



**Некоммерческое
акционерное
общество**

**АЛМАТИНСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ЭНЕРГЕТИКИ И
СВЯЗИ**

Кафедра электропривода
и автоматизации
промышленных установок

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания по выполнению лабораторных работ для
студентов специальности 5В071800

Алматы 2018

СОСТАВИТЕЛИ: Ю.А. Цыба, Ж.Ж. Тойгожинова, Д.М. Чныбаева.
Теория автоматического управления. Методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов специальности 5В071800. - Алматы: АУЭС, 2018. – 44 с.

Методические указания содержат необходимые теоретические положения, принципы работы в среде MATLAB Simulink программу выполнения работ, методику подготовки и проведения экспериментов, анализа полученных результатов.

Методические указания предназначены для студентов специальности 5В071800 – Электроэнергетика.

Ил. 30, табл. 9, библи. – 6 назв.

Рецензент: доцент кафедры ЭС и ЭЭС Б.К. Курпенов

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2018 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи», 2018г.

Юрий Александрович Цыба
Жанар Жумакановна Тойгожинова
Чныбаева Дана Максұлтановна

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания по выполнению лабораторных работ для
студентов специальности 5В071800

Редактор Л.Т. Сластихина
Специалист по стандартизации Н.К. Молдабекова

Подписано в печать _____
Тираж 80 экз.
Объем 2,7 уч.-изд. л.

Формат 60x84 1/16
Бумага типографская № 1
Заказ 1400. Цена тг.

Копировально – множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013 Алматы, ул. Байтурсынова, 126

Содержание

Введение.....	4
1 Лабораторная работа №1. Приобретение навыков работы в системе программируемого комплекса MATLAB Simulink.....	4
2 Лабораторная работа №2. Типовые динамические звенья и исследование их характеристик в среде MATLAB Simulink.....	8
3 Лабораторная работа №3. Исследование эквивалентных преобразований структурных схем.....	11
4 Лабораторная работа №4. Исследование качества переходных процессов систем управления.....	16
5 Лабораторная работа №5. Исследование точности систем управления.....	20
6 Лабораторная работа №6. Исследование устойчивости разомкнутых и замкнутых систем.....	27
7 Лабораторная работа №7. Синтез и исследование систем управления с последовательной коррекцией.....	33
8 Лабораторная работа №8. Исследование характеристик элементарных нелинейных элементов систем управления.....	34
Приложение А.....	42
Список литературы.....	44

Введение

Настоящие указания составляют учебно - методическую базу для выполнения лабораторных работ по курсу «Теория автоматического управления» (ТАУ).

Цель работы: развить и закрепить у студентов навыки практического анализа и проектирования систем управления.

В процессе выполнения лабораторных работ студенты должны исследовать такие вопросы, как:

- изучение динамических свойств и построение динамических характеристик различных звеньев автоматических систем во временной и частотной областях;
- исследование точности систем автоматического управления;
- изучение частотных, корневых и других методов синтеза корректирующих устройств для улучшения динамических свойств и повышения показателей качества;
- исследование автоколебаний в нелинейных системах автоматического управления.

Выполнение лабораторных работ предполагает использование популярного мощного пакета моделирования MATLAB с расширениями Control System Toolbox и Simulink. Каждая работа содержит описание команд MATLAB, которые могут быть использованы при выполнении заданий.

1 Лабораторная работа №1. Приобретение навыков работы в системе программируемого комплекса MATLAB Simulink

Цель работы: приобретение основных навыков работы с моделирующими программными пакетам MATLAB.

1.1 Основные сведения

MATLAB - система программирования высокого уровня, работающая как интерпретатор и включающая большой набор команд для выполнения самых разнообразных вычислений, задания структур данных и графического представления информации. В частности, используются команды пакета прикладных программ Control System Toolbox, предназначенного для работы с LTI-моделями (Linear Time Invariant Models) систем управления.

MATLAB Simulink - интерактивный инструмент для моделирования, анализа и синтеза динамических систем на основе библиотеки блоков. Simulink является достаточно самостоятельным инструментом MATLAB, но доступ к функциям MATLAB и другим его инструментам остается открытым. Имеются также дополнительные библиотеки блоков для разных областей применения (моделирование электротехнических устройств, набор блоков для

разработки цифровых устройств и т.д.).

1.2 Основные принципы работы и моделирования

Лабораторные работы данного практикума выполняются на основе или команд CST или операционных блоков MATLAB Simulink.

Для работы с CST необходимо запустить программу MATLAB и далее работать в командном окне среды MATLAB (рисунок 1.1), используя набор команд, приведенных в лабораторных работах.

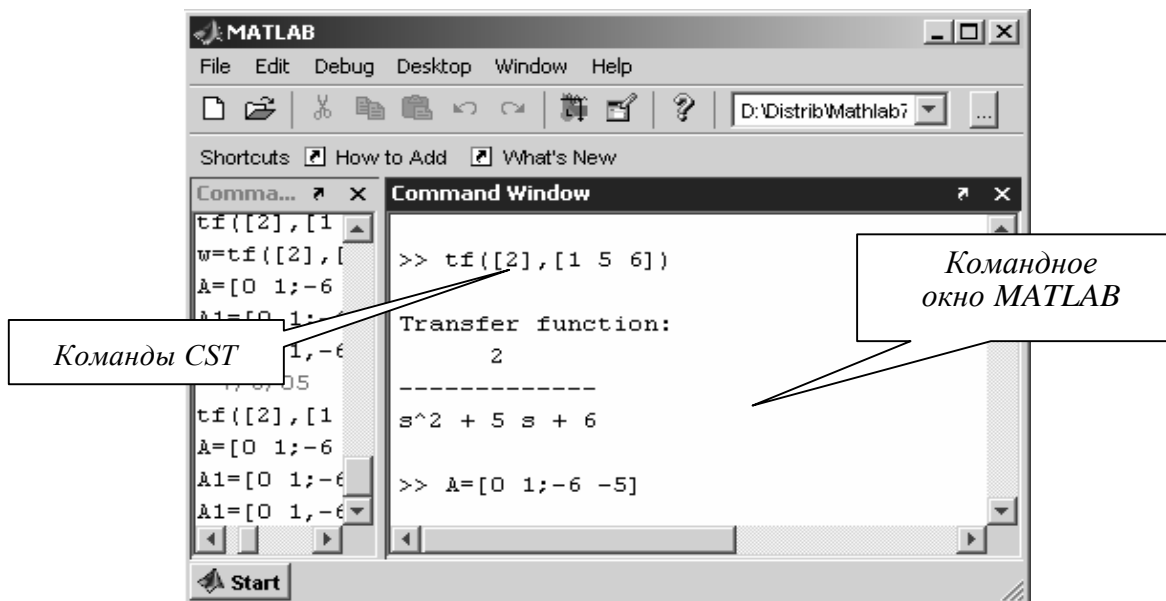


Рисунок 1.1 – Командное окно MATLAB

Для работы с MATLAB Simulink, после запуска программы MATLAB, необходимо открыть в меню File→New→Model. В открывшемся окне (рисунок 1.2) собираются модели систем из операционных блоков библиотеки Simulink.

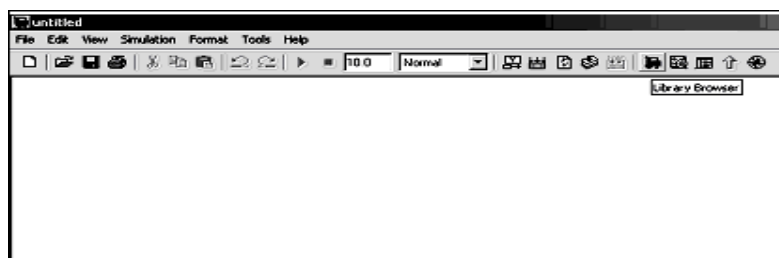


Рисунок 1.2 - Окно MATLAB Simulink

Окно библиотеки блоков запускается нажатием кнопки Library Browser в меню Simulink и состоит из различных прикладных разделов (рисунок 1.3).

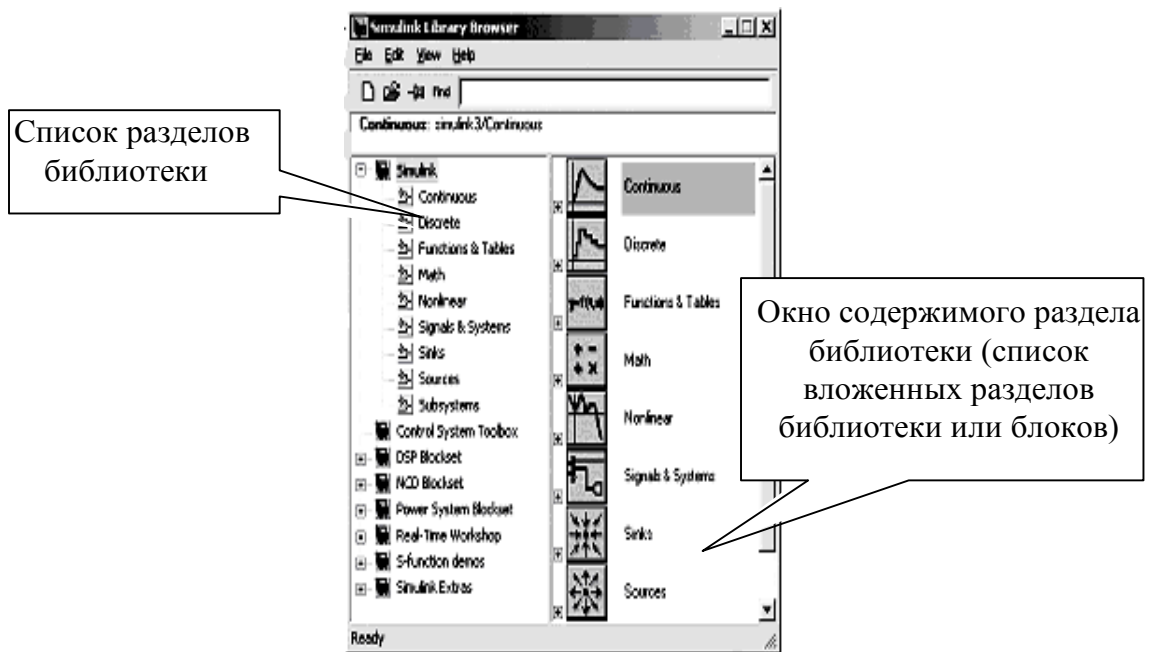


Рисунок 1.3 – Библиотека MATLAB Simulink

1.3 Методический пример

Моделирование уравнения n -го порядка с начальными условиями с использованием инструментария MATLAB.

Пусть задано дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 0, \quad (1.1)$$

при начальных условиях (н.у.) $y(t_0) = 1, y'(t_0) = 1, t \in [t_0, +\infty], t_0 = 0$.

Схема моделирования уравнения (1.1) в MATLAB Simulink представлена на рисунке 1.4. Для построения схемы необходимо было разрешить уравнение (1.1) относительно старшей производной:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -5 \frac{dy}{dt} - 6y, \quad (1.2)$$

и воспользоваться в MATLAB Simulink стандартными блоками: сумматор (*Sum*), интегратор (*Integrator*), коэффициент усиления (*gain*), блок вывода характеристик - осциллограф (*Scope*).

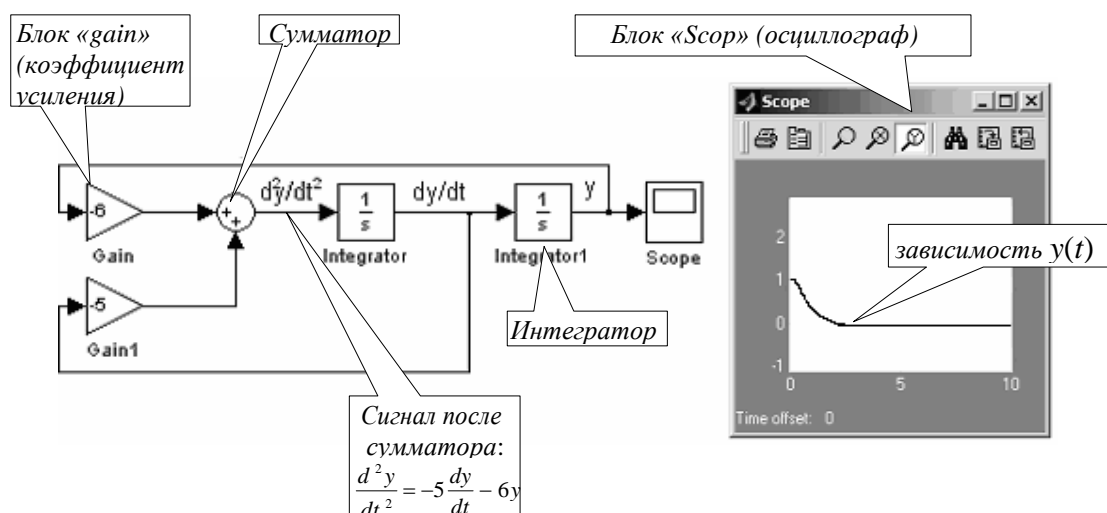


Рисунок 1.4 - Схема моделирования уравнения (1.2) в MATLAB Simulink

1.4 Порядок выполнения лабораторной работы № 1

1.4.1 Запустить программу MATLAB. Ознакомиться с содержанием меню.

