Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігі

«Ғұмарбек Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамы

Н.И. Даримбаева, Ж.Ж. Тойгожинова

АВТОМАТТЫ БАСҚАРУ ТЕОРИЯСЫ

Оқу құралы

Алматы 2022

ӘОЖ 681(075)8
КБЖ 32.96 я 73

Пікір берушілер:
PhD ҚазҰАЗУ, «Энергия үнемдеу және автоматика» кафедрасының меңгерушісі
А.К. Молдажанов,
К.И. Сатпаев атындағы ҚазҰТУ, «Автоматтандыру және басқару» кафедрасының доценті
Н.С. Сарсенбаев,
PhD, Ғұмарбек Дәукеев атындағы АЭжБУ, «ЭТ» кафедрасының доценті
Ж.А. Айдымбаева
Алматы энергетика және байланыс университетінің Ғылыми кеңесі басуға ұсынды (28.03. 2023 ж. №10 хаттама). АЭжБУ 2022ж. ведомостволық әдебиетті шығарудың 2022 жылға арналған тақырыптық жоспары бойынша басып шығарылады, реті- 22.

Даримбаева Н.И., Тойгожинова Ж.Ж.
Д18 Автоматты басқару теориясы. Оқу құралы (жоғарғы оқу орындарының «6В07101-Электр энергетика» білім беру бағдарламасының студенттеріне арналған)/ Н.И. Даримбаева, Ж.Ж. Тойгожинова. – Алматы: АЭжБУ, 2022. – 104 бет.: суреттер 80, әдебиеттер тізімі – 12 атау.

ISBN 978-601-358-065-4

Ұсынылған оқу құралында автоматты басқару теориясы классикалық және заманауи формада көрсетілген. Оқу құралында автоматты басқарудың, реттеудің сызықты жүйесінің бос және арнайы қозғалыс координатының негізгі теориялары мен есептеулері қарастырылған. Негізгі типтік динамикалық элементтердің сипаттамалары келтірілген. Жүйе орнықтылығын зерттеудің алгебралық және жиілікті әдістері, түзеткіш құрылғысының құрамы бойынша сапа көрсеткішінің талдау әдістері келтірілген.

Оқу құралы «6В07101-Электр энергетика» білім беру бағдарламасы бойынша оқитын студенттерге арналған.

ӘОЖ 681(075)8
КБЖ 32.96 я 73

ISBN 978-601-358-065-4
© АЭжБУ, 2022
© Даримбаева Н.И.2022

Мазмұны

	Кіріспе	5
1	Автоматты басқару теориясының негізгі түсініктемелері	7
1.1	Автоматты басқару теориясының құрылымы мен анықтамалары	7
1.2	Басқарудың бастапқы принциптері	10
1.3	Компенсация принципі (қобалжыту бойынша басқару)	11
1.4	Кері байланыс принципі. Ауытқу бойынша реттеу	12
1.5	Автоматты реттеудің тұйық жүйесінің статикалық есептелуі	15
1.6	Функционалдау алгоритмі	17
1.7	Бағдарламалық басқару	20
1.8	Қадағалаушы жүйелер	21
1.9	Оңтайлы басқару	22
1.10	Бейімделу жүйелері	23
1.11	Басқарудың негізгі заңдылықтары	24
1.12	Автоматты реттеу жүйесінің жіктелуі	25
2	Автоматты басқару жүйесінің математикалық жазылуы	27
2.1	Статика және динамика заңдылықтары. Сызықтандыру.	27
2.2	Лаплас түрлендіруінің негізгі қасиеттері	33
2.3	Типтік динамикалық буындар және олардың сипаттамалары	42
3	Автоматты басқару теориясындағы құрылымдық сұлбалар	52
3.1	Сызықты жүйелердің құрылымдық сұлбалары	52
3.2	Буындардың тізбектей қосылуы	53
3.3	Буындардың параллель қосылуы	54
3.4	Қарсы параллель жалғанған немесе кері байланысы бар буындар	55
3.5	Құрылымдық сұлбаларды түрлендіру ережелері	57
3.6	Бір контуры жүйенің беріліс функциясы	59
3.7	Көп контуры жүйенің беріліс функциясы	62
3.8	Дифференциалдық теңдеулер	64
3.9	Жиіліктік сипаттама тұрғызу	65
4	Сызықты үздіксіз жүйелердің орнықтылығы	68
4.1	Орнықтылық жайлы түсінік және орнықтылық шарттары	68
4.1.1	Орнықтылықтың алгебралық критерийлері	70
4.2	Гурвицтің орнықтылық критерийі	74
4.3	Раустың орнықтылық критерийі	78
4.4	Орнықтылықтың жиіліктік критерийлері	79
4.5	Орнықтылықтың Михайлов критерийлері	81
4.6	Орнықтылықтың Найквист критерийлері	82
4.7	Орнықтылық аймағы және қоры	85
4.7.1	Негізгі анықтамасы мен түсініктемесі	85
4.7.2	Орнықтылық қорын жиілікті бағалау	86
4.7.3	Орнықтылық қорын түбірмен бағалау	87
4.7.4	D-бөлу әдісі	88
5	Автоматты реттеу үрдісінің сапасы	91

5.1 Өтпелі үрдістердің сапа көрсеткіштері 91
Қысқарған сөздер тізімі 103
Әдебиеттер тізімі 10

Кіріспе

Өндірістік үрдістерді, энергетикалық жүйелерді, транспортты, ғылыми-зерттеу қондырғыларын және т.б., автоматтандыру қазіргі кездегі ғылым мен техниканың дамуындағы қарқынды бағыттарының бірі болып саналады.

Түрлі үрдістерді автоматты басқару мүмкіндігі көбіне белгілі-бір кәсіпорынның жалпы деңгейін және өндірістік мәдениетті немесе техникалық нысандарды жетілдіруді сипаттайды. Кәсіпорынның және энергетиканың озық салаларын кең және толық автоматтандырусыз елестету мүмкін емес.

Заманауи станоктар, зауыттар, автомобильдер, кемелер, самолеттер міндетті түрде оларды автоматты басқару элементтерінен тұрады. Басқару үрдістерін толық автоматтандыру – бұл қазіргі заманғы және барлық салалардағы жақын болашақ техникасының қажетті байланысы және ең басты ерекшелігі.

Автоматтандыру тек машиналар мен басқа да күрделі техникалық нысандарды басқару үрдістерінен ғана құралмайды. Сондай-ақ машиналарды, кәсіпорындарды жобалау кезінде, соның ішінде автоматты құрылғыларды жобалау кезінде инженерлік есептеулер техникасын автоматтандыруға да болады. Кез келген жұмыс үрдістерін бірнеше қарапайым, бірақ өзара байланысқан үрдістерге бөлуге болады. Сонымен, бөлшектерді станокта өңдеу келесі бірқатар негізгі үрдістерді қамтиды: машинаны жұмысқа дайындау, бөлшекті станокта орнату, машинаны іске қосу, кесу үрдісі, кесуді бақылау, өнімді машинадан шығару. Бұл үрдістер біркелкі емес.

Техникалық процестерді жұмыс амалдары және басқару амалдары деп ажыратуға болады. Жұмыс амалдар келесідей әрекеттерді қамтиды, мысалы, материалды машинада қажетті өңдеу және т.б. немесе материалдың қажетті қозғалысы. Жұмыс амалдары әдетте үлкен энергия шығындарын туғызады. Егер оларды адам орындайтын болса, онда олар үлкен физикалық күшті талап етеді (жер жұмыстары, жүктерді көтеру), зиянды өндірістерде монотонды, жүйке жүйесі үшін шаршайтын амалдарды орындау (құрастыру кезінде бір типті бұрандаларды бұрау), көптеген стандартты құжаттарды толтыру, стандартты есептеулердің үлкен көлемін орындау және т.б. жұмыстар сияқты.

Жұмыс амалдарындағы адам еңбегін ауыстыру механикаландыру деп аталады. Сонымен қатар, жұмыс амалдарын дұрыс және жоғары сапалы орындау үшін оларды басқа түрдегі іс – әрекеттермен-жеке амалдармен алмастыру керек, оған ретін және тоқтатылуын қамтамасыз ететін, оларды орындау үшін қажетті ресурстарды бөлетін, үрдістің өзіне қажетті бағыты, жұмыс құралының жылдамдығы, температура, химиялық үрдістегі концентрация және т. б. параметрлерді орнататын басқару үрдістері жатады.

Басқару операцияларының жиынтығы басқару үрдісін құрайды. Механикаландырылған өндірісте адам үрдісті басқару және бақылау функцияларынан босатылмайды. Басқару амалдардағы адамның еңбегін техникалық басқару құрылғыларының әрекеттерімен ауыстыру автоматика деп аталады. Адамның тікелей қатысуынсыз басқару амалдарын орындайтын

техникалық құрылғы автоматты құрылғы деп аталады. Басқару тұрғысынан осы үрдісті жүзеге асыратын техникалық құралдардың – машиналардың, құралдардың, механикаландыру құралдарының жиынтығы басқару объектісі болып табылады. Басқару құралдары мен объектінің жиынтығы басқару жүйесін құрайды. Барлық жұмыс және басқару амалдарын автоматты құрылғылар орындайтын жүйені автоматты жүйе деп атайды. Амалдардың тек бір бөлігі автоматтандырылған жағдайда, олардың басқа бөлігін (әдетте ең жауапты) адамдар орындаса, олар автоматтандырылған жүйе немесе ішінара автоматты деп аталады. Басқару объектілері мен амалдары техникалық үрдістер мен агрегаттарды, адамдар мен ұйымдар ұжымдары, кәсіпорын топтары қамтиды.

Автоматты басқару теориясының әдістері физикалық қасиеті әртүрлі нысандардың жұмысын түсіндіреді: олар кері байланыс қарастырылатын механика, энергетика, радио – және электр техникасы және т.б. Барлық әдістерді қажетті дәлдікті және өтпелі үрдістердің қанағаттандырылатын сапасын жүзеге асыратын бір ғана тапсырма біріктіреді.

Автоматты басқару теориясының мақсаты кері байланысы бар автоматты жүйелерді құрастыру және есептеу әдістерін, қасиетін оқытып үйрету.

1 Автоматты басқару теориясының негізгі түсініктемелері

1.1 Автоматты басқару теориясының құрылымы мен анықтамалары

Басқару нысаны – автоматты басқару теориясының және кибернетиканың жалпылама термині, белгілеуші құрылғы немесе динамикалық үрдіс.

Басқару – күйін қажетті жағдайда өзгерту мақсатында басқару объектісіне әсер ететін үрдіс.

Реттеу – объектіні берілген күйге келтіру мақсатындағы басқарудың жеке жағдайы.

Автоматты үрдіс – адамның қатысуынсыз орындалатын үрдіс.

Жүйе – функционалдаудың ортақ режимі арқылы біріктірілетін элементтер жинағы. Элемент ретінде кез келген техникалық құрылғы есептеледі.

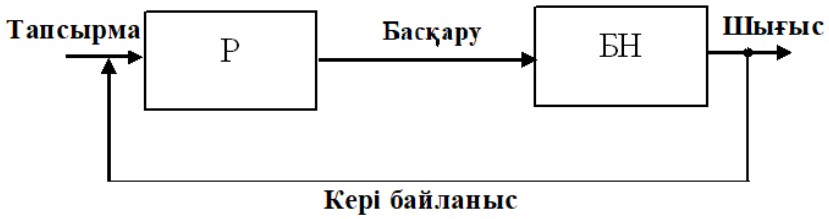
Динамикалық жүйе – үрдістер өзіндік қасиетінің күшімен уақыт өтуімен өзгеретін жүйе.

Автоматты басқару жүйесі (АБЖ) - адамның қатысуынсыз орындалатын динамикалық жүйе.

Автоматты басқару теориясы (АБТ) - автоматты басқару теориясының қасиеті оқытылатын, жүйелерді есептеу және құрастыру үрдісі дайындалатын ғылыми-техникалық пән.

Автоматты басқару жүйесінің негізгі элементтері (1.1 сурет):

- ***басқару нысаны*** **(БН)**;
- ***басқару құрылғысы*** **немесе** ***реттеуіш*** **(Р)**, басқарылатын объектінің шығысын қажеттімен салыстырады және нәтижесіне қарай нысандағы басқару сигналын өңдейді.



1.1 сурет - Тұйық жүйенің функционалдық сұлбасы.

Р - реттеуіш; БН – басқару нысаны.

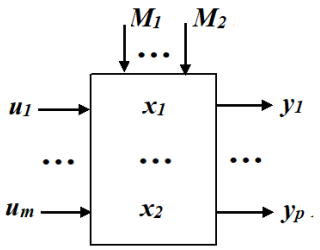
Басқару нысанын (1.2 сурет) нақтырақ қарастырып, оның сипаттамалық айнымалыларын қарастырамыз. Мұндай айнымалыларға келесілер жатады:

- ***басқару әсері*** ($u_1, \ldots, u_m$) – бұл өзінің көмегімен нысанның ретіне әсер ететін айнымалылар түрі;

- ***шығыстық айнымалылар*** ($y_1,...,y_p$) – нысан реакциясының басқару әсеріне көрінісін көрсететін өлшеуге қолайлы шама;

- ***айнымалы күй*** ($x_1,...,x_n$) – ішкі және көбіне өлшеуге қолайсыз шама, n>m балғанда уақыттың әр сәтінде нысанның күйін анықтайды;

- ***қобалжыту әсері*** ($M_1,...,M_l$) – қоршаған ортаның кездейсоқ әсерлерінің басқару нысанына әсері және әдетте өлшеуге қолайсыз. Олардың әсерінің тепе-теңдік талабы автоматты басқару жүйесін түзу талабына әкеледі.



1.2 сурет - Басқару нысанының функционалды сұлбасы.

M_1, M_2 – қобалжыту әсері; $x_1,...,x_n$ – айнымалы күй; $u_1, ..., u_m$ – басқару әсері; $y_1,...,y_p$ – шығыстық айнымалылар.

Нысанды сипаттайтын барлық әсерлерді векторлық түрде көрсеткен қолайлы:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ \cdots \\ u_m \end{bmatrix}, \qquad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \cdots \\ y_p \end{bmatrix}, \qquad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}, \qquad M = \begin{bmatrix} M_1 \\ \cdots \\ M_l \end{bmatrix}.$$

Жүйенің кірістік шамасын (немесе реттеуішке берілетін тапсырмасын) v әрпімен белгілейміз. Әдетте олардың саны шығыстық айнымалылардың санымен бірдей болады және келесі вектормен көрсетіледі:

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ \cdots \\ v_p \end{bmatrix}.$$

Әрі қарай сәйкес векторлық шамаларды көрсету үшін келесі белгілеулерді қолданамыз: $u \in R^m$, $y \in R^p$, $x \in R^n$, $M \in R^l$, $v \in R^p$; R^m - m-еселі нақты сызықтық кеңістік. Кірістік және шығыстық айнымалы сандарға байланысты оларды келесі топтарға бөлеміз:

- ***бір арналы*** нысандар (немесе жүйелер) – бір ғана шығыстық айнымалысы бар нысандар ($p=1$);

- ***көп арналы*** (көп байланысты, көп еселі, өзара байланысқан) нысандар (немесе жүйелер) – шығыстық айнымалылары бірден көп нысандар ($p>1$);

Басқару бойынша мүмкін болатын барлық амалдарға адам қатыспаса, онда *автоматты басқару құрылғысы* деп аталады.

Басқару аймағы мен автоматты басқарушы құрылғы бір-бірімен әсер ете отыра автоматты басқару жүйесін (АБЖ) құрайды. Әр автоматты басқару жүйесі бір-бірімен жалғанған тұтастай буындар қатарынан тұрады. *Буын* – элементтің математикалық моделі немесе жүйенің кез келген бөлігі.

Кейбір жағдайларда басқару реттеу болып табылады. Өзгеретін және тұрақтандыруға жататын аймақтың параметрлері реттелетін параметрлер, ал осы параметрлер реттелетін аймақты реттеу аймағы деп аталады.

Қандай да бір қажетті заң бойынша өзгеретін реттелетін параметрлер немесе әртүрлі аймақтарда реттелетін параметрлердің тұрақты мәнінде автоматты түрде ұстап тұруға арналған құрылғы *автоматты реттеуіштер* деп аталады. Реттеу аймағының автоматты реттеуішпен байланысын автоматты реттеу жүйесі (АРЖ) деп айтады. Реттелетін аймақ пен автоматты реттеу автоматты реттеу (АР) жүйесінің элементтері болып табылады.

Автоматтты басқару жүйесін тұрақтандыру, бағдарламамен басқару, қадағалау деп бөледі.

Басқарылатын шаманың мәнін тұрақты мәнде ұстап тұратын автоматты басқару жүйесі тұрақтандыру жүйесі деп аталады. Оларды әр түрлі физикалық шамаларды тұрақтандыру үшін қолданылады.

Автоматты басқару жүйесінде алдын ала берілген бағдарлама бойынша өзгеретін басқарылатын шаманың мәні бағдарламалық *басқару жүйесі* деп аталады.

Басқарылатын шаманың өзгеру заңы белгісіз болатын автоматты басқару жүйесі *қадағалау жүйесі* деп аталады. Мұндай жүйелерде өлшенетін шамалардың кейбір функцияларын немесе өлшенетін шаманы берілген нақтылықпен жүргізу керек.

Жүйелер сигнал түрлеріне байланысты үздіксіз және дискретті болып бөлінеді. *Үздіксіз әрекет жүйесі* деп әр буында уақыт бойынша кіріс шамасының үздіксіз өзгерісі уақыт бойынша шығыс шаманың үздіксіз өзгерісіне сәйкес келетін жүйені айтамыз.

Дискретті әрекет жүйесі деп ең болмаса бір буында кіріс шаманың үздіксіз өзгерісі кезінде шығыс шамасы дискретті түрде өзгеретін жүйені айтамыз.

Жүйелер стационар және стационар емес болып бөлінеді. Уақыт бойынша өзгермейтін, яғни барлық параметрлері тұрақты болып қалатын жүйе *стационар* деп аталады. Ал уақыт бойынша параметрлері өзгеретін жүйе стационар емес жүйе деп аталады.

АБЖ сызықты және сызықты емес болып бөлінеді. Сызықты АБЖ - барлық буындары сызықты теңдеулермен сипатталатын жүйе. Сызықты жүйелер суперпозиция принципіне бағынады. Сызықты емес АБЖ – ең болмағанда бір буында сипаттама сызықтылығы немесе теңдеу сызықтылығы бұзылатын жүйе.

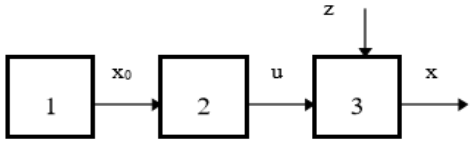
1.2 Басқарудың бастапқы принциптері

Жүйе әрекетін қажеттіге жақындату үшін басқару алгоритмі тек жүйенің қасиеттерімен және жұмыс алгоритмімен ғана емес, сонымен қатар жүйенің нақты жұмысымен де байланысты болу керек. Қазіргі уақытта басқарудың үш негізгі принципі белгілі және кеңінен қолданылады: ашық жүйелі басқару, компенсациялық және кері байланыс.

Ашық жүйелі басқару принципі.

Бұл принциптің мәні басқару алгоритмі тек берілген операциялық алгоритм негізінде әзірленуімен және үрдістің қобалжуымен немесе шығыстық координатасы сияқты факторлармен басқарылмайтындығымен тұжырымдалады. Жүйенің функционалдық сұлбасы 1.3-суретінде көрсетілген.

Функционалдау алгоритмінің $x_0(t)$ тапсырмасы арнайы құрылғы – бағдарламаны реттеуіш арқылы 1 өңделеді, немесе жүйені жобалау кезінде алдын-ала орындалады және 2 басқару құрылғысын жобалауда қолданылады, ал 1 блок сұлбада болмайды. Сұлбаның ажыратылған тізбек екенін көруге болады, онда негізгі әсер кірістік элементтен шығыстық элементке 3 суретте көрсетілгендей беріледі. Ашық жүйелердегі x-тің x_0-ге жақындығы тек барлық элементтерге әрекет ететін құрылым және физикалық заңдылықтарды таңдау арқылы жүзеге асырылады.



1.3 сурет - Жүйенің функционалдық сұлбасы.

1 – бағдарламаны реттеуіш; 2 – басқару құрылғысы; 3 – аймақ.

Біршама кемшіліктерге қарамастан, бұл принцип кеңінен қолданылады. Қосу, өшіру және қайта қосу операциялары көбіне түрлі логикалық элементтердің және олардың жиынтығы (қосқыштар, реле, ЖӘНЕ; ЕМЕС; НЕМЕСЕ элементтері) арқылы орындалады, бұлардың әрқайсысы ашық тізбекті басқару элементі бола алады. Элементтердің басқа түріне қосу құрылғысынан және бағдарламалық элементтің өзінен тұратын (магнитофон, өңдеу станогының жұмыс құралын берілген контур бойынша жылжытуға арналған профильді жұдырықшалы механизм) бағдарлама датчиктері алынады.

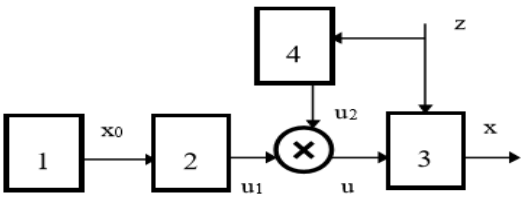
Бұл типке сызықты түрлендіргіштер жатады, мысалы бір физикалық шаманы екіншісіне пропорционал түрлендіретін, нақты айтқанда қолдануға ыңғайлы электрлік шамаға түрлендіргіштер. Олардың басқа түрі күшейткіштер – олардың кірісіндегі және шығысындағы физикалық шамасы бірдей болады, бірақ сандық көрсеткіші әртүрлі болады. Бейсызықты функционалдық түрлендіргіштерді де қолдануға болады.

Ашық типтегі элементтеріне дифференциалдау, интегралдау және әр түрдегі дифференциалдық-интегралдық операторларды құру амалдарын орындайтын көптеген есептеу құрылғылары жатады.

1.3 Компенсация принципі (қобалжыту бойынша басқару)

Үлкен қобалжу әсері кезінде ашық тізбек функционалдау алгоритмі орындайтын қажетті дәлдікті жүзеге асыра алмайды. Дәлдікті жоғарылату үшін, қобалжуды өлшей отырып, басқару алгоритміне функционалдау алгоритмінің ауытқуын компенсациялайтын түзету енгізу қажет.

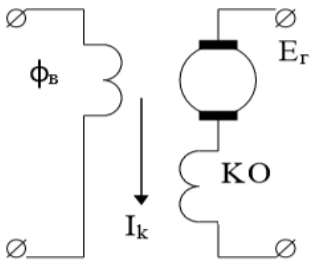
Реттелетін шаманың ауытқуы басқарудан u_2 ғана емес, және де қобалжу әсеріне z де байланысты болғандықтан, $x = F(u, z)$ деп, басқаруды $u = R(z)$ келесі түрде, яғни тұрақталған режимде ауытқу болмайтындай іріктеуге болады, сонда $x = x_0 - F(u, z) = 0$. Қарапайым сызықты жағдайда, егер нысан сипаттамасы статикада $x = k_0 u - k_z z$ болса, онда $u = \frac{x_0}{k_0} + \frac{k_z z}{k_0}$ таңдай отырып, $x = x_0 = const$ аламыз.



1.4 сурет - Қобалжыту бойынша реттеудің функционалдық сұлбасы.

1 – реттеуіш; 2 – басқару құрылғысы; 3 – аймақ; 4 - датчик.

Қобалжыту бойынша реттеудің функционалдық сұлбасы 1.4-суретінде көрсетілген. Компенсациялау жүйесінің мысалына хронометр маятнигінің жылулық коэффициентінің әртүрлі ұлғаятын өзектердің биметалдық жүйесі, яғни температура ауытқыған кезде маятник ұзындығының тұрақтылығын жүзеге асыратын; жүктеме тогы ауытқыған кезде кернеудің өзгермеуін жүзеге асыратын тұрақты ток генераторының жинақтау сұлбасы (1.5 сурет). Генератордың ЭҚК $E_T = k\Phi_b$ оның қоздыру ағынына Φ_b сызықты түрде тәуелді болсын, ал кернеудің азаюы тек якорьдің активті кедергісі арқылы туындаса, яғни жүктеме тогына пропорционал болса, онда берілген кернеуді $U_{г0}$ тұрақты етіп ұстау үшін генератордың ЭҚК жүктеме тогының функциясында $E_г = IR_a + U_{г0}$ заңдылығы бойынша өзгерту керек. Мұндай өзгеру қосымша комбинация ораманың КО көмегімен жүзеге асады, онда зәкір тогына I тең немесе пропорционал I_H тогы өтеді. Жинақтау көмегі арқылы I кезінде пропорционалдық коэффициентін таңдау арқылы, сипаттаманың статизмін нөлге дейін төмендетуге болады және тіпті жүктеме жоғарылаған (қайта компенсациялау) кезде кернеудің өсуі арқылы статизм таңбасын өзгертуге болады.



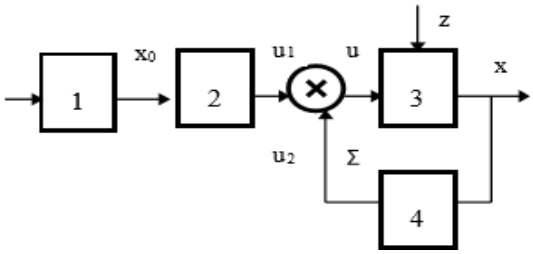
1.5 сурет - Қобалжыту бойынша реттеудің функционалды сұлбасы.

КО – комбинация орамы.

Қобалжыту бойынша реттеу кезінде біз тек бір ғана қобалжу әсерін ескере аламыз, ол тек реттеуіш әрекет ететін қобалжу бола алады. Салыстырмалы түрде электр машиналарында жеңіл жүзеге асатын жүктемені өлшеу, электрлік емес қозғалтқыштарда және басқа да нысандарда күрделі орындалады. Дәл компенсациялау қобалжу мен реттелетін органға реттеуіштің әсердің арасындағы қажетті функционалдық тәуелділіктің дәл іске асырылуын талап етеді. Бұл тәуелділік көбіне күрделі, кейде екі ұшты болады. Сондықтан ол жуық түрде ғана іске асырылады. Сондай-ақ, берілген реттеуішпен өлшенбейтін басқа қобалжулар, реттелетін шаманың өзгерісін туғызады, себебі бұл реттеуіш компенсациялай алмайды. Электр машиналарындағы мұндай қосымша, компенсацияланбайтын қобалжулар болып, мысалы, қозудың кернеу тербелісі, жетекті қозғалтқыштардың жылдамдық тербелісі, температураның және басқа да факторлардың әсерінен орама мен щетканың кедергісінің өзгерісі саналады. Сондықтан қобалжу бойынша реттеу үлкен дәлділікпен ерекшеленбейді.

1.4 Кері байланыс принципі. Ауытқу бойынша реттеу

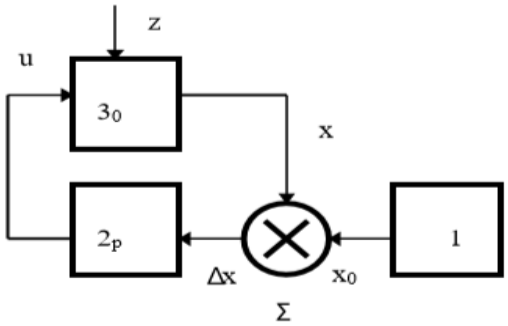
Ауытқуды реттеу әртүрлі болып келеді, ол себебіне қарамастан ауытқуды азайтуға мүмкіндік береді, яғни өлшеусіз ақ кез келген қобалжуларды жояды. 1.6-суретте координаттардың нақты мәніне сәйкес басқару алгоритміне түзетулер енгізілген сұлба көрсетілген. Осы мақсатта жүйенің құрылымына қосымша байланыс 4 енгізеді, оған өлшеу х және басқару құрылғысына әсер ететін өңдеуге арналған түзеткіш элементтері жатады. Сұлба тұйық тізбекті көрсетеді, сондықтан онда іске асырылатын принцип, тұйық контур бойынша басқару принципі деп аталады. Қосымша байланыстағы әсерлердің беріліс бағыты объектідегі негізгі әсердің беріліс бағытына қарама-қарсы болғандықтан, енгізілген бұл қосымша контур *кері байланыс* тізбегі деп аталады.



1.6 сурет - Координаттардың нақты мәніне сәйкес басқару алгоритміне түзетулер енгізілген сұлба.

1 – реттеуіш; 2 – басқару құрылғысы; 3 – аймақ; 4 - датчик.

