии поля не имеют магнитного момента, намагничиваются за счет индуцирования элементарных круговых токов молекул, в результате чего молекулы и всё вещество приобретают магнитный момент.

Степень намагничивания магнетика характеризуется магнитным моментом единицы объема - вектором $\vec{J}$, который называется намагниченностью,

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_{mi}, \qquad (15.2)$$

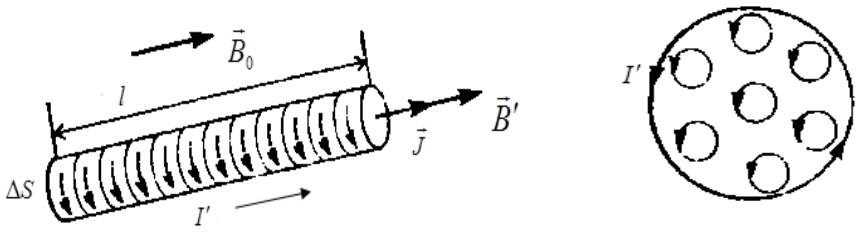
где ΔV – бесконечно малый объем в окрестностях рассматриваемой точки магнетика;

$\vec{P}_{mi}$ – магнитный момент отдельной молекулы.

Суммирование проводится по всем молекулам в объеме ΔV.

Намагниченность любого элемента объема создается внешним магнитным полем, поэтому $\vec{J}$ зависит от $\vec{B}_0$. В то же время намагниченное вещество создает поле $\vec{B'}$, следовательно, величина $\vec{B}'$ зависит от $\vec{J}$.

Рассмотрим в намагниченном веществе малый элемент объема в форме длинного цилиндра, ось которого параллельна направлению вектора намагниченности (рисунок 15.1,а).



а) б)

Рисунок 15.1

Элементарные токи представлены на сечении цилиндра (рисунок 15.1, б). Действие совокупности этих магнитных моментов можно формально заменить действием тока I', называемого током намагничивания, обтекающим поверхность данного цилиндра. Магнитный момент выбранного нами элемента объема можно представить двумя способами:

$$I' \cdot \Delta S = J \cdot \Delta S \cdot l. \qquad (15.3)$$

Тогда

$$I' = J \cdot l \quad . \qquad (15.4)$$

В общем случае можно показать, что суммарное действие всех микротоков можно характеризовать циркуляцией вектора $\vec{J}$:

$$I' = \oint \vec{J} d\vec{l} \, . \qquad (15.5)$$

15.2 Основные теоремы магнитостатики для поля в веществе

Теорема Гаусса. Поле намагниченного вещества так же, как и поле токов проводимости, источников не имеет, поэтому теорема Гаусса записывается без изменений, как и для поля в вакууме:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \, . \qquad (15.6)$$

Следовательно, линии вектора $\vec{B}$ остаются всюду непрерывными.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$. В магнетиках циркуляция вектора определяется как токами проводимости I, так и токами намагничивания I', а именно

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I') . \qquad (15.7)$$

С учетом формулы (15.5) получим:

$$\oint_L (\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}) d\vec{l} = I . \qquad (15.8)$$

Величина, стоящая под интегралом,

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \qquad (15.9)$$

называется *напряженностью магнитного поля*. Она не имеет непосредственного физического смысла, но с её помощью в удобной форме записываются уравнения для магнитных полей в неоднородных средах.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$: циркуляция вектора $\vec{H}$ по произвольному замкнутому контуру в произвольной среде равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^{N} I_i . \qquad (15.10)$$

Полученное соотношение называют *законом полного тока*. Этот закон широко используется для расчета магнитных полей в неоднородных средах.

Между $\vec{J}$ и $\vec{H}$ существует линейная зависимость:

$$\vec{J} = \chi \vec{H} , \qquad (15.11)$$

где χ – магнитная восприимчивость среды, характерная для каждого магнетика.

Величина χ может быть различной как положительной, так и отрицательной.

Магнетики, которые подчиняются зависимости (15.11), подразделяют на парамагнетики ($\chi \succ 0$) и диамагнетики ($\chi \prec 0$) . У парамагнетиков $\vec{J} \uparrow\uparrow \vec{H}$, а у диамагнетиков $\vec{J} \uparrow\downarrow \vec{H}$. Для ферромагнетиков зависимость $\vec{J}$ от $\vec{H}$ имеет сложный характер: она нелинейная и, кроме того, наблюдается гистерезис, т.е. зависимость $\vec{J}$ от предыстории магнетика.

Принимая во внимание (15.11), можно получить следующее выражение для связи векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} , \qquad (15.12)$$

где $\mu = 1 + \chi$ – магнитная проницаемость среды.

У парамагнетиков $\mu > 1$, диамагнетиков $\mu < 1$, причем μ для диа- и парамагнетиков мало отличаются от единицы, т.е магнитные свойства этих магнетиков выражены слабо.