1.4.2 Собрать схему рисунка 1.4, произвольно изменив параметры моделируемых элементов и начальных условий. Записать уравнение модели.

1.4.3 Промоделировать дифференциальное уравнение первого и третьего порядков:

$$a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = 0, \text{ при н.у. } y(t) = \lambda;$$

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_2 \frac{dy(t)}{dt} + a_3 y(t) = 0; \text{ при н.у. } y(t_0) = \lambda, \dot{y}(t_0) = \mu, \ddot{y}(t_0) = \nu.$$

Параметры и начальные условия выбираются самостоятельно или задаются преподавателем.

1.4.4 В командном окне.

1.5 Контрольные вопросы

1.5.1 Назначение программы MATLAB.

1.5.2 Принципы функционирования программных пакетов MATLAB.

1.5.3 Возможности моделирования, предоставляемые пакетом прикладных программ Control System Toolbox (CST) и MATLAB Simulink.

1.5.4 Основные этапы работы с программой.

1.5.5 Объект управления, управляющее устройство, САУ.

1.5.6 Математическая модель объекта управления.

1.5.7 Уравнения статики и уравнения динамики.

1.5.8 Входные воздействия и выходные координаты объекта управления.

2 Лабораторная работа №2. Типовые динамические звенья и исследование их характеристик в среде MATLAB Simulink

Цель: используя методы моделирования элементов систем автоматического регулирования (САР) в среде программного обеспечения MATLAB Simulink, изучить работу типовых динамических звеньев САР.

2.1 Краткое теоретическое введение

Системы автоматического регулирования (САР) представляют собой совокупность элементов, выполняющих определенные функции (измерительные, усилительные, исполнительные и другие) и различающихся по принципу действия, конструктивным формам и физической природе (электрические, тепловые, гидравлические и т.д.) [1,2]. Эти элементы могут иметь одинаковое математическое описание. В общем случае, уравнения динамики являются нелинейными. Однако динамические свойства большого числа элементов САР с достаточным приближением описываются линейными (или линеаризованными) дифференциальными уравнениями. Элементы, имеющие одинаковое математическое описание (передаточные функции), рассматриваются как динамические звенья определенного типа.

Выделяют следующие типовые динамические звенья:

2.1.1 Колебательное звено. Его передаточная функция:

$$W(p) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(p)}{U_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{K}{T_1 \cdot T_2 \cdot p^2 + 2 \cdot T_2 \cdot p + 1} = \frac{K}{T \cdot p^2 + 2 \cdot \zeta \cdot T \cdot p + 1}, \quad (2.1)$$

где

$$T = \sqrt{T_1 \cdot T_2}, \zeta = \frac{T_2}{2 \cdot \sqrt{T_1 \cdot T_2}}.$$

2.1.2 Аperiodическое звено первого порядка (инерционное звено). Его передаточная функция:

$$W(p) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(p)}{U_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{K}{T \cdot p + 1}. \quad (2.2)$$

2.1.3 Пропорциональное звено (усилительное или безынерционное звено). Его передаточная функция:

$$W(p) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(p)}{U_{\text{ВХ}}(p)} = K. \quad (2.3)$$

2.1.4 Интегрирующее звено (астатическое).

$$W(p) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(p)}{U_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{K}{T \cdot p}. \quad (2.4)$$

2.1.5 Дифференцирующее звено:

а) идеальное - $W(p) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(p)}{U_{\text{ВХ}}(p)} = T \cdot p = K \cdot p; \quad (2.5)$

$$\text{б) реальное - } W(p) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(p)}{U_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{K \cdot p}{T \cdot p + 1}. \quad (2.6)$$

Переходная характеристика звена $h(t)$ представляет собой реакцию на выходе звена, вызванной подачей на его вход единичного ступенчатого воздействия $I(t)$. Характеристика $h(t)$ может быть определена аналитически с помощью обратного преобразования Лапласа, получена экспериментально на реальной установке или на модели звена.

На рисунке 2.1 показан вид переходной характеристики $h(t)$ инерционного звена и его основные параметры.

2.2 Программа работы

2.2.1 Для каждого из типовых звеньев САУ, представленных в таблице 2.1, произвести набор модели из элементов Matlab Simulink. К выходу модели звена подключить виртуальный осциллограф, на вход подать единичный сигнал $1(t)$. Ввести в модель необходимые коэффициенты из таблицы 2.2, настроить осциллограф под ожидаемые параметры выходного сигнала. Произвести пуск модели и сохранить полученные осциллограммы. Вариант работы задается преподавателем.

2.2.2 Экспериментально исследовать колебательное звено при заданных параметрах K , T , ξ и их вариации (а, б, в) по таблице 2.2. Снять переходную характеристику. Оценить влияние K и ξ на показатели переходного процесса (перерегулирование, число колебаний, время).

2.2.3 Экспериментально определить переходную характеристику апериодического звена при заданных K и T . Оценить значения K и T по снятой переходной характеристике.

2.2.4 Получить переходные характеристики для типовых звеньев 3, 4, 5а, 5б. Результаты сохранить.

2.2.5 По результатам проведенных исследований сделать выводы.

2.3 Порядок выполнения работы

Запустить программу MATLAB и в появившемся окне нажать на панель «Simulink». Откроется библиотека элементов Simulink, необходимых для реализации моделей САУ. Создать новую модель и в открывшееся окно перетащить элементы для построения лабораторной модели. Соединить элементы между собой согласно структурной схеме. В эти звенья следует ввести коэффициенты и постоянные времени двойным щелчком левой кнопки мышки на нужное звено. Произвести настройку осциллографа под ожидаемые параметры выходного сигнала.

Для получения кривой переходного процесса следует нажать на кнопку «старт» (▶). Сохранить полученные осциллограммы.

Для изменения параметров звеньев необходимо два раза щелкнуть левой кнопкой мыши на блок, появится окно параметров этого блока, в котором

можно производить изменения. После введения числовых данных необходимо подтвердить их, нажав на «Apply» в текущем окне задания параметров, а затем закрыть это окно нажатием на панель «Close». Надо учесть, что, введя новые значения в блоке и не подтвердив их нажатием на «Apply», а просто закрыв окно, вы не сохраните новые параметры блока.

2.4 Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие разделы:

- 1) Титульный лист.
- 2) Цель и порядок выполнения работы.
- 3) Схемы типовых звеньев и их моделей.
- 4) Результаты экспериментов в виде осциллограмм.
- 5) Анализ результатов экспериментов.
- 6) Выводы.

Таблица 2.1 – Виды исследуемых типовых звеньев САУ

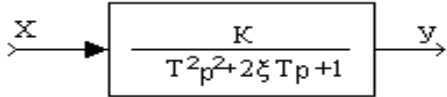
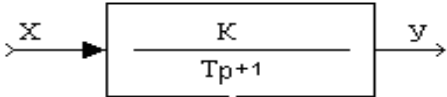
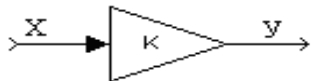
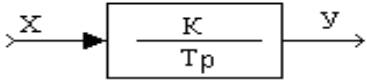
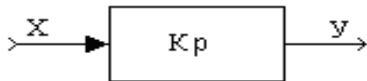
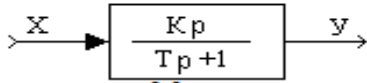
	Наименование и уравнение звена	Блок схема набора на ЭВМ
№	1	2
1	<p>Калембательное</p> $y = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} \cdot x$	 <p>Калембательное звено</p>
2	<p>Апериодическое</p> $y = \frac{K}{T p + 1} \cdot x$	 <p>Апериодическое звено</p>
3	<p>Усилительное</p> $y = K \cdot x$	 <p>Усилительное звено</p>
4	<p>Интегрирующее</p> $y = \frac{K}{T p} \cdot x$	 <p>Интегрирующее звено</p>
5 а)	<p>Идеальное дифференцирующее</p> $y = K p \cdot x$	 <p>Идеальное дифференцирующее звено</p>
5 б)	<p>Реальное дифференцирующее</p> $y = \frac{K p}{T p + 1} \cdot x$	 <p>Реальное дифференцирующее звено</p>

Таблица 2.2 – Варианты параметров звеньев САУ

№ звена	Параметры	Варианты								
		I			II			III		
		a	б	в	a	б	в	a	б	в
1	К	1	1	2	2	2	1	1.5	1.5	3
	Т	2	2	2	4	4	4	3	3	3
	ξ	0.25	0.5	1	0.4	0.8	1	0.2	0.3	0.75
2	К	1	1	2	1	2	2	0.5	0.5	1
	Т	4	2	2	3	3	2	2	1	1
3	К	1	2	3	3	2	1	1	3	2
4	К Т=1	0.25	0.5	1	0.5	0.7	1	0.3	0.8	1.5
5а	К	1	1	2	2	2	1	1	2	1
5б	К	1	1	2	2	2	1	1	2	1
	Т	2	4	4	2	4	4	3	3	1

2.5 Контрольные вопросы

2.5.1 Расскажите принцип действия САУ.

2.5.2 Что называют структурной схемой.

2.5.3 Что называют типовым динамическим звеном.

2.5.4 Что называют частотной характеристикой.

2.5.5 Что называют переходной характеристикой? Покажите ее вид для типовых звеньев.

2.5.6 Напишите выражения и покажите вид АФХ звеньев.

2.5.7 Напишите выражения и покажите графики АЧХ и ФЧХ всех звеньев.

2.5.8 Переходная характеристика, весовая характеристика.

3 Лабораторная работа №3. Исследование эквивалентных преобразований структурных схем

Цель работы: приобретение навыков преобразования структурных схем систем автоматического управления.

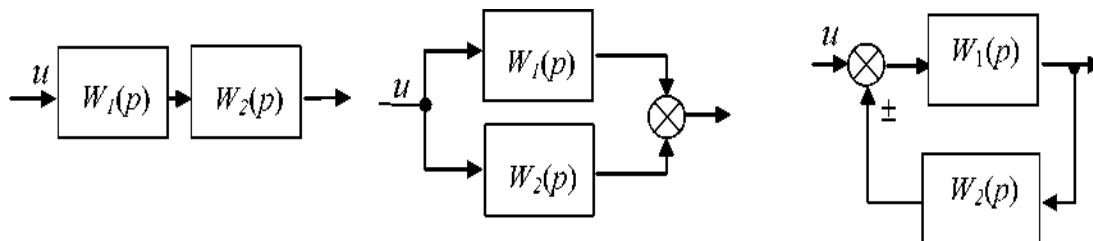
3.1 Основные соединения структурных схем

К основным соединениям структурных схем относятся следующие:

1) Соединение звеньев (рисунок 3.1, а) называют *последовательным* - выходная величина одного звена является входной величиной другого.

2) Соединение звеньев (рисунок 3.1, б) называют *параллельным*, если на входы всех звеньев подается одна и та же величина, а выходные величины суммируются.

3) Параллельно-встречное соединение, (рисунок 3.1 в), называют *обратной связью* (ОС). Сумматор замыкает «петлю» или «контур» обратной связи, при этом, если сигнал подается на сумматор с отрицательным знаком, то имеет место *отрицательная ОС*, иначе *положительная ОС*. В дальнейшем данную систему будем называть *замкнутой системой*.



а) последовательное; б) параллельное; в) обратная связь.

Рисунок 3.1 - Основные соединения звеньев

3.2 Основные преобразования структурных схем

Структурная схема систем управления может содержать большое количество звеньев, и их соединение может быть произвольным. Сложное соединение звеньев может быть преобразовано в более простое с сохранением динамических характеристик системы на основе *принципа суперпозиции*: сумма реакций звена (или системы) на отдельные воздействия равна реакции звена на сумму этих же воздействий [2, 3]. Это обуславливает математические выражения для *эквивалентной передаточной функции*:

$$W_{\text{экв}}(p) = W_1(p) * W_2(p) \text{ - рисунок 3.1 а;} \quad (3.1)$$

$$W_{\text{экв}}(p) = W_1(p) + W_2(p) \text{ - рисунок 3.1 б;} \quad (3.2)$$

$$W_{\text{экв}}(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p) * W_2(p)} \text{ - рисунок 3.1 в,} \quad (3.3)$$

если отрицательная ОС, то знак в знаменателе «плюс», иначе - «минус».

Формулы (3.1-3.3) лежат в основе существующих правил преобразования структурных схем (таблица 3.1).