1.6-суреттегі сұлба тұйық жүйенің жалпы көрінісін береді. Дегенімен, басқаруда тұйық жүйелердің жеке түрі кеңінен таралған, ол басқарудың түзету алгоритмі координата мәнімен, x, емес, функционалдау x_0 алгоритмі арқылы анықталатын берілген мәнінен ауытқуы, яғни $\Delta x = x_0 - x$ арқылы жүзеге асырылады. Кері байланысы бар мұндай сұлба 1.7-суретте көрсетілген, ондағы 1 элемент беруші функционалдау алгоритмі және салыстыру элементі – сумматор, онда x -тен x_0 азайтылуы жүзеге асырылады, яғни ауытқу немесе басқару қателігі деп аталатын шама Δx. Көбіне басқару әсерін басқару қателігі сигналының ғана емес, сонымен қатар оның уақыттық функциясы ретінде әзірлеу орынды болып саналады.



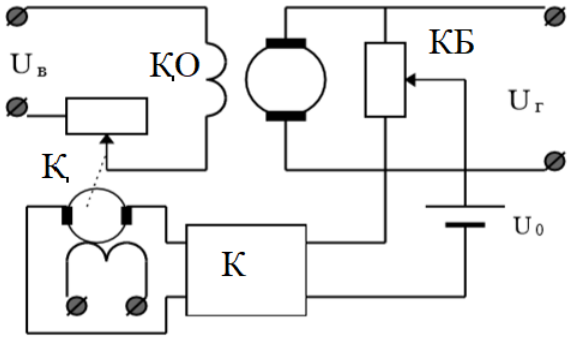
1.7 сурет - Кері байланысы бар сұлба.

1 - беруші функционалдау алгоритмі; 2 – басқару объектісі; 3 – реттеуіш.

Нысан мен реттеуіш, 1.7 сурет, автоматты реттеу жүйесі (АРЖ) деп аталатын тұйық жүйені түзеді. Реттеуіш арқылы түзілетін кері байланыс, негізгі кері байланыс деп аталады. Одан басқа, реттеуіштің ішінде басқа да жергілікті кері байланыстар болуы мүмкін. АРЖ реттелетін объектімен бірігіп тұйық жүйені көрсетеді. Реттеу үрдісі бір буыннан басқа буынға тұйық контур бойынша беріледі. Үрдістегі барлық физикалық шамалар бір бірінен тәуелді және бір-біріне әсер етеді. Сондықтан, мұнда біз жүйедегі жеке буындардағы үрдістердің қосындысын емес, бір айналымдық үрдісті ескереміз. Реттеу үрдісінде сол сәттегі қалған барлық буындардың күйін білмей, жеке буынның

жұмысын анықтау мүмкін емес. Автоматты реттеуіштің сапасын, жұмысы реттеу нысанымен бірге зерттелгенде ғана бағалауға болады.

Автоматты реттеу жүйесінің классикалық мысалы ретінде 1.8-суретте көрсетілген тұрақты ток генераторының кернеуін жатқызуға болады.



1.8 сурет - Автоматты реттеу жүйесі.

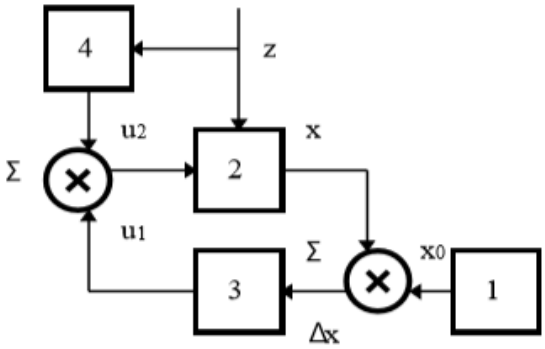
ҚО – қоздыру орамы; КБ – кернеу бөлгіш; К – күшейткіш.

Кернеу бөлгіштен КБ реттелетін кернеуге $u_г$ пропорционал кернеу $ku_г$ алынады. Ол эталонды батарея кернеуімен u_0 салыстырылады. Олардың айырымы $\Delta x = u_0 - ku_г$ күшейткішке К беріледі, оның шығысына тұрақты ток қозғалтқышының Қ зәкірі қосылады. Қозғалтқыш генератордың қоздыру орамасының ҚО тізбегіне қосылған реттеуші орган – реостатты қозғалысқа келтіреді. Кернеу берілген мәннен жоғарылағанда, қозғалтқыш реостаттың сырғытпасын жылжытады, осылайша реостаттың кедергісі және ҚО берілетін кернеу азаяды. Осының әсерінен реттелетін кернеу азаяды.

Берілген сұлбада қосымша қорек көзінен қоректенетін күшейткіш-түрлендіргіш құрылғы бар. Мұндай реттеуіш жанама реттеуіш деп аталады. Дегенімен, кейде күшейткіш-түрлендіргіш құрылғы болмауы да мүмкін, яғни сезгіш элемент реттеуші органға тікелей (қосымша энергия көзінсіз) әсер ете алады. Мұндай реттеуіш тура әсерлі реттеуіш деп аталады.

Осыған дейін біз бір тұйық контурдың бойымен бағытталған әсерлердің күшейуі және түрленуі жайлы айттық. Мұндай жүйе *бір контурлы* деп аталады. Дегенімен, басқару жүйесіне бірқатар жақсартулар енгізіледі және реттеу заңдылығы күрделенеді. *Түзетуші құрылғы* деп аталатын қосымша контур пайда болады. Бірыңғай автоматты жұмыс істейтін кешенге өзара қиылыса байланысқан бірнеше реттеуіштермен қосылған күрделі нысандардан тұратын өзара байланысқан реттеу жүйесі болады. Мысалы, байланысқан автоматты реттеу жүйесін көрсететін автопилотты айтуға болады. Ол үш тәуелсіз басқару арнасынан тұрады – курс, қадам немесе биіктік арнасы, орамдық арна. Үш арна да бірдей. Олардың гироскопиялық сезімтал элементтері болады және өз рульдеріне әсер етеді. Бірақ олардың арасында айқасты байланыстар да болады. Мысалы, бағытты өзгерту кезінде ұшақтың бұрылысын жақсарту үшін ұшақты аздап айналдыру пайдалы, сонда бағытты ауытқыту бұрышы үлкенірек болады.

Келесідей аралас реттеуді қолдану тиімді болып саналады, олар: қобалжу бойынша және ауытқу бойынша. Мұндай сұлбалар реттеудің екі әдісінің де артықшылықтарын біріктіреді. Әрине, сұлбадағы әрбір толықтыру реттеуішті күрделендіреді және құнын арттырады, сондықтан басқару принципін таңдағанда барлық жағдайларды ескеру керек. Мысалы, реттеуіштің дәлділігіне талап жоғары болмаса, бірақ үрдіске кәдімгідей әсер ететін жүктеме жеңіл өлшенеді, бұл жағдайда қобалжу бойынша реттеуді қолдану керек; егер мұндай реттеу қажетті дәлділікті қамтамасыз ете алмаса немесе қобалжуды өлшеу күрделі болса, онда ауытқу бойынша реттеуді ұсынуға болады; егер реттеу үрдісіне қойылатын талаптар ерекше қатаң болса, біріккен принцип қолдану керек. Басқарудың біріккен принципінің функционалдық сұлбасы 1.9-суретте көрсетілген.



1.9 сурет - Басқарудың біріккен принципінің функционалдық сұлбасы.

1 - беруші функционалдау алгоритмі; 2 – басқару объектісі; 3 – реттеуіш; 4 - датчик.

Кері байланыс принципі техникада ғана емес, сонымен қатар тірі ағзаларда жүзеге асырылатын бақылау үрдістерінде кең таралған (ағзаның түрлі қызметтерін реттеу жүйелері – температура, қан айналымдарының ырғағы және т.б.). Қоғамдық ұйымдарды басқаруда бұл принцип бақылау әрекеттері рөлін атқаратын шешімдер мен бұйрықтардың орындалуын тексеру түрінде жүзеге асырылады. Жалпы, бұл белгілі бір құбылыстың нәтижесінің оның себебіне кері әсер етуіне негізделген физикалық, биологиялық, экономикалық және басқа да жүйелердегі байланыс. Кері байланыс құбылысы табиғаттың барлық жерінде кездеседі.

1.5 Автоматты реттеудің тұйық жүйесінің статикалық есептелуі

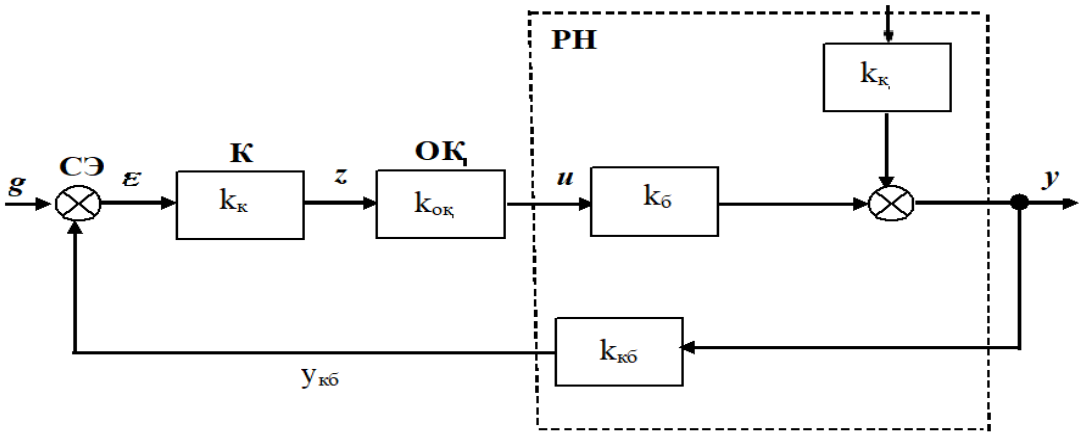
Статикалық есептеу шығыстық шаманың y берілген g және қобалжу әсерінен v тәуелділігі арқылы анықтауға мүмкіндік береді, яғни $y = y(v, g)$.

Статикалық режимдегі тұйықталған автоматты реттеу жүйесінің функционалды-құрылымдық сұлбасы 1.10-суретте көрсетілген, ондағы белгілеулер: РН- реттеу нысаны; ОҚ - орындау құрылғысы, К – күшейткіш –

түрлендіргіш құрылғы; y – РН реттелетін шамасы болып саналатын, шығыстық шама; v - қобалжу әсері; u - нысандағы басқару әсері; g – берілетін әсер; ε - ауытқу; $k_б$, $k_к$ – басқару және қобалжыту әсерлері бойынша РН беріліс коэффициенттері; $k_{ок}$, $k_к$ – ОҚ және К сәйкесінше беріліс коэффициенттері; $k_{кб}$– кері байланыс датчигінің беріліс коэффициенті.

Құрылымдық сұлбаға сәйкес белгілеулерді қолдана отырып, статиканың теңдеуін жазамыз:

$$К: z = k_y \varepsilon;$$
$$ОҚ: u = k_{иу} z;$$
$$РН: y = k_{оу} u - k_{ов} v$$
$$КБ: y_{кб} = k_{кб} y;$$
$$СЭ: \varepsilon = g - y_{кб}.$$



1.10 сурет - Статикалық режимдегі тұйықталған автоматты реттеу жүйесінің функционалды-құрылымдық сұлбасы.

СЭ – салыстыру элементі; РН- реттеу нысаны; ОҚ - орындау құрылғысы; К – күшейткіш.

Теңдеудің біріккен шешімі шығыстық шаманың y берілген g және қобалжу v әсерінен тәуелділігінің өрнегін көрсетеді:

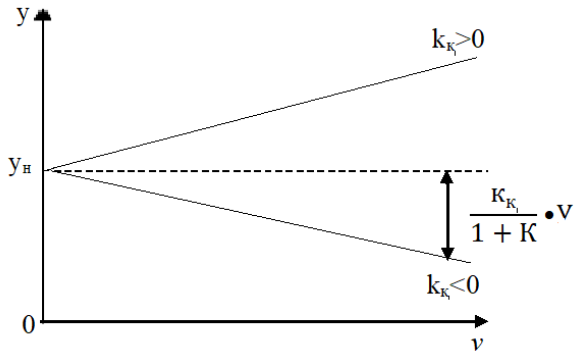
$$y = \frac{k_К k_{ОҚ} k_{БН}}{1+K} g - \frac{k_Қ}{1+K} \cdot v, \qquad (1.1)$$

мұндағы $K = k_К k_{ОҚ} k_{БН} k_{кб}$ – негізгі кері байланыс салыстыру элементін қосу нүктесінде жүйені ажырату кезінде g мен $y_{кб}$ байланыстыратын ашық жүйенің күшейту коэффициенті.

Реттелетін y шаманың бастапқы мәнін $y_н$ арқылы белгілеп v=0 кезінде алатынымыз:

$$y = y_н - \frac{k_Қ}{1+K} \cdot v. \qquad (1.2)$$

Тұйық жүйенің (1.1) және (1.2) статикалық теңдеуі пропорционалдық элементтері бар жүйенің v қобалжуы y шамасына әсер етеді. Мұндай жүйе қобалжу бойынша статикалық деп аталады, K үлкен болған сайын v y-ке аз әсер етеді, бұл дәлдіктің жоғары екенін көрсетеді. (1.2) өрнегі арқылы тұрғызылған қобалжу бойынша тұйық жүйенің статикалық сипаттамасы 1.11-суретте көрсетілген.



1.11 сурет - Тұйық жүйенің статикалық сипаттамасы

1.6 Функционалдау алгоритмі

Басқару технологиясының дамуының бастапқы кезеңінде іс жүзінде алгоритмнің бір ғана түрі қолданылды – реттелетін шаманың берілген тұрақты мәнін сақтау. Кейіннен алгоритм саны өсті және қазіргі кезде оның алты негізгі түрі бар.

Тұрақтандыру. Басқарылатын шаманың тұрақтылығын сақтауға арналған жүйелер тұрақтандыру жүйелері деп аталады. Олардағы жұмыс алгоритмі $x_0(t) = const$ түрінде болады. Автоматты тұрақтандыру жүйелері кез келген басқару принципі негізінде құрылуы мүмкін. Мұндай жүйелерге электр станцияларындағы электр тогының жиілігі мен кернеуін реттеу, қазандық қондырғыларындағы температура мен бу қысымын реттеу жүйелері жатады.

Ауытқу бойынша басқару жүйелерінің маңызды ерекшеліктері белгілі. Егер олар әдеттегі аналитикалық түрлендірулерді орындайтын элементтерден ғана тұратын контроллерлерді пайдаланса, яғни, аналитикалық статикалық сипаттамаларға ие болса, онда ауытқу бойынша басқару қатені азайтады, бірақ жоймайды. Негізінен, қарапайым сызықты түрлендіргіш буындардан тұратын сұлбаны қарастырамыз. Мұндай сұлба үшін статикалық теңдеулер келесі түрдегідей болады (1.7 сурет):

$$x = k_0 u - k_z z, u = k_p \Delta x = k_p(x_0 - x), \qquad (1.3)$$

мұндағы k_0, k_p, k_z – реттеуіштің және жүктеменің, нысанның берілісіне және коэффициентіне сәйкес деп аталатын тұрақты коэффициенттер.

1.3 теңдеу арқылы алатынымыз:

$$x = \frac{k_0 k_p}{1 + k_0 k_p} x_0 - \frac{k_z}{1 + k_0 k_p} z,$$

Яғни **x** реттелетін шаманың мәні **z** жүктемесіне байланысты, оның өсуімен азаяды. Тұрақталған қателік шамасы x_0 тұрақты берілген мәнінде **z** жүктеме шамасынан тәуелді болғандағы реттеуді статикалық деп атайды. Тұрақталған статикалық қателік:

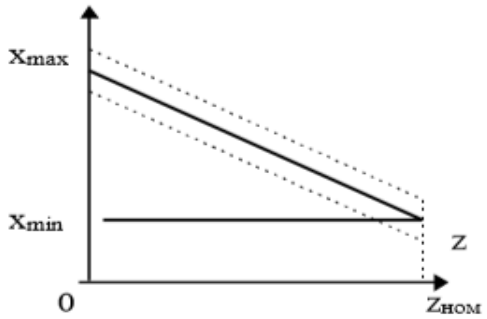
$$\Delta x_{st} = x_0 - x = \frac{1}{1+k_0 k_p} x_0 + \frac{k_z}{1+k_0 k_p} z. \quad (1.4)$$

Статикалық қатенің жүктемеге тәуелділік дәрежесін анықтау үшін $j = \frac{\Delta x}{x_{min}}$, $I = \frac{\Delta z}{z_{nom}}$ қатысты өлшемсіз ауытқуларды байланыстыратын теңдеулерге өту керек, мұндағы абсолютті мән $\Delta x = x - x_b$ және $\Delta z = z - z_{nom}$ z_{nom} номиналды жүктемеге сәйкес келетін базалық мәндерге жатады, 1.12 сурет. Сонда δ статизм реттелетін сипаттаманың салыстырмалы тіктігіне тең.

Егер сипаттама сызықты болса, онда:

$$d = -\frac{\Delta j_{max}}{\Delta I_{max}} = \frac{\frac{x_{max} - x_{min}}{x_{min}}}{\frac{z_{nom} - 0}{z_{nom}}} = \frac{x_{max} - x_{min}}{x_{min}}.$$

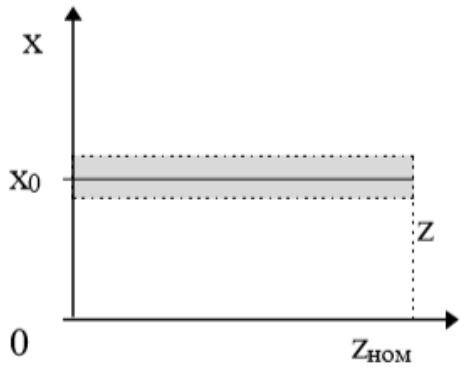
Сонымен, статикалық реттеуіш реттелетін шаманың тұрақты мәнін қателігімен бірге сақтайды. Статизм – ол жүктеменің бос жүрістен номиналға дейін өзгергендегі салыстырмалы қателігінің шамасы. Көптеген жүйелерде статикалық қателіктің болуы қажет емес. Сонда, нөлге тең реттеуге, яғни астатикалық реттеуге өтеді.



1.12 сурет - Статикалық қатенің жүктемеге тәуелділігі

Идеал астатикалық реттеудің реттеуші сипаттамасы жүктеме өсіне параллель, кейбір қателік аймағы (суретте штрих сызық) бар тура сызықты көрсетеді, бірақ мұнда қателік жүктемеден тәуелді емес (1.13 сурет). Астатикалық басқаруды алу үшін кез келген жүктеме кезінде реттелетін шаманың бір мәнін сақтау үшін реттелетін шаманың мәні мен реттеуші

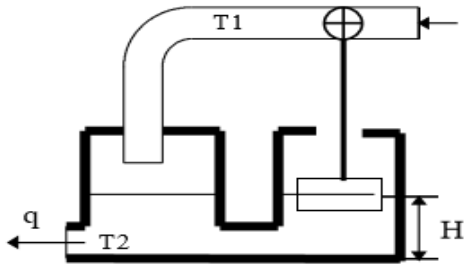
органның күйінің арасындағы қатаң тәуелділікті жою керек. Ол үшін реттеу тізбегіне *астатикалық буын* еңгізу керек.



1.13 сурет - Идеалды астатикалық реттеудің реттеуіш сипаттамасы

Интегралдау операциясын орындайтын буындар астатикалық болып саналатынын ескереміз. Негізінен, егер буынның шығыстық координатасы $y = k\int xdt$ немесе $\frac{dy}{dt} = kx$ теңдеуімен сипатталса, онда x=0 кезінде тепе-теңдік күйі орнайды, яғни $y = const$, мұндағы y мәні кез келген тұрақты мәнде болады.

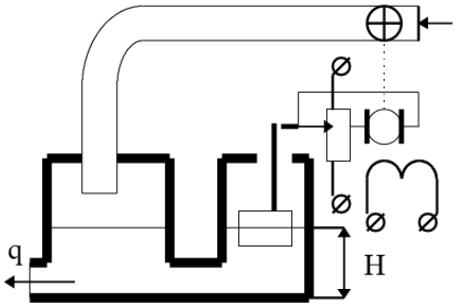
Статикалық реттеуді астатикалыққа қалай ауыстыруға болатынының көріністік мысалын келесі жағдайдан қарастырамыз. Қалқымалы реттеуіш арқылы резервуардағы судың деңгейін автоматты түрде тікелей реттеудің қарапайым сұлбасы бар (1.14 сурет). Бұл сұлбадағы қалқыма реттеуші орган – жылжымамен қатаң байланысқан, ол уақыт бірлігінде Т1 қоректендіргіш құбырынан келетін судың көлемін өзгертеді. Бұл жағдайда нысанның, резервуардың, жүктемесіне Т2 құбырындағы судың шығыны q жатады. Шығын жоғарылаған сайын резервуардағы су төмендей бастайды, қалқыма төмен түседі де сырғытпаны орнынан ауытқытады, яғни ол толық ашыла бастайды.



1.14 сурет - Қалқымалы реттеуіш арқылы резервуардағы судың деңгейін автоматты түрде тікелей реттеудің қарапайым сұлбасы

Т1 құбырынан түсетін су көлемі уақыт бірлігінде ұлғаяды және осыдан деңгей өсе бастайды. Судың келуі оның шығынына тең болғанда тепе теңдік орнайды. Жүктеме, яғни шығын көп болған сайын, сырғытпа көбірек ашылады, және тепе теңдік күйінде қалқыма да төмен болады. Бұл сұлбадағы жүктеме

жоғарылаған сайын су деңгейінің мәні, яғни реттелетін шама азаяды. Мұндай реттеуді *статикалық реттеу* деп атаймыз. Астатикалық реттеуді алу үшін реттеуіш тізбегіне идеал сезімталдылығы бар электр қозғалтқышты енгіземіз. Қозғалтқыштың қысқыштарындағы кернеу нөлге тең болса, ол қозғалыссыз болады. Кернеу пайда болғанда қозғалтқыш кернеу нөлге түскенше айналады. 1.13-сұлбадағы деңгейді астатикалық реттеу сұлбасы көрсетілген. Сұлбадағы қалқыма реостаттың сырғытпасын жылжытады, оның көмегімен қозғалтқыш әрдайым ортаңғы позициядан жоғары немесе төмен жылжыған сайын айнала бастайды және реттеуші органды ортаңғы деңгей қалпына келгенше жылжытады. Қозғалтқыштың іске қосылу кернеуі нөлден өзгеше болғандықтан, 1.15-суретте көрсетілген сезімталдығы жоқ аймақтың ішінде болатын қателік пайда болады.



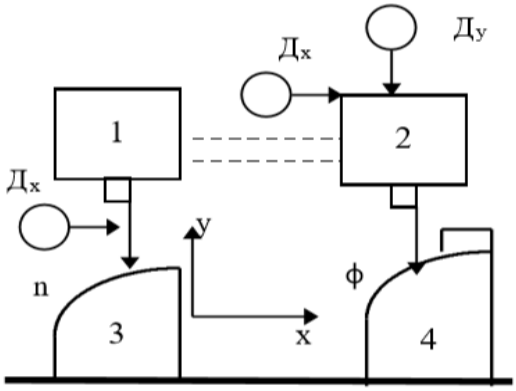
1.15 сурет - Қозғалтқыштың іске қосылу сұлбасы

Бұдан электр қозғалтқышы астатикалық буынға мысал бола алатынын көруімізге болады. 1.13-суреттегі сұлбадағы қоздыру реостатының сырғытпасын жылжытатын қозғалтқыш – астатикалық буын және көрсетілген сұлба астатикалық реттеу жүйесі болып саналады.

1.7 Бағдарламалық басқару

Бағдарламалық басқару кезінде функционалдау алгоритмі беріледі және арнайы құрылғы – $x_0(t)$ тудыратын арнайы құрылғы бағдарлама датчигін құруға болады. Бағдарламалық басқару кез келген негізгі принциптерге сәйкес жүзеге асырылуы мүмкін. Тәжірибеде бағдарламалық басқару жүйесінің екі түрі қолданылады: уақыт бағдарламасы бар жүйелер және кеңістіктік бағдарламасы бар жүйелер. Бірінші түрдегі жүйелерде бағдарлама датчигі тікелей $x_0(t)$ функциясын шығарады. Екінші түрдегі жүйелер металл өңдеу станоктарының бағдарламалық басқарылуында қолданылады. Оларда орындаушы органның (құрылғының) қозғалысы кеңістікте көрсетілген траектория бойынша жүзеге асырылады және уақыт бойынша маңызы аз. Кеңістіктік бағдарламаны басқарудың екі әдісі қолданылады. Біріншісі, координаталық кеңістік өстерінің әрқайсысының бойындағы қозғалыс жеке жетек арқылы орындалады, өстердің бірінің бойымен қозғалыс ерікті түрде жүреді (әдетте біркелкі), ал қалған қозғалыстар берілген траектория бойынша

құрал қозғалатындай біріншісімен байланыстырылады. Мысал ретінде көшіру машинасын алуға болады, 1.16 сурет.



1.16 сурет - Көшіру машинасының сұлбасы.

$Д_x$, $Д_y$ - бағдарлама датчиктері.

Бірінші қозғалыс x өсі бойынша біркелкі өтеді, екіншісі у ордината өсі бойынша жұдырықша – шаблон профилімен беріледі. Станок құрылғысы Ф саусақтың П қозғалысын қайталайды. Екінші тәсіл – берілген траектория параметрі уақыт болып саналатын параметрлік теңдеулер жүйесі арқылы сипатталады, ал кейін осы параметрлік теңдеулерге сәйкес жеке өстер бойынша жетектердің қозғалысын ұстайтын шешуші құрылғы тұрғызылады. Бағдарламаны басқару жүйелері құрылымы бойынша статикалық және астатикалық болуы мүмкін, бірақ ондағы $x_0(t)$ және z мәндері тұрақты болмағандықтан, статикалық қателік жойылмайды, себебі жылдамдық пен жоғарғы туындылардан тәуелді тұрақталған қателіктер туындайды. Бұл құрамдас қателіктерді жою үшін жүйеге қосымша астатикалық буын енгізіледі.

1.8 Қадағалаушы жүйелер

Бұл жағдайда функционалдау алгоритмі алдын ала белгісіз болады. мұндай жүйелердегі реттелетін шама кейбір сыртқы факторларды өзгертуін жүзеге асыру керек, яғни қадағалау керек. Қадағалаушы жүйелер әртүрлі нысандарды қашықтықтан басқару және телебасқару үшін қадағалаушы жүйелер жиі қолданылады. Қадағалаушы жүйелердің принципі бойынша ұшақтарды бақылаудың радиолокациялық жүйесі, гидроскопиялық тұрақтандырғыш, көптеген есептеу құрылғылары, көптеген өлшеу жүйелері, радиокомпас, радио диапазон өлшеуіш және т.б. нысандарды қашықтықтан басқару жүйесі жұмыс жасайды. Телебасқару қашықтықтан басқару пульті ұзақ қашықтықта болғанда қолданылады. Ол қозғалыссыз болуы мүмкін, ал басқарылатын объект кеңістікте орналастырылады. Бұл жағдайда $x(t)$ шамасының задатчигі мен қадағалаушы жүйенің кірісінің арасына радиожелі немесе басқа байланыс желісі (ғарыш нысандары) енгізіледі.

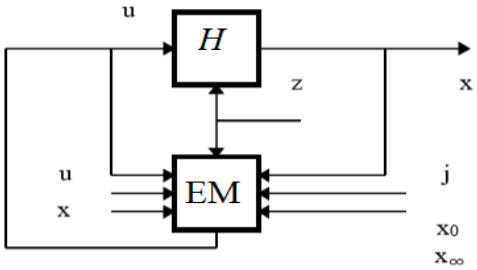
Қадағалаушы жүйелер кез келген негізгі басқару принципіне сәйкес жүзеге асырылуы мүмкін және бағдарламалық басқару жүйесінен өзгеше болады, себебі сенсордың орнына сыртқы фактордың өзгеруін бақылау құрылғысы орналастырылады. Қазіргі кезде технологияның көптеген салаларында қадағалау жүйесінің принциптері қолданылатын әртүрлі автоматты басқару жүйелері бар. Ол жоғары дәлділік және автоматты басқару сенімділігі қажет жерлердің бәрінде қолданылады.

1.9 Оңтайлы басқару

Тиімді басқару принципі өндірістік үрдістердің тиімділігін арттыру үшін техникалық жүйелерде және сондай ақ халық шаруашылығы салаларындағы қызметтерді жақсарту үшін ұйымдастырушылық басқару жүйелерінде де қолданылады. Ұйымдастыру жүйелері әдетте өтпелі үрдістегі уақыттық тиімділікті зерттемей - ақ команданың соңғы нәтижесін қарастырады. Бұл әдетте мұндай жүйелерде өтпелі үрдіс шығындары айтарлықтай аз болуымен және тұрақталған режимде жалпы шамаға аз әсер ететіндігімен түсіндіріледі, себебі орнықты режим өтпелі үрдіске қарағанда ұзағырақ болады. Керісінше, динамикалық техникалық жүйелерді басқару кезінде оңтайландыру көбіне өтпелі үрдіс үшін қажет, онда тиімділік көрсеткіші координатаның ағымдық мәніне ғана байланысты емес, сонымен қатар олардың өткендегі, қазіргі және алдыңғы өзгеру сипатына байланысты және координатаның кейбір функционалдық көрсеткіштерімен, олардың туындыларымен және уақытымен сипатталады.