К *парамагнетикам* можно отнести такие вещества, которые намагничиваются во внешнем магнитном поле в направлении вектора $\vec{B}$. Атомы (молекулы или ионы) парамагнетика обладают собственным магнитным моментом $\vec{p}_m$. К ним относятся (щелочные и щелочно-земельные металлы, кислород, хлорное железо и др.). В отсутствии

магнитного поля парамагнетик не намагничен, т.к. суммарный магнитный момент молекул равен нулю.

К *диамагнетикам* можно отнести такие вещества, которые намагничиваются во внешнем магнитном поле в направлении, противоположном направлению вектора магнитной индукции $\vec{B}$. Магнитные моменты атомов, молекул или ионов в отсутствии внешнего магнитного поля равны нулю. Диамагнетиками являются инертные газы, медь, золото, вода (жидкая), серебро и другие вещества. В магнитном поле атомы (молекулы вещества) приобретают наведенные магнитные моменты.

Ферромагнетиками являются твердые вещества, обладающие самопроизвольной (спонтанной) намагниченностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – магнитного поля, деформации, изменения температуры. Внутреннее магнитное поле в ферромагнетиках может в сотни и тысячи раз превосходить внешнее поле. Такими свойствами обладают кристаллы переходных металлов (железо, кобальт, никель), некоторых редкоземельных элементов и ряда сплавов, ферриты, а также некоторые металлические стекла.

15.3 Граничные условия для магнитного поля. Расчет магнитных полей в неоднородных средах

На границе раздела сред обе векторные характеристики магнитного поля $\vec{B}$ и $\vec{H}$ скачкообразно изменяются по величине и направлению:

$$\begin{aligned} B_{1n} &= B_{2n}; & \frac{H_{1n}}{H_{2n}} &= \frac{\mu_2}{\mu_1}; \\ H_{1\tau} &= H_{2\tau}; & \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} &= \frac{\mu_1}{\mu_2}. \end{aligned} \qquad (15.13)$$

Полученные условия для составляющих векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ на границе раздела двух диэлектриков означают, что линии этих векторов преломляются, вследствие чего линии векторов преломляются.

Расчет магнитных полей в неоднородных средах осуществляется с помощью закона полного тока и граничных условий.

15.4 Ферромагнетики

Ферромагнетики, сильномагнитные вещества, обладают спонтанной намагниченностью, т.е. они намагничены даже в отсутствии внешнего магнитного поля. Основные свойства ферромагнетиков:

а) магнитная проницаемость μ достигает очень больших значений;

б) зависимость магнитной проницаемости μ от напряженности внешнего магнитного поля H, т.е. связь между векторами намагниченности $\vec{J}$ и напряженности магнитного поля $\vec{H}$ не линейна;

в) магнитный гистерезис;

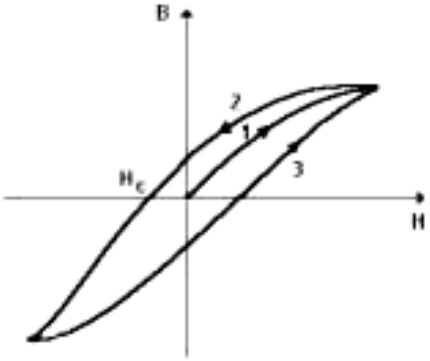


Рисунок 15.2

г) наличие характерной температуры (точка Кюри), при которой ферромагнетик теряет свои свойства.

Список литературы

1 Детлаф А.А., Яворский Б. Курс физики: Уч. пособие для вузов.-5-е изд., стер. - М.: Академия, 2005. - 720 с.

2 Трофимова Т.И. Курс физики: Уч. пособие для вузов.-8-е изд./ стереотип. - М.: Высшая школа, 2004. - 544 с.

3 Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 - кн: Уч. пособие для вузов. Кн.1: Механика. - М.: Астрель. АСТ, 2004. – 336 с.

4 Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 - кн: Уч. пособие для втузов. Кн.2: Электричество и магнетизм. - М.: Астрель. АСТ, 2004. – 336 с.

5 Савельев И.В. Курс общей физики. В 5- кн: Уч. пособие для вузов. Кн.3: Молекулярная физика и термодинамика. - М.: Астрель. АСТ, 2004.-208 с.

Сводный план 2017 г., поз. 198

Тлеухан Дауменов
Акмарал Кенжебекова

ФИЗИКА 1

Конспект лекций
для студентов специальности 5В071600 – Приборостроение

Редактор Л.Т. Сластихина
Специалист по стандартизации Н.К. Молдабекова

Подписано к печати
Тираж 80 экз.
Объем 3,75 уч. изд.л.

Формат 60x84 1/16
Бумага типографская № 1
Заказ___. Цена 1880 тенге

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013, Алматы, Байтурсынова, 126