Таблица 3.1 - Правила преобразования структурных схем

№	Исходная схема	Эквивалентная схема
Два последовательно включенных блоков		
1	<p>Исходная схема: Входной сигнал u поступает на блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+2}$. Его выход соединен с входом второго блока с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+3}$. Выход второго блока является выходным сигналом y.</p>	<p>Эквивалентная схема: Входной сигнал u поступает на эквивалентный блок с передаточной функцией $2 \cdot W1(p) \cdot W2(p) = \frac{2}{s^2+5s+6}$. Выход блока является выходным сигналом y.</p>
Два параллельно включенных блоков		
2	<p>Исходная схема: Входной сигнал u разветвляется на два параллельных канала. Первый канал содержит блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+2}$, второй — блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+3}$. Выходы этих двух каналов суммируются, и результат является выходным сигналом y.</p>	<p>Эквивалентная схема: Входной сигнал $u1$ поступает на эквивалентный блок с передаточной функцией $W1(p) + W2(p) = \frac{2s+5}{s^2+5s+6}$. Выход блока является выходным сигналом y.</p>
Соединение с обратной связью		
3	<p>Исходная схема: Входной сигнал u поступает на сумматор (+). Выход сумматора проходит через блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+2}$ и становится выходным сигналом y. Сигнал y также поступает на блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+3}$, выход которого возвращается к сумматору (-).</p>	<p>Эквивалентная схема: Входной сигнал u поступает на эквивалентный блок с передаточной функцией $W1(p) \cdot (1 + W1(p) \cdot W2(p)) = \frac{s+3}{s^2+5s+7}$. Выход блока является выходным сигналом y.</p>
Перенос сумматора по ходу сигнала		
4	<p>Исходная схема: Входной сигнал u разветвляется на два параллельных канала. Первый канал содержит блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+2}$, второй — блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+3}$. Выходы этих двух каналов суммируются, и результат проходит через блок с передаточной функцией $W3(p) = \frac{1}{s+4}$ к выходу y.</p>	<p>Эквивалентная схема: Входной сигнал $u1$ разветвляется на два параллельных канала. Первый канал содержит блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+2}$, второй — блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+3}$. Выходы этих двух каналов суммируются, и результат проходит через блок с передаточной функцией $W3(p) = \frac{1}{s+4}$ к выходу y.</p>
Перенос сумматора против хода сигнала		
5	<p>Исходная схема: Входной сигнал u разветвляется на два параллельных канала. Первый канал содержит блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+2}$, второй — блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+3}$. Выходы этих двух каналов суммируются, и результат проходит через блок с передаточной функцией $W3(p) = \frac{1}{s+4}$ к выходу y.</p>	<p>Эквивалентная схема: Входной сигнал $u1$ разветвляется на два параллельных канала. Первый канал содержит блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{s+2}{s+3}$, второй — блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+4}$. Выходы этих двух каналов суммируются, и результат проходит через блок с передаточной функцией $W3(p) = \frac{1}{s+4}$ к выходу y.</p>
Перенос узла против хода сигнала		
6	<p>Исходная схема: Входной сигнал u разветвляется на два параллельных канала. Первый канал содержит блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+4}$, второй — блок с передаточной функцией $W3(p) = \frac{1}{s+3}$. Выходы этих двух каналов суммируются, и результат проходит через блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+2}$ к выходу y.</p>	<p>Эквивалентная схема: Входной сигнал u разветвляется на два параллельных канала. Первый канал содержит блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+4}$, второй — блок с передаточной функцией $W3(p) = \frac{1}{s+3}$. Выходы этих двух каналов суммируются, и результат проходит через блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+2}$ к выходу y.</p>
Перенос узла по ходу сигнала		
7	<p>Исходная схема: Входной сигнал u разветвляется на два параллельных канала. Первый канал содержит блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+4}$, второй — блок с передаточной функцией $W3(p) = \frac{1}{s+3}$. Выходы этих двух каналов суммируются, и результат проходит через блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+2}$ к выходу y.</p>	<p>Эквивалентная схема: Входной сигнал u разветвляется на два параллельных канала. Первый канал содержит блок с передаточной функцией $W1(p) = \frac{1}{s+4}$, второй — блок с передаточной функцией $W2(p) = \frac{1}{s+2}$. Выходы этих двух каналов суммируются, и результат проходит через блок с передаточной функцией $W3(p) \cdot W2(p) = \frac{1}{s+3}$ к выходу y.</p>

3.3 Порядок выполнения лабораторной работы №3

1. Заданы схемы исходных систем (таблица 3.2 и 3.3). Используя команды пакета CST или MATLAB Simulink, получить переходные характеристики.

Таблица 3.2 – Структурные схемы исходных систем

Вариант	Структурная схема	Вариант	Структурная схема
0		5	
1		6	
2		7	
3		8	
4		9	

Таблица 3.3 – Исходные данные

W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7
$\frac{4}{s+2}$	$\frac{6}{(s+2)(s+3)}$	$\frac{6}{s+3}$	$\frac{4}{s+2}$	$\frac{2}{(s+1)(s+2)}$	$\frac{16}{(s+2)(s+4)}$	$\frac{(s+6)}{(s+2)(s+3)}$

2. Получить выражения для эквивалентных передаточных функций и построить схему (рисунок 3.2).

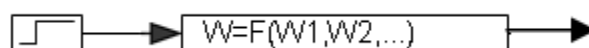


Рисунок 3.2 - Эквивалентная схема

3. Снять переходные характеристики эквивалентных схем, которые должны совпадать с переходными процессами, полученными в пункте 1.

3.4 Методический пример

Пусть задана структурная схема (рисунок 3.3) с передаточными функциями из таблицы 3.3.

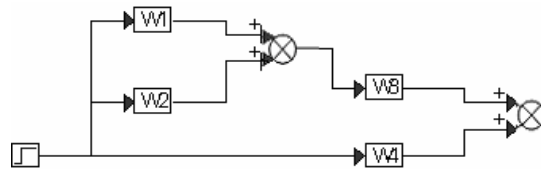


Рисунок 3.3 - Структурная схема исходной системы

На основе правил преобразования структурных схем, получим передаточную функцию эквивалентной системы:

$$W_{\text{экв}} = (W1 + W2)W3 + W4 = \left(\frac{4}{s+2} + \frac{6}{(s+2)(s+3)} \right) \frac{6}{s+3} + \frac{4}{s+2} = \frac{4s^2 + 48s + 144}{s^3 + 8s^2 + 21s + 18}.$$

На рисунках 3.4 и 3.5 представлены результаты, полученные в MATLAB Simulink в виде идентичных переходных характеристик исходной и эквивалентной систем.

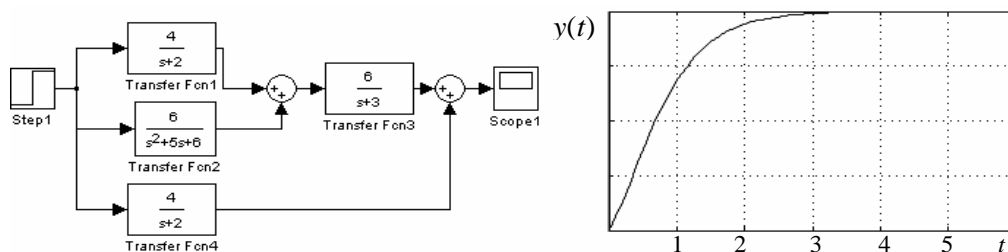


Рисунок 3.4 – Результаты моделирования исходной системы

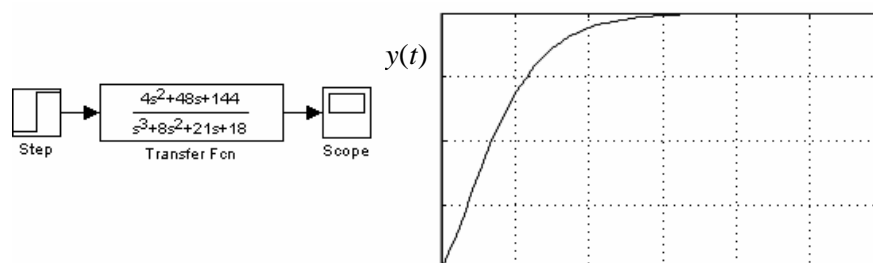


Рисунок 3.5 - Результаты моделирования эквивалентной системы 3.5

3.5 Контрольные вопросы

3.5.1 Основные соединения звеньев.

3.5.2 Основные преобразования звеньев.

3.5.3 Принцип суперпозиции.

3.5.4 Структурная схема САУ. Основные элементы структурных схем.

3.5.5 Алгоритм построения структурной модели динамических процессов.

3.5.6 Каким образом определяются параметры звеньев первого по экспериментально снятым $h(t)$?

3.5.7 Приведите примеры динамических звеньев, их передаточные функции и временные характеристики.

3.5.8 Как влияет изменение постоянной времени T и коэффициента k на переходные характеристики звеньев?

4 Лабораторная работа №4. Исследование качества переходных процессов систем управления

Цель: закрепление теоретических знаний и овладение практическими навыками по исследованию качества переходных процессов.

4.1 Краткое теоретическое введение

К системам автоматического регулирования (САР) предъявляются требования не только устойчивости процессов регулирования. Для работоспособности системы не менее необходимо, чтобы процесс автоматического регулирования осуществлялся при обеспечении определенных показателей качества процесса управления. Если исследуемая САР является устойчивой, возникает вопрос о том, насколько качественно происходит регулирование в этой системе и удовлетворяет ли оно технологическим требованиям объекта управления. На практике качество регулирования определяется визуально по графику переходной характеристики [2, 3].

Классификация показателей качества состоит из нескольких групп:

- прямые - определяемые непосредственно по переходной характеристике процесса;

- корневые - определяемые по корням характеристического полинома;

- частотные - по частотным характеристикам;

- интегральные - получаемые путем интегрирования функций.

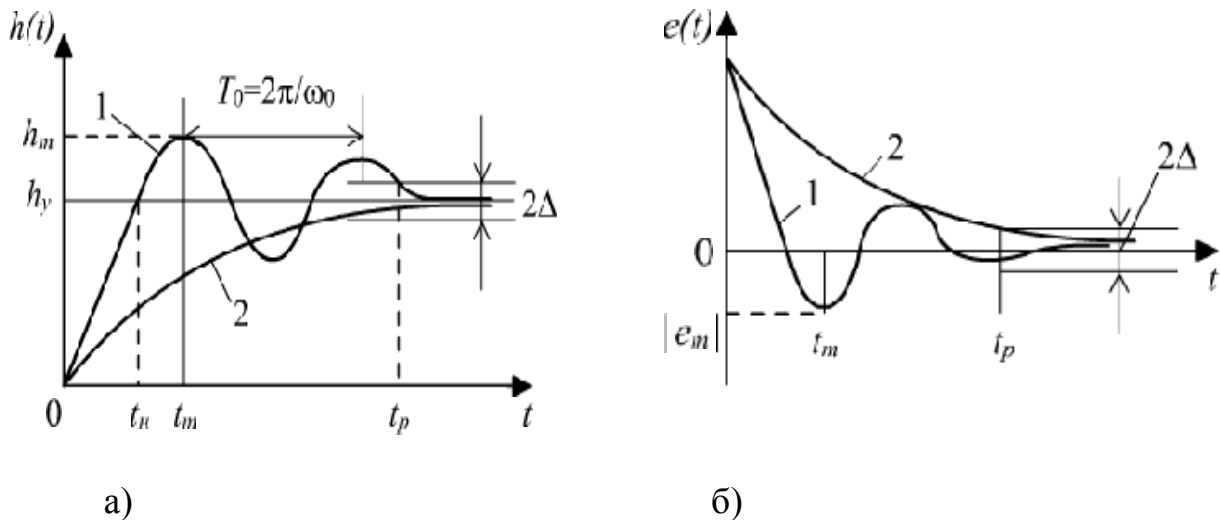
Изменение режима работы автоматической системы возникает в результате прикладываемых к ней внешних воздействий. При этом возможны различные режимы работы системы в зависимости от заданного закона изменения выходной переменной и внешних возмущающих воздействий. Внешнее возмущение в виде переменной нагрузки наиболее

существенно для систем стабилизации управляемой переменной на заданном уровне. Основная задача при этом состоит в том, чтобы создать систему, которая не реагировала бы на это воздействие.

Внешнее воздействие на входе системы наиболее характерно для программных и следящих систем. При этом надо так выбрать параметры и структуру системы, чтобы это воздействие воспроизводилось с минимальной ошибкой (ковариантная задача). В общем случае все эти воздействия на систему являются сложной функцией времени.

При исследовании качества процесса управления обычно принято рассматривать несколько типичных воздействий в виде следующих функций: единичной скачкообразной, импульсной, гармонической и соответствующей изменению сигнала с постоянной скоростью. Наиболее распространенным является воздействие в виде скачкообразной функции [4].