Мұндай динамикалық тапсырмалардағы оңтайлы басқаруды анықтау вариациялық есептеу әдісі немесе жүйелердің математикалық моделіне байланысты математикалық бағдарламалау сияқты өте күрделі математикалық есепті шешуді талап етеді. Сондықтан оңтайлы басқару жүйесінің құрамдас бөлігі ретінде сандық-есептеу құрылғысы немесе ЭЕМ жатады.

Оңтайлы басқару жүйесінің жалпы түрдегі жұмыс принципі 1.17-суретте көрсетілген.



1.17 сурет - Оңтайлы басқару жүйесінің жалпы түрдегі жұмыс принципі.

Н – нысан; ЕМ – есептеу машинасы.

Есептеу машинасының кірісіне нысандағы *z* сыртқы әсерлер, кірістегі басқару *u* жайлы, *H* нысанның шығысынан x координатасының ағымдық мәні

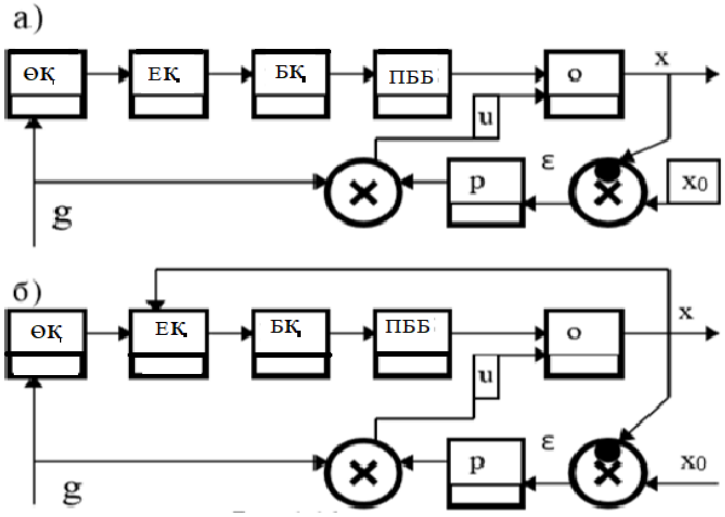
жайлы ақпарат және сонымен қатар әртүрлі жағдайлардан тыс тапсырмалар түседі: оңтайлылық критерийдің мәні *J*, шектік шарттар, координатаның жіберілетін мәні жайлы ақпарат және т.б. есептеу құрылғылары өзіне берілген бағдарлама бойынша оңтайлы басқаруды *u* есептейді. Оңтайлы жүйелер ашық та, тұйық та бола алады.

1.10 Бейімделу жүйелері

Жүйенің күйін немесе сипаттамасын талдау арқылы сыртқы жағдайлардың күтпеген өзгерістері кезінде оның параметрлерінің немесе құрылымының мәндерін автоматты түрде өзгертетін, сондай-ақ оның жұмысының берілген сапасын сақтайтын жүйелерді біз бейімделу деп атаймыз. Бұл термин биологиядан алынған, онда бейімделу ағзаның өмірін сақтау үшін өзгеретін ортаға бейімделу деп аталады. Бірақ басқару теориясында адаптация тар мағыналы. Оған басқару құрылғысы оның жұмысын талдау деректері бойынша жүйенің параметрлері мен құрылымын өзгерткен кездегі ғана құрылғы түрлері жатады.

Параметр мәндерінің өзгеруімен бейімдеу жүйелерінің өздігінен бапталатын деп, ал құрылымы мен басқару алгоритмінің өзгеруімен өзін-өзі ұйымдастырушы деп аталады.

Әдетте бейімдеу жүйелер негізі ретінде, басқарудың негізгі принциптерінің бірін іске асыратын тізбек болады, ал бейімделу тізбегі оған параметрлерді түзететін екіншілік құрылым ретінде жүзеге асырылады. Адаптация тізбегі әдетте өлшеу құрылғысынан ӨҚ, есептеуден ЕҚ және басқару құрылғысынан БҚ тұрады. Егер оның кірісіне тек кірістік шама берілсе ол ашық (1.18, а сурет), немесе егер ол жүйенің шығысына әсер етсе тұйық болуы мүмкін (1.18, б сурет).



1.18 сурет - Бейімделу тізбегі.

ӨҚ – өлшеу құрылғысы; ЕҚ – есептеу құрылғысы; БҚ – басқару құрылғысы; ПББ – параметрлерді баптау блогы.

Өзін – өзі баптау тізбегі параметрлерді баптау блогына ПББ әсер етеді, ол тек суретте көрсетілгендей тізбектей ғана емес, сонымен қатар кез келген тәсілмен, мысалы, кері байланыс тізбегіне де қосыла алады.

Параметрлерді түзету әсерін есептеу өте күрделі математикалық тапсырма, өйткені нақты жағдайларда сыртқы әсерлер кейде координатаның ғана емес, сонымен қатар жүйелік параметрлердің (теңдеу коэффициенттерінің) өзгеруіне әкеледі, ол ұшақтарда маңызды орын алады. Сондықтан мұндай жүйелердің құрамына түрлі есептеу – шешу құрылғылары қолданылады. Адаптация тәсілдері және оларға сәйкес сұлбалар алгоритмдер және ЭЕМ бағдарламалары арқылы ерекшеленеді.

1.11 Автоматты басқарудың негізгі заңдылықтары

Автоматты реттеу заңы – ол басқару әсерін (реттеуіштің шығыстық шамасын) қобалжу (кірістік шамалар) арқылы көрсететін реттеуіштің теңдеуі. Басқару заңы басқару құрылғысының құрылымымен тығыз байланысты және реттеуіштердің кең таралған түрлетінің бірі басқару заңдылығы бойынша жіктеледі.

Типтік болып келесідей ауытқу бойынша реттеу заңдылықтары алынады.

1. Пропорционалдық заңдылық (П-реттеуіш):

$$u = k_p \varepsilon,$$

мұндағы k_p – реттеуіштің беріліс коэффициенті.

2. Пропорционалдық - дифференциалдық заңдылық (ПД-реттеуіш):

$$u = k_p(\varepsilon + T_{\text{Д}} \frac{d\varepsilon}{dt}),$$

мұндағы $T_{\text{Д}}$ – дифференциалдау уақыт тұрақтысы.

$\frac{d\varepsilon}{dt}$ бар болғандықтан бұл реттеуіш пропорционалдық реттеуішке қарағанда түрлі тең шарттарда реттеу нысанына егер ε өссе және керісінше төмендесе әсері үлкен болады. Реттеуіш реттелетін шаманың әрі қарай өзгеруінің алдын алады және осының арқасында ε тез және біркелкі реттейді.

3. Интегралдық заңдылық (И-реттеуіш):

$$u = k_p \int \varepsilon dt.$$

4. Пропорционалдық – интегралдық заңдылық (ПИ-реттеуіш):

$$u = k_p(\varepsilon + \frac{1}{\text{Т}_{\text{И}}} \int \varepsilon dt),$$

мұндағы $T_{\text{И}}$ – интегралдау уақыт тұрақтысы.

5. Пропорционалдық – интегралдық- дифференциалдық заңдылық (ПИД-реттеуіш):

$$u = k_p(\varepsilon + \frac{1}{\text{Т}_\text{И}} \int \varepsilon dt + T_\text{Д} \frac{d\varepsilon}{dt}).$$

Интегралдық реттеу заңдылығы бар барлық реттеуіштер астатикалық реттеуді жүзеге асырады, себебі статикалық режимде $\varepsilon = 0$ болады. Егер $\varepsilon = const \neq 0$ деп жорамалдасақ, интеграл шексіздікке ұмтылу керек, бірақ ол мүмкін емес.

Автоматты реттеу жүйесінің типтік инженерлік есептері және жобалары реттеу заңдылықтарын таңдауға және реттеуіштің $k_p, T_\text{Д}$ және $\text{Т}_\text{И}$ баптау параметрлерін есептеуді талап етеді. Таңдалған заңдылықты тексеру үшін ЭЕМ модельдеу қолданылады.

1.12 Автоматты реттеу жүйесінің жіктелуі

АРЖ жіктелуі келесідей белгілер бойынша жүргізіледі.

1. Теңдеу түрі бойынша: сызықты және бейсызықты жүйелер. Сызықты дифференциал және алгебралық теңдеулерде барлық мүшелер айнымалы шамалар мен олардың интегралы мен туындыларынан тәуелді болады. Егер теңдеуде дәрежелік, логарифмдік немесе тригонометриялық функциялар, туынды немесе айнымалыларды жеке бөлу болса, онда ол жүйені бейсызықты етеді және зерттеуді күрделендіреді.
2. Теңдеу коэффициенттерінің уақытқа тәуелділігіне сәйкес: стационарлы және стационарлы емес. Стационарлы емес жүйелерде кем дегенде бір коэффициент уақыттан тәуелді болады.
3. Кірістен шығысқа берілетін әсер сипаты бойынша: үздіксіз және дискретті.

Үздіксіз жүйелерде барлық элементтер кірістен шығысқа қарай әсерлерді үздіксіз береді. Егер кірісте тегіс функция болса, онда шығыста да уақыт бойынша тегіс функция болады (секірусіз және үзілусіз).

Дискретті жүйелер ең болмағанда бір дискретті әсерлі элементтен тұрады және осы әсерге қарай релелі, импульсті, сандық (релелі-импульсті) болып бөлінеді.

Релелі жүйе ең болмағанда бір релелі әсерлі элементтен тұрады, яғни оның шығыстық шамасының соңғы сандық мәні болу керек және бір мәннен келесі мәнге өтуі сатылы түрде жүреді. Релелі жүйелер деңгейі бойынша дискретті болып келеді.

Импульсті жүйелер ең болмағанда бір импульсті элементтен тұрады, ол үздіксіз кірістік шаманы модульденген импульс тізбегіне түрлендіруі керек. Импульсті жүйелер уақыт бойынша дискретті болады.

Реттеу тізбегінің құрамында ЭЕМ бар сандық жүйелер келесі ерекшеліктер арқылы дискреттіліктің екі түрін де қамтиды:

- есептеу кезеңділігі (уақыт бойынша дискреттілік),
- разрядтардың соңғы саны (деңгей бойынша дискреттілік).

4. Уақыт бойынша берілетін әсердің өзгеру сипатына қарай:

- тұрақтандыру жүйелері, егер кірістік әсер – тұрақты шама болса;

- бағдарламамен реттеу жүйелері, егер кірістік әсер – уақыттың белгілі функциясы болса;
- қадағалаушы жүйелер, егер кірістік әсер – уақыттың кездейсоқ функциясы болса.

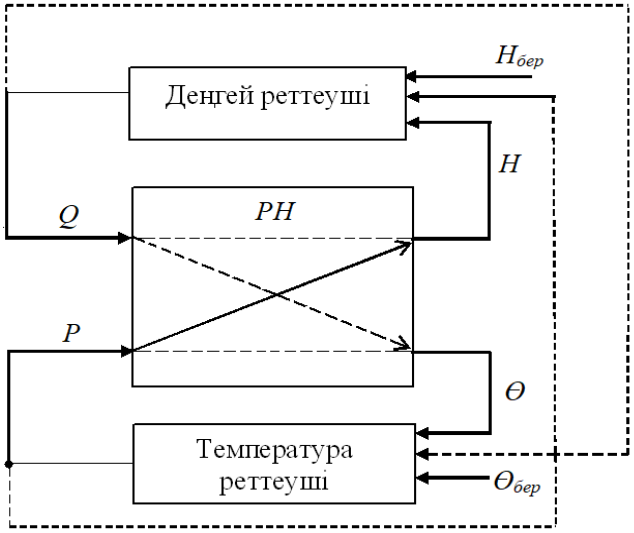
Тұрақтандыру жүйелерінде бөгде әсерлердің өзгерісінен туатын үрдістерге ерекше назар аударылады, ал қалған жүйелерде берілетін әсердің өзгерісі сияқты, бөгде әсерлердің де өзгерісі маңызды болып саналады.

5. Статикалық режимдегі дәлділік бойынша: статикалық және астатикалық.

6. Тізбек саны бойынша: бір контурлы және көп контурлы. Жергілікті кері байланыстың болуы жүйені көп контурлы етеді, яғни реттеудің ішкі тізбектері пайда болады. Көп контурлыға бағыныңқы реттеу жүйелері жатады, ол кем дегенде екі реттеуіштен тұрады – командалық, негізгі реттелетін шаманы реттеуші және бағыныңқы, аралық шамаларды реттеуші және командалықтан тапсырма алушы.

7. Бір нысандағы реттелетін шамалардың санына байланысты: бір өлшемді және көп өлшемді. Көп өлшемді – үнемі көп контурлы болып саналады.

8. Реттеуіштердің арасында қосымша байланыстардың болуына қарай көп өлшемді жүйелер байланыспаған және байланысқан реттеу жүйелері болып бөлінеді. Байланысқан реттеу жүйелері қосымша байланыстардан тұрады, ол идеалды жағдайда реттеу нысанындағы қажетсіз көлденең жүйелерді жүйені автономды ететіндей толығымен компенсациялайды. Деңгей мен температураның екі өлшемді АРЖ мысал 1.19- суретте көрсетілген, мұнда үзік сызықтармен реттеу нысанындағы ішкі байланыстар және сондай ақ реттеуіштердің арасындағы қосымша байланыстар да көрсетілген.



1.19 сурет - Реттеу жүйелері.

РН – екі реттелетін шамасы бар сұйықтыққа арналған резервуар; H – деңгей, Θ – сұйық температурасы.

9. Алатын деңгейі бойынша реттеу сапасы: қарапайым және оңтайлы. Оптималды жүйелерде тиімділіктің кейбір критерийлері (техника-экономикалық көрсеткіш) өзінің төтенше мәндеріне жетеді. Қарапайым реттеу кезінде сапа көрсеткіштерінің оңтайлы мәні емес берілген мәні болады.

10. Қабілетіне қарай жүйелер нысанның өзгеру сипатына қарай автоматты түрде бейімделеді және сыртқы әсерлерді қатаң бапталатын және бейімдік жүйелерге ажыратады. Бейімдік жүйелерде реттеу параметрлері пайдалану үрдісінде, реттеудің сапа көрсеткіштерінде берілген және оптималды мәндері болатындай автоматты түрде өзгереді.

2 Автоматты басқару жүйесінің математикалық жазылуы

2.1 Статика және динамика заңдылықтары. Сызықтандыру

Басқару жүйесін әзірлеу және зерттеу кезеңінде оның математикалық сипаттамасы алынады. Ол аналитикалық (теңдеулерді қолдана отырып), сызбалық (сызбаларды, құрылымдық сұлбаны және графаларды қолдана отырып) және кесте түрінде болуы мүмкін. Барлық жүйенің математикалық жазылуын алу үшін әдетте оның жеке буындарының жазылуын құрады. Атап айтқанда, жүйенің теңдеулерін алу үшін оған кіретін әр элемент үшін теңдеулер алынады. Элементтердің барлық теңдеулерінің қосындысы жүйенің теңдеулерін береді.

Автоматты басқару жүйесінің теңдеулері және құрылымдық сұлбалары оның математикалық моделі деп аталады. Бір жүйенің математикалық моделін зерттеу мақсатына байланысты оның моделі әртүрлі болуы мүмкін. Әдетте зерттеуді қарапайым модельден бастаған пайдалы, одан кейін бастапқы ескерілмеген қосымша қатынастар мен байланыстарды ескере отырып оны күрделендіре түседі.

Көптеген автоматты басқару жүйелерінде процестер дифференциалдық, айырымдық, дифференциалды-айырымдық, интегралдық және интегро-дифференциалдық теңдеулер ретінде жазылады. Мұнда қарапайым дифференциалдық теңдеулермен жазылатын жүйелердің математикалық модельдерін қарастырамыз.

Автоматты басқару жүйелерінде барлық элементтері статикалық және динамикалық сипаттамаларының түрлері бойынша бөлінеді.

Басқару жүйесі және оның кез келген элементі $x(t)$ кіріс сигналын $y(t)$ шығыс сигналына түрлендіреді. Математика тұрғысында олар $y(t)=Ax(t)$ бейнеленуін жүзеге асырады, осыған сәйкес X кіріс сигналдар жиынтығынан тұратын $x(t)$ әр элементі үшін Y шығыс сигналдарының жиынынан тұратын оған сәйкес келетін анықталған $y(t)$ элементі қойылады. Келтірілген A қатынасы *оператор* деп аталады. Басқару жүйесінің кіріс және шығыс сигналдарының сәйкестіктігін анықтайтын оператор, жүйенің кіріс сигналымен оның шығыс сигналын анықтаудың ережесін береді.

Буындар және жүйелер көп жағдайында жоғарғы қатарлы сызықты емес дифференциалдық теңдеулермен жазылады. Мысал ретінде екінші реттік дифференциалдық теңдеумен жазылатын буынды қарастырамыз:

$$F(y.\dot{y}, \ddot{y}, x.\dot{x}) + f = 0, \qquad (2.1)$$

мұндағы

y - шығыс шама;

$\dot{y}$ -уақыт бойынша бірінші туынды;

$\ddot{y}$ - уақыт бойынша екінші туынды;

x, f - кіріс шамалар;

$\dot{x}$ - уақыт бойынша туынды.

Автоматты басқару жүйесі жұмысының динамикалық режимі кезінде басқарылатын (шығыс) шама және барлық аралық шамалар уақыт бойынша өзгереді, яғни $y(t) = \mathrm{var}$.

Динамикалық режим кезінде барлық процестер дифференциалдық теңдеулермен анықталады.

Автоматты басқару жүйесі элементтерінің беріліс қасиеттері динамикалық режимде динамикалық сипаттамалар көмегімен сипатталады. Динамикалық сипаттамалар келесі түрлерге бөлінеді:

а) дифференциалды теңдеулер;

б) уақыттық сипаттамалар;

в) беріліс функциялары;

г) жиіліктік сипаттамалар.

Кез келген кіріс әсерлері кезінде буындағы процесті сипаттайтын (2.1) теңдеуді динамика теңдеулері деп атаймыз. Тұрақты $x = x^0$ және $f = f^0$ кіріс әсерлері кезінде буындағы үрдіс уақыт өте келе қалыптасады, шығыс шамасы $y = y^0$ тұрақты мәнге келеді. Онда (2.1) теңдеу түрі:

$$F(y^0, 0, 0, x^0, 0) + f^0 = 0. \qquad (2.2)$$

(2.2) теңдеу статикалық немесе қалыптасқан режимді бейнелейді де статикалық теңдеу деп аталады. Статикалық режимді статикалық сипаттама көмегімен сызба түрінде бейнелеуге болады. Буынның немесе жүйенің *статикалық сипаттамасы* дегеніміз статикалық режимдегі шығыс шамасының кіріс шамасына тәуелдігі. Бұл сипаттаманы тәжирибе жүзінде кіріске тұрақты әсерді бере отырып және өтпелі үрдіс аяқталғаннан кейін шығыс шамасын өлшеу арқылы немесе статика теңдеуін қолданып есептеу арқылы алуға болады.

Егер буын бірнеше кірістерден тұрса, онда ол статикалық сипаттама жиынтығымен бейнеленеді. Бұл y шығыс шамасының бір x (немесе f) кіріс шамасына тәуелдігін көрсетеді.

Статикалық режим немесе тепе-теңдік жағдайы кіріс әсері уақыт бойынша тұрақты болғанда орын алады. Статикалық режимдегі кіріс және шығыс шамалардың арасындағы байланыс алгебралық теңдеумен өрнектеледі. Уақыт болмаған жағдайда кез келген автоматты басқару жүйесінің статикалық режимі $y = F(x, f)$ теңдеумен өрнектеледі.

Автоматты басқару жүйесі жұмысының статикалық және орнықтылық режимдерінде уақыт бойынша басқарылатын шама мен барлық аралық шамалар өзгермейді, яғни $y(t) = const$.

Сызықтандыру. Әдетте, автоматты жүйелер сызықтық емес дифференциалдық теңдеулермен сипатталады, олардың шешімі үлкен қиындықтар туғызады. Бұл қиындықтан құтылу үшін оларды сызықтауды қолданады, яғни, бастапқы сызықтық емес теңдеулерді жүйедегі процестерді сипаттайтын сызықтық теңдеулермен алмастырады. Мұндай түрлендіру процесі сызықтау деп аталады.

Сызықтаудың мағынасын келесі мысалдан байқауға болады. Әдетте, жүйе буындарының кіріс және шығыс мәндері белгілі бір заңға сәйкес өзгерген кезде, автоматты басқару жүйесі берілген қандайда бір режимде болады. Мысалы, тұрақтандыру жүйелерінде олар белгілі бір тұрақты мәндерді қабылдайды. Алайда, қалыпты жұмыс істейтін автоматты жүйеде әртүрлі қарсы әсер ету жағдайларына байланысты нақты режим талап етілгеннен сәл өзгеше, бірақ оның буындарына кіретін кіріс және шығыс мәндерінің қажетті мәндерден ауытқуы аз болады. Бұл теңдеулерге кіретін сызықты емес функцияларды Тейлор қатарына жіктеу арқылы сызықтандыруға мүмкіндік береді. Сызықтандыруды буындар арқылы жасауға болады.

(2.1) теңдеумен сипатталған буынды аламыз. Берілген режимге келесілер сәйкес келеді:

$$x = x^0;\ \dot{x} = \dot{x}^0;\ f = f^0;\ \ y = y^0;\ \dot{y} = \dot{y}^0;\ \ddot{y} = \ddot{y}^0. \qquad (2.3)$$

Сызықты емес теңдеулердің сызықталу негізінде барлық айнымалылар өзгереді және орнықкан мәндерінен олардың ауытқуы уақытта бойынша өте аз болып келеді.

x, f және y нақты мәндерінің талап етілген мәндерден ауытқуын Δx, Δf, Δy деп белгілейміз. Онда динамикалық процесте $x = x_0 + \Delta x,\ y = y_0 + \Delta y,\ \dot{y} = \Delta\dot{y},\ \ddot{y} = \Delta\ddot{y}$. Бұл мәндерді (2.1) теңдеуіне қойып, F функциясын $x, \dot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}$ тәуелсіз айнымалылар ретінде қарастырып, оны (2.3) нүктесінде Тейлор қатарына жіктейміз және ауытқуға қарағанда аз мүшелерін жоғарғы қатармен бейнелейміз. Онда (2.1) теңдеу түрі:

$$F_0 + \frac{\partial F}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\Delta\dot{y} + \frac{\partial F}{\partial \ddot{y}}\Delta\ddot{y} + \frac{\partial F}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\Delta\dot{x} + f_0 + \Delta f = 0. \qquad (2.4)$$

Мұндағы F_0 және f_0 тиісті функциялар мен туындылар (2.3) нүктесінде есептелетіндігін білдіреді. Берілген режим жүйеде орнатылған кезде (2.1) теңдеуі келесідей жазылады:

$$F_0 + f_0 = 0.$$

Теңдеудегі барлық жеке туындылар тұрақты коэффициенттерге ие. Осы теңдеуден статика теңдеуін шығара отырып, берілген буын үшін қажетті сызықталған динамика теңдеуін аламыз:

$$\frac{\partial F}{\partial \ddot{y}}\Delta\ddot{y} + \frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\Delta\dot{y} + \frac{\partial F}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\Delta\dot{x} + \frac{\partial F}{\partial x}\Delta x + \Delta f = 0. \qquad (2.5)$$

Бұл дифференциалдық теңдеу автоматты жүйенің сол жақ буынын және динамикалық процесін сипаттайды. Бұл теңдеу жуықталған болып табылады. Жіктеу процесі кезінде жоғары реті алынып тасталған, уақыттың белгісіз функциялары алдынғы шамалар болмайды, олардың кейбір орныққан мәндерінен ауытқуы $\Delta x, \Delta y$ болады, алынған теңдеу тұрақты коэффициенттерімен ауытқуға қарағанда сызықты болып табылады. Бұл теңдеу ауытқулар кезіндегі буынның *дифференциалдық теңдеуі* деп аталады. Автоматты реттеу жүйелерінде буындардың дифференциалдық теңдеулерін екі стандартты түрде жазу қабылданған.

Дифференциалдық теңдеулерді шығыс шамамен және оның туындылары сол жағында, ал кіріс шамамен және басқа мүшелері оң жағында болатындай, ал шығыс шаманың өзі бірлік коэффициентімен теңдеуге кіретіндей етіп жазылады. Сызықталған теңдеуді стандартты түрге келтіру үшін белгілеулер енгіземіз:

$$\frac{\partial F}{\partial \ddot{y}} = a_0, \quad \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = a_1, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = a_2, \quad \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = -b_0, \quad \frac{\partial F}{\partial x} = -b_1, \quad c_0 = -1$$

Осы белгілеулерді ескере отырып келесі теңдеуді аламыз:

$$\begin{aligned} a_0\Delta\ddot{y} + a_1\Delta\dot{y} + a_2\Delta y - b_0\Delta\dot{x} - b_1\Delta x - c_0\Delta f = 0, \\ a_0\Delta\ddot{y} + a_1\Delta\dot{y} + a_2\Delta y = b_0\Delta\dot{x} + b_1\Delta x + c_0\Delta f. \end{aligned} \qquad (2.6)$$

Сызықты дифференциалдық теңдеуді стандартты түрде жазу. Екінші қатарлы тұрақты коэффициенттерден тұратын сызықты дифференциалдық теңдеулер әдетте стандартты түрде жазылады. Бұл жағдайда шығыс мәні мен оның туындылары бар мүшелер теңдеудің сол жағында, ал қалған барлық мүшелер оң жақта жазылады. Шығу шамасындағы коэффициент бірлікке тең

болады. Егер оң жақ бөлігінде туындылар болса, онда қандай да бір кіріс шама мен оның туындылары бар мүшелер бір топқа біріктіріліп, тиісті кіріс мәні бар коэффициент жақшадан шығарылады.

Белгілеулер енгіземіз:

$$\frac{a_0}{a_2}=T_2^2,\quad \frac{a_1}{a_2}=T_1,\quad \frac{b_1}{b_0}=k_1,\quad \frac{b_0}{b_1}=k_2,\quad \frac{c_0}{a_2}=k_0,$$

мұндағы T_1, T_2, T_0 - берілген буынның уақыт тұрақтылары, k_1, k_2, k_0 – беріліс коэффициенттері.

Осыны ескере отырып (2.6) теңдеуді стандартты түрде жазу арқылы төмендегі теңдеуді аламыз:

$$T_2^2\,\Delta\ddot{y}+T_1\,\Delta\dot{y}+\Delta y=k_2\Delta\dot{x}+k_1\Delta x+k_2\Delta f\ .$$

$$x_0=y_0=f_0=0\,,\ \Delta x=x-x_0=x,\ \Delta y=y-y_0=y,$$

$\Delta f=f-f_0=f,\ \Delta\dot{y}=\dot{y},\quad \Delta\ddot{y}=\ddot{y},\quad \Delta\dot{x}=\dot{x}$ деп есептейміз.

Онда теңдеудің түрі:

$$T_2^2\,\ddot{y}+T_1\,\dot{y}+y=k_2\,\dot{x}+k_1x+k_2f\ , \tag{2.7}$$

Стандартты түрдегі теңдеу:

$$T_2^2\,\ddot{y}+T_1\,\dot{y}+y=k_1(T_0\,\dot{x}+1)x+k_2f\ . \tag{2.8}$$

Теңдеуді символдық түрде жазу үшін операторларды енгіземіз $\frac{d\,y^2}{d\,t^2}=p^2,\ \frac{d\,y}{d\,t}=p$, символ түрінен стандартты түрін аламыз:

$$y(T_2^2\ p^2+T_1p+1)=k_1(T\ p+1)x+k_2f\ . \tag{2.9}$$

Сызықтық дифференциалдық теңдеулерді жазу түрлері. Автоматты басқару жүйелерін сипаттау кезінде сызықтық дифференциалдық теңдеулерді жазудың символдық формасы кеңінен қолданылады. Оны екінші ретті теңдеудің мысалында қарастырамыз және сол жақта тек шығыс айнымалысы мен оның туындылары бар мүшелер болатындай етіп жазамыз:

$$a_0\ddot{y}+a_1\dot{y}+a_2=b_0\dot{x}+b_1x+c_0f. \tag{2.10}$$

Егер p дифференциалдау операторын енгізсек, онда $\frac{d}{dt}\equiv p, \frac{d^k}{dt^k}\equiv p^k$. Мұны (2.10) теңдеуіне қолданып төмендегідей жазуға болады:

$$a_0p^2y + a_1py + a_2y = b_0px + b_1x + c_0f. \qquad (2.11)$$

Дифференциалдық теңдеуді түрлендіріп және жазу кезінде *p* дифференциалдау операторын алгебралық көбейткіш ретінде қарастыру керек, ал *py* белгісін туынды ретінде қарастыру керек, *py* орнына *yp* жазуға болмайды. Осы аталғандарды ескеріп, *y* және *x* теңдеудің сыртына шығара отырып (2.10) теңдеуін келесідей жазса болады:

$$(a_0p^2 + a_1p + a_2)y = (b_0p + b_1)x + c_0f. \qquad (2.12)$$

Осы алынған теңдеуге белгілеулер енгізіміз:

$Q(p) = a_0p^2 + a_1p + a_2$ - меншікті дифференциалдық оператор,

$R_1(p) = b_0p + b_1, \quad R_2(p) = c_0$ - әсердің операторлары.