Переходный процесс в системе зависит не только от свойств САУ, но и от характера внешнего воздействия, которое в общем случае может быть сложной функцией времени. Поведение системы рассматривают при следующих типовых воздействиях: единичной ступенчатой функции $I(t)$, импульсной $\delta(t)$ и гармонической функций. Прямые оценки качества получают по кривой переходной характеристики $h(t)$, т. е. при воздействии единичной ступенчатой функции и нулевых начальных условиях.



а - для выходной координаты $h(t)$; б - для ошибки $e(t)$.

Рисунок 4.1 - Переходные характеристики

В зависимости от характера затухания при скачкообразном воздействии переходный процесс может быть монотонным, аperiodическим или колебательным (рисунок 4.1). Процесс является монотонным, если отклонение управляемой переменной от нового установившегося значения при $t \rightarrow \infty$ только уменьшается (кривая 2). Процесс считается аperiodическим, если имеет место не более одного перерегулирования относительно начального и конечного значений управляемой переменной.

Прямыми показателями качества (только они рассматриваются в этой лабораторной работе) процесса управления, определяемые непосредственно по переходной характеристике, являются:

1) Время регулирования t_p – минимальное время, по истечении которого переходная характеристика будет оставаться близкой к установившемуся значению с требуемой точностью, т.е. выполняются неравенства $|e(t)| \leq \Delta$ или $|h(t) - h_y| \leq \Delta$, где Δ - постоянная, заранее оговариваемая величина, которая задается в процентах от h_y (для статических систем $h_y = K/(1+K)$, а для астатических $h_y = 1$). Обычно принимают $\Delta = 5\%$.

2) Перерегулирование H_m – максимальное отклонение переходной характеристики от установившегося значения, выраженное в относительных единицах или процентах $H_m = \frac{(h_m - h_y)}{h_y} 100\%$ или $H_m = \frac{|e_m|}{h_y} 100\%$.

3) Время достижения первого максимума t_m .

4) Время нарастания переходного процесса t_n – абсцисса первой точки пересечения кривой $h(t)$ с уровнем установившегося значения h_y или кривой $e(t)$ с осью абсцисс.

5) Частота колебаний $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$, где T_0 – период колебаний для колебательных процессов.

6) Число колебаний N , которые имеет $h(t)$ за время t_p .

7) Декремент затухания – количественная оценка интенсивности затухания колебательности переходного процесса: $\xi = \frac{h_{m1} - h_y}{h_{m2} - h_y}$.

Для монотонных процессов основным показателем является время регулирования.

4.2 Программа и методика выполнения работы

4.2.1 Для системы автоматического управления описанной передаточной функцией: $W = \frac{k}{p(T_1p + 1)(T_2p + 1)}$ и по варианту указанным в таблице 4.2.1, используя пакет MATLAB-Simulink, необходимо построить переходной процесс.

4.2.2 По полученному графику определить все прямые показатели качества.

4.2.3 Сделайте выводы по результатам.

Таблица 4.1 – Параметры системы автоматического управления

№	$T1$	$T2$	k	№	$T1$	$T2$	k
1	0.51	0.11	0.2	11	0.45	1.0	4
2	0.35	1.0	8.56	12	0.56	0.93	5

Окончание таблицы 4.1

3	0.13	0.013	13	13	0.89	0.57	89
4	0.46	0.19	3.79	14	0.65	0.3	4.2
5	0.7	0.67	6.67	15	0.2	0.01	8
6	0.98	0.23	9	16	0.54	0.91	3.4
7	0.96	0.99	8.67	17	1.0	0.63	6.7
8	0.5	1.0	3.4	18	0.3	0.44	3
9	0.39	0.83	6.12	19	1.0	0.86	3.8
10	0.99	0.92	90	20	0.34	0.28	5.54

4.3 Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие разделы:

- 1) Титульный лист.
- 2) Цель и порядок выполнения работы.
- 3) Краткое изложение теоретической части.
- 4) Структурная схема исследуемой САУ.
- 5) Графики переходных процессов.
- 6) Расчет и описание вышеуказанных показателей качества.
- 7) Выводы.

4.4 Контрольные вопросы

4.4.1 Какие типичные воздействия рассматривают при исследовании качества САУ?

4.4.2 Назовите группы показателей качества САУ.

4.4.3 Почему исследуемые в этой работе показатели качества называются прямыми?

4.4.4 Дайте определение следующим понятиям:

- время регулирования;
- перерегулирование;
- частота колебаний;
- число колебаний;
- достижение первого максимума;
- время нарастания переходного процесса;
- декремент затухания.

4.4.5 Какое допустимое значение может принимать перерегулирование?

4.4.6 Какое количество колебаний приемлемо в системах управления?

4.4.7 Прямые и косвенные оценки качества переходного процесса.

4.4.8 Как оценивается запас устойчивости системы?

4.4.9 Каким образом можно оценить качество системы по ЛАЧХ и ЛФЧХ?

5 Лабораторная работа №5. Исследование точности систем управления

Цель: исследование точности систем автоматического регулирования в различных типовых режимах.

5.1 Краткое теоретическое введение

Одним из основных требований, предъявляемых к САУ, является точность воспроизведения задающего воздействия, которая определяется формой установившегося процесса управления $(y(t))$ [5]. При этом установившаяся ошибка системы будет:

$$\varepsilon(t) = y(t) - g(t). \quad (5.1)$$

Установившееся значение ошибки в САУ можно определить, воспользовавшись теоремой о предельном значении оригинала из операционного исчисления.

Если функции $\varepsilon(t)$ и $\dot{\varepsilon}(t)$ – оригинал и $E(P)$ – изображение функции $\varepsilon(t)$, то

$$\lim_{P \rightarrow 0} P \cdot E(P) = \lim_{P \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \varepsilon_{уст}. \quad (5.2)$$

Обычно точность САУ определяют для типовых режимов работы. Простейшими из них являются режимы [5]:

- при постоянной величине внешнего воздействия;
- при изменении внешнего воздействия с постоянной скоростью;
- при квадратично нарастающем изменении внешнего воздействия;
- при гармоническом воздействии.

Найдем значение установившейся ошибки в замкнутой САУ при постоянной величине внешнего задающего воздействия $g(t) = const = g_0$.

Пусть передаточная функция разомкнутой цепи – $W(p)$. Тогда передаточная функция замкнутой системы для ошибки будет равна:

$$\Phi_{\varepsilon}(p) = \frac{1}{1 + W(p)}. \quad (5.3)$$

Согласно теореме о предельном значении оригинала (5.2), выражение установившейся ошибки принимает вид:

$$\varepsilon_{уст} = \lim_{p \rightarrow 0} P \cdot G(P) \cdot \Phi_{\varepsilon}(P). \quad (5.4)$$

При $G(p) = \frac{g_0}{P}$ и $W(p) = \frac{M(P) \cdot K}{Q(P)}$, где $M(P)$ и $Q(P)$ не содержат множителя P , с учетом (5.2) получим:

$$\varepsilon_{уст} = \frac{g_0}{1 + K}. \quad (5.5)$$

Это значение ошибки называется статической ошибкой.

Пусть задающее воздействие изменяется с постоянной скоростью

$$g(t) = V \cdot t. \quad (5.6)$$

По формулам (5.2) и (5.3), с учетом того, что в этом случае $G(P) = \frac{V}{P^2}$, найдем:

$$\varepsilon_{уст} = \lim_{p \rightarrow 0} P \cdot \frac{V}{P^2} \cdot \frac{1}{1+W(p)} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{V}{P} \cdot \frac{1}{1+W(p)}. \quad (5.7)$$

Чтобы ликвидировать нарастание ошибки в этом случае, передаточная функция разомкнутой цепи САУ – $W(p)$ должна иметь нулевой полюс. Тогда, как следует из формулы (5.7), получим $\varepsilon_{уст} = V/K$. Это постоянное значение называется скоростью ошибки.

Например. Пусть $W(p) = \frac{K}{p(Tp+1)}$ (один нулевой полюс).

Тогда из (5.7) получим:

$$\varepsilon_{уст} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{V}{P^2} \cdot \frac{p(Tp+1)}{p(Tp+1)+K} = \frac{V}{K}.$$

Если в этом примере задающее воздействие постоянное, то установившаяся ошибка в САУ будет равна нулю:

$$\varepsilon_{уст} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{g_0}{P} \cdot \frac{p(Tp+1)}{p(Tp+1)+K} = 0.$$

Итак, система, имеющая нулевой полюс в передаточной функции разомкнутой цепи $W(p)$, не будет иметь статической ошибки и даст постоянное значение скорости ошибки.

Такая система называется астатической системой. В передаточной функции разомкнутой цепи $W(p)$ необходимо присутствие интегрирующего звена.

Следящие системы и системы программного управления должны проектироваться как астатические. Системы, настраиваемые на поддержание постоянного значения регулируемой величины, могут иметь и статические ошибки.

В следящей системе интегрирующим звеном, создающим *астатизм*, является исполнительный двигатель. Угол поворота вала (или линейное перемещение) будет пропорционален интегралу от входного управляющего сигнала (напряжения).

Как видно из формул ошибок (5.5) и (5.7), для уменьшения величины ошибки надо увеличивать общий коэффициент усиления K разомкнутой цепи системы. Поэтому величина K именуется добротностью системы.

Можно строить САУ также с астатизмом второго и более высокого порядка и не только по отношению к задающему воздействию, но и по отношению к возмущающему воздействию. Условие астатизма при этом будет другим и будет определяться из условия:

$$\varepsilon_{уст} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p) \cdot \Phi_{eg}(p). \quad (5.8)$$

Точность при гармоническом воздействии. Установившаяся ошибка в этом случае определяется частотными характеристиками замкнутой системы, рассмотренными ранее.

Пусть входное воздействие изменяется по закону:

$$g(t) = g_m \sin \omega_p t. \quad (5.9)$$

В линеаризованной системе в установившемся режиме ошибка будет меняться также по гармоническому закону:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m \sin(\omega_p t + \varphi). \quad (5.10)$$

Точность САУ в этом режиме можно определить по амплитуде ошибки, воспользовавшись определением АЧХ замкнутой САУ по ошибке:

$$\varepsilon_m = \frac{g_m}{|1 + W(j\omega_p)|}. \quad (5.11)$$

Обычно система управления проектируется таким образом, чтобы ε_m была много меньше амплитуды входного сигнала g_m . Следовательно, должно выполняться условие $|1 + W(j\omega_p)| \gg 1$ на рабочей частоте ω_p . Тогда выражение (2.11) можно заменить приближенным:

$$\varepsilon_m = \frac{g_m}{|W(j\omega_p)|}. \quad (5.12)$$

Эта формула позволяет вычислить амплитуду ошибки в установившемся режиме, а также решить задачу синтеза САУ, обеспечивающую заданную точность в установившемся режиме. Например, при построении желаемой ЛАЧХ на частоте управляющего воздействия (рабочей частоте - ω_p) при заданной амплитуде входного воздействия - g_m и допустимой амплитуде ошибки - ε_m определяется, так называемая, контрольная точка с координатами ω_p и $20 \lg |W(j\omega_p)| = 20 \lg \frac{g_m}{\varepsilon_m} [\text{Дб}]$.

Желаемая ЛАЧХ должна пройти через эту точку (или чуть выше). Часто при проектировании и испытании систем управления пользуются синусоидальным задающим сигналом и в том случае, когда требования к системе поставлены по максимальной скорости и максимальному ускорению входного воздействия. В этом случае можно определить эквивалентный синусоидальный сигнал.

Если $g(t) = g_m \sin \omega_p t$, то скорость и ускорение будут:

$$\dot{g}(t) = g_m \omega_p \cos \omega_p t; \quad \ddot{g}(t) = -g_m \omega_p^2 \sin \omega_p t.$$

Следовательно,

$$\dot{g}(t) = g_m \omega_p; \quad \ddot{g}(t) = g_m \omega_p^2.$$

Отсюда вычисляются частота ω_p и амплитуда g_m синусоидального задающего воздействия, соответствующие требуемым максимальной скорости и ускорению, а именно:

$$\omega_p = \frac{g_{\max}}{g_{\max}}; \quad \omega_m = \frac{g^2}{g_{\max}}$$

Эти значения используются для нанесения координат контрольной точки на поле построения желаемой ЛАЧХ разомкнутого контура системы управления.

В этой лабораторной работе будут рассмотрены установившиеся ошибки системы при постоянном, линейно-нарастающем и квадратично-нарастающем внешнем воздействиях.

5.2 Программа и методы выполнения работы

5.2.1 В соответствии со своим вариантом построить схему системы, показанной на рисунке 5.1. При исследовании системы с астатизмом нулевого порядка принять $R(p)=K$ и использовать в качестве внешнего задающего воздействия только $g=A$, $g=vt$ (параметры выбрать из таблиц 5.1), а при исследовании астатических систем принять $R(p)=K/p$ и использовать в качестве внешнего задающего воздействия $g=A$, $g=vt$ (параметры выбрать из таблиц 5.1) и $g = \frac{at^2}{2}$ (параметры выбрать из таблицы 5.2),

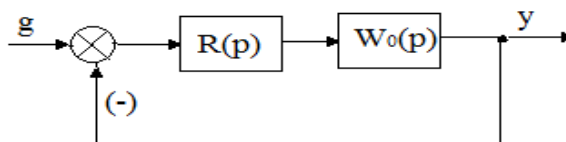


Рисунок 5.1 - Структурная схема системы

где $W_0(p) = \frac{K_1}{T_1 p^2 + T_2 p + 1}$, $R(p) = K$ - для астатической системы.

5.2.2 Провести исследование системы с нулевым порядком астатизма при воздействии постоянного сигнала. Для этого необходимо с помощью пакета MATLAB-Simulink собрать схему модели, как показано на рисунке 5.2. Генератором постоянного сигнала является блок *Constant* из библиотеки *Sources*, параметром которого является постоянный сигнал $g=A$. Роль $R(p)=K$ играет усилитель *Gain* из библиотеки *Math*. Передаточная

функция $W_0(p) = \frac{K_1}{T_1 p^2 + T_2 p + 1}$ реализуется с помощью блока *Transfer Fcn*

библиотеки *Continuous*, с помощью параметров которого в модель записываются K_1 , T_1 , T_2 . На выходе устанавливается осциллограф *Scope*

из библиотеки *Sinks*. Для просмотра одновременно двух сигналов и их сравнения на его вход одновременно подаем два сигнала: $g = A$ (с выхода генератора сигнала *Constant*); $y(t)$ (с выхода системы). Такое позволяет сделать блок *Mux* (черный четырехугольник на рисунке) из библиотеки *Signals & Systems*.

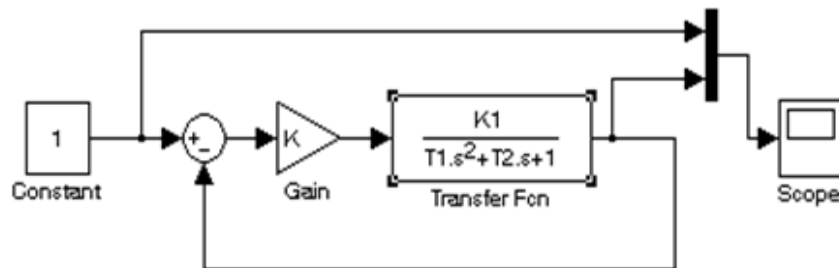


Рисунок 5.2 - Схема модели на MATLAB-Simulink для системы с нулевым порядком астатизма при подаче на вход сигнала $g=A$

5.2.3 Изменяя $K = 1, 5, 10$, получить переходные процессы и определить предельные значения установившейся ошибки для каждого K .

5.2.4 Собрать аналогично п.п. 5.2. схему модели для системы с нулевым порядком астатизма при подаче на вход линейно-нарастающего сигнала $g = v \cdot t$, как показано на рисунке 5.3. Для получения входного воздействия $g = v \cdot t$, последовательно генератору постоянного сигнала соединяется блок *Integrator* из библиотеки *Continuous*.

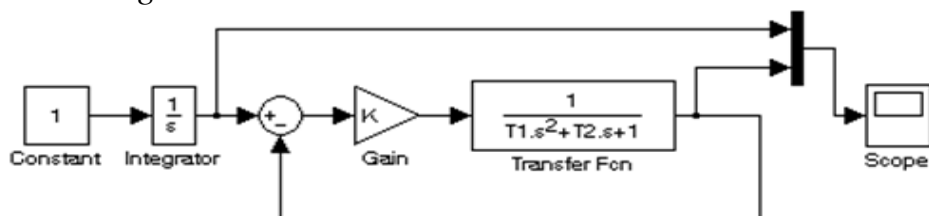


Рисунок 5.3 - Схема модели на MATLAB-Simulink для системы с нулевым порядком астатизма при подаче на вход сигнала $g = v \cdot t$

5.2.5 Также для трех значений $K = 1, 5, 10$ получить переходные процессы и определить предельные значения установившейся ошибки для каждого K .

5.2.6 Исследование систем с астатизмом первого порядка. Для таких систем $R(p) = K/p$, и поэтому последовательно к усилителю *Gain* присоединяется блок *Integrator* из библиотеки *Continuous*. Схема модели показана на рисунке 5.4. Квадратично нарастающее входное воздействие

$g = \frac{at}{2}$ можно получить, если включить последовательно с генератором воздействующих сигналов два интегратора. Параметры передаточной

функции для соответствующих вариантов показаны в таблице 5.2. а параметры воздействующих сигналов в таблицах 5.1. и 5.2.

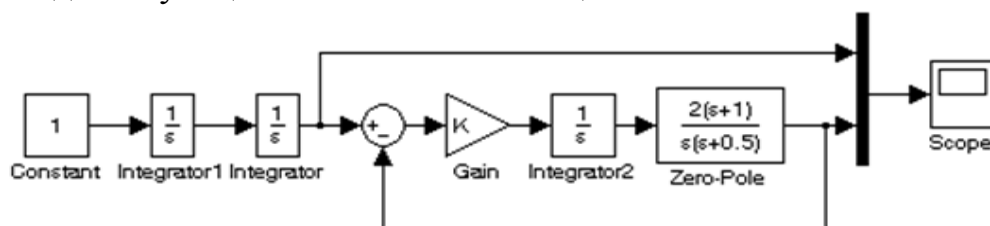


Рисунок 5.4 - Схема модели на MATLAB-Simulink для системы с астатизмом при подаче на вход сигнала $g = \frac{at^2}{2}$ (в качестве примера на схеме показана передаточная функция $w_0(p) = \frac{2(p+1)}{p(p+0.5)}$)

5.2.7 По полученным данным проанализировать влияние параметров на точность системы.

Таблица 5.1 - Варианты параметров систем с нулевым порядком астатизма

Вариант	K1	T1	T2	K	Типовые входные воздействия		
					$g=A$	$g=vt$	$g = at^2/2$
1	1	0	3	1, 5, 10	1	t	$0.2t^2$
2	1.5	0	2.5	1, 5, 10	4	2t	$0.25t^2$
3	1.5	0	0.5	1, 5, 10	2	t	$0.3t^2$
4	2	0	1	1, 5, 10	2	2t	$0.45t^2$
5	3	0	1	1, 5, 10	1	2t	$0.4t^2$
6	2.5	0.5	5	1, 5, 10	1	0.5t	$0.35t^2$
7	2.5	2.5	3	1, 5, 10	2	4t	$0.3t^2$
8	8	0.5	3	1, 5, 10	2	t	$0.2t^2$
9	5	0.1	2	1, 5, 10	1	2t	$0.2t^2$
10	3	1	2	1, 5, 10	1	t	$0.25t^2$
11	1.5	1	0.7	1, 5, 10	2	3t	$0.25t^2$
12	2	1	0.6	1, 5, 10	2	2t	$0.5t^2$
13	3	2	2	1, 5, 10	2	2t	$0.45t^2$
14	4	2	3	1, 5, 10	1	0.5t	$0.2t^2$
15	5	1	0.5	1, 5, 10	2	2t	$0.3t^2$

Таблица 5.2 - Варианты для исследования астатических систем

Вариант	$W_0(p)$	$g = at^2/2$	Вариант	$W_0(p)$	$g = at^2/2$
1	$\frac{2}{3p+1}$	$0,2t^2$	8	$\frac{p+1}{2p^2+3p+1}$	$0,25t^2$
2	$\frac{3}{2,5p+1}$	$0,5t^2$	9	$\frac{p+2}{0,5p^2+2p+1}$	$0,2t^2$
3	$\frac{1,5}{0,5p}$	$0,2t^2$	10	$\frac{p+2}{0,5p^2+p+2}$	$0,5t^2$
4	$\frac{p+1,5}{p^2+2p+1}$	$0,4t^2$	11	$\frac{1,5p+8}{0,5p^2+2p+8}$	$0,3t^2$
5	$\frac{p+1}{p^2+p+2}$	$0,3t^2$	12	$\frac{p+1}{0,5p^2+p+1}$	$0,45t^2$
6	$\frac{p+5}{p^2+5p+6}$	$0,45t^2$	13	$\frac{p+1}{0,1p^2+0,7p+1}$	$0,4t^2$
7	$\frac{1,5p+8}{0,5p^2+2p+8}$	$0,25t^2$	14	$\frac{p+1,5}{p^2+2p+1}$	$0,5t^2$

5.3 Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие разделы:

- 1) Титульный лист.
- 2) Цель и порядок выполнения работы.
- 3) Краткое изложение теоретической части.
- 4) Математические модели исследуемых систем и кривые переходных процессов.
- 5) Графики экспериментально полученных зависимостей ε в зависимости от коэффициента K .
- 6) Выводы.

5.3 Контрольные вопросы

5.4.1 Какие существуют типовые воздействия для исследования точности?

5.4.2 С помощью какого блока Simulink реализуется увеличение порядка астатизма в модели системы?

5.4.3 Как определить порядок астатизма системы автоматического управления.

5.4.4 Определение статической и астатической системы.

5.4.5 Связь установившейся ошибки с передаточной функцией системы и входным сигналом.

5.4.6 Влияние параметров П-, ПИ-, И-регуляторов на переходной процесс системы.

5.4.7 Оценка качества переходного процесса.

5.4.8 Проанализировать результаты эксперимента. Объяснить причину возникновения экстремума оценки.

5.4.9 Влияние типа регулятора на устойчивость и ошибку системы.

6 Лабораторная работа №6. Исследование устойчивости разомкнутых и замкнутых систем

Цель: исследование устойчивости автоматических систем различной структуры и оценка запасов устойчивости.

6.1 Основные теоретические сведения

Оценка устойчивости системы есть оценка ее способности осуществлять регулирование, поэтому исследование системы регулирования начинают с оценки устойчивости [5].

Свойство устойчивости. Способность системы возвращаться в состояние равновесия после прекращения внешних воздействий, которые вывели ее из этого состояния.

Пусть линейная система описывается дифференциальным уравнением следующего вида:

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 u^{(m)}(t) \dots + b_m u(t), \quad (6.1)$$

при начальных условиях

$$y(t_0) = y_0(t), \dots, y^{(n-1)}(t_0) = y_0^{(n-1)}(t_0) = y_0^{n-1}(t),$$

где $y(t)$ - регулируемая величина;

$u(t)$ - управляющее воздействие;

a_0, a_1, \dots, a_n ; и b_0, \dots, b_m - постоянные коэффициенты;

n - порядок дифференциального уравнения системы $m \leq n$.

Реакция системы на возмущение определяется решением дифференциального уравнения:

$$y(t) = y_{св}(t) + y_{вын}(t), \quad (6.2)$$

где $y_{св}(t)$ - *свободное движение*, которое происходит при отсутствии внешнего воздействия вследствие ненулевых начальных условий;

$y_{вын}(t)$ - *вынужденное движение*, которое происходит под воздействием внешнего воздействия при нулевых начальных условиях.

Свободное движение является решением однородного дифференциального уравнения с ненулевыми начальными условиями:

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) = 0, \quad (6.3)$$

$$y(t_0) = y_0(t), \dots, y^{(n-1)}(t_0) = y_0^{(n-1)}(t_0).$$

Вынужденное движение является решением неоднородного уравнения (6.1) при нулевых начальных условиях.

Условия устойчивости. Система управления (рисунок 6.1, а) обладает свойством *устойчивости по начальным данным*, если при ненулевых ограниченных начальных условиях свободное движение $y_{ce}(t)$ ограничено при $t \in [t_0, \infty)$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) \rightarrow 0$. Система управления (рисунок 6.1, б) называется *устойчивой по входу*, если при любом ограниченном воздействии $u(t)$ реакция системы $y_{вын}(t)$ является ограниченной в любой момент времени $t \in [t_0, \infty)$. Если система устойчива и по входу, и по начальным данным и характеризуется затухающими процессами, то будет иметь место устойчивая система управления.



а) объект управления
при начальных условиях;

б) управляемый объект
при нулевых начальных условиях.

Рисунок 6.1 – Схемы объектов управления

Свободную составляющую движения системы можно представить как решение уравнения (6.3)

$$y_e(t) = \sum_{i=1}^n y_i(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{s_i t}, \quad (6.4)$$

где $y_i(t)$ - i -ая слагаемая решения уравнения (6.4);

C_i - постоянные интегрирования, определяемые начальными условиями;

s_i - корни характеристического полинома

$$a_0 s^{(n)}(t) + a_1 s^{n-1}(t) + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0. \quad (6.5)$$

Вещественным корням характеристического уравнения $s_i = \alpha_i$ в выражении (6.4) соответствуют слагаемые вида $y_i = C_i e^{\alpha_i t}$. Очевидно, что отрицательным корням $\alpha_i < 0$ соответствуют затухающие экспоненты (рисунок 6.2, а), положительным корням $\alpha_i > 0$ - возрастающие экспоненты (рисунок 6.2, б) и при нулевых корнях $\alpha_i = 0$ слагаемые представляют собой некоторые прямые C_i (рисунок 6.2, в).