Онда (2.12) теңдеуін қарапайым түрде:

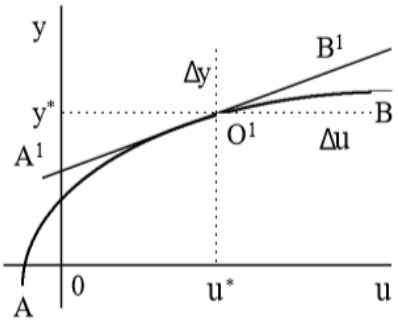
$$Q(p)\,y = R_1(p)\,x + R_2(p)\,f\,. \qquad (2.13)$$

Меншікті оператор дегеніміз шығыс айнымалысы бойынша дифференциалдық операторды айтады, ал әсер операторы кіріс айнымалысы бойынша дифференциалдық операторды айтады.

Операторлық әдіс - операторлық әдісті қолданған кезде дифференциалды теңдеулерді алгебралық түрге келтіреді (шамалардың операторлық кескін түріне ауысуы) сондықтан жүйелердің теңдеулерін құрастыру процессі жеңілдейді. Бұл үрдіс – бөлек буындардың беріліс функцияларын табу және басқару жүйелерінің құрылымдық сұлбаларын түрлендіреді.

Сызықтық теңдеулермен сипатталатын буындар мен жүйелер *сызықты буындар мен сызықты жүйелер* деп аталады.

(2.6) теңдеу шығыс және кіріс шамаларының ауытқулары өте аз деген болжаммен алынды, ал *F* функциясы берілген режимге сәйкес келетін нүктелердің төңірегіндегі үздіксіз жартылай туындыларға ие. Егер осы шарттардың кем дегенде біреуі орындалмаса, сызықтауды орындауға болмайды. Сызықтаудың қатаң сызықты емес жағдайлары әдетте сызықталмайды.



2.1 сурет – Сызықты емес тәуелділіктің геометриялық сызықталуы

Кейде буынның теңдеуіне кіретін жеке айнымалылар арасындағы сызықтық емес байланыс эксперименттік қисық түрінде беріледі. Бұл жағдайда сызықтауды сызба түрінде жасауға болады. Екі айнымалы арасындағы сызықты емес байланыстың геометриялық сызықталуы бастапқы *AB* қисық сызығын $O^{/}$ нүктесіндегі оның жанасқан $A^{/}B^{/}$ кесіндісімен алмастыруымен көрсетіледі, бұл берілген режимде және координаталар басының осы нүктеге параллель тасымалдануына сәйкес келеді.

Уақыт теңдеуге кіретініне немесе кірмейтініне байланысты жүйелер стационарлық және стационарлық емес болып бөлінеді. Автоматты басқару жүйелері (буындары) тұрақты деп аталады, егер олар тұрақты сыртқы әсерде уақытқа тәуелді емес теңдеулермен сипатталса. Бұл уақыт өте келе жүйенің қасиеттері өзгермейтінін білдіреді. Әйтпесе, жүйе стационарлық емес деп аталады. Бұл айырмашылық сызықтық жүйелерге де қатысты. Тұрақты сызықтық жүйелер тұрақты коэффициенттері бар сызықтық теңдеулермен сипатталады. Тұрақты емес сызықтық жүйелер айнымалы коэффициенттері бар теңдеулермен сипатталады. Кейде жүйенің бастапқы сызықты емес моделі стационарлық, ал оның сызықтық моделі стационарлық емес болуы мүмкін. Бұл сызықтық режим динамикалық болған жағдайда орын алуы мүмкін.

2.2 Лаплас түрлендіруінің негізгі қасиеттері

Мұнда сызықтық дифференциалдық теңдеулермен сипатталған жүйелерді қарастыру кезінде қолданылатын Лаплас түрлендіруі туралы негізгі ақпарат беріледі.

Лаплас түрлендіруі дифференциалдық теңдеулерді жүйенің құрамын бейнелейтін алгебралық түрге алмастырып, күрделі жүйелерді зерттеуді жеңілдетеді.

Автоматты реттеу теориясында қарастырылған беріліс функцияларында Лаплас түрлендіруі қолданылады [1,2,3,4,5,6,7].

Лаплас түрлендіруі дегеніміз s = s + jw комплексті айнымалы *f(t)* функциясына сәйкес келетін нақты айнымалы *F(p)* функциясынан тұратын қатынасты айтады, формула бойынша:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt; \qquad (2.14)$$

мұндағы *f(t)* функциясы тұпнұсқа;

F(p) – функциясы *f(t)* функцияның бейнесі;

$p = \sigma + j \cdot \omega$ -комплексті айнымалы, оператор;

$j = \sqrt{-1}$ - жорамал бірлік.

f(t) функциясы өзінің *F(p)* бейнесінен тұрады, олардың символдық түрде жазылуы:

$$F(p) = L[f(t)] \text{ немесе } F(p) = f(t). \qquad (2.15)$$

мұндағы L – Лаплас операторы.

Лаплас түрлендіруінен өтетін *F(p)* функциясы келесі қасиеттерге ие болуы керек: *f(t)* анықталған және барлық [0,∞]; *f(t)* = 0 кезінде t ≤ 0 оң сандық жартылай осьте жартылай дифференциалданған болуы қажет. М оң сандары болады және $|f(t)| \leq M\mathrm{e}^{Ct}$ кезінде $0 \leq t \leq \infty$. Осы үш қасиетке ие функцияларды *түп нұсқа функциялар* деп атайды.

Белгілі сурет бойынша оның түп нұсқасы қатынасы бойынша анықталады және *Лапластың кері түрленуі* деп аталады:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma - j\omega}^{\sigma + j\omega} F(p)\, e^{pt}\, dp\,, \qquad (2.16)$$

Онда интеграл кез келген Re түзу сызық бойымен алынады. Символды түрде Лапластың кері түрленуі $f(t) \div F(t)$ немесе x(t)=L^{-1}{F(s)}, мұндағы L^{-1} символы кері Лаплас операторы болып табылады.

Операциялық есептеу курстарында біз үшін келесі маңызды теоремалар дәлелденеді.

1. *Суперпозиция қасиеті* немесе *сызықтық қасиет*. Бейненің қосындысы бейнеленген қосындыға тең. Кез келген α және β тұрақтылар үшін келесі теңдеумен бейнеленеді:

$$L[f_1(t) + f_2(t)] = L[f_1(t) + f_2(t)] = F_1(p) + F_2(p). \qquad (2.17)$$

2. Түп нұсқаны дифференциалдау. Егер *F(t)* туындысы түп нұсқа функция болса, яғни жоғарыда көрсетілген үш қасиетке ие болса, онда:

$$L\{f(t)\} = sF(s) - f(0), \qquad (2.18)$$

мұндағы $F(s) = L\{f(t)\}$, $x(0) = \lim\limits_{x \to 0} x(t)$.

Егер бастапқы шарт нулдік болса, онда:

$$x(0) = \dot{x}(0) = \cdots = x_{(n)}^{(n-1)}(0) = 0\,,$$

онда соңғы формула түрі:

$$L\{x^{(n)}(t)\} = s^n X(s). \qquad (2.19)$$

Осылайша, нөлдік бастапқы жағдайда түп нұсқаны дифференциалдау бейнені s-ке көбейткенге сәйкес келеді.

3. *Түп нұсқаны интегралдау*. Түп нұсқаны интегралдау бейнені p-ге бөлуге сәйкес келеді:

$$L\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{F(p)}{p}, \qquad (2.20)$$

4. *Кешігу теоремасы*. Егер түп нұсқа t тұрақты шамада t осьімен араласатын болса, онда t кез келген оң саны үшін төмендегідей өректеледі:

$$L\{x(t-t)\} = e^{-st}L\{x(t)\} = e^{-st}X(s). \qquad (2.21)$$

5. Бейнені көбейту (свертке) теоремасы. Егер $x_1(t), x_2(t)$ түп нұсқасы болса, олардың бейнесі $X_1(p), X_2(p)$. Онда:

$$X_1 \cdot X_2 = \int_0^t x_1(\tau)\cdot x_2(t-\tau)d\tau = \int_0^t x_2(\tau)\cdot x_1(t-\tau)d\tau\,. \qquad (2.22)$$

6. *Шекті мән туралы теорема.* Егер x(t) – түп тұсқа, X(s) – оның бейнесі болса, онда $x(0) = \lim\limits_{s\to\infty} sX(s)$ және $x(\infty) = \lim\limits_{s\to 0} sX(s)$ шекті мәннің болуы кезінде келесідегідей теңдеумен өрнектеледі:

$$x(\infty) = \lim_{s\to 0} sX(s). \qquad (2.23)$$

7. *Жіктеу теоремасы.* Егер $X(p) = \dfrac{A(p)}{B(p)}$ бөлшек рационалды түрде болса, алымның полином дәрежесі бөлім полиномының дәрежесінен аз, онда оның түп нұсқасы:

$$x(t) = \sum_{K=1}^{n} \frac{A(p_K)}{B'(p_K)} e^{p_K t}\,, \qquad (2.24)$$

мұндағы p_K - теңдеудің $B(p) = 0$ қарапайым түбірлері.

Бұл өрнекті *жіктеу теоремасы* деп атайды.

Кейбір жағдайларда, бөлім құрамында көбейткіш p болса, яғни бөлімі бір нөлдік түбірге $F(p) = \dfrac{A(p)}{pB(p)}$ ие болса, ал $B(p)$ құрамында нөлдік түбір жоқ болса және теңдеу $B(p) = 0$ әртүрлі n мен түбірлері нөлге тең емес p_k $(k = 1,2,...,n)$ ие болғанда, онда жіктеу формуласы келесі түрде болады:

$$F(p) \div f(t) = \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_{k=2}^{k=2} \frac{A(p_k)}{p\,B'(p_k)} e^{p_k t}. \qquad (2.25)$$

Ерекшеленген тұрақты мүше $\frac{A(0)}{B(0)}$ тізбектегі орныққан токты немесе кернеуді көрсетеді. Егер $B(p)$ комплексті – түйіндес түбірге ие болса, p_1, p_2 онда жіктеу формуласы келесі түрде:

$$F(p) \div f(t) = 2\mathrm{Re}\left[\frac{F_1(p_1)e^{p_1 t}}{F_2'(p_1)}\right]. \qquad (2.26)$$

Түп нұсқалар мен бейнелер арасындағы сәйкестік. Лаплас түрлендіру әдісімен есептерді шешу кезінде *f(t)* және *F(s)* бір-біріне сәйкес келетін функциялардың жұптарын қолдану қажет. Уақытты үнемдеу үшін қосымшаларда жиі кездесетін осындай жұптардың кестелері құрылған. 2.1-кестеде ең көп таралған жұптар келтірілген. Мұндай кестелер жасалатын әдісті түсіндіру үшін кейбір қарапайым функцияларды қарастырамыз.
Кейбір функциялардың бейнелері:

Бірлік сызықты функция. $t = 0$ болғанда басталатын *f(t)* сызықты функция деп қарастырамыз, онда:

$$f(t) = \begin{Bmatrix} 0 \text{ кезінде } t \geq 0 \\ t \text{ кезінде } t \geq 0 \end{Bmatrix}. \qquad (2.27)$$

Онда (2.14) теңдеуі арқылы бірлік функцияның бейнесі келесідей өрнектеледі:

$$F(p) = \int_{0_-}^{\infty} f(t)e^{-pt}dt = \int_{0_-}^{\infty} 1e^{-pt}dt = -\frac{1}{p}e^{-pt}\Big|_0^{\infty} = \frac{1}{p}. \qquad 1 \div \frac{1}{p}, \quad A \div \frac{A}{p}. \qquad (2.28)$$

Кірістің бұл түрі туындының бірлік секірісіне сәйкес келеді.

Экспоненциалды функция. Бұл трансцендентальды түп нұсқаның мысалы:

$$t \geq 0 \text{ болғанда } f(t) = e^{-\alpha t}. \qquad (2.29)$$

мұндағы α – нақты сан.
Онда көрсеткіш $f(t) = e^{-\alpha t}$ функцияның бейнесі:

$$F(p) = \int_{0_-}^{\infty} f(t)e^{-pt}dt = \int_{0_-}^{\infty} e^{-\alpha t}e^{-pt}dt = \int_{0_-}^{\infty} e^{-(\alpha+p)t}dt = -\frac{e^{-(\alpha+p)t}}{\alpha+p}\Big|_{0_-}^{\infty} = \frac{1}{p+\alpha}.$$
$$e^{-\alpha t} \div \frac{1}{p+\alpha}. \qquad (2.30)$$

Бұл Лаплас түрлендіруі функцияларды жеңілдетудің жақсы мысалы. Трансценденттік функция салыстырмалы түрде қарапайым алгебралық функцияға айналады.

Синусоидалы функцияның бейнесі. $t \geq 0$ болғанда $f(t) = sinw_0t$ болсын, мұндағы w_0 - нақты оң сан. Онда:

$$L|f(t)| = \int_0^\infty e^{-st} sinw_0 dt = \frac{1}{2j}\int_0^\infty e^{-st}\left(e^{jw_0t} - e^{-jw_0t}\right)dt = \frac{1}{2j}\left(\frac{1}{s-jw_0} - \frac{1}{s-jw_0}\right) = \frac{w_0}{s^2+w_0^2}. \quad (2.31)$$

Осындай есептеулер 2.1-кестеде келтірілген.

2.1 кесте – Типтік математикалық операциялар үшін Лаплас түрлендіруі

$f(t)$ (түп нұсқа)	$F(p)$ (бейне)
$af(t)$	$aF(p)$
$f_1(t) \pm f_2(t)$	$F_1(p) \pm F_2(p)$
$\frac{d[f(t)]}{dt}$	$pF(p) - f(0)$
$\frac{d^n[f(t)]}{dt^n}$	$p^nF(p) - \left[p^{n-1}f(0) + p^{n-2}f'(0) + \ldots + f^{n-1}(0)\right]$
$\int f(t)dt$	$\frac{F(p)^*}{p}$
$f(t-a)$	$e^{-ap}F(p)$

Бөлшек-рационалды функция үшін Лапластың кері түрленуі. Әдетте, айнымалы *s* функциясымен Лапластың кері түрлендіруі арқылы есептің шешімі алынады, ол бөлшек-рационалды функция түрінде ұсынылады:

$$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{a_ms^m + a_{m-1}s^{m-1} + \cdots + a_1s + a_0}{b_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + b_1s + b_0}, \quad (2.32)$$

мұндағы барлық *a* және *b* – нақты тұрақты, ал m және *n* – оң бүтін сандар. Мұндай түрдегі кескіннің түп нұсқасын тек сирек жағдайларда кестелерден табуға болады. Жалпы алғанда, $n \geq m$ кезінде *B(s)* көп мүшеге жіктеп, одан кейін *F(s)* функциясын қарапайым бөлшектердің қосындысы ретінде ұсыну керек. Мұнда екі маңызды жағдай туындауы мүмкін:

1) *B(s)* көпмүшенің барлық түбірі нақты және әртүрлі (нөлдік түбір алынып тасталмайды);

2) бірнеше түбірлер болады.

Бірінші жағдай: әртүрлі түбірлер. B(s) көпмүшенің n түбірлері s_1, s_2,...s_n болсын, олардың біреуі нөл болуы мүмкін, бірақ олардың екеуі бірдей емес. Онда теңдеуді келесідей жазуға болады:

$$F(s) = \frac{A(s)}{(s-s_1)(s-s_2)\ldots(s-s_n)}, \tag{2.33}$$

немесе қарапайымға ыдырау түрінде:

$$F(s) = \frac{К_1}{s-s_1} + \frac{К_2}{s-s_2} + \cdots + \frac{К_n}{s-s_n}. \tag{2.34}$$

Осы өрнектің белгісіз коэффициенттерін табу қажет. Мысалы, K_1 табу үшін (2.34) теңдеуінің екі бөлігін $s–s_1$ көбейтіп, одан кейін $s\text{-}s_1 = 0$ қабылдаймыз. Кез келген $К_р$ коэффициенті үшін өрнекті аламыз:

$$К_р = \left|(s - s_p)\frac{A(s)}{B(s)}\right|_{s-s_p}. \tag{2.35}$$

Барлық K анықталғанан кейін қарапайым түбірлер үшін түп нұсқаны табу қиын емес, мысалы:

$$L^{-1} = \left|\frac{K_p}{s-s_p}\right| = K_p e^{st}. \tag{2.36}$$

1 мысал. Бейне бойынша тұп нұсқаны табу:

$$F(s) = \frac{К(s + w_0)}{s(s + w_1)(s + w_2)},$$

мұндағы барлық w әртүрлі оң тұрақты.
(2.34) теңдеуіне сәйкес, бұл келесідей өрнектеледі:

$$F(s) = \frac{К_1}{s} + \frac{К_2}{s+w_1} + \frac{К_3}{s-w_2}. \tag{2.37}$$

мұндағы белгісіз коэффициенттер үшін өрнектер (2.35) теңдеуге сәйкес анықталады:

$$К_1 = \left|\frac{К(s + w_0)}{(s + w_1)(s + w_2)}\right|_{s=0} = \frac{Кw_0}{w_1 w_2},$$

$$К_2 = \left|\frac{К(s+w_0)}{s(s+w_2)}\right|_{s=-w_1} = \frac{К(-w_1+w_0)}{-w_1(-w_1+w_2)}, \tag{2.38}$$

$$К_3 = \left|\frac{К(s + w_0)}{s(s + w_1)}\right|_{s=-w_2} = \frac{К(-w_2 + w_0)}{-w_2(-w_2 + w_1)}.$$

Барлық К тұрақты болғандықтан, (2.36) теңдеуге сәйкес F(s) түп нұсқа:

$$L^{-1} = \left|\frac{К(s+w_0)}{s(s+w_1)(s+w_2)}\right| = \frac{Кw_0}{w_1w_2} - \frac{К(w_0+w_1)}{w_1(w_2-w_1)}e^{-w_1t} - \frac{К(w_0+w_1)}{w_2(w_1-w_2)}e^{-w_2t}.$$

Екінші жағдай: Кем дегенде бір еселенген түбір. B(s) функциясының n түбірлерін s_1, s_2, ... s_{n-q} арқылы белгілейміз, ал s_1 түбірінде q еселігі бар. Онда теңдеу:

$$F(s) = \frac{A(s)}{(s-s_1)^q(s-s_2)\dots(s-s_n)}.$$

Қарапайым түбірлерге жіктеу келесідей болады:

$$F(s) = \frac{К_{11}}{(s-s_1)^q} + \frac{К_{12}}{(s-s_1)^{q-1}} + \dots + \frac{К_{1q}}{(s-s_1)} + \frac{К_2}{(s-s_2)} + \frac{К_3}{(s-s_3)} + \\ + \dots + \frac{К_{n-q}}{s-s_{n-q}}. \qquad (2.39)$$

K_2, K_3.....K_n коэффициенттері бірінші жағдайындағыдай толық есептелуі мүмкін. Бірақ q алғашқы K_{11}, K_{12}.....K_{1q} коэффициенттерін есептеу үшін басқа әдісті қажет етеді. K_{11} табу үшін (2.40) теңдіктің екі бөлігін $(s-s_1)^q$ көбейтіп, l, -1 рет дифференциалдаймыз. Егер s = s_1 алсақ, онда K_{11} өрнегін аласыз. Осыған сәйкес теңдеу:

$$К_{11} = \frac{1}{(l-1)!}\left|\frac{d^{l-1}}{ds^{l-1}}\frac{(s-s_1)qA(s)}{B(s)}\right|_{s=s_1}. \qquad (2.40)$$

Егер q үлкен болса, бұл есептеу әдісі өте ұзақ уақытты алады. Егер B (s) басқа бірнеше түбірлерден тұратын болса, олардың әрқайсысы үшін осы әрекеттерді қайталау керек. Келесі мысал есептеу тізбегін түсінуге көмектеседі.

2 мысал. Егер бейне төмендегі теңдеумен берілген болса, онда түп нұсқаны табыңыз:

$$F(s) = \frac{K(s+w_0)}{s^2(s+w_1)^3}.$$

(2.40) теңдеуге сәйкес теңдеуді келесідей жазуға болады:

$$F(s) = \frac{К_{11}}{s^2} + \frac{К_{12}}{s} + \frac{К_{21}}{(s+w_1)^3} + \frac{К_{22}}{(s+w_1)^2} + \frac{К_{23}}{(s+w_1)}.$$

(2.41) теңдеу арқылы коэффициенттерді есептейміз:

$$К_{11} = \left|\frac{K(s+w_0)}{(s+w_1)^3}\right|_{s=0} = \frac{Kw_0}{w_1^3};$$

$$К_{12} = \left|\frac{dK}{ds}\frac{(s+w_0)}{(s+w_1)^3}\right|_{s=0} = \left|\frac{K(s+w_1)-3K(s+w_0)}{(s+w_1)^4}\right|_{s=0} = \frac{K(w_1+3w_0)}{w_1^4};$$

$$К_{21} = \left|\frac{K(s+w_0)}{s^2}\right|_{s=-w_1} = \frac{K(w_0-w_1)}{w_1^2};$$

$$К_{22} = \left|\frac{dK}{ds}\frac{(s+w_0)}{s^2}\right|_{s=-w_1} = \left|\frac{-K(s+2w_0)}{s^3}\right|_{s=-w_1} = \frac{K(2w_0-w_1)}{w_1^3};$$

$$К_{23} = \frac{1}{2!}\left|\frac{d^2}{ds^2}\frac{K(s+w_0)}{s^2}\right|_{s=-w_1} = \frac{1}{2}\left|\frac{d}{ds}\frac{-K(s+2w_0)}{s^3}\right|_{s=-w_1} = \frac{K(2w_0-w_1)}{w_1^4}.$$

$К_{23}$ орындаған кезде жоғарыда алынған $К_{22}$ нәтижесі қолданылды.

2.1- кестені қолдана отырып $t \geq 0$ кезіндегі түп нұсқа үшін келесідегідей өрнекті аламыз:

$$L^{-1} = \left|\frac{К(s+w_0)}{s^2(s+w_1)^3}\right| = К_{11}t + К_{12} + \left\{\frac{1}{2}К_{21}t^2 + К_{22}t + К_{23}\right\}e^{-w_1 t}. \quad (2.41)$$

Беріліс функциясы. Әсер операторының меншікті операторға қатынасы *беріліс функциясы немесе оператор түріндегі беріліс функция* деп аталады.

(2.12) - (2.13) теңдеулерімен сипатталатын буын екі беріліс функциясымен сипаттауға болады: x кіріс шама бойынша $W_1(p)$ беріліс функциясы:

$$W_1(p) = \frac{R_1(p)}{Q(p)} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}. \quad (2.42)$$

мұндағы a, b – тұрақты коэффициенттері, $p = d/dt$ - оператор түрдегі беріліс коэффициенті.

Ауытқу бойынша f кіріс шаманың $W_2(p)$ беріліс функциясы:

$$W_2(p) = \frac{R_2(p)}{Q(p)} = \frac{c_0}{a_0p^2+a_1p+a_2}. \quad (2.43)$$

Осы екі беріліс функцияларының қосындысын (2.13) теңдеуді қолдана отырып:

$$y = W_1(p)\,x + W_2(p)\,f. \quad (2.44)$$

Бұл теңдеу оператор түрінде (2.16) теңдеуді жазудың шартты, ықшамдалған түрі болып табылады.

Лапластың бейнесі түріндегі беріліс функциясы дегеніміз бастапқы мәндер нөлге тең болатын шарттар кезінде шығыс шаманың Лаплас бойынша бейнесінің кіріс шаманың Лаплас бойынша бейнесіне қатынасы.

Егер буын (жүйе) бірнеше кірістерден тұратын болса, онда қандай да бір кіріс шамасына қатысты беріліс функциясын анықтаған кезде қалған шамалар нөлге тең болады. Мысалы, буын үшін Лаплас бейнесінің түрі бойынша беріліс функциясын төмендегі теңдеу арқылы табамыз:

$$a_0\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2 = b_0\dot{x} + b_1x + c_0f.$$

Осы теңдеудің екі бөлігіне Лапластың бейнесін қолданамыз:

$$L\{La_0\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2\} = L\{b_0\dot{x} + b_1x + c_0f\}.$$

Нөлдік бастапқы жағдайларда түп нұсқаның сызықтық және дифференциалдық қасиеттерін қолдана отырып, төмендегі теңдеуді аламыз:

$$(a_0s^2 + a_1s + a_2)Y(s) = (b_0s + b_1)X(s) + c_0F(s). \qquad (2.45)$$

мұндағы: $Y(s) = L\{y(t)\}$; $X(s) = L\{x(t)\}$; $F(s) = L\{f(t)\}$.

F(s)=0 және *X(s)=0* екендігін ескеріп және әр уақытта шығыс шамасының кіріске қатынасын анықтай отырып, беріліс функцияларын аламыз:

$$W_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^2+a_1\,s+a_2}; \qquad (2.46)$$

$$W_1(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{c_0}{a_0s^2+a_1\,s+a_2}. \qquad (2.47)$$

Лаплас бейнелері түріндегі және оператор түріндегі беріліс функциялары сәйкес келетінін байқауға болады. Сәйкесінше, Лаплас бейнесі түріндегі беріліс функциясын соңында $p = s$ ауыстыру арқылы оператор формасындағы беріліс функциясын алуға болады. Бұл түп нұсқаны дифференциалдау арқылы, яғни нөлдік бастапқы жағдайда символдық түп нұсқаны p-ге көбейтуі бейнені s комплексті санға көбейтуге сәйкес келеді.

(2.45) теңдеудегі беріліс функцияларын қолдана отырып, Лаплас бейнесіндегі теңдеуді жазуға болады:

$$Y(s) = W_1(s)X(s) + W_2(s)F(s). \qquad (2.48)$$

Бұл теңдеу бастапқы дифференциалдық теңдеуге (2.10) тек нөлдік бастапқы жағдайда ғана сәйкес келеді. Егер бастапқы шарттар нөлге тең

болмаса, онда (2.11) және (2.48) теңдеулерді бастапқы буынның математикалық сипаттамалары ретінде қолдануға болмайды.

Лаплас бейнесі мен оператор формасындағы беріліс функциялары арасындағы ұқсастық сыртқы болып табылады. Бұл стационарлық жүйелер жағдайында ғана орын алады. Егер жүйе (буын) тұрақсыз болса, яғни теңдеулердегі коэффициенттер уақытқа байланысты болса, онда (2.46, 2.47) формулалар дұрыс емес.

2.3 Типтік динамикалық буындар және олардың сипаттамалары

Буын дегеніміз элементтің математикалық моделі немесе жүйенің кез келген бөлігі. Буында, жүйе сияқты жоғары ретті дифференциалдық теңдеулермен жазылады және олардың беріліс функциялары:

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b^m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a^n}. \qquad (2.49)$$

Динамикалық жүйені типтік немесе элементар буындардың қосылуы ретінде қарастыруға болады. Олардың дифференциалдық теңдеулер реті екіден аспауы керек.

Егер буынның беріліс функциялары қарапайым элементар көбейткіш немесе элементар бөлгіштер түріне ие болса, онда *типтік немесе элементар буындар* деп атайды. Типтік буындарды қарапайым бірінші және екінші ретті дифференциал теңдеулермен ажыратуға болады:

а) қарапайымы: инерциясыз, интегралдаушы, дифференциалдаушы буындар;

б) бірінші ретті буындар: инерциялы, инерциялы - диффененциалдаушы, форсирлаушы, инерциялы - форсирлеуші;

в) екінші ретті тербелмелі буын.

Типтік буындарды қарапайым бірінші және екінші ретті дифференциал теңдеулермен жазуға болады.

Бір кіріс және бір шығыстан тұратын буынның динамикасын сипаттайтын бірінші қатарлы дифференциалдық теңдеу:

$$a_0 \frac{dx_2(t)}{dt} + a_1 x_2(t) = b_0 \frac{dx_1(t)}{dt} + b_1 x_1(t); \qquad (2.50)$$

Бұл теңдеуді $p=d/dt$ ескере отырып символды түрде жазсақ:

$$(a_0 p + a_1) x_2(t) = (b_0 p + b_1) x_1(t). \qquad (2.51)$$

Буынның символды беріліс функциясы:

$$W_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p + a_1}. \qquad (2.52)$$

Осы теңдеудегі a_0, a_1, b_0, b_1 коэффициенттерін нөлге теңестіре отырып бірінші қатарлы типтік динамикалық буынның беріліс функциясын анықтауға болады.