Попарно сопряженным комплексным корням соответствуют слагаемые:

$$y_i(t) = C_i e^{(\alpha_i + j\beta_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} = A e^{\alpha_i t} \sin(\beta t + \psi), \quad (6.6)$$

где A и ψ - новые постоянные интегрирования.

В этом случае при $a_i < 0$ имеют место затухающие колебания (рисунок 6.2, г), при $a_i > 0$ - расходящиеся колебания (рисунок 6.2, д), при $a_i = 0$ - незатухающие колебания (рисунок 6.2, е).

Теоремы Ляпунова. Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения имели отрицательные вещественные части [4, 5].

Если хотя бы один корень характеристического уравнения будет иметь положительную вещественную часть, то система окажется неустойчивой.

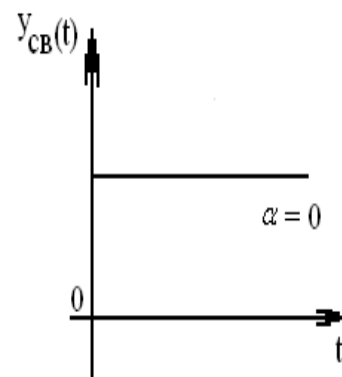
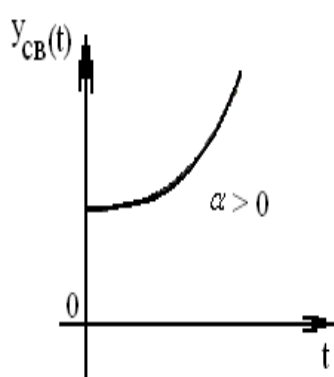
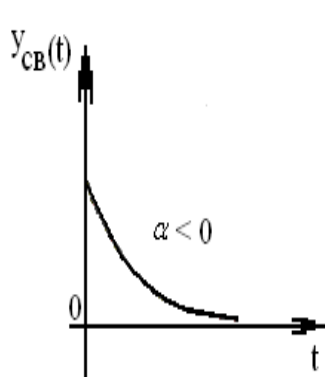
Система будет находиться на границе устойчивости в трех случаях, когда среди корней характеристического уравнения имеются:

- 1 случай - нулевой корень;
- 2 случай - пары чисто мнимых корней;
- 3 случай - бесконечный корень.

В первом случае систему называют *нейтрально устойчивой*, так как в характеристическом уравнении (6.5) будет отсутствовать свободный член $a_n = 0$. Следовательно, устойчивость системы оценивается относительно скорости изменения регулируемой величины $y(t)$.

Границу устойчивости второго типа называют *границей колебательной устойчивости* (рисунок 6.2, е).

В третьем случае вещественный корень может попасть из левой полуплоскости в правую, проходя через минус бесконечность. Слагаемое $C_k e^{\alpha t}$ выражения (6.4), соответствующее корню a_k , обращается в нуль, что соответствует понижению порядка дифференциального уравнения (6.3) на единицу.

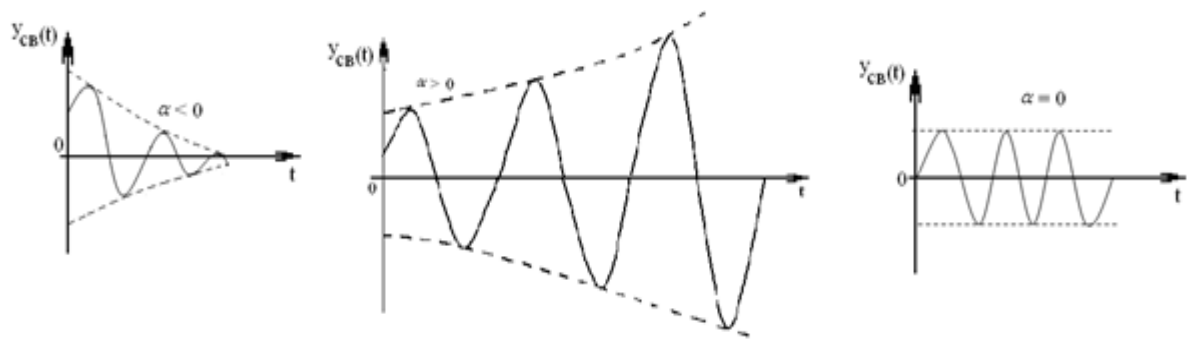


а) система устойчива по начальным данным;

б) система неустойчива;

в) система на границе устойчивости.

1) Система имеет действительные корни

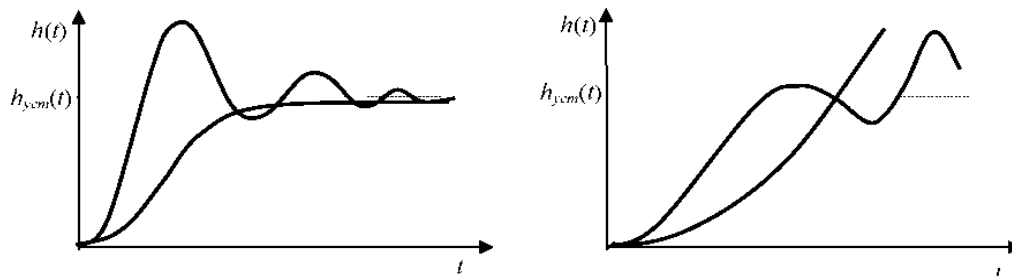


а) система устойчива по начальным данным; б) система неустойчива; в) система на границе устойчивости.

2) Система имеет комплексные корни
Рисунок 6.2 – График состояний систем

Если состояние системы определять по виду переходного процесса, то положению устойчивости по входу (рисунок 6.3, а) будут соответствовать процессы, сходящиеся с некоторой допустимой погрешностью к установившемуся значению

$$h_{ycm}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \frac{b_m}{a_n}.$$



а) система устойчива по входу; б) система неустойчива.

Рисунок 6.3 – Колебательный и монотонный переходные процессы

6.1 Порядок выполнения работы

1. Построить разомкнутые схемы систем из звеньев, представленных в таблице 6.1 (пункт 1, 2, 3). Оценить устойчивость разомкнутой системы следующими способами:

- нахождением полюсов передаточной функции;
- на основе снятия временных характеристик без внешнего воздействия при произвольных начальных условиях;
- на основе переходных процессов.

2. Замкнуть систему отрицательной единичной обратной связью и снять переходную характеристику. Оценить устойчивость замкнутой системы и сравнить с результатами, полученными в первом пункте.

3. Исследовать влияние коэффициента k и постоянных времени T на устойчивость разомкнутой и замкнутой систем.

Таблица 6.1 – Исходные данные

Вариант	Передаточная функция	Параметры	Пункты выполнения			
			1	2	3	
0	$W(s) = \frac{K}{Ts+1}$	}	k	0.5	1	10
1	$W(s) = \frac{K}{Ts-1}$					
2	$W(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$					
3	$W(s) = \frac{K}{T^2s^2+1}$		T	0.5	0.01	0.01
4	$W(p) = \frac{K}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}, \zeta = 0.5$					
5	$W(p) = \frac{K}{T^2s^2+2\zeta Ts-1}, \zeta = 0.5$					
6	$W(s) = \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)}$	}	k	1	1	100
7	$W(s) = \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$		T ₁	0.5	0.1	0.1
8	$W(s) = \frac{s+k}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$		T ₂	0.07	0.02	0.02
9	$W(s) = \frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$		T ₃	0.003	0.001	0.002

6.1 Методический пример

На основе команд CST MATLAB исследуем на устойчивость разомкнутую систему:

$$W(s) = \frac{20}{0.00025s^3 + 0.0286s^2 + 0.36s + 1}. \quad (6.7)$$

Определим исходную передаточную функцию как LTI-model с обозначением w , найдем полюса передаточной функции $\text{pole}(w)$, построим переходную характеристику $\text{step}(w)$.


```

>> = tf([20],[0.00025 0.0286 0.36 1])
>> pole(w)
ans =
-100.4626
-9.9262
-4.0112

```

Вывод: корни характеристического полинома или полюса передаточной функции имеют отрицательное значение, следовательно, по теореме Ляпунова система устойчива:

```

>> step(w).

```

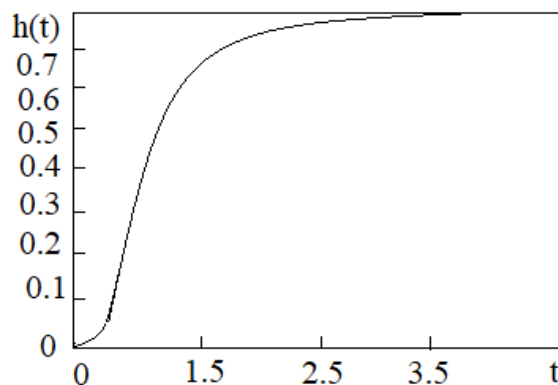


Рисунок 6.4 - Переходной процесс как результат применения команды step(w) для методического примера

Вывод: переходной процесс сходится к значению $h_{уст}(t)=20$, следовательно, система устойчива.

6.4 Контрольные вопросы

6.4.1 Свойство устойчивости систем.

6.4.2 Условие устойчивости по начальным данным, по входному воздействию.

6.4.3 Условия устойчивости (теоремы Ляпунова).

Как определяется предельный коэффициент усиления системы?

6.4.4 Передаточная функция.

6.4.5 Характеристическое уравнение.

6.4.6 Нули и полюса передаточной функции.

6.4.7 Математическая модель САУ в пространстве состояний.

Нормальная форма в пространстве состояний.

6.4.8 Преимущества каждой из форм математического описания систем управления.

7 Лабораторная работа №7. Синтез и исследование систем управления с последовательной коррекцией

Цель: экспериментальная проверка на модели (на ЭВМ) теоретических результатов и эффективности коррекции.

7.1 Краткое теоретическое введение

На рисунке 7.1 представлена структурная схема следящей системы, в которой отсутствует корректирующее звено. Передаточная функция нескорректированной следящей системы в разомкнутом состоянии

$$W_p(p) = \frac{K_p}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}, \quad (3.5)$$

где $T_1=1\text{с}$; $T_2=0,1\text{с}$; $K_p=10$.

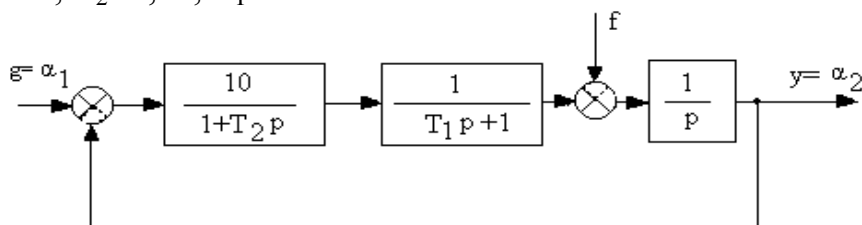


Рисунок 7.1 - Структурная схема нескорректированной следящей системы

Для данной САУ (приложение А) с помощью метода логарифмических амплитудно-частотных характеристик произведен синтез корректирующего звена. Передаточная функция полученного звена введена в структуру следящей системы и представлена элементами Matlab Simulink (рисунок 7.2).

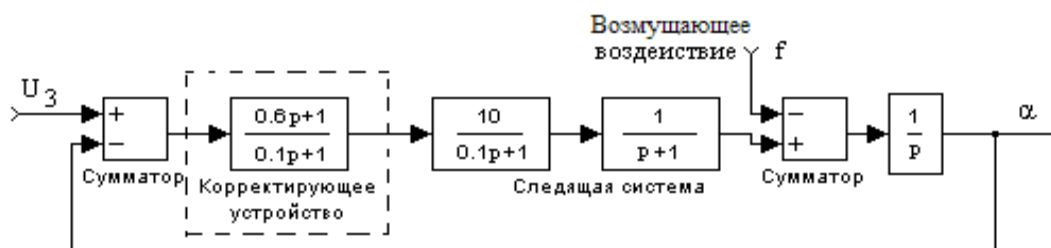


Рисунок 7.2 – Схема модели скорректированной следящей системы

7.2 Программа работы

7.2.1 Для структурной схемы следящей системы (рисунок 7.1) набрать схему модели из элементов и блоков Matlab Simulink. Получить переходный процесс при $U_3 = 10\text{В}$, результаты сохранить.

7.2.2 Набрать схему модели скорректированной системы. Снять переходный процесс при $U_3 = 10\text{В}$, результаты сохранить.

7.2.3 Сопоставить качественные показатели. Сделать выводы.

7.3 Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие разделы:

- 1) Титульный лист.
- 2) Цель и порядок выполнения работы.
- 3) Краткое изложение теоретической части.
- 4) Структурные схемы САР. Схемы моделей.
- 5) Результаты экспериментов в виде осциллограмм.
- 6) Выводы.