Күшейткіш (инерциясыз) *буын.* Егер буынның шығыс шамасы әр уақытта кіріс шамаға пропорционал болса, онда инерциясыз немесе пропорционалды буын деп аталады.

Оның тұрақты уақыты соншалықты аз, оны елемеуге болады. Ол инерцияға ие емес және бірден шығысында $y(t)=ku(t)$ мәнін береді. Мұндай буын үшін динамика теңдеуі дифференциалдық теңдеу болмайды, қарапайым алгебралық тәуелділікке айналады және статикалық сипаттамамен сәйкес келеді. Осы принцип бойынша жұмыс істейтін құрылғылардың мысалдары ретінде электр механикалық реттеу жүйесіне орналастырылған қарапайым ажыратқышты, реостатты, потенциометрді, электронды күшейткішті жатқызуға болады.

Күшейткіш немесе инерциясыз буынның теңдеуін (2.50) теңдеудегі $b_0 = 0$, $a_0 = 0$ коэффициенттерін нөлге теңестіре отырып аламыз:

$$a_1 x_2(t) = b_1 x_1(t) = \frac{b_1}{a_1} \cdot x_1(t) = x_2(t); \qquad (2.53)$$

Осыған сәйкес, буынның теңдеу түрі: $x_2(t) = k \cdot x_1(t)$;

мұндағы $k = \frac{b_1}{a_1}$ ·- күшейту немесе буынның беріліс коэффициенті;

$x(t)$ - кіріс сигналы;

$y(t)$ - шығыс сигналы.

Егер инерциясыз буынға синусоидалы сигнал берсек $x = X_m \sin(\omega t + \varphi_X)$, онда шығысында да $y = Y_m \sin(\omega t + \varphi_Y)$ шама синусоидалы болады, мұндағы $Y_m = k \cdot X_m$ сигналдың амплитудасы.

Комплексті түрде: $\dot{Y} = k \cdot \dot{X}$.

Комплексті жиілікте: $Y(j\omega) = k \cdot X(j\omega)$.

Комплексті жиіліктік беріліс коэффициенті: $W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = k$.

Буынның беріліс функциясы: $W(p) = k$, онда комплексті жиіліктік функциясы: $W(j\omega) = K = K + j0 = U(\omega) + jV(\omega)$.

Амплитудалы-жиіліктік функциясы: $W(\omega) = |W(j\omega)| = K$.

Фазалы-жиіліктік функциясы: $\varphi(\omega) = \arg[W(j\omega)] = 0$.

Нақты жиіліктік функциясы: $U(\omega) = K$.

Жорамал жиіліктік функциясы: $V(\omega) = 0$.

Өтпелі (уақыттық) функциясы:

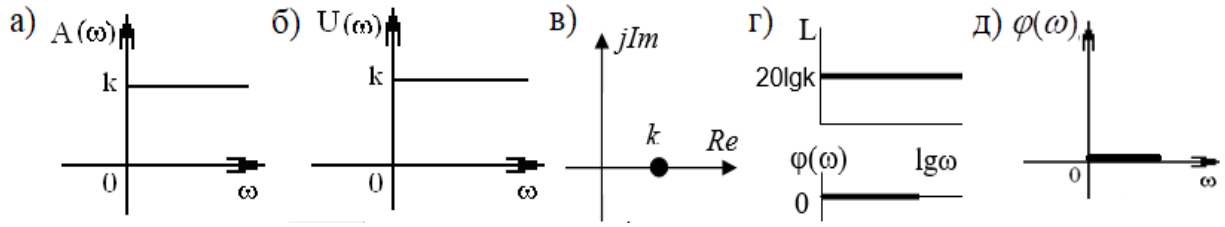
$$h(t) = L^{-1}(\frac{W(p)}{p}) = L^{-1}\left(\frac{k}{p}\right) = kL^{-1}\left(\frac{1}{p}\right) = k \cdot 1(t). \qquad (2.54)$$

Зілдеме функциясы : $w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \delta(t).$

Инерциялы емес буынның логарифмді амплитудалы жиіліктік функциясы:

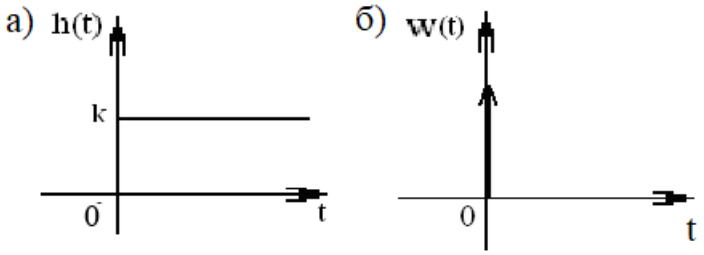
$$L(\omega) = 20\lg|W(j\omega)| = 20\lg A(\omega) = 20\lg K. \qquad (2.55)$$

2.2-суретте инерциясыз буынның жиіліктік сипаттамалары, 2.3-суретте буынның уақыттық сипаттамалары көрсетілген.



2.2 сурет – Инерциясыз буынның жиіліктік сипаттамалары.

а) - амплитуда жиілікті сипаттама; б) – жорамал жиілікті сипаттама; в) – амплитуда фаза жиілікті сипаттама; г) – логарифмді амплитуда жиілікті сипаттама; д) – фаза жиілікті сипаттама.



2.3 сурет – Инерциясыз буынның уақыттық сипаттамалары.

а) – өтпелі сипаттама; б) – салмақтық сипаттама.

Идеал интегралдаушы буын. Идеал интегралдаушы буын деген шығыс шамасының жылдамдығының өзгеруі кіріс шамасына пропорционалды болатын буын немесе шығыс шамасы кіріс шамасының интегралына пропорционалды буын.

Барлық жиілікте интегратор төменгі жиіліктің сүзгісі (ТЖС) ретінде шығыс сигналының кіріс сигналынан 90° қалатындығын көрсетеді. Мұндай буынның мысалы ретінде сиымдылықты, тұрақты өніммен толтырылған сорғышты, операциялық күшейткіштегі интеграторды жатқызуға болады.

(2.50) теңдеу бойынша $b_0 = a_1 = 0$ деп белгілеп идеал интегралдаушы буынның теңдеуін аламыз:

$$a_0 \frac{dx_2(t)}{dt} = b_1 x_1(t); \qquad (2.56)$$

мұндағы $k = \frac{b_1}{a_0}$ беріліс коэффициенті екендігін ескеретін болсақ, онда:

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = kx_1(t); \qquad (2.57)$$

Шығыс шамасы кіріс шамасымен келесі теңдеумен байланысты:

$$y(t) = K\int_0^{\infty} x(t)dt; \quad y'(t) = K \cdot x(t); \quad \frac{dy(t)}{dt} = K \cdot x(t), \qquad (2.58)$$

Егер интегралдаушы буын кірісіне синусоидалы сигнал берілсе $x = X_m \sin(\omega t + \varphi_X)$, онда шығыста сигнал кіріс интегралы сияқты анықталады:

$$y = -\left(\frac{K}{\omega}\right) X_m \cos(\omega t + \varphi_X).$$

Теңдеу комплексті түрде $\dot{Y} = \frac{K}{p}\dot{X}$, немесе $Y(p) = \frac{K \cdot X(p)}{p}$.

Беріліс функция: $W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{p}$.

Комплексті беріліс коэффициенті: $W(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = \frac{K}{\omega} e^{-j90^0} = A(\omega) e^{-j\varphi(\omega)}$.

Амплитудалы-жиіліктік функция: $A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{K}{\omega}$.

Фазалы-жиіліктік функция: $\varphi(\omega) = \arg[W(j\omega)] = -90^0$.

Алгебралық түрдегі комплексті жиіліктік функция:

$$W(j\omega) = -j\frac{K}{\omega} = 0 - jV(\omega).$$

Нақты жиіліктік функция: $U(\omega) = 0$.

Жорамал жиіліктік функция: $V(\omega) = -\frac{K}{\omega}$.

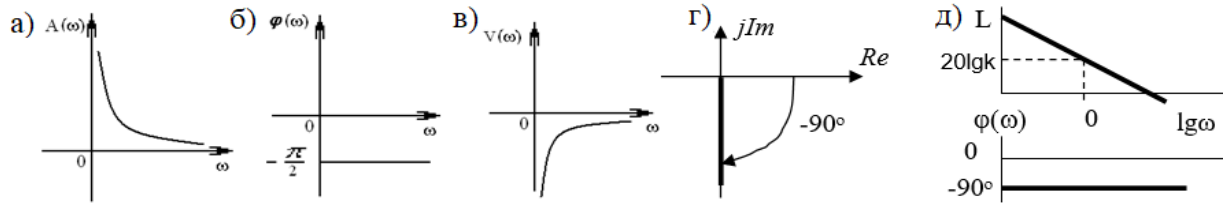
Өтпелі функция: $h(t) = L^{-1}\left[\frac{W(p)}{p}\right] = L^{-1}\left[\frac{K}{p} \cdot \frac{1}{p}\right] = KL^{-1}\left[\frac{1}{p^2}\right] = K \cdot t \cdot 1(t)$.

Импульсті немесе зілдеме функциясы: $w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K \cdot 1(t)$.

Интегралдаушы буынның логарифмді амплитудалы-жиіліктік функциясы:

$$L(\omega) = 20\lg A(j\omega) = 20\lg\frac{K}{\omega} = 20\lg K - 20\lg\omega. \qquad (2.59)$$

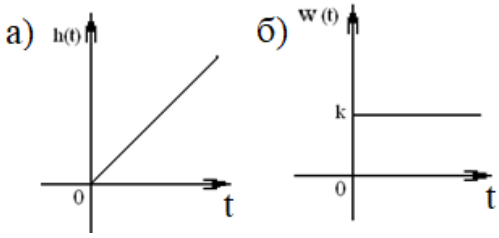
Идеал интегралдаушы буынның жиіліктікті сипаттамалары 2.4 суретте көрсетілген.



2.4 сурет – Интегралдаушы буынның жиіліктік сипаттамалары.

а) – амплитуда жиілікті сипаттама; б) – фаза жиілікті сипаттама; в) – жорамал жиілікті сипаттама; г) – амплитуда фаза жиілікті сипаттама; д) – логарифмді амплитуда жиілікті сипаттама.

Идеал интегралдаушы буынның уақыттық сипаттамалары 2.5-суретте көрсетілген.



2.5 сурет – Интегралдаушы буынның уақыттық сипаттамалары.

а) – өтпелі сипаттама; б) – салмақтық сипаттама.

Дифференциалдаушы буын. Егер буынның шығыс шамасы кіріс шаманың өзгеру жылдамдығына пропорционалды болса, онда дифференциалдаушы буын деп аталады.

Мұндай буынның мысалы ретінде кіріс шамасы айналу білігі болатын тахогенераторды жатқызуға болады. Тахогенератор біліктің айналу жылдамдығына пропорционалды кернеуді береді, ал ол өз кезегінде айналу бұрышынан уақыт бойынша туындысы болып келеді.

Дифференциалдаушы буынның теңдеуін (2.50) теңдеудегі коэффициенттерді $a_0 = b_1 = 0$ нолге тең деп алып мына теңдеуді аламыз:

$$a_1 x_2(t) = b_0 \frac{dx_1(t)}{dt}; \qquad (2.60)$$

Онда:

$$x_2(t) = kp \cdot x_1(t); \qquad (2.61)$$

мұндағы k= $\frac{b_0}{a_1}$ - беріліс коэффициенті;

Егер интегралдаушы буынның кірісіне синцсоидалы сигнал $x = X_m \sin(\omega t + \varphi_X)$ берілсе, онда шығыста сигнал кіріс шаманың туындысымен анықталады: $y = K\,\omega\, X_m \cos(\omega t + \varphi_X)$.

Дифференциалдаушы буынның беріліс функциясы:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K\ p\ X(p)}{X(p)} = K\ p. \qquad (2.62)$$

Дифференциалдаушы буынның комплексті жиіліктік беріліс функциясы:

$$W(j\omega) = j\omega K = 0 + j\omega K = \omega K\ e^{j90^0}. \qquad (2.63)$$

Амплитудалы-жиілікті функция: $A(\omega) = |W(j\omega)| = \omega K$.

Фазалы-жиілікті функция: $\varphi(\omega) = \arg[W(j\omega)] = 90^0 = \frac{\pi}{2}$.

Нақты жиіліктік функция: $U(\omega) = 0$.

Жорамал жиілікті функция: $V(\omega) = \omega \cdot K$.

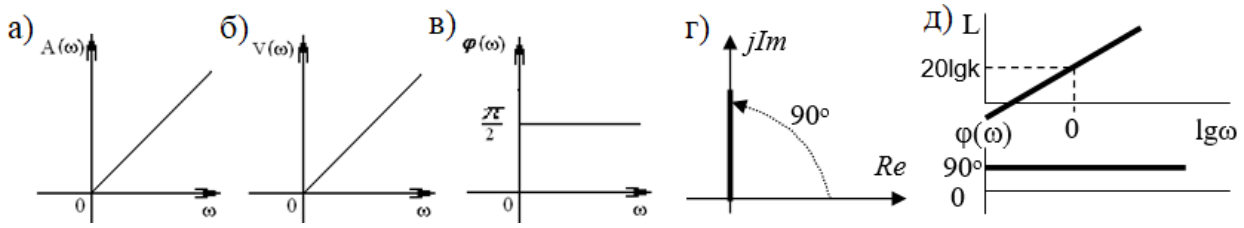
Өтпелі функциясы: $h(t) = L^{-1}\left[\frac{W(p)}{p}\right] = L^{-1}[K] = \delta(t)$.

Зілдеме функция: $w(t) = \dot{\delta}(t)$.

Дифференциалдаушы буынның логарифмді амплитудалы-жиіліктік функциясы:

$$L(\omega) = 20\lg|W(j\omega)| = 20\lg A(\omega) = 20\lg K + 20\lg\omega.$$

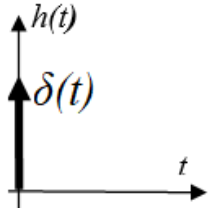
Дифференциалдаушы буынның жиілікті сипаттамалары 2.6-суретте көрсетілген.



2.6 сурет – Дифференциалдаушы буынның жиіліктік сипаттамалары.

а) – амплитуда жиілікті сипаттама; б) – жорамал жиілікті сипаттама; в) – фаза жиілікті сипаттама; г) – амплитуда фаза жиілікті сипаттама; д) – логарифмді амплитуда жиілікті сипаттама.

Дифференциалдаушы буынның уақыттық сипаттамалары 2.7-суретте көрсетілген.



2.7 сурет - Дифференциалдаушы буынның *h(t)* өтпелі және *δ(t)* зілдеме уақыттық сипаттамалары

Бірінші ретті инерциялы буын (апериодты). Элементтің кірісіне бірлік әсерлі сигнал берілгенде шығыс шамасы манотонды өзгеретін әсер.

Бұл буын типтік төменгі жиілікті сүзгі түрінде болады. Зерттеу уақыты өскен кезде $t >> T$ инерциялық буын күшейткіш буынның құрамында болады, ал төмендеген кезде $t << T$ – интегралдаушы буынның құрамында болады. Мысалдары – қыздырылатын пеш, шоқтану шамы, термобуы, электр қозғалтқышы, *RC*-бөлгіш.

(2.50) теңдеудегі коэффициентті $b_0 = 0$ нолге тең деп алып, буынның кіріс шама мен шығыс шама арасындағы байланысын төмендегі дифференциалды теңдеумен анықтаймыз:

$$a_0 \frac{dx_2(t)}{dt} + a_1 x_2(t) = b_1 x_1(t); \qquad (2.64)$$

Белгілеулер енгіземіз: $T = \frac{a_0}{a_1}$; $k = \frac{b_1}{a_1}$.

Онда:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K \cdot x(t), \qquad (2.65)$$

мұндағы $y(t)$ -шығыс шама;

$x(t)$ -кіріс шама;

T - буынның уақыт тұрақтысы;

K - буынның күшейткіш коэффициенті.

Инерциялы буын екі параметрмен сипатталады: уақыт тұрақтысы T және беріліс коэффициенті K.

Беріліс функциясы: $W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$

$$T \cdot p \cdot Y(p) + Y(p) = K \cdot X(p);$$

$$Y(p)[1 + T \cdot p] = K \cdot X(p);$$

$$Y(p) = \frac{K \cdot X(p)}{[1 + T \cdot p]}; \qquad (2.66)$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{1 + T \cdot p}.$$

$W(p)=\dfrac{K}{1+T\cdot p}$ - инерциялы буынның беріліс функциясы.

Жиіліктік беріліс функция:

$$W(j\omega)=\frac{K}{1+j\omega\cdot T}=\frac{K}{\sqrt{1+(\omega\cdot T)^2}}\,e^{-j\,arctg(\omega\cdot T)}=W(\omega)e^{-j\varphi(\omega)}. \qquad (2.67)$$

Амплитудалы-жиіліктік функция: $W(\omega)=|W(j\omega)|=\dfrac{K}{\sqrt{1+(\omega\cdot T)^2}}$.

Фазалы-жиіліктік функция: $\varphi(\omega)=-arctg(\omega\cdot T)$.

Алгебралық түрде жазсақ:

$$W(j\omega)=\frac{K}{1+j\omega T}=\frac{K(1-j\omega T)}{1+(\omega T)^2}=\frac{K}{1+(\omega T)^2}-j\frac{K\omega T}{1+(\omega T)^2}=U(\omega)-jV(\omega). \qquad (2.68)$$

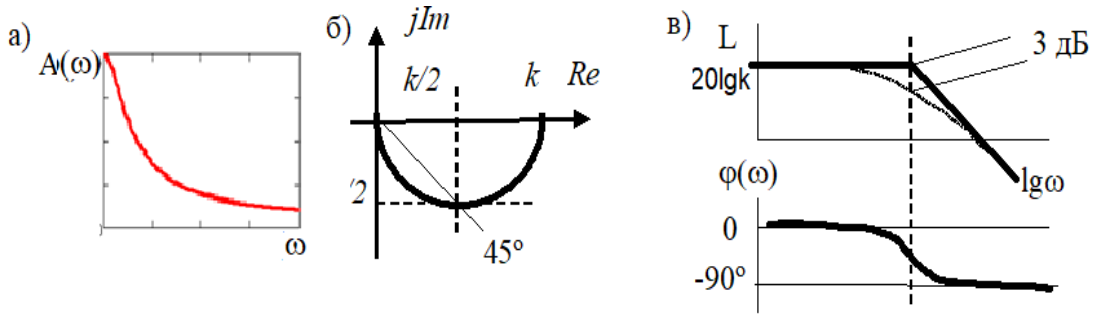
Нақты жиіліктік функция: $U(\omega)=\dfrac{K}{1+(\omega T)^2}$.

Жорамал жиіліктік функция: $V(\omega)=-\dfrac{K\omega T}{1+(\omega T)^2}$.

Беріліс функциясы: $h(t)=L^{-1}\left[\dfrac{K}{1+pT}\cdot\dfrac{1}{p}\right]=K(1-e^{-\frac{t}{T}})\cdot 1(t)$.

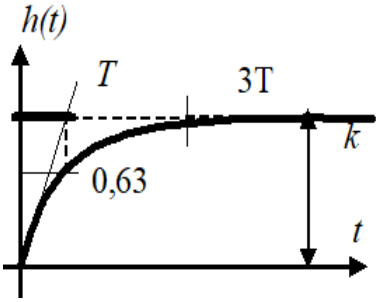
Зілдеме функциясы: $w(t)=\dfrac{dh(t)}{dt}=\dfrac{K}{T}e^{-\frac{t}{T}}\cdot 1(t)$.

Инерциялы буынның жиіліктік сипаттамалары 2.8-суретте көрсетілген.



2.8 сурет - Инерциялы буынның жиіліктік сипаттамалары.

а) – амплитуда жиілікті сипаттама; б) – амплитуда фаза жиілікті сипаттама; в) логарифмді жиілікті сипаттамалары.



2.9 сурет – Инерциялы буынның өтпелі сипаттамасы.

T – уақыт тұрақтысы; k – беріліс коэффициенті.

Тербелмелі буын. Кіріс сигналы сатылы әсереткен кезде шығыс шамасы жаңа орнықты мәнге ұмтылып, оған қатысты экспонентті өшу тербелісін жасайтын буын. Бұл буын сипаттамалық теңдеудің жинақтық түйінді түбірге сәйкес келетін $0 < a_1^2 < 4a_0$ шарт кезінде орындалады.

Тербелмелі буынның мысалдары – физикалық маятник, қысылған бөренеа, дірілдейтін түйіспе, қоректендіру көзімен синхрондау процесінде электр қозғалтқышының тербелісі және т.б.

Тербелмелі буын екінші қатарлы дифференциалдық теңдеумен жазылады:

$$a_0 \frac{d^2x_2}{dt^2} + a_1 \frac{dx_2}{dt} + a_1 x_2 = b_0 \frac{d^2x_2}{dt^2} + b_1 \frac{dx_1}{dt} + b_2 x_1; \qquad (2.69)$$

Символдық түрде:

$$(a_0 \mathrm{p}^2 + a_1 p + a_2) x_2(t) = (b_0 \mathrm{p}^2 + b_1 p + b_2) x_1(t); \qquad (2.70)$$

(2.69) теңдеудегі коэффициенттерді $b_0 = b_1 = 0$ нөлге тең деп алып, тербелмелі буынның теңдеуін аламыз:

$$\begin{aligned} &T_2^2\, y''(t) + T_1\, y'(t) + y(t) = K\, x(t) \\ &T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y(t) = Kx(t) \end{aligned}, \qquad (2.71)$$

немесе өзгеше түрде:

$T = T_2$, $\xi = \dfrac{T_1}{2 \cdot T}$ осы түрлендірулерді ескере отыра алатынымыз:

$$T^2\, y''(t) + 2\xi T\, y'(t) + y(t) = K\, x(t). \qquad (2.72)$$

Символды түрде:

$$\begin{aligned} &T^2\, p^2 Y(p) + 2\xi T\, pY(p) + Y(p) = K\, X(p); \\ &Y(p)\left[T^2\, p^2 + 2\xi T\, p + 1\right] = K\, X(p). \end{aligned} \qquad (2.73)$$

Тербелмелі буынның беріліс функциясы:

$$W(p)=\frac{Y(p)}{X(p)}=\frac{K}{T^2\ p^2+2\xi T\ p+1},$$

мұндағы T - тербелмелі буынның уақыт тұрақтысы.
Жиілікті беріліс функция:

$$W(j\omega)=\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}=\frac{K}{T^2\,(j\omega)^2+2\xi T\,(j\omega)+1}. \qquad (2.74)$$

Амплитудалы-жиіліктік функция:

$$A(\omega)=\frac{K}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+4\xi^2T^2\omega^2}}. \qquad (2.75)$$

Алгебралық түрде комплексті жиіліктік функция:

$$W(j\omega)=\frac{k}{1-T^2\omega^2+2\cdot\xi T(j\omega)}=\frac{K(1-(T\omega)^2)}{(1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2}-j\frac{KT\xi\omega}{(1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2}.$$

Нақты жиіліктік функция:

$$U(\omega)=\frac{K(1-(T\omega)^2)}{(1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2}. \qquad (2.76)$$

Жорамал жиіліктік функция:

$$V(\omega)=-\frac{KT\xi\omega}{(1-T^2\omega^2)^2+(2\xi T\omega)^2}. \qquad (2.77)$$

Фазалы-жиіліктік функция: $\varphi(\omega)=-arctg\dfrac{2\xi T\omega}{1-\omega^2T^2}$.

Сипаттамалық теңдеу: $Z(p)=T^2\ p^2+2\xi T\ p+1=0$, $0<\xi<1$.

Комплексті – түйіндес түбірлер: $p_{1,2}=\dfrac{-\xi}{T}\pm\sqrt{\dfrac{\xi^2-1}{T}}=-\alpha\pm j\beta$,

мұндағы $\alpha=\dfrac{\xi}{T}$ - өшу коэффициенті, $\beta=\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$ - буын тербелісінің дербес жиілігі.

Аналитикалық шешім: $y(t)=Ce^{-\alpha t}\sin(\beta t+\varphi)$, мұндағы $\varphi=arctg\dfrac{\beta}{\alpha}$, С – тұрақты.

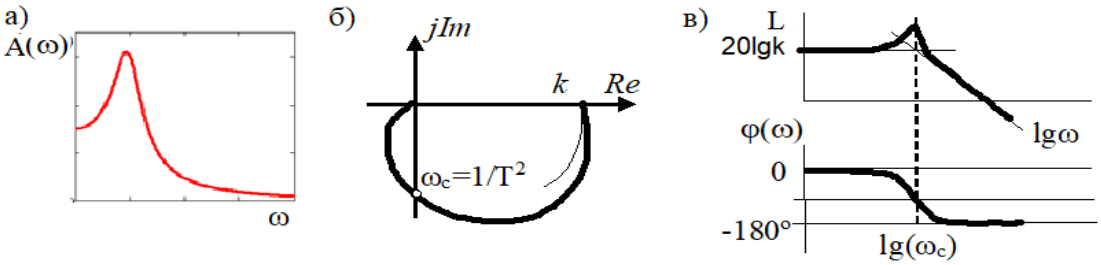
Өтпелі функция:

$$h(t) = L^{-1}\left[\frac{K}{1+2\xi pT+(pT)^2}\cdot\frac{1}{p}\right] = K\cdot 1(t)\left[1-e^{-\alpha\cdot t}(\cos\beta t+\frac{\alpha}{\beta}\sin\beta t)\right]. \qquad (2.78)$$

Зілдеме функциясы: $w(t)=\frac{dh}{dt}=\frac{K\omega_0^2}{\beta}\cdot 1(t)e^{-\alpha t}\sin\beta t$, мұндағы $\omega_0=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}=\frac{1}{T}$.

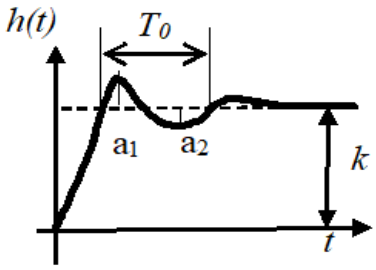
Буынның сипаттамасы: өшу темпі $e^{-\alpha t}$, тербеліс периоды: $T=\frac{2\pi}{\beta}$.

Тербелмелі буынның жиіліктік сипаттамалары 2.10-суретте көрсетілген.



2.10 сурет - Тербелмелі буынның жиіліктік сипаттамалары.

а) – амплитуда жиілікті сипаттама; б) – амплитуда фаза жиілікті сипаттама; в) логарифмді жиілікті сипаттамалары.



2.11сурет - Тербелмелі буынның өтпелі сипаттамасы

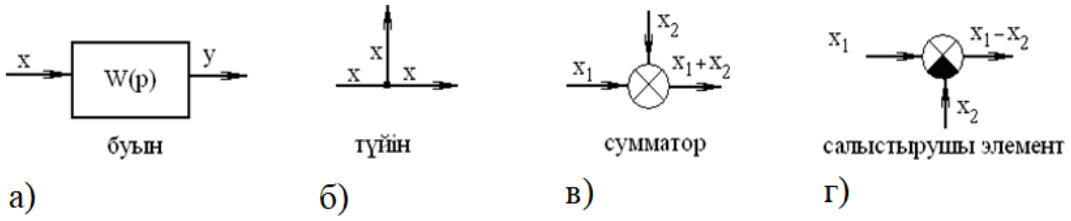
3 Автоматты басқару теориясындағы құрылымдық сұлбалар

3.1 Сызықты жүйелердің құрылымдық сұлбалары

Басқару жүйелерінің математикалық моделінің сызбалық көрінісі автоматты басқару теориясында (АБТ) құрылымдық сұлба деп аталады. Мұндай сұлба жүйе құрамының бейнесін және жеке құрамдастарының арасындағы байланысты көрсетеді. Құрылымдық сұлбалардың элементтеріне буындар, түйіндер, сумматор және салыстырмалы элементтер жатады. Буындар ішіне буынның беріліс функциясы жазылатын кіріс және шығыс шамалардың көрсетулерімен тікбұрышты түрінде суреттеледі (3.1 а сурет). Кей жағдайларда тіктөрт бұрыштың ішіне теңдеу немесе беріліс функциясы жазылады. Тек

буындар нөмірленеді, ал олардың беріліс функциясы, теңдеуі немесе сипаттамалары құрылымдық сұлбадан бөлек көрсетіледі. Егер беріліс функциялары көрініс түрінде берілсе, кірістік және шығыстық шамалар көрініс түрінде жазылады. Егер беріліс функциясы операторлық түрде немесе буындар дифференциалдық теңдеу түрінде берілсе, онда кірістік және шығыстық айнымалылар түп нұсқа түрінде жазылады.

Байланыс сызығындағы тармақталу болатын нүктелер түйін деп аталады. Құрылымдық сұлба элементтері 3.1, б - суретте көрсетілген. Салыстырушы және қосу буындары секторға бөлінген дөңгелек түрінде көрсетіледі 3.1 в, г сурет. Салыстыру элементіндегі сектор боялған болса немесе минус таңбасымен берілсе кері байланыс теріс екенін көрсетеді 3.1 г сурет.



3.1 сурет – Құрылымдық сұлбалардың элементтері

Автоматты жүйелерді математикалық түрде сипаттау үшін оларды блок – сұлба түрінде көрсетіп, әрбір блок үшін теңдеу жазылады, онда үрдістерге бағыныңқы физикалық заңдылықтар ескерілмейді. Құрылымдық сұлбаны блок – сұлба мен алдыңғы теңдеулердің негізінде құруға болады. Жүйенің теңдеуін және беріліс функциясын алуға қажетті түрлендіру, құрылымдық сұлба бойынша орындау жеңіл және түсінікті болады. Құрылымдық сұлбадағы буын қандай да бір жеке элементтің моделін көрсетіп қана қоймай, сондай-ақ ол элементтерді байланыстыру моделі немесе жүйенің кез келген бөлігі болуы мүмкін.

Сұлба қаншалықты күрделі болса да, онда үш типті байланыстар орын алады:

- тізбектей;
- параллель;
- қарсы параллель немесе кері байланысты тізбектей.

3.2 Буындардың тізбектей қосылуы

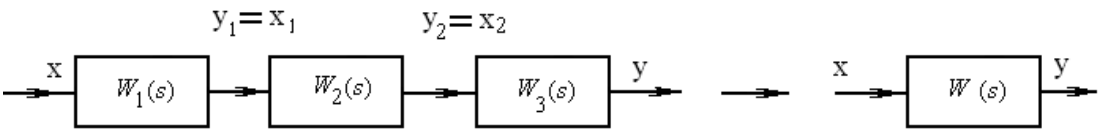
Буындардың бірізді қосылған тізбегін эквивалентті түрлендіру арқылы бір буынға ауыстыруға болады. Буынның беріліс функциясы $W(s)$ жеке буындардың беріліс функцияларының көбейтіндісіне тең (3.2 сурет):

$$W(s) = \prod_{i=1}^{n} W_i(s), \qquad (3.1)$$

бұл кезде кешенді коэффициенттерінің модулі көбейтіледі, ал аргументтер жинақталады.

Тізбектей қосылу кезінде әр алдыңғы буынның шығыс шамасы келесі буынның кіріс шамасының әсері болып табылады. Мұнда буындардың бағыттық қасиеті орын алады, яғни келесі буынның алдыңғы буынға қосылуы оның координатасын өзгертпейді. Реттеу жүйесіндегі көптеген буындар осы қасиетке ие.

$$W_1(s) = \frac{y_1}{x}; \quad W_2(s) = \frac{y_2}{x_1}; \quad W_3(s) = \frac{y}{x_2}. \tag{3.2}$$



3.2 сурет - Буындардың тізбектей қосылуы

Бұл өрнектерден

$$y_1 = W_1(s) \cdot x; \quad y_2 = W_2(s) \cdot x_1; \quad y = W_3(s) \cdot x_2. \tag{3.3}$$

$y_1 = x_1, \quad y_2 = x_2$ ескерсек, алатынымыз

$$y = W_3(s) \cdot W_2(s) \cdot W_1(s) \cdot x.$$

Тізбектеліп қосылған буындардың тобын бір күрделі буынмен алмастыруға болады, оның беріліс функциясы жеке буындардың беріліс функциясының көбейтіндісіне тең, яғни барлық буындардың жалпы беріліс функциясы:

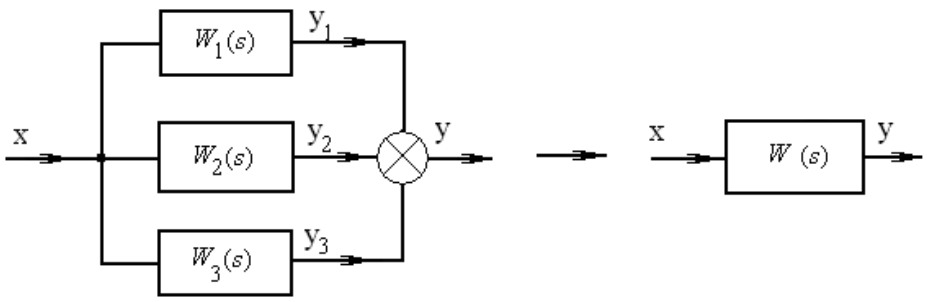
$$W(s) = \frac{y}{x} = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_3(s). \tag{3.4}$$

3.3 Буындардың параллель қосылуы

Параллель қосылу кезінде барлық буындар кірісіне бір сигнал беріледі де, шығыс шамалар қосылады. Параллель қосылған буындардың тізбегін буындарға кіретін беріліс функциялардың қосындысына тең болатын беріліс функциялы $W(s)$ бір буынмен алмастыруға болады (3.3 сурет):

$$W(s) = \sum_{i=1}^{n} W_i(s) \tag{3.5}$$

Сәйкесінше өтпелі үрдіс $h(t)=\sum_{k=1}^{n} h_k(t)$, зілдеме функциясы $w(t)=\sum_{k=1}^{n} w_k(t)$.



3.3 сурет - Буындардың параллель қосылуы

Әр буындар үшін теңдеуді операторлы түрде жазуға болады:

$$y_1(s)=x(s)\cdot W_1(s); \quad y_2(s)=x(s)\cdot W_2(s);$$
$$y_3(s)=x(s)\cdot W_3(s);\ldots\, y_n(s)=x(s)\cdot W_n(s) \tag{3.6}$$

Онда барлық жүйенің шығысы мына түрде болады:

$$y(s)=y_1(s)+y_2(s)+\ldots.=x(s)[W_1(s)+W_2(s)+\ldots W_n(s)]=x(s)\sum_{i=1}^{n} W_i(s). \tag{3.7}$$

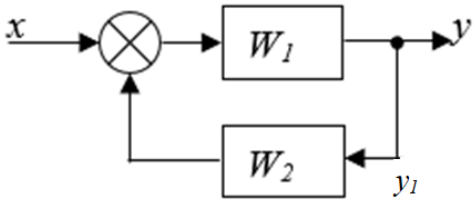
Осылайша параллель қосылған жүйелердің беріліс функциясы жеке буындардың беріліс функцияның қосындысына тең болады.

3.4 Қарсы параллель жалғанған немесе кері байланысы бар буындар

Егер оның шығыс сигналы кез келген буын арқылы кіріске берілсе, буын кері байланыспен қамтылған деп саналады (3.4 сурет). Егер кері байланыс сигналы y_1 кірістік сигналдан алынып тасталса, онда кері байланыс теріс болып саналады. Ал егер кері байланыс сигналы y_1 кірістік сигналға қосылса, онда кері байланыс оң болып саналады. Қарсы параллель жалғанған немесе кері байланысы бар буынның беріліс функциясы келесі түрде жазылады:

$$W(s)=\frac{W_1}{1\pm W_1W_2}. \tag{3.8}$$

мұндағы «+» - кері байланыс теріс болғанда қойылады,
«–» - кері байланыс оң болғанда қойылады.



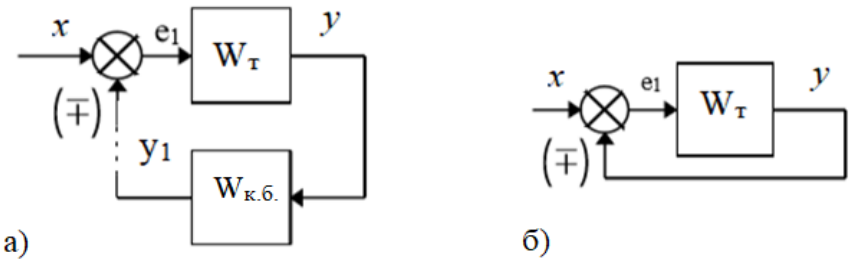
3.4 сурет - Буындардың қарсы параллель қосылуы

3.5-суретіне назар аударсақ, кері байланыс салыстыру элементінің алдында ажыратылған, және екі бірізді жалғанған тізбек алынған. Мұндай ашық тізбектің беріліс функциясы W тура тізбектегі $W_т$ және кері байланыстағы тізбектің беріліс функцияларының $W_{к.б.}$ көбейтіндісіне тең болады: $W= W_т W_{к.б.}$ Теріс немесе оң тұйық тізбектің беріліс функциясы $W_{тұй}$ тура тізбектегі беріліс функциясының бір плюс (минус) ашық жүйенің беріліс функциясының бөліндісіне тең болады:

$$W_{тұй} = \frac{W_T}{1 \pm W}. \qquad (3.9)$$

Ол үшін теріс кері байланыстағы әрбір буын үшін теңдеу жазып алмыз:

$$y = W_{тұй} \cdot e_1, \qquad y = W_{к.б.} \cdot y, \qquad e_1 = y_0 - y_1.$$



3.5 сурет – Құрылымдық сұлба түрі

Мұнда салыстырушы элемент үшін жазылған соңғы теңдеу тұйықтау теңдеуі деп аталады. Көрсетілген жүйедегі e_1 және y_1 ескермей, алатынымыз $y = W_{тұй}(x - W_{к.б} y)$ немесе $(1 + W_т W_{к.б} y)y = W_т x$.

Бұдан:

$$W_{тұй} = \frac{y}{x} = \frac{W_T}{(1+W_T W_{к.б})} = \frac{W_T}{(1+W)}. \qquad (3.10)$$

Егер кері байланыс оң болса, алатынымыз:

$$W_{тұй} = \frac{y}{x} = \frac{W_T}{(1-W)}. \qquad (3.11)$$

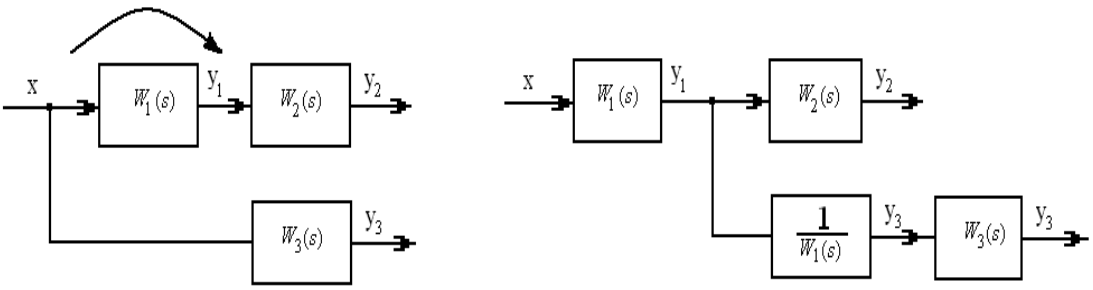
Егер беріліс функциясы $W_{\text{к.б}} = 1$, онда кері байланыс бірлік деп аталады және құрылымдық сұлба 3.5, б - суретінде көрсетілгендей болады. $W_{\text{тұй}}$ беріліс функциясы кері байланыс кері болған кезде $W_{\text{тұй}} = \frac{W_T}{(1+W_T)}$, ал кері байланыс оң болған кезде $W_{\text{тұй}} = \frac{W_T}{(1-W_T)}$ түрінде болады. Оң кері байланыс кезінде жүйе көбіне орнықсыз болады. Жүйеде өздігінен қобалжитын регенерация пайда болады. Егер кері байланыс сигналының амплитудасының шамасы жеткілікті болса, онда жүйедегі бейсызықты элементтердің болуынан орнықты тербеліс пайда болады. Кері байланыстың маңызды қасиетін тұйық тізбектің беріліс функциясын қарастыру арқылы анықтауға болады, яғни тура беріліс тізбегінің күшейту коэффициенті үлкен болған кезде. Бұл коэффициент шексіздікке ұмтылғанда, тұйықталған тізбектің беріліс функциясы $\frac{1}{W_{\text{к.б}}}$ жақындайды, яғни тұйық жүйенің беріліс функциясы тура беріліс тізбегінен тәуелсіз болады. Бұл қасиет нөлдік дрейфке және күшейткіш параметрлерінің өзгеруіне тәуелсіз тұрақты күшейту алу үшін кері байланыс күшейткіштерінің тізбектерінде радиотехникада кеңінен қолданылады. Егер кері байланыс тізбегінің пассивті элементтерінің тұрақтылығы қамтамасыз етілсе, онда күшейтудің тұрақтылығы өте жоғары болуы мүмкін.

3.5 Құрылымдық сұлбаларды түрлендіру ережелері

Әртүрлі құрылымдық сұлбалы жүйелер бірдей беріліс функцияға ие болуы мүмкін, яғни динамикалық эквивалентті болуы мүмкін. Сондықтан жүйенің динамикалық сипаттамаларын сақтайтын құрылымдық сұлбаларды түрлендірудің жалпы ережесін білу қажет.

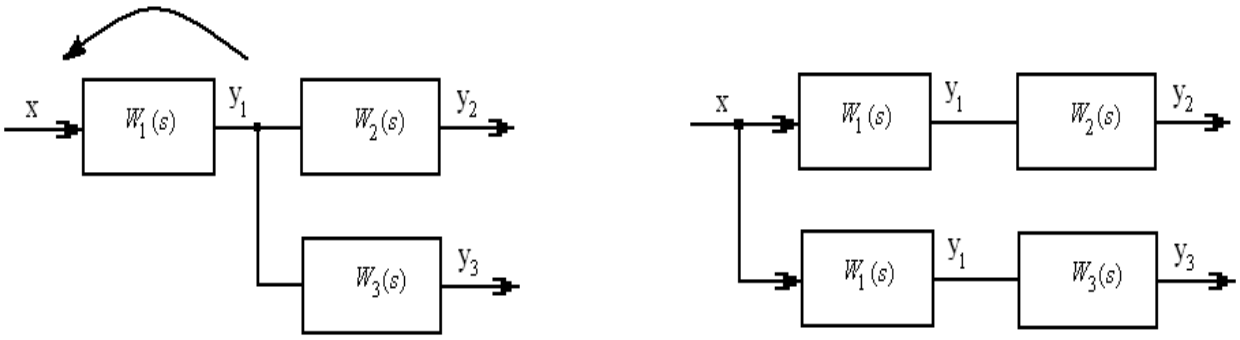
Құрылымдық сұлбаларды түрлендірудің дұрыстылық критерийі түрленетін аймақтың кіріс және шығыс сигналдары түрлендіруге дейін және түрлендіруден кейін де бірдей болуымен тұжырымдалады. Құрылымдық сұлбаларды түрлендіру кезінде сумматорлардың және түйіндердің орнын ауыстыру қажеттілігі туындайды.

1. *Түйінді ауыстыру*. Түйінді ауыстыру кезінде буын қосу қажет болады. Егер түйін сигналдың өту бағытымен бағыттас ауыстырылса, онда түйін аттап өткен буынның беріліс функциясының кері шамасы қосылады (3.6 сурет).



3.6 сурет - Сигналдың таралу бағыты бойынша түйіндерді ауыстыру

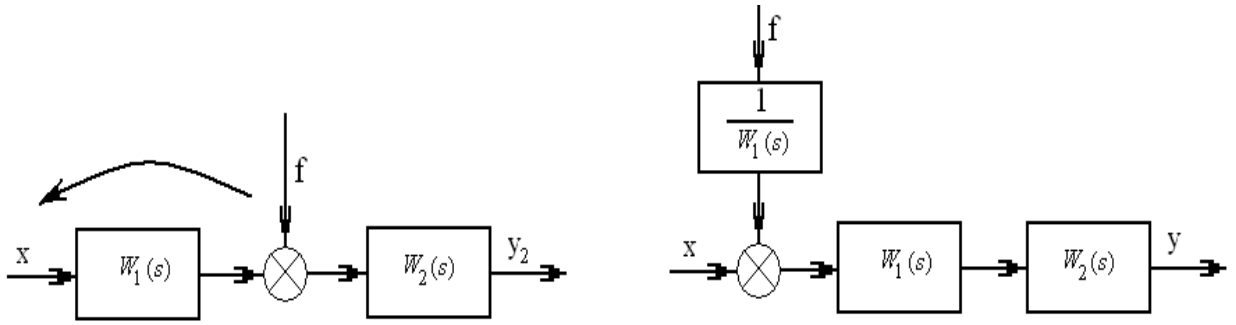
Сигналдың өту бағытына қарсы буын арқылы түйіндерді ауыстырса, онда түйін ауысатын жерден буынның беріліс функциясына тең болатын буын қосылады (3.7 сурет). Беріліс функциясы $W_1(s)$ тең.



3.7 сурет - Сигналдың таралу бағытына қарсы түйінді ауыстыру

2. Түйін арқылы түйінді ауыстыру қосымша түрлендірулерсіз-ақ жүзеге асырылады.

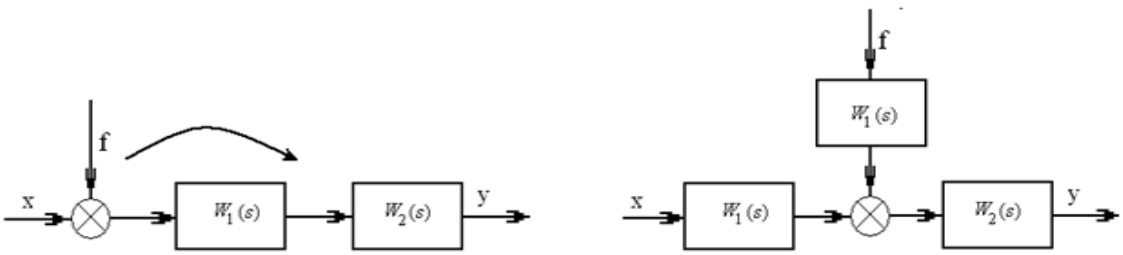
3. *Сумматорды ауыстыру*. Егер сумматорды сигналдың беріліс бағытына қарсы беріліс функциясы $W_1(s)$ буын арқылы ауыстырсақ, сумматор мен сыртқы әсердің ортасына қосымша буын қосылады. Беріліс функциясы $\frac{1}{W_1(s)}$ тең болады (3.8 сурет). Беріліс функциясы $W_1(s)$ буынның кірісіндегі сыртқы әсерді f шығысына ауыстыруға болады, буынның кірісі мен әсер арасына беріліс функциясы $W_1(s)$ қосымша буынды қосуға болады.



3.8 сурет - Сигнал бағытына қарсы сумматорды ауыстыру

$W_1(s)$ беріліс функциялы буынның кірісіне кіретін сыртқы әсерді f буынның шығысы мен кірісі арасына дәл сондай беріліс функциялы қосымша буынды орналастыра отыра оның шығысына ауыстыруға болады.

Сигналдың өту бағыты бойынша $W_1(s)$ беріліс функциялы буын арқылы сумматорды ауыстыру кезінде байланыс түзуінде сыртқы әсер мен сумматор арасына буынның беріліс функциялы қосымша буынды қосу керек (3.9 сурет).

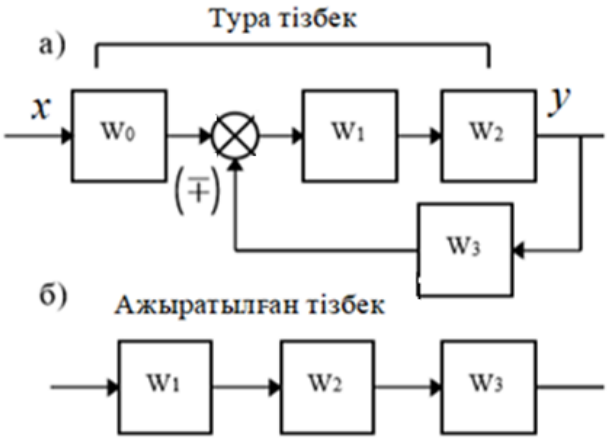


3.9 сурет - Сигнал бағыты бойынша сумматорды ауыстыру

4. Сумматор арқылы сумматорды ауыстыру қосымша түрлендірулерсіз-ақ жүзеге асырылады. Сигнал бойынша сумматор және түйінді ауыстыруға түрлендірілген бөліктің жанында қосымша буын пайда болады – суммалаушы немесе салыстырушы.

3.6 Бір контуры жүйенің беріліс функциясы

Тұйық жүйе, егер оны ажыратқан кезде қандай да бір түйінде бірізді жалғанған тізбек немесе параллель және кері байланысы жоқ тізбек пайда болса онда бір контурлы деп аталады. 3.10, а- суреттегі бір контурлы жүйені қарастырамыз және *x* кіріс және *y* шығыс бойынша беріліс функциясын анықтаймыз. Кірістік әсер берілетін жерден бастап шығыстық сигнал алынатын бөлікті тура тізбек деп атайды, ал тұйық контурға кіретін бірізді жалғанған буындардан тұратын тізбекті ажыратылған тізбек деп атаймыз 3.10, б сурет.



3.10 сурет - Тура және ажыратылған тізбектердің сұлбасы

Келесі мәлімдеменің дұрыс екенін түсіну қиын емес: теріс (оң) кері байланысы бар бір контурлы жүйенің беріліс функциясы тура тізбектің беріліс функциясының ажыратылған тізбектің беріліс функциясының плюс (минус) бірге бөліндісіне тең:

$$W_{\text{xy}} = \frac{y}{x} = \frac{W_0 W_1 W_2}{(1+W_1 W_2 W_3)} = \frac{W_T}{(1 \pm W)}, \qquad (3.12)$$

мұндағы W_T - тура тізбектің беріліс функциясы;

W - ажыратылған тізбектің беріліс функциясы.

Бұл ереже кез келген бір контурлы жүйе үшін дұрыс болып саналады.

Кірістік шамалар бірнешеу болған кезде, олардың әр қайсысын басқаларынан тәуелсіз қарастыруға болады. Кез келген қосу нүктесіндегі таңбалар жүйеге сол немесе басқа кірістік шамалардың берілетінімен сәйкес келеді. Суперпозиция жолы арқылы жеке шығыстық шамалар, әрқайсысы өзінің кірістік сигналына сәйкес, барлық кірістік сигналдар бір уақытта әсер еткенде, ортақ шығыстық шаманы алу үшін қосылады. Мысал үшін бірнеше кірістік буындары бар жүйені қарастырамыз, 3.11, а сурет. Қосу нүктелеріндегі таңбаларға ерекше көңіл аударуымыз қажет. Олар келесі тәуелділіктерді анықтайды:

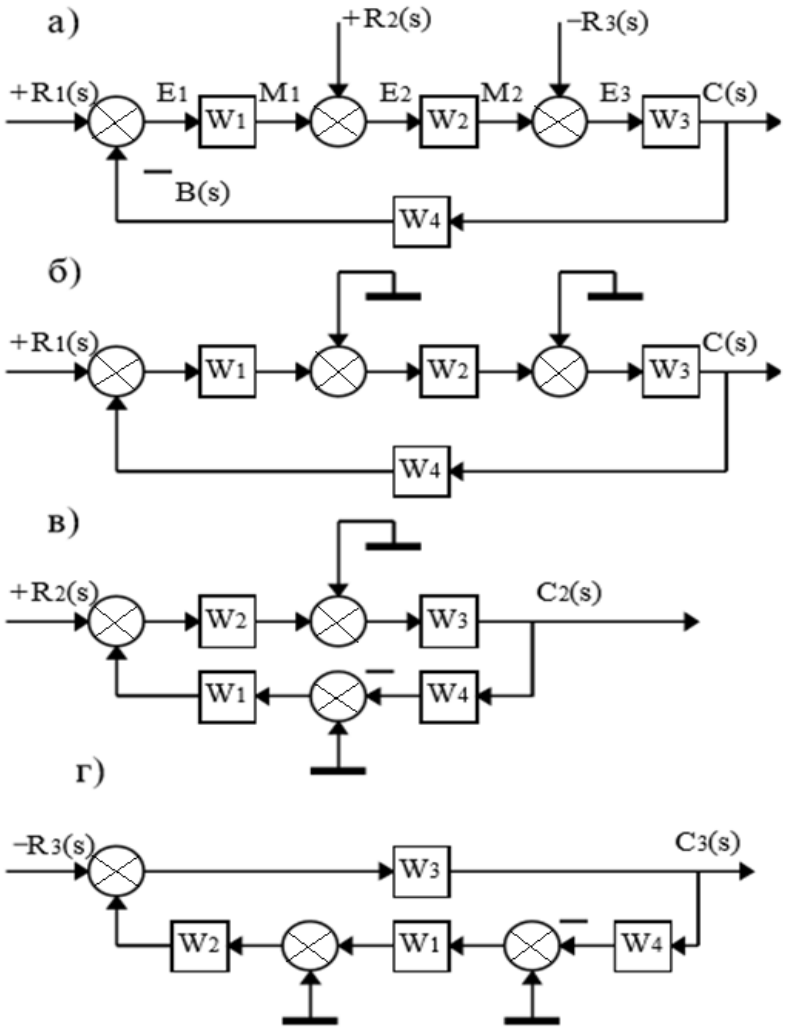
$$E_1(s) = R_1(s) - B_1(s),\ \ E_2(s) = M_1(s) - R_2(s),\ \ E_3(s) = M_2(s) - R_3(s).$$

Әрбір кірістік сигналға сәйкес, осы немесе басқа шығыстық шаманы анықтау үшін 3.11 а - суретіндегі сұлба 3.11 б-г әрбір кірістік сигнал үшін жеке – жеке қайта сызылған. Құрылымдық сұлбаны түрлендірудегі өрнектерді қолдана отырып, осы сұлбалар үшін келесі беріліс функцияларын жазуға болады:

$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)} = \frac{W_1 W_2 W_3}{1+W_4 W_1 W_2 W_3};\ \frac{C_2(s)}{R_2(s)} = \frac{W_2 W_3}{1+W_4 W_1 W_2 W_3};\ \frac{C_3(s)}{R_3(s)} = \frac{-W_3}{1+W_4 W_1 W_2 W_3}. \qquad (3.13)$$

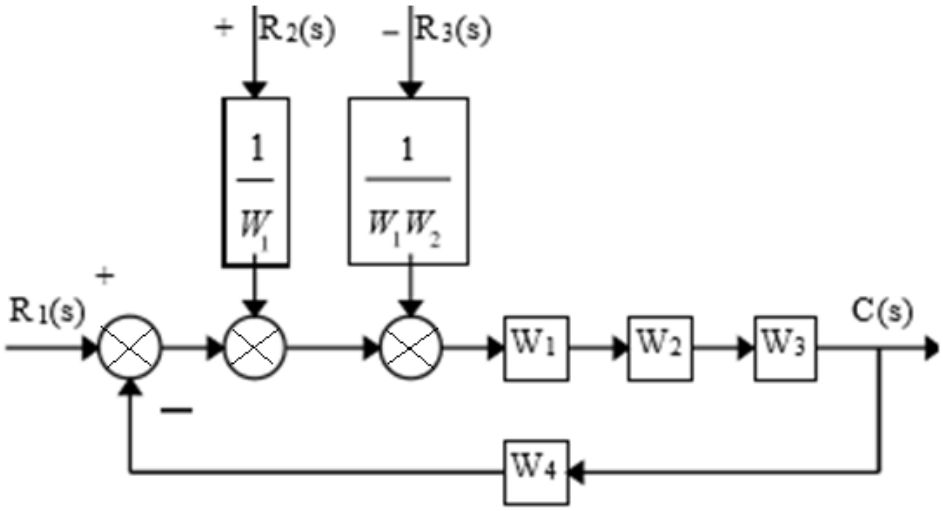
Бұл өрнектердің әр қайсының бөлімдері бірдей болуы керек, себебі төменде көрсетілгендей, әрбір бөлім нөлге теңестірлгеннен кейін осы жүйе үшін ол сипаттамалық теңдеу болады, ал соңғысы кез келген кірістік сигнал үшін тәуелсіз болады. Барлық кірістік сигналдар бір уақытта әсер етсе, онда шығыстық шама шығыстық сигналдардың қосындысы болады және келесі өрнек арқылы анықталады:

$$C(s) = C_1(s) + C_2(s) + C_3(s) = \frac{W_1 W_2 W_3 R_1(s) + W_2 W_3 R_2(s) - W_3 R_3(s)}{1+W_4 W_1 W_2 W_3} \qquad (3.14)$$



3.11 сурет – Құрылымдық сұлбалар

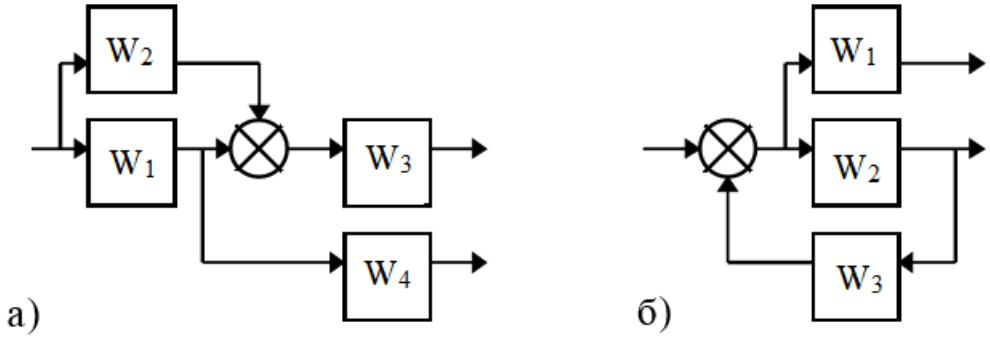
Дәл осындай нәтижені басқа түрде алуға болады, ол алдыңғы сұлбаның өзгертілген түрін беретін 3.12- суретте көрсетілген сұлба. Мұнда қосу нүктелері беріліс функциялары W_1, W_2, W_3 сумматорларды ауыстыру ережесіне сүйене отырып блоктардың алдына ауыстырылған. Бұл сұлба әрбір R_1 кіріс кезінде бір балама кіріске түрленуі мүмкін болатын нәтиже береді. Кірістік балама сигналды алу үшін бастапқы сигнал тура беріліс коэффициентінің кері мәніне көбейтілуі керек, оның тура беріліс тізбегінде R_1-ден қарастырылатын кірістік буынға дейін орны болады.