7.4 Контрольные вопросы

- 7.4.1 Назначение коррекции.
- 7.4.2 Методы синтеза КУ.
- 7.4.3 Расскажите порядок синтеза с помощью ЛАЧХ.
- 7.4.4 Порядок построения желаемой ЛАЧХ.
- 7.4.5 Определение передаточной функции КУ по ЛАЧХ.
- 7.4.6 Виды КУ. Порядок расчета параметров.
- 7.4.7 Определение статической и астатической системы.
- 7.4.8 Связь установившейся ошибки с передаточной функцией системы и входным сигналом.

8 Лабораторная работа №8. Исследование характеристик элементарных нелинейных элементов систем управления

Цель: изучение элементарных нелинейных звеньев и исследование их выходных характеристик.

8.1 Краткое теоретическое введение

Нелинейной системой автоматического регулирования называется такая система, которая содержит хотя бы одно звено описываемое нелинейным уравнением. Такое звено называется нелинейным звеном или нелинейным элементом.

Путем эквивалентного преобразования большое число нелинейных систем можно представить в виде замкнутого контура с последовательным включением нелинейного элемента (НЭ) и линейной части (ЛЧ), как показано на рисунке 8.1 [6].

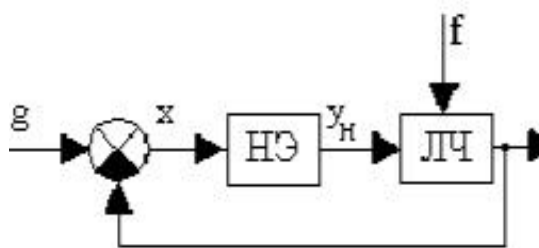


Рисунок 8.1 - Схема нелинейной системы: НЭ - нелинейный элемент; ЛЧ - линейная часть

Большая часть модулей нелинейных систем поддается линейризации и описывается типовыми динамическими звеньями. Накопленный опыт в изучении нелинейных систем позволил выделить встречающиеся типовые нелинейности и систематизировать их. Можно выделить три группы нелинейных звеньев:

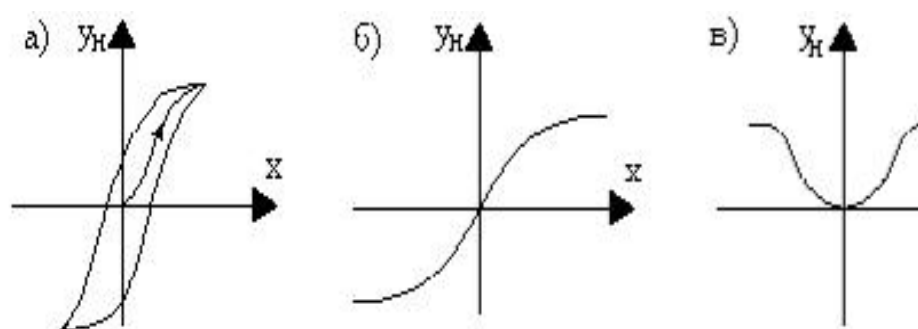
- нелинейные звенья с однозначными характеристиками (статические нелинейности);
- нелинейные звенья с многозначными характеристиками (динамические нелинейности);
- особые нелинейные элементы (не поддаются классификации).

Однозначная характеристика звена свидетельствует о том, что, кроме наличия чувствительности к значению входной координаты, звено нечувствительно ни к направлению движения входной координаты, ни к её производным.

Различают следующие основные типы нелинейных звеньев.

Нелинейные звенья с гладкими криволинейными характеристиками.

Примеры таких характеристик приведены на рисунке 8.2.



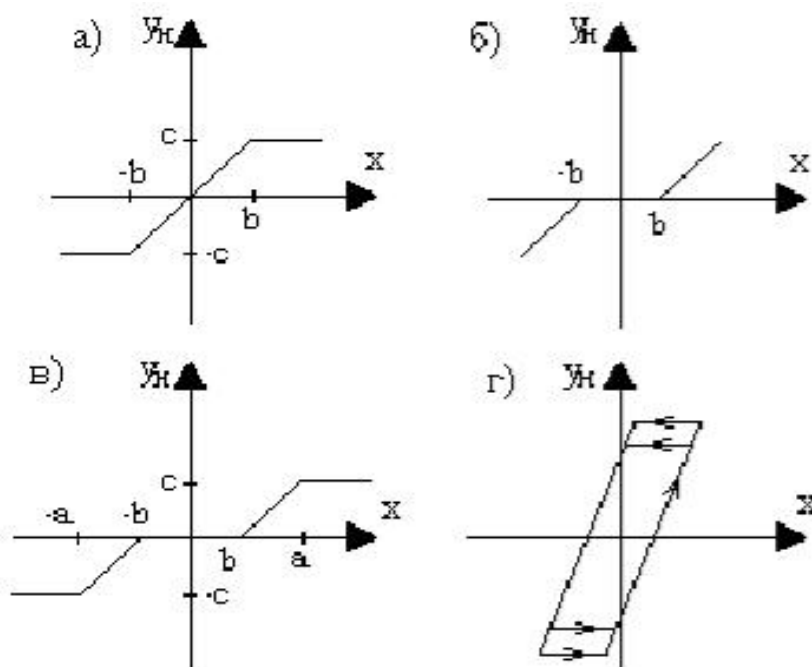
а - гистерезисная; б, в – усилительные.

Рисунок 8.2 - Гладкие криволинейные характеристики

На рисунке 8.2, а изображена двузначная гистерезисная (запаздывающая) характеристика. Характеристика на рисунке 8.1, б отображает насыщение или ограничение и соответствует реальному

амплитудному усилителю, а характеристика на рисунке 8.1, в - реальному усилителю мощности. Характеристики на рисунке 8.1, а и б - нечетно-симметричные, а характеристика на рисунке 8.1, в - четно-симметричная.

Нелинейные звенья с кусочно-линейными характеристиками. Некоторые из таких характеристик представлены на рисунке 8.3.

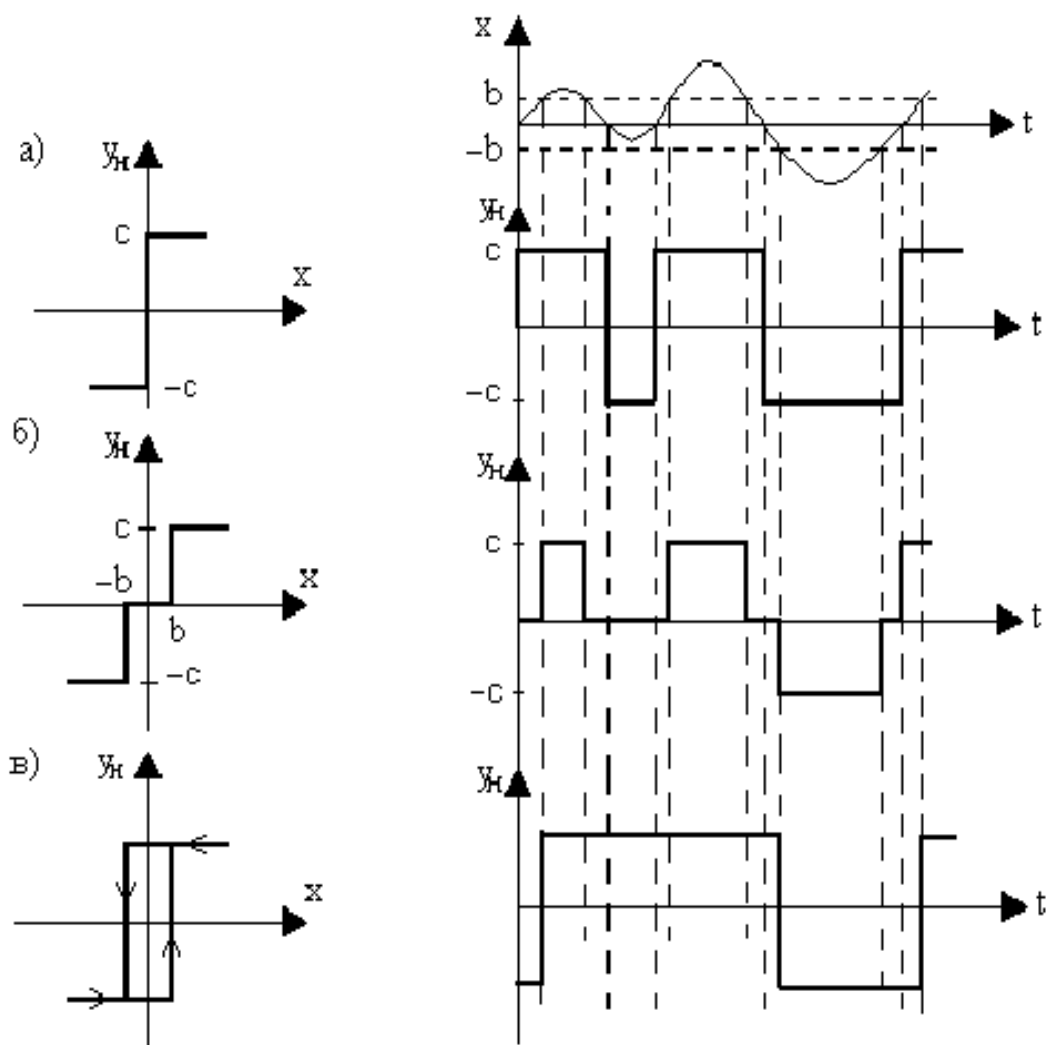


а - с насыщением; б - с зоной нечувствительности; в - с насыщением и зоной нечувствительности; г – люфт.

Рисунок 8.3 - Кусочно-линейные характеристики

Характеристика на рисунке 8.3, а отображает насыщение, характеристика на рисунке 8.3, б зону нечувствительности, а характеристика на рисунке 8.3, в соответствует звену, обладающему одновременно зоной нечувствительности и насыщением. Характеристика на рисунке 8.3, г позволяет учесть люфт или зазор кинематической передачи.

Релейные звенья - это элементы, которые на своем выходе выдают конечное число фиксированных значений. Три наиболее типовые релейные характеристики изображены на рисунке 8.4.



а - идеальная; б - с зоной нечувствительности; в – гистерезисная.

Рисунок 8.4 - Релейные характеристики

Характеристика, указанная на рисунке 8.4, а, соответствует идеальному двухпозиционному реле; характеристика на рисунке 8.4, б - трехпозиционному реле с зоной нечувствительности, а характеристика на рисунке 8.4, в - двухпозиционному поляризованному реле.

Кроме того, на рисунке 8.4 показано прохождение непрерывного сигнала через соответствующие типы реле. Откуда следует, что коэффициент передачи реле зависит от величины входного воздействия.

Для улучшения динамических свойств систем специально созданы нелинейные звенья с опережающими двузначными статическими характеристиками.

Часто встречаются элементы с несимметричными относительно начала координат статическими характеристиками.

Раздел Nonlinear основной библиотеки MATLAB-Simulink, посвященный нелинейным компонентам, содержит наиболее распространенные нелинейные блоки (рисунок 8.5).