3.12 сурет – Баламалы құрылымдық сұлба

3.7 Көп контуры жүйенің беріліс функциясы

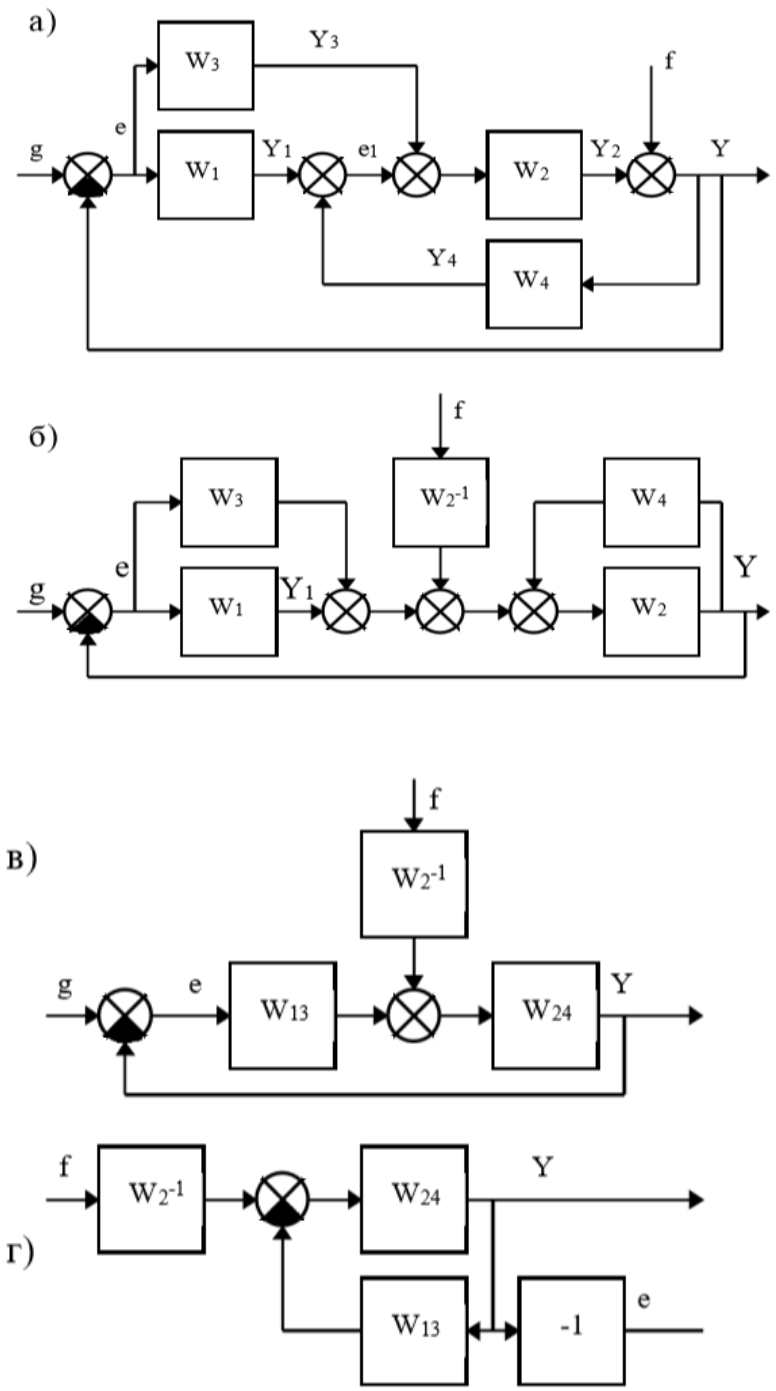
Тұйық жүйені көп контурлы деп атайды, егер оны ажыратқан кезде параллель немесе кері байланысы бар тізбек пайда болса. Басқаша айтқанда, егер негізгі кері байланыстан басқа жергілікті кері немесе параллель байланыстан тұрса онда тұйық жүйені көп контурлы деп атайды (3.13 а, б сурет).



3.13 сурет – Тұйық жүйелердің түрлері

Жүйенің беріліс функциясын анықтау мысалын 3.14-суреттен **g** және **f** кірістері мен **y** және **e** шығыстары бойынша қарастырамыз. Сұлбада көрсетілгендей, жүйе көлденең байланысқан көп контурлы болып саналады.

Көп контурлы жүйенің беріліс функциясын есептеу үшін алдымен міндетті түрде түйіндер мен сумматорларды ауыстыру арқылы көлденең байланыстардан құтылу керек. Кейін, құрылымдық сұлбаны түрлендірудің бастапқы үш ережесін қолдану арқылы бір контурлы жүйеге түрлендіру қажет, бұл арқылы беріліс функциясын жоғарыда көрсетілген қалыптасқан ереже бойынша жеңіл анықтауға болады.



3.14 сурет – Көп контурлы құрылымдық сұлбалар

Құрылымдық сұлбаларда түрлендіру кезінде сумматорды шығыстық сигналды қабылдау нүктесі арқылы ауыстыруға болмайтынын ескеру керек, себебі мұнда қабылдау нүктесі байланыс желісінің эквивалентті емес бөлігінде орналасқан. Суматторларды ауыстыру арқылы көлденең байланыссыз ақ көп контурлы жүйе түріне әкелуге болады (3.14 а, б сурет). Параллель қосылған буындар мен кері байланыс арқылы қосылған буындарды алмастырғаннан кейін, беріліс функциялары:

$$W_{13} = W_1 + W_2;\ \ W_{24} = \frac{W_2}{(1 - W_2 W_4)},$$

балама бір контурлы сұлба аламыз (3.14 в сурет).

Кірістік әсер g бойынша беріліс функциясын есептеу кезінде f=0 деп аламыз. Бір контурлы жүйенің беріліс функциясын ереже бойынша есептеу арқылы, алатынымыз:

$$W_{yg} = \frac{W_{13}W_{24}}{(1+W_{13}W_{24})};\ \ W_{eg} = \frac{1}{(1+W_{13}W_{24})}.$$

Кірістік әсер f бойынша беріліс функциясын есептеу кезінде g=0 деп аламыз. Бұл жағдайда, салыстыру буыны беріліс функциясы -1 тең инверттеуші буынға айналады. Инверттеуші буында тұйық контурға енгізбесе де болады, егер қосу буынын салыстыру буынына түрлендірсе. Сондықтан, құрылымдық сұлбаны 3.14 г, суретте берілген түрде көруге болады. Бұл сұлбадан келесі беріліс функцияларын аламыз:

$$W_{yf} = \frac{y}{f} = \frac{W_2^{-1}W_{24}}{(1+W_{24})},\ \ W_{ef} = \frac{e}{f} = \frac{-W_2^{-1}W_{24}}{(1+W_{24}W_{13})}.$$

3.8 Дифференциалдық теңдеулер

Егер жүйенің беріліс функциясы белгілі болса, онда оның дифференциалдық теңдеуін жазуға болады. оны алдыңғы тарауларда көрсеткенбіз, бұл тарауда нақтырақ көрсетеміз.

Егер жүйенің бір басқарылатын шамасы болса, онда оның толық сипаты үшін кірістік және шығыстық шамасының арасындағы тәуелділікті көрсететін бір дифференциал теңдеу болса жеткілікті. Мұндай автоматты жүйелерді *бір өлшемді* деп атаймыз. Берілетін әсер **g** және қобалжу әсерінен **f** тұратын екі кірістік шамасы бар бір өлшемді жүйенің дифференциалдық теңдеуін аламыз.

Алдыңғы қарастырылған 3.14 суретіндегі мысалға оралып, сол жүйе үшін келесі теңдеуді аламыз:

$$y = W_{yg}g + W_{yf}f. \tag{3.15}$$

Бұл шығыстық шаманы *y* кірістік шамамен байланыстыратын символдық түрдегі дифференциалдық теңдеу болып саналады. Бұл өрнекке беріліс функциясының нақты мәнін қоя отырып, (3.15) теңдеуінен қарапайым жазба түріне өту жеңіл болады.

Қарастырылған мысал үшін $W_1 = k_1, W_2 = \frac{k_2}{(p+1)}, W_3 = \frac{k_3}{p}, W_4 = k_4$. Сонда, аса қиын емес арифметикалық түрлендірулерден кейін алатынымыз

$$W_{yg} = \frac{T_3 p+1}{T_1^2 p^2+T_2 p+1}; \qquad W_{yf} = \frac{k(p^2+p)}{T_1^2(p^2+T_2 p+1)}.$$

Мұндағы белгіленулер:

$$k = \frac{1}{(k_2 k_3)}, \qquad T_1 = \sqrt{k}, \qquad T_2 = \frac{1 + k_1 k_2 - k_2 k_4}{k_2 k_3}, \qquad T_3 = \frac{k_1}{k_2}.$$

Сондықтан, алдыңғы теңдеулерге сүйене отырып алатынымыз:

$$T_1^2 \ddot{y} + T_2 y + \dot{y} = T_2 \dot{g} + g + k(\ddot{f} + \dot{f}).$$

Сонымен, стандартты түрдегі екінші ретті сызықты дифференциал теңдеу алынды.

3.9 Жиіліктік сипаттама тұрғызу

Автоматты жүйелерді жобалау және оларды орнықтылыққа зерттеу кезінде ашық жүйелердің амплитуда-фазалық (АФЖС) және логарифмдік (ЛЖС) жиіліктік сипаттамалар қолданылады. Бір контурлы ашық, кейде көп контурлы жүйелердің беріліс функциясы $W(s)$ келесі түрге түрленуі мүмкін

$$W(s) = \prod_{i=1}^{n} W_i(s), \tag{3.16}$$

мұнда $W_i(s)$ – элементар буындардың функциясы. Жүйе мен буындардың жиіліктік беріліс функциясының модулі мен аргументі кешенді сандардың модулі мен аргументінің ережесіне сәйкес өзара келесі қатынастар арқылы байланысады

$$A(w) = |W(jw)| = \prod_{i=1}^{n} A_i(w),\ j(w) = argW(jw) = \sum_{i=1}^{n} j_i(w). \tag{3.17}$$

Жүйенің нақты және жорамал жиіліктік функциялары келесі теңдеулер арқылы анықталады

$$U(w) = A(w)cosj(w),\ V(w) = A(w)sinj(w). \tag{3.18}$$

Көрсетілген қатынастар амплитуда фаза жиіліктік сипаттама тұрғызуға мүмкіндік береді. Бұл ЭЕМ қолдану барлық жүйе үшін және жеке буындар үшін де күрделі емес.

Тәжірибеде көбіне асимптотикалық логарифмдік сипаттама тұрғызу арқылы шектеледі. (3.17) алынатыны

$$L(w) = \sum_{i=1}^{n} L_i(w), \tag{3.19}$$

мұндағы $L(w)$ және $L_i(w)$ $-L(w) = 20\lg A(w)$ және $L_i(w) = 20\lg A_i(w)$ анықтамасына тең логарифмдік амплитудалық жиіліктік функциясы.

(3.17) және (3.18) теңдеулерінен жүйенің логарифмдік сипаттамасын тұрғызу ережесі орындалады. Жеке буындардың ЛЖС тұрғызылады және кейін оларды графикалық түрде қосылады.

Бірақ, ЛАЖС тұрғызудың қарапайым ережесін қолдануға да болады. ол үшін келесі мысалды қарастырамыз.

Ашық жүйе тізбектеле жалғанған апериодты, форсирлеуші (идеалды), тербелмелі буындардан және бірнеше интегралдаушы және дифференциалдаушы буындардан тұрсын делік. Бұл жағдайда жүйенің беріліс функциясы келесі өрнекпен сипатталады:

$$W(s) = \frac{K(T_2 s+1)}{s^n(T_1 s+1)(T_3^2 s^2+2T_3 s+1}$$,

мұндағы n интегралдаушы және дифференциалдаушы буындар сандарының айырымына тең.

Нақтылық үшін жүйенің жалпы күшейту коэффициентінің сандық мәнін К=100 деп аламыз және уақыт тұрақтысын $T_1 = 10,\ T_2 = 1,\ T_3 = 0.1,$ ($2\xi = 1$ −тербелмелі буын).

Мұндай жүйенің амплитуда – жиіліктік функциясы келесі түрде болады:

$$A(w) = |W(jw)| = \frac{100\sqrt{1+w^2}}{w^2\sqrt{(1-0.01w^2)^2+(0.1w)^2}}.$$

Логарифмдік амплитудалық жиіліктік функция:

$$L(w) = 20lg100 + 20lg\sqrt{w^2+1} - n20lgw - 20lg\sqrt{(10w)^2+1} - 20lg\sqrt{(1-0.01w^2)^2+(0.1w)^2}.$$

$\omega_1 = \frac{1}{10} = 0.1,$ периодты, $\omega_2 = 1$ форсирлеуші және $\omega_3 = \frac{1}{0,1} = 10$ тербелмелі буындар үшін бұрыштық жиіліктерді есептейміз. Қарапайым буындардың асимптотикалық логарифмді жиілікті сипаттама төменгі бұрыштық жиілікте тұрғызу кезінде, түбір астында тек бұрыштық жиілігі үлкен жиілікте – мүшесінің дәрежесі ω жоғары, бірді (басқа шарттар ескерілмейді) қалдырады. Сондықтан бұл мысалда $W \leq W_1$ кезінде:

$$L(\omega) \approx 40 - n20lgw.$$

Бұл бірінші асимптотаның теңдеуі. Осы теңдеуге сәйкес, бірінші асимптотаны координаталары $\omega = 1,$ және көлбеулігі $-n20\frac{\text{дб}}{\text{дек}}$ болатын $L(w) = 20lgk$ нүкте арқылы өтеді. Ол бірінші бұрыштық жиілікте аяқталады (3.15 а, сурет).

$W_1 \leq W < W_2$ кезінде алатынымыз:

$$L(\omega) \approx 40 - nlgw - 20lg10w = 20 - n20lgw - 20lgw.$$

Бұл екінші асимптотаның теңдеуі. Оның көлбеулігі $-20\frac{\text{дб}}{\text{дек}}$ өзгереді және апериодты буынға сәйкес келеді. Екінші асимптотаны бірінші асимптотаның соңынан екінші бұрыштық жиілікке дейін жүргізеді, оның теңдеуіне сәйкес көлбеулігі ($-n20 - 20\frac{\text{дб}}{\text{дек}}$) (3.15 б, сурет).

$W_2 \leq W < W_3$ кезінде алатынымыз:

$$L(\omega) \approx 20 - nlgw - 20lgw + 20lgw = 20 - n20lgw.$$

Бұл үшінші асимптотаның теңдеуі. Оның көлбеулігі $20\frac{\text{дб}}{\text{дек}}$ өзгереді және форсирлеуші буынға сәйкес келеді. Үшінші асимптотаны екінші асимптотаның соңынан үшінші бұрыштық жиілікке дейін жүргізеді, оның көлбеулігі ($-n20\frac{\text{дб}}{\text{дек}}$) (3.15 в, сурет).

$W \geq W_3$ кезінде алатынымыз:

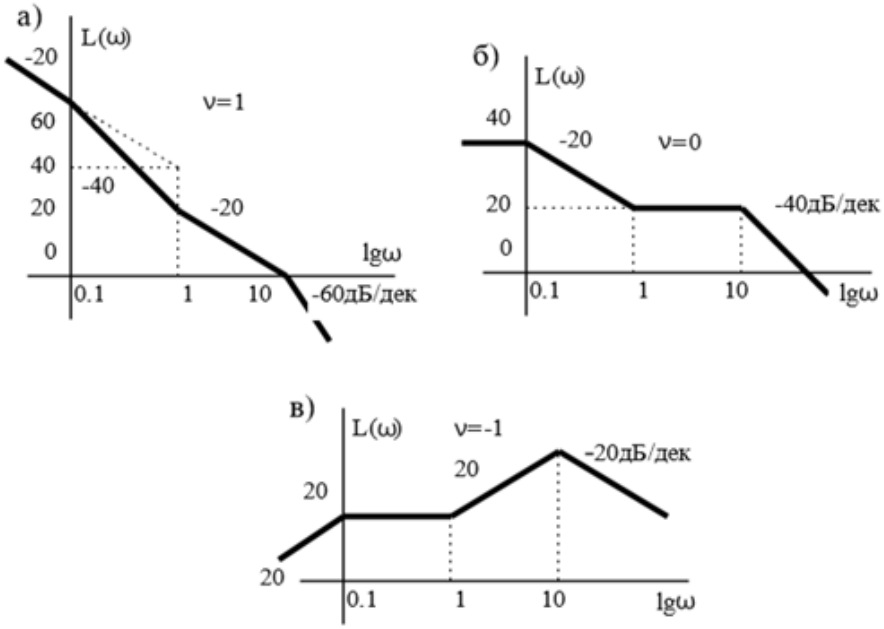
$$L(\omega) \approx 20 - n20lgw - 40lg0{,}1w = 60 - n20lgw - 40lgw.$$

Бұл мысалдың негізінде (3.16) түріндегі беріліс функциясы бар жүйенің асимптотикалық логарифмді амплитуда жиілікті сипаттаманы (ЛАЖС) тұрғызудың жалпы ережесін құрастырамыз.

1. Бұрыштық жиілік және $20lgk$ мәні есептеледі. Мұндағы k буындардың беріліс коэффициентінің көбейтіндісіне тең жүйенің беріліс коэффициенті.

2. Координаталары $w = 1$ және көлбеулігі $-v * 20$ дб/дек болатын $L = 20lgk$ нүктесі арқылы бірінші бұрыштық жиілікке дейін жүргізілетін бірінші асимптотика тұрғызылады. Мұндағы v интегралдаушы және дифференциалдауша буын сандарының арасындағы айырымға тең.

3. Екінші асимптотаны бірінші асимптотаның соңынан екінші бұрыштық жиілікке дейін жүргізіледі. Оның көлбеулігі 20, -20, 40 немесе -40 дб/дек, осыған байланысты ω_1 сәйкесінше форсирлеуші, апериодты, екінші ретті форсирлеуші немесе тербелмелі буындардың бұрыштық жиілігі болатындығы анықталады.



3.15 сурет – Логарифмді жиілікті сипаттамалар

4. Келесі асимптотаны екіншіге ұқсатып тұрғызады. *(i+1)*-ші асимптотаның көлбеуінің өзгерісі қандай буынның бұрыштық жиілігі ω_1 болатынына байланысты болады.

Егер қандай да бір бұрыштық жиілік еселі болса және оның еселігі *l* тең болса, яғни бірдей *l* қарапайым буындардың болғаны, сонда осы жиіліктегі көлбеулік сәйкес қарапайым жиілікке қарағанда *l* есе үлкен болады.

Демпфирлеу коэффициенті аз (*x<0.4*) тербеліс буындары үшін асиптотикалық ЛАЖС бұрыштық жиілік аймағында нақты өрнек бойынша түзетілуі керек.

4 Сызықты үздіксіз жүйелердің орнықтылығы

4.1 Орнықтылық жайлы түсінік және орнықтылық шарттары

Кел келген автоматты реттеу жүйелердің маңызды қасиеттерінің бірі оның орнықтылығы болып табылады. Автоматты реттеу жүйесі жұмысқа қабілеттілігін сақтау үшін жүйе орнықты болуы қажет. Сондықтан орнықтылықты талдау басқару теориясының негізгі тапсырмаларының бірі.

Кез келген автоматты басқару жүйесі оған кездейсоқ қатерлер, шулар әсер еткенде қалыпты күйде болуы тиіс немесе әртүрлі ауытқу әсерлері әсер еткен кезде орнықты күйде жұмыс жасауы керек. Осыған байланысты жүйенің белгілі бір жұмыс режимінің тұрақтылығы туралы түсінік өте маңызды. Берілген режимді автоматты басқару жүйелерінде тепе-теңдік күйін қабылдайды.

Егер автоматты реттеу жүйесі сыртқы күштер әсер еткеннен кейін өзінің бастапқы (орнықты) күйіне қайтып келсе орнықты жүйе болады. Егер жүйеге

сыртқы күштер әсер еткеннен соң, өзінің күйіне қайта келмесе, онда жүйе орнықсыз болады.

Реттеу жүйелеріне қойылатын негізгі талабы кез келген автоматты реттеу жүйесі орнықты болуы керек.

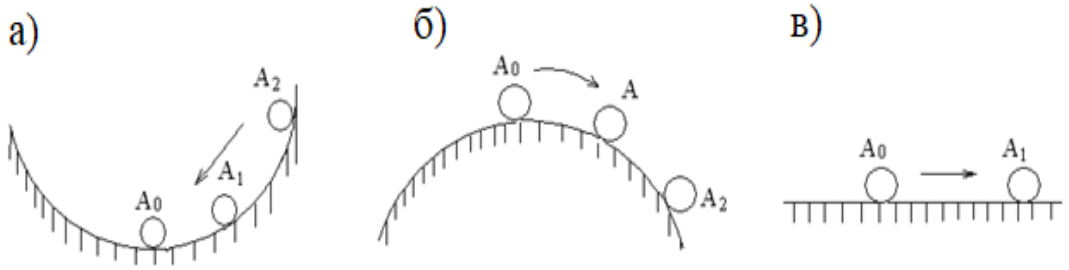
Жүйелерді үш түрге бөледі:

а) орнықты жүйелер – сыртқы әсерлерді алып тастаған соң өзінің бастапқы күйіне қайтып келетін жүйе;

б) бейтарап жүйелер – сыртқы әсерлерді алып тастаған соң өзінің бастапқы күйінен басқа тепе-теңдік күйге оралады;

в) орнықсыз жүйелер – сыртқы әсерлерді алып тастаған соң өзінің бастапқы күйіне келмейтін жүйе.

Тепе-теңдік орнықтылығын байқау үшін мысал ретінде тереңдікте жатқан шарды алып қарастырамыз. Орнықты күйінен шарды ауытқыту кезінде ол тура сол орнына (үйкеліс күші болмағанда) немесе орнықтылықтың кейбір соңғы аймағына (үйкеліс күші болғанда) келуге ұмтылады. Бұл жағдайда шардың күйі орнықты (4.1 сурет) болады. 4.1 суретте A_0- нүктесі тепе-теңдіктің ауытқымайтын жағдайын, ал A_2 - нүктесі тепе-теңдіктен ауытқитын жағдайын көрсетеді. Сыртқы күштің әсер етуі тоқтаған соң шар A_0 немесе A_1 нүктелеріндегі жағдайға келеді.



4.1 сурет – Жүйе орнықтылығына мысал.

а – орнықты жүйе; б – орнықсыз жүйе; в – бейтарап жүйе.

Жалпы жағдайда, сызықты емес жүйені қарастырғанда орнықтылықтың «аз», «көп» және «толық» деген ұғымдары енгізіледі.

Егер жүйе орнықтылық аймақтарынан ғана құрылса, онда жүйе «аз» орнықты болады, бірақта оның қандай да бір шегін анықталмайды.

Егер орнықтылық аймағының шегі анықталса, яғни бастапқы ауытқу аймағы анықталса жүйе «көп» орнықты болады және жүйе бастапқы күйіне қайтып келеді, сонымен қатар бастапқы ауытқулар осы аймаққа сәйкес келетіндігі анықталады.

Егер жүйе кез келген бастапқы ауытқулар кезінде қайта бастапқы күйіне қайтып келсе, онда жүйе «толық» орнықты болады.

4.1.1 Орнықтылықтың алгебралық критерийлері

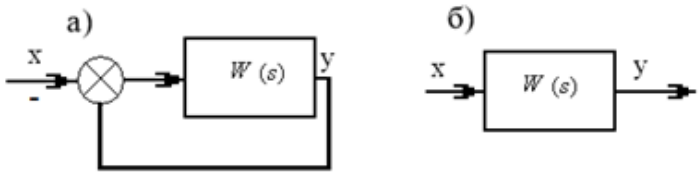
Орнықтылықтың алгебралық критерийлері дегеніміз сипаттамалық теңдеулердің коэффициенттерінен тұратын, олардың шарттары орындалуы кезінде орнықты болатын, ал олардың шарттары орындалмаған кезде орнықсыз болатын шартты айтамыз.

Алгебралық критерийлердің көмегімен орнықтылықты зерттеу кезінде алдымен қажетті орнықтылықтың орындалу шартын тексеру қажет, себебі оны тексеру есептеулерді қажет етпейді, сонымен қатар шарттар орындалмаған жағдайда оны ары қарай зерттеуді қажет етпейді, себебі жүйе орнықсыз екендігі белгілі болады.

Сипаттамалық теңдеу. Алгебралық критерийлермен орнықтылықты зерттеу үшін сипаттамалық полином болу керек. Ол қалай анықталатындығын қарастырамыз.

Q(s) сипаттамалық полином *p* операторын *s* комплексті айнымалыға алмастыру арқылы өзінің *Q(p)* операторы арқылы алынады. Сондықтан өзінің операторын тапса жеткілікті.

Егер басқару жүйесінің теңдеуі берілген болса және ол символдық пішінге тәуелді болса, онда шығыс айнымалысы кезіндегі дифференциалдық оператор өзіндік операторы болады. Егер оның беріліс функциясы (операторлық түрде) берілген болса, онда өзіндік операторы оның бөліміне сәйкес келеді.



4.2 сурет – Тұйық (а) және ажыратылған (б) жүйе

Егер ажыратылған жүйенің (4.2, б сурет) беріліс функциясы $W_2(p) = \frac{R_2(p)}{Q(p)}$ белгілі болса, онда тұйықталған жүйені (4.2, а сурет) зерттегенде оның беріліс функциясын анықтау қажет емес. Оның өзіндік операторы *Q(p)* ажыратылған жүйенің беріліс функциясының алымы мен бөлімі бойынша полиномдар қосындысына тең:

$$Q(p) = R(p) + S(p). \qquad (4.1)$$

Орнықтылық шарттарын алу үшін дифференциалдық теңдеулерді қолдану қолайлы болып келеді.

Автоматты басқарудың сызықты жүйесі жалпы жағдайда тұрақты коэффициенттерден тұратын сызықты дифференциалдық теңдеулермен анықталады:

$$\left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n\right) y(t) = \left(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_m\right) x(t), \qquad (4.2)$$

мұндағы $a_0, a_1, ..., a_n$ және $b_0, b_1, ..., b_m$ – тұрақты коэффициенттер.

4.2 теңдеуді шешуде еркін және қалыптасқан құраушылардың қосындысы түрінде қарастыруға болады, онда:

$$y(t) = y_{\acute{к}}(t) + y_e(t), \qquad (4.3)$$

мұндағы $y_{\acute{к}}(t)$ – өтпелі процестің қалыптасқан құраушысы, орнықтылыққа әсер етпейді, сыртқы әсер түріне тәуелді және біртекті емес дифференциалды теңдеудің дербес шешімімен анықталады;

$y_e(t)$- еркін құраушы, теңдеудің оң жағынсыз табылған, біртекті дифференциалды теңдеудің шешімі:

$$\left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n\right) y_e(t). \qquad (4.4)$$

Сызықты жүйе орнықтылығын қарастырғанда тек еркін құраушыны ескереді.

Орнықтылықтың математикалық анықтамасы келесі түрде қалыптасады:

- егер уақыт ағысы бойынша өтпелі процестің еркін құраушылары нөлге ұмтылса, яғни $t \to \infty$ кезінде $y_e(t) \to 0$ болса жүйе орнықты болады. Ал шығыс функциясы сыртқы әсермен анықталатын қалыптасқан құраушыға ұмтылады.

- егер еркін құраушы шексіз өсетін болса, яғни $t \to \infty$ кезінде $y_e(t) \to 0$ болса жүйе орнықсыз.

Еркін құраушылардың сипатының өзгерісі сипаттамалық теңдеу $a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_n = 0$ түбірлерінің түріне тәуелді болады.

1. Сипаттамалық теңдеу нақты теріс түбірлерге p_i ие болса, онда еркін құраушыларды келесідей жазуға болады:

$$y_{св}(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t} = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + ... + C_n e^{p_n t}, \qquad (4.5)$$

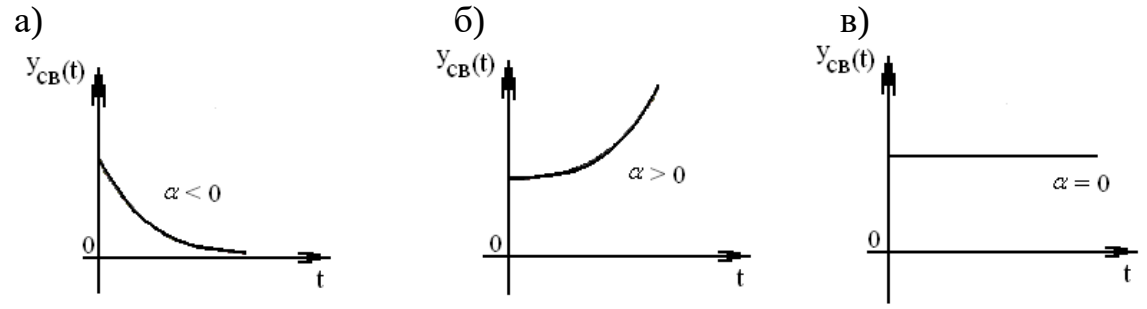
мұндағы C_i - бастапқы шарттарға тәуелді, интегралдау тұрақтылары;

p_i – сипаттамалық теңдеу түбірлері.

1) егер барлық түбірлері теріс болса, онда әр құраушы $t \to \infty$ кезінде $C_i e^{p_i t} \to 0$ болады, яғни $t \to \infty$ кезінде $y_e(t) \to 0$ болады. Бұл жағдайда жүйе орнықты (4.2, а сурет);

2) егер ең болмаса бір түбірі p_i - оң болса, онда жүйе орнықсыз (4.2, б сурет);

3) егер сипаттамалық теңдеу бір нөлдік түбірге, ал қалғандары нақты және теріс түбірлерге ие болса, онда жүйе орнықтылық шегінде болады (4.2, в сурет).



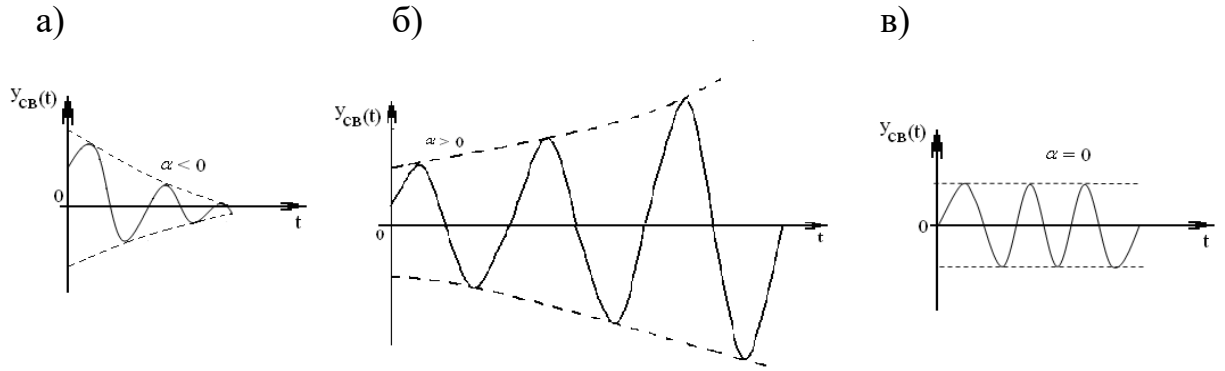
4.2 сурет - Нақты түбірлер кезіндегі сипаттамалық теңдеудің еркін құраушылардың түрлері

2. Сипаттамалық теңдеу екі түйіндес комплексті түбірлерге ие болса $p_к = \alpha + j\beta$; $p_{к+1} = \alpha - j\beta$, онда еркін құраушының түрі келесідей сипатталады:

- егер комплексті - түйіндес түбірдің нақты бөлігі теріс таңбалы болса, онда еркін құраушылар $t \to \infty$ кезінде $Ae^{-\alpha t} \to 0$ амплитудалы өшетін тербелістерге ие болады. Бұл орнықты жүйе болып табылады (4.3, а сурет).

Егер $\alpha_k > 0$ болса, онда амплитудасы өсетін тербеліс орын алады (4.3, б сурет).

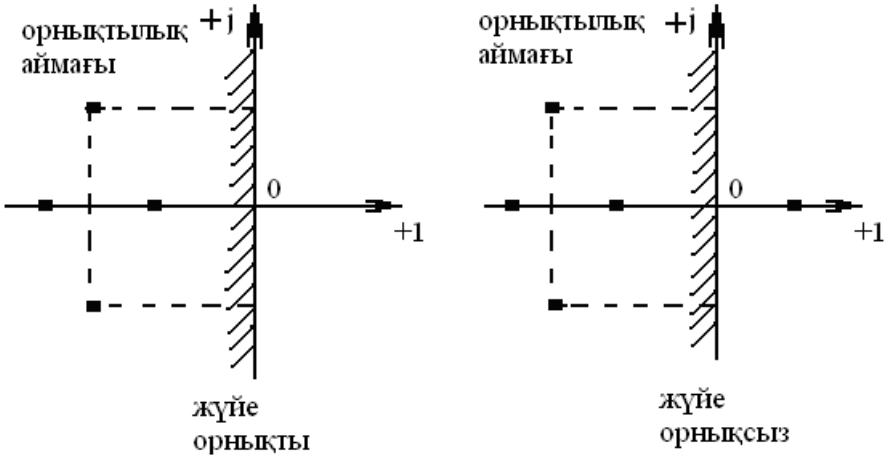
Егер $\alpha_k = 0$ болса, онда өшпейтін тербеліс орын алады (4.3, в сурет). Бұл жағдайда жүйе орнықтылық шегінде болады.



4.3 сурет - Сипаттамалық теңдеудің комплексті-түйіндес кезіндегі еркін құраушылардың түрлері

Еркін құраушылардың өшуі және өшпеуі сипаттамалық теңдеулердің түбірлеріне тәуелді болды, яғни нақты түбірлерінің таңбаларына және комплексті түбірлерінің нақты бөлігінің таңбаларына тәуелді.

Жүйе асимптотикалы орнықты болу үшін сипаттамалық теңдеулердің барлық түбірлері теріс нақты бөлікке ие болса жеткілікті, яғни жартылай жазықтықтың сол жақ бөлігінде жатуы тиіс (4.4 сурет). Әдетте, теріс нақты бөліктің түбірлерін сол жақты деп атайды, себебі олар комплексті жазықтықта жорамал өстен солға қарай, ал оң нақты бөлікті түбірлері – оңға қарай орналасқан.



4.4 сурет – Комплексті жазықтықтағы сипаттамалық теңдеулердің түбірлерінің орналасуы

Егер бір түбір оң нақты бөлікке ие болса, онда жүйе орнықсыз болады.

Бұл қорытынды тек сызықты жүйелер үшін дұрыс. Бірақта көптеген жүйелер сызықты емес, сондықтан нақты жүйелер үшін сызықталған теңдеулер бойынша жасалған жүйенің орнықтылық жайлы қорытындысы қаншалықты дұрыс болады?

Бұл сұраққа А.М.Ляпунов теоремасы жауап бере алады.

Бірінші теоремасы. Егер сызықталған жүйенің сипаттамалық теңдеуінің барлық түбірлері теріс нақты бөлікке ие болса, онда бұл жүйе орнықты болады. Сондай-ақ жүйенің екінші және жоғарғы ретті мүшелерін сызықтау кезінде де жүйенің орнықтылығын өзгерте алмайды.

Екінші теоремасы. Егер сызықталған жүйенің сипаттамалық теңдеуінің ең болмаса бір түбірі оң нақты бөлікке ие болса, онда бұл жүйе орнықсыз болады. Сонымен қатар жүйенің екінші және жоғары ретті мүшелерін сызықтау кезінде де жүйеге орнықтылық бере алмайды.

Реттеу жүйесінің динамикалық құрамын аналитикалық зерттеу кезінде оның дифференциалдық теңдеуін анықтап, оны шешу қажет. Бірақта сызықты жүйелер үшін жоғарғы қатарлы дифференциалдық теңдеулерді шешу қиындықтар тудырады.

Бірінші және екінші дәрежедегі сипаттамалық теңдеулердің түбірлерін есептеу жеңіл болып келеді. Үшінші және жоғарғы дәрежелі түбірлер үшін жалпы өрнек өте үлкен және тәжірибеде жарамды бола бермейді. Сондықтан басты мән жүйе түбірлерін есептемей ақ орнықтылығын анықтауға мүмкіндік беретін критерийлер қажет. Бұл дәрежелер орнықтылықтың критерийлері деп аталады.

Бұл критерийлер алгебралық және жиіліктік болып екіге бөлінеді. Алгебралық критерийлерге Раус, Гурвиц, Льенар-Шипар критерийлері жатады. Жиіліктік критерийлерге Михайлов, Найквист критерийлері жатады.

4.2 Гурвицтің орнықтылық критерийі

Сызықты жүйенің орнықтылығын зерттеу үшін оның сипаттамалық полиномының түбірін табу жеткілікті болады. Егер барлық түбірлері теріс нақты бөлікке (өстен солға қарай, жартылай жазықтықтың сол жағында жатады) ие болса, онда полином *орнықты* болып келеді. Бұл сызықты жүйенің орнықтылығына сәйкес келеді. Полиномдар ең болмағанда бір оң нақты бөлікке (оң жартылай жазықтықта) ие болса, *орнықсыз* деп аталады.

Орнықтылықтың алгебралық критерийі жүйенің орнықтылығы жайлы сипаттамалық теңдеудің коэффициенті бойынша талдауға мүмкіндік береді.

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + ... + a_0 = 0 . \qquad (4.6)$$

Жүйе орнықты болуы үшін сипаттамалық теңдеудің барлық коэффициенттері a_i оң таңбалы болу керек. Бұл орнықтылық полиномының қажетті шарты: $a_0 > 0, a_1 > 0, ...a_n > 0$.

Бірінші және екінші ретті жүйелер үшін орнықтылықтың қажетті және жеткілікті шарты: сипаттамалық теңдеудің коэффиценттері оң болғанда, оның түбірлері сол жақта болуы тиіс, яғни олар комплексті жазықтықтың сол жартылай жазықтығында орналасуы тиіс.

Алайда $n > 2$ кезінде полином комплексті - түйіндес түбірлерге ие болса, бұл шарт жеткіліксіз болып келеді. Үшінші және жоғары ретті жүйелер үшін сипаттамалық теңдеулердің коэффициенттерінің оң болуы орнықтылықтың қажетті, бірақ жеткіліксіз шарты болып табылады. Бұл жағдайда сипаттамалық теңдеудің нақты түбірлері сол жағында, ал комплексті түбірлері оң болуы мүмкін, яғни комплексті жазықтықтың оң жартылай жазықтығында жатады.

Гурвиц критерийі сипаттамалық теңдеудің коэффициенттері бойынша оның түбірлерін есептемей ақ жүйенің орнықтылығы жайлы тұжырым жасауға мүмкіндік береді.

Гурвиц критерийі полином коэффициенттерінен құралған $n \times n$ өлшемді матрицаны қолданады.

Гурвиц матрицасы келесі түрде тұрғызылады: сипаттамалық теңдеу коэффиценттерінің индекстері a_1-ден a_n-дейін өсу ретімен оның барлық коэффициенттері анықтауыштың басты диагоналы бойынша солдан оңға жазылады. Басты диагоналдан жоғары бағаналар тізбектей өсетін индекстермен сипаттамалық теңдеудің коэффициенттерімен, ал төменгі бағаналар – тізбектей өшетін (төмендейтін) индекстермен толығады. n -нен (n – сипаттамалық теңдеудің дәрежесі) үлкен және нөлден кіші индексті коэффициенттер орнына нөл қойылады.

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix} \qquad (4.7)$$

Төменгі ретті Гурвиц анықтауышын алу үшін Гурвицтің басты анықтауыштарында диагоналдық минорларды көрсетеміз.

$$\Delta_1 = a_1 > 0; \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 > 0 \ldots; \qquad \Delta_n = a_n \Delta_{n-1} > 0. \qquad (4.8)$$

Анықтауыш нөмірі Гурвиц матрицасының диагоналі бойынша коэффициенттер нөмірімен анықталады.

Гурвиц критерийі кез келген ретті жүйенің орнықтылық шартын анықтауға мүмкіндік береді: сызықты жүйенің сипаттамалық теңдеуінің түбірлері теріс нақты бөлікке ие болуы үшін, жүйе орнықты болу үшін сипаттамалық теңдеудің барлық коэффициенттері оң болғанда Гурвиц матрицасының барлық диагоналды минорлары оң болуы қажетті әрі жеткілікті.

Гурвицтің орнықтылық критерийі сипаттамалық теңдеудің коэффициенттері бойынша сызықты жүйенің орнықтылығын анықтауға мүмкіндік береді.

Сипаттамалық теңдеудің барлық коэффициенттерінің оң болуы бірінші және екінші ретті жүйелердің орнықтылығының қажетті және жеткілікті шарты болып табылады.

1. Бірінші реттік сипаттамалық теңдеу берілген:

$$a_0 p + a_1 = 0.$$

Орнықтылық шарты: екі коэффициенттері оң таңбалы $a_0 > 0,\ a_1 > 0,$ бір түбірі $p = -\dfrac{a_1}{a_2}$ теріс таңбалы болғандықтан жүйе орнықты болады.

2. Екінші реттік сипаттамалық теңдеу берілген: $a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0,$

Теңдеудің түбірі: $$p_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_0} = -\alpha \pm j\beta .$$

Орнықтылық шарты бойынша $a_0 > 0,\ a_1 > 0, a_2 > 0.$ Жүйе орнықты болу үшін коэффициенттері оң таңбалы болуы тиіс.

3. Үшінші ретті сипаттамалық теңдеу берілген:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0.$$

Орнықтылықтың қажетті және жеткілікті шарты: $a_0 > 0,\ a_1 > 0,\ a_2 > 0,$ $a_3 > 0.$

Гурвиц матрицасы:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0,\ \Delta_1 = a_1 > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

4. Төртінші ретті сипаттамалық теңдеу берілген:

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0.$$

Орнықтылықтың қажетті және жеткілікті шарты: $a_0 > 0,\ a_1 > 0,\ a_2 > 0,$ $a_3 > 0,\ a_4 > 0.$

Гурвиц матрицасы:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix} > 0, \quad \Delta_1 = a_1 > 0, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0;$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_3 (a_1 a_2 - a_3 a_0) - a_1^2 a_4 > 0.$$

$a_n > 0$ кезінде $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}$, онда жүйенің орнықтылығын тексеру үшін Δ_1-ден Δ_{n-1} дейінгі Гурвиц анықтауышын табу жеткілікті болады.

$n \geq 5$ кезінде анықтауыштарды табу өте күрделі болады. Сондықтан Гурвиц критерийін $n \leq 4$ болған кезде қолданылады. $n \geq 5$ кезінде Льенар-Шипар орнықтылық критерийін қолдануға болады, болмаса Гурвиц критерийін қолдану кезінде ЭЕМ пайдалана отыра сандық әдіске өту қажет.

Льенар-Шипар критерийлері. Қажетті орнықтылық шарты орындалған кезде ($a_0 > 0,\ a_1 > 0, \ldots\ a_n > 0$) басқару жүйесі орнықты болуы үшін оның барлық тақ индексті Гурвиц анықтауыштары немесе барлық жұп индексті Гурвиц анықтауыштары оң таңбалы болуы қажет және жеткілікті:

$$\left.\begin{array}{l} a_0 > 0, a_1 > 0, \ldots, a_n > 0 \\ \Delta_2 > 0, \Delta_4 > 0, \Delta_6 > 0, .. \end{array}\right\} \qquad (4.8.1)$$

немесе

$$\left.\begin{array}{l} a_0 > 0, a_1 > 0, ..., a_n > 0 \\ \Delta_1 > 0, \Delta_3 > 0, \Delta_5 > 0, .. \end{array}\right\}. \qquad (4.8.2)$$

Есептеуді азайту үшін *n* тақ сан болған кезде (4.8.1) шартын қолданған ыңғайлы, ал *n* жұп сан болған кезде (4.8.2) шартын қолданған ыңғайлы.

Мұнда Льенар-Шипар критерийінің бірнеше қысқартылған анықтамасы келтірілген. (4.8.1) немесе (4.8.2) шарттардың біреуі орындалған кезде тұрақтылықтың қажетті шартында барлық теңсіздіктер тәуелсіз бола бермейді. Сондықтан көп жағдайда теңсіздікті төмендетуге болады. Бірақ қажетті орнықтылық шартын тексеру есептеумен байланысты емес, мұнымен тоқтап қалмаймыз.

n = 1, 2, 3 үшін қажетті және жеткілікті орнықтылық шартын жазамыз. Льенар-Шипар критерийі арқылы келесіні аламыз:

$$n = 1: a_0 > 0, a_1 > 0;$$
$$n = 2: a_0 > 0, a_1 > 0; a_2 > 0;$$
$$n = 3: a_0 > 0, a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0; \Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

Осыған сәйкес, $n = 1$ және $n = 2$ болғанда орнықтылықтың қажетті, жеткілікті шарты. Бірақ $n = 3$ болғанда орнықтылық үшін қажетті орнықтылық шарты орындалып қана қоймай, орташа және шекті коэффициенттерінің көбейтінділері арасында оң айырмашылық болуы қажет.

1 мысал. Ажыратылған жүйенің беріліс функциясы берілген: $W(p) = \frac{k}{p^3+0{,}5p^2+4p+1}$; $k = 0{,}5$; 2. Ажыратылған және тұйықталған жүйенің орнықтылығын зерттеу қажет.

Шешуі. Ажыратылған жүйенің сипаттамалық полиномы келесідей: $p^3 + 0{,}5p^2 + 4p + 1$. Барлық коэффиценттері нольден жоғары және анықтауышы $\Delta_2 = 0{,}5 * 4 - 1 * 1 = 1 > 0$. Сондықтан ажыратылған жүйе орнықты.

Тұйық жүйенің сипаттамалық полиномы келесідей:

$$Q(s) = p^3 + 0{,}5p^2 + 4p + 1 + \mathrm{k}.$$

k бұл полиномның барлық коэффициенттері екі мәнде де оң, ал $k = 0{,}5$ болғанда Δ_2 анықтауышы нольден үлкен:

$$\Delta_2 = 0{,}5 * 4 - 1 * 1{,}5 = 0{,}5 > 0,$$

ал $k = 2$ болғанда нөлден кіші:

$$\Delta_2 = 0{,}5 * 4 - 1 * 3 = -1 < 0.$$

Сәйкесінше, тұйық жүйе $k = 0{,}5$ болғанда орнықты, ал $k = 2$ болғанда орнықсыз.

2 мысал. Сипаттамалық полиномы келесідей болатын жүйенің орнықтылығын зерттеу қажет:

$$Q(s) = 0{,}5p^4 + 3p^3 + 2p^2 + 2p + 1.$$

Шешуі. Орнықтылықтың қажетті шарты орындалады: барлық коэффициенттері $a_0 = 0{,}5; a_1 = 3; a_2 = 2; a_3 = 2; a_4 = 1$ оң. Бұл жағдайда n = 4 – жұп сан. Сондықтан (4.8.2) шартын қолданған дұрыс. Осы шартқа сәйкес Δ_3 анықтауышын есептесе жеткілікті:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0{,}5 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 > 0.$$

Жүйе орнықты.

4.3 Раустың орнықтылық критерийі

Бұл критерийді құру үшін Раус кестесі құрылады.

Раус критерийі келесідей құрылады. Бірінші қатарға жұп индексті сипаттамалық полиномның коэффициенттері жазылады, ал екінші қатарға жұп емес коэффициенттері (коэффициенттердің өсу ретімен) жазылады (4.1 кесте).

4.1 кесте – Раус кестесі ($r_k = \frac{c_{k-2,1}}{c_{k-1,1}}$)

№	1	2	3	
1	$c_{11} = a_0$	$c_{12} = a_2$	$c_{13} = a_4$	
2	$c_{21} = a_1$	$c_{22} = a_3$	$c_{23} = a_5$	
3	$c_{31} = c_{12} - r_3\, c_{22}$	$c_{32} = c_{13} - r_3\, c_{23}$	$c_{33} = c_{14} - r_3\, c_{24}$	
4	$c_{41} = c_{22} - r_4\, c_{32}$	$c_{42} = c_{23} - r_4\, c_{33}$	$c_{43} = c_{24} - r_4\, c_{34}$	
...	...	...	...	…
n + 1	$c_{n+1,1} = c_{n-1,2} - r_{n+1}\, c_{n2}$			

Қатардағы элементтер келесідей есептеледі:

$$c_{kl} = c_{k-2,l+1} - r_k c_{k-1,l+1},\ r_k = \frac{c_{k-2,1}}{c_{k-1,1}},\ \mathrm{k} = 3, 4, \ldots;\ l = 1, 2, \ldots \qquad (4.9)$$

мұндағы r_k бірінші қатардағы жолдар (k-1) мен алдыңғы екі элементтердің (k-2) қатынасына тең. c_{kl} элементі алдыңғы келесі екі (k-2) және (k-1) элементтердің айырымына тең. Сонымен қатар соңғы элемент (есептелген) r_k көбейтіледі.

Раус критерийінің шарты: Жүйе орнықты болуы үшін $a_0 > 0$ болғанда Раус кестесінің бірінші қатарындағы элементтері оң таңбалы болуы қажет және жеткілікті, онда $c_{kl} > 0$, k = 3, 4,…, n + 1.

Раус кестесі n + 1 қатардан тұрады. Қатардың саны бағана саны өскен сайын төмендейді. Екінші және келесі бағана элементтерін есептеуді жүргізу бірінші қатар элементтерін есептеген кезде қажетінше орындалады. Сонымен қатар бірінші қатардағы қандайда бір элементтері нольді көрсеткен кезде есептеуді тоқтату қажет.

3 мысал. Сипаттамалық полиномы келесідей болатын басқару жүйесінің орнықтылығын зерттеу қажет:

$$Q(s) = p^5 + 2p^4 + 3p^3 + 4p^2 + 5p + 6.$$

Шешуі. Қажетті орнықтылық шарты орындалады. Орнықтылықты анықтау үшін Раус критерийін қолданамыз. Раус кестесіндегі элементтерді есептейміз:

$c_{11} = a_0 = 1;$ $c_{12} = a_2 = 3;$ $c_{13} = a_4 = 5;$

$c_{21} = a_1 = 2;$ $c_{22} = a_3 = 4;$ $c_{23} = a_5 = 6;$

$c_{31} = c_{12} - \frac{c_{11}}{c_{21}} c_{22} = 3 - \frac{1}{2} \cdot 4 = 1;$ $c_{32} = c_{13} \frac{c_{11}}{c_{21}} c_{23} = 5 - \frac{1}{2} \cdot 6 = 2.$

$c_{41} = c_{22} - \frac{c_{21}}{c_{31}} c_{32} = 4 - \frac{2}{1} \cdot 2 = 0.$

Бірінші қатар элементі $c_{41} = 0$ болғандықтан жүйе орнықсыз. Бұл мысалда n = 5 және егер жүйе орнықты болса, онда c_{61} болғанша есепті жалғастыру қажет болар еді.

4.4 Орнықтылықтың жиіліктік критерийлері

Орнықтылықтың жиілікті критерийлері дегеніміз Михайлов қисығы деп аталатын және жиілікті сипаттамаларды құруға негізделген орнықтылық шартын айтамыз.

Теңдеуін сипаттамалық полином бойынша $p = j\omega$ деп белгілеу арқылы алынады:

$$Q(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_n,$$

Бұл теңдеу сипаттамалық вектор деп аталады. Ондағы ω айнымалы жиілік деп аталады.

Жиілікті сипаттамалар аргумент принципі бойынша алынады. Сондықтан алдымен осы принципті қарастырамыз.

Аргумент принципі. Егер l нөлдік $Q(p) = a_0p^n + a_1p^{n-1} + \cdots + a_n$, полиномы оң жартылай жазықтықта орналасқан болса, ал қалған n-l нөлдер сол

жақ жартылай жазықтықта орналасқан болса, онда жиілік 0-ден ∞-ке дейін өзгергенде $Q(j\omega)$ вектор аргументі $(n-2l)\pi/2$ өзгереді:

$$\Delta argQ(j\omega) = (n-2l)\frac{\pi}{2}. \qquad (4.10)$$

мұндағы $\Delta argQ(j\omega)$ - жиілік 0-ден ∞-ке дейін өзгергендегі аргументтің $Q(j\omega)$ өзгерісі.

Дәлелі. Егер $Q(p)$ полиномын қарапайым көбейткіштерге бөліп және $p = j\omega$ деп белгілесек, онда келесі теңдеуді аламыз:

$$Q(j\omega) = a_0(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)\dots(j\omega - p_n),$$

мұндағы $p_i(i = 1,2,\dots,n)$ - $Q(p)$ полиномының нөлдері. Осы қатынастар арқылы $\Delta argQ(j\omega) = \sum_{i=1}^{n} arg\,(j\omega - p_i)$ аламыз және сәйкесінше келесі теңдеумен өрнектеледі:

$$argQ(j\omega) = \sum_{i=1}^{n} \Delta\psi_i.$$

мұндағы $\Delta\psi_i$ - жиілік 0-ден ∞-ке дейін өзгергендегі $j\omega - p_i$ көбейткіш аргументтің өзгерісі.

p_i нақты сан және p_i жорамал сан болғандағы жеке жағдайлар үшін $\Delta\psi_i$ анықтаймыз.

а) $p_i = \alpha_i$, α_i – нақты сан. Бұл жағдайда:

$$\psi_i(\omega) = \arg(j\omega - \alpha_i) = -\mathrm{arctg}\frac{\omega}{\alpha_i},$$
$$\psi_i(0) = -\mathrm{arctg}0 = 0,$$

$$\psi_i(\infty) = \begin{Bmatrix} \alpha_i < 0 & \text{болғанда } \frac{\pi}{2} \\ \alpha_i > 0 & \text{болғанда } -\frac{\pi}{2} \end{Bmatrix};$$

$$\Delta\psi_i = \psi_i(\infty) - \psi_i(0) = \begin{Bmatrix} \alpha_i < 0 & \text{болғанда } \frac{\pi}{2} \\ \alpha_i > 0 & \text{болғанда } -\frac{\pi}{2} \end{Bmatrix}.$$

Егер нақты нөл сол жақты болса ($\alpha_i < 0$), онда $\Delta\psi_i = \frac{\pi}{2}$, егер нақты нөл оң жақты болса $\alpha_i > 0$, онда $\Delta\psi_i = -\frac{\pi}{2}$.

б) $p_i = \alpha_i + j\beta_i$, α_i, β_i – нақты сан. Бұл жағдайда кешенді-түйіндес ноль болады $p_{i+1} = \alpha_i - j\beta_i$. Бұл нөлге сәйкес көбейтінділер келесідей анықталады:

$$\psi_i(0) = -\arg tg\left(\frac{\beta_i}{\alpha_i}\right),$$

$$\psi_i(\infty) = \begin{cases} \alpha_i < 0 & \text{болғанда } \frac{\pi}{2} \\ \alpha_i > 0 & \text{болғанда } -\frac{\pi}{2} \end{cases};$$

$$\Delta\psi_i = \psi_i(\infty) - \psi_i(0) = \begin{cases} \alpha_i < 0 & \text{болғанда } \frac{\pi}{2} \\ \alpha_i > 0 & \text{болғанда } -\frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

Сәйкесінше келесі теңдеуді аламыз:

$$\Delta\psi_{i+1} = \begin{cases} \alpha_i < 0 & \text{болғанда } \frac{\pi}{2} + \arg tg\left(\frac{\beta_i}{\alpha_i}\right) \\ \alpha_i > 0 & \text{болғанда } -\frac{\pi}{2} + \arg tg\left(\frac{\beta_i}{\alpha_i}\right) \end{cases}.$$

Осыдан егер кешенді-түйіндес нөлдер сол жақты болса ($\alpha_i < 0$), $\Delta\psi_i + \Delta\psi_{i+1} = 2 \cdot (\frac{\pi}{2})$ қосындыны аламыз, егер көрсетілген нольдер оң жақты болса ($\alpha_i < 0$), $\Delta\