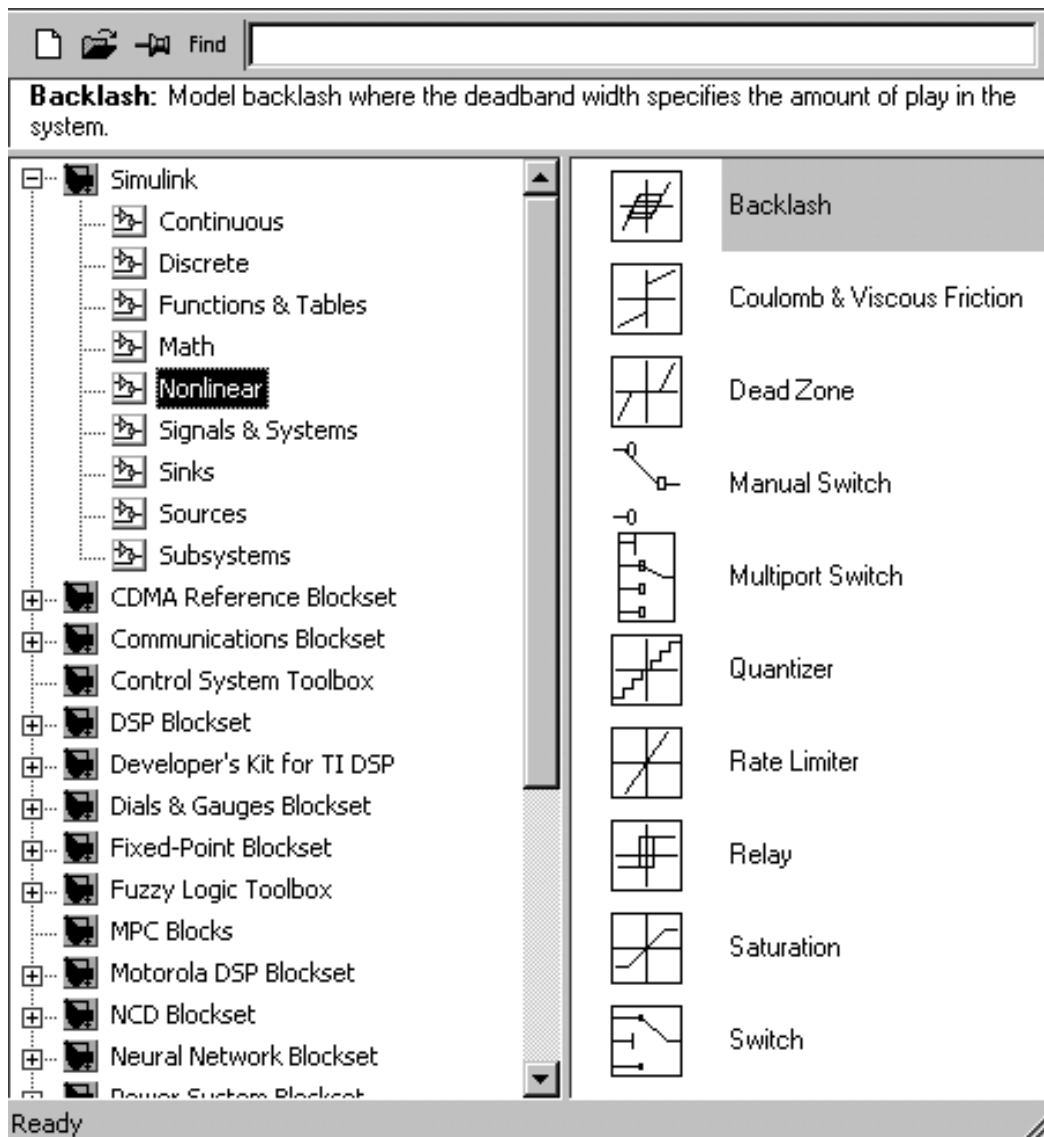


Рисунок 8.5 - Окно пакета Simulink

8.2 Программа работы

В библиотеке Nonlinear пакета Simulink, выбрав один из указанных нелинейных блоков, построить модель, показанную на рисунке 8.6. В качестве источника входного сигнала использовать синусоиду *Sine Wave* из блока *Sources*. Для удобства сравнения сигналов – исходного и прошедшего через нелинейный блок – используем блок *Mux* (мультиплексор) из раздела *Signal & Systems* библиотеки Simulink. На входы блока *Mux* (на рисунке 8.6 он обозначен черным прямоугольником) подаются соответствующие сигналы, а выход присоединяется к блоку *Scope*.

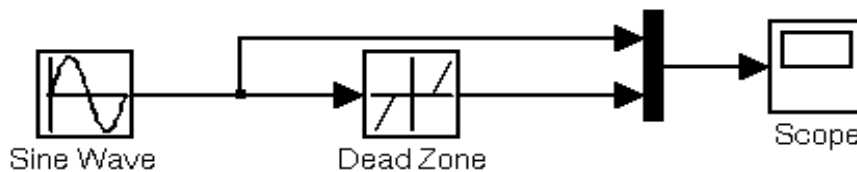


Рисунок 8.6 - Пример модели нелинейной системы для проведения исследования

8.2.1 Меняя нелинейные блоки в схеме модели, указанной на рисунке 8.6, в следующей последовательности:

- блок *Saturation* (звено с ограничением или насыщением);
- блок с зоной нечувствительности *Dead Zone*;
- релейный блок *Relay*, необходимо получить их модели.

8.2.2 Параметры блоков для соответствующих вариантов заданий представлены в таблице 8.1 и в таблице 8.2.

8.2.3 В соответствии с вариантом настройте их параметры. Изучите статические характеристики типовых нелинейностей, подавая на вход гармонический сигнал.

8.2.4 По результатам исследований необходимо сделать выводы о физическом смысле этих типовых нелинейных характеристик.

Таблица 8.1

	№	Параметр b		№ варианта	Параметр b
	Характеристика с зоной насыщения	1		0,7	Характеристика с зоной нечувствительности
2		1,3	2	1,7	
3		2,8	3	0,3	
4		3,5	4	4,8	
5		4,2	5	3,4	
6		5,6	6	5,6	
7		6,9	7	2,1	
8		1,7	8	6,9	
9		2,3	9	3,5	
10		0,9	10	5,4	
11		3,7	11	2,8	
12		5,2	12	6,9	
13		3,3	13	2,3	
14		2,7	14	1,9	
15		1,3	15	2,3	
16		4,9	16	5,8	
17		3,6	17	2,4	
18		5,8	18	5,6	
19		2,3	19	2,1	
20		5,9	20	3,9	

Таблица 8.2

Характеристика с гистерезисом	№ варианта	Параметр а	Параметр b
	1	2	0,7
	2	1,1	1,4
	3	2	2,8
	4	0,5	0,9
	5	3,3	3,7
	6	0,9	1,5
	7	3,7	4,3
	8	2,2	2,6
	9	1,5	3,1
	10	4,8	3,7
	11	8,9	2,5
	12	5,3	1,3
	13	1,5	3,7
	14	4,3	2,2
	15	2,6	1,5
	16	3,1	4,8
	17	3,7	8,9
	18	2,5	5,3
	19	1,3	1,8
20	2,4	3,5	

8.3 Содержание отчета

Отчет должен содержать следующие разделы:

- 1) Титульный лист.
- 2) Цель и порядок выполнения работы.
- 3) Краткое изложение теоретической части.
- 4) Три схемы моделей с нелинейным звеном.
- 5) Осциллограммы выходных функций.
- 6) Выводы.

8.4 Контрольные вопросы

8.4.1 Какие группы нелинейных звеньев можно выделить?

8.4.2 Назовите существующие типовые нелинейности?

8.4.3 Какой раздел библиотеки Simulink используется для исследования нелинейных систем?

8.4.4 Приведите примеры и поясните физическую природу нелинейных эффектов в САУ.

8.4.5 Что называется статической характеристикой и с какой целью ее определяют?

8.4.6 На каком допущении основан метод гармонической линеаризации?

8.4.7 Какой вид имеет эквивалентная передаточная функция для рассматриваемой в работе системы?

8.4.8 Как определить условия возникновения и параметры автоколебаний в нелинейной САУ по критерию Гурвица, Михайлова, Найквиста?

Приложение А

В настоящее время разработано большое число в основном приближенных методов синтеза корректирующих устройств. Наибольшее распространение в инженерной практике получили графо-аналитические методы синтеза, основанные на построении инверсных и логарифмических частотных характеристик разомкнутой системы. При этом широко используются косвенные оценки качества переходного процесса, не требующие решения системы дифференциальных уравнений такие, как запас по фазе, запас по модулю, колебательность, частота среза, которые можно непосредственно определить по частотным характеристикам.

К другой группе относятся аналитические методы синтеза. Для них находятся выражения, аналитически связывающие показатели качества системы с параметрами корректирующего устройства, и определяются значения параметров, соответствующих экстремальному значению функции.

К этим методам относится синтез системы по интегральным критериям качества переходного процесса и критерию среднеквадратичной ошибки.

Применение современных средств вычислительной техники снимает трудности, связанные с непосредственным решением дифференциальных уравнений и построением переходных процессов. В связи с этим наблюдается тенденция решать задачу не приближенными методами, а путем направленного перебора решений исходной системы дифференциальных уравнений при вариации интересующих исследователя параметров корректирующего устройства.

Рассмотрим подробнее удобный из графо-аналитических методов синтеза - метод логарифмических амплитудных характеристик. Он применяется для синтеза минимально-фазовых САУ, у которых имеется однозначная связь между амплитудной и фазовой частотной характеристиками.

Процесс синтеза включает в себя следующие этапы:

- строится ЛАЧХ исходной нескорректированной системы $L_{НС}(\omega)$ с учетом требуемого коэффициента усиления системы K_p в разомкнутом состоянии, который выбирается, исходя из условия обеспечения заданной точности системы в установившемся режиме;

- по заданным показателям качества: перерегулированию σ_{max} , времени регулирования - строится желаемая ЛАЧХ системы $L_{Ж}(\omega)$;

- вычитанием ординат желаемой ЛАЧХ ординат ЛАЧХ исходной нескорректированной системы определяют ЛАЧХ корректирующего устройства $L_K(\omega)$;

- по полученной $L_K(\omega)$ находится $W_K(p)$ и подбирается наиболее простой способ технической реализации.

Пусть передаточная функция нескорректированной следящей системы в разомкнутом состоянии

$$W_p(p) = \frac{K_p}{p(1+T_1p)(1+T_2p)},$$

где $T_1=1c$; $T_2=0,1c$; $K_p=10$.

Соответствующая ей структурная схема.

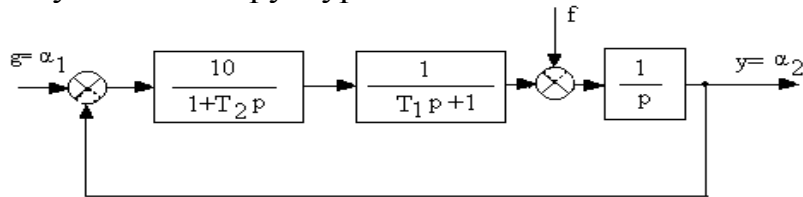


Рисунок А.1 – Структурная схема

Требуется обеспечить следующие показатели качества: перерегулирование $\sigma \leq 30\%$; $t \leq 1.5c$.

Проведем синтез последовательного корректирующего устройства.

Построим ЛАЧХ разомкнутой нескорректированной системы. Для этого находим $20\lg K_p = 20\lg 10 = 20$ и сопрягающие частоты (рисунок А.2):

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} = 1c^{-1}, \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2} = 10c^{-1}.$$

Для построения желаемой ЛАЧХ, $L_{ж}$ находим частоту среза $\omega = 6 c^{-1}$, $P_{max} = 1.2$, $\Delta L = \pm 15$, $\Delta\varphi = 45^\circ$.

Находим ЛАЧХ корректирующего устройства как $L_{ку} = L_{ж} - L_{нс}$.

Определим передаточную функцию и блок схему реализации КУ:

$$W_{ку}(p) = \frac{1+T_{к1}p}{1+T_{к2}p} = \frac{1+0,6p}{1+0,1p}.$$

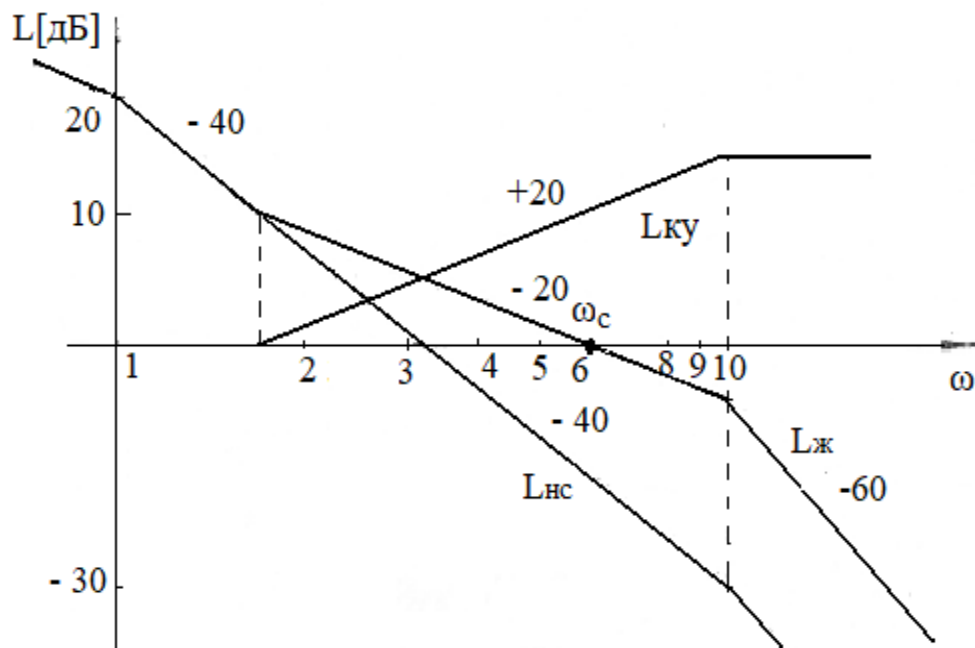


Рисунок А.2 - Логарифмические частотные характеристики

Список литературы

- 1 Малафеев С.И. Основы автоматики и системы автоматического управления. - М.: «Академия», 2010.
- 2 Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. - СПб.: «Лань», 2010.
- 2 Яковлева В.Б. Теория автоматического управления. - М.: «Академия», 2009.
- 3 Советов Б.Я. Теоретические основы автоматизированного управления. - М.: «Академия», 2006.
- 4 Цыба Ю.А. «Системы автоматического управления». Конспект лекций. - Алматы: АУЭС, 2014.
- 5 Сагитов П.И., Цыба Ю.А. Элементы теории автоматического управления. Учебное пособие. - Алматы: АИЭС, 2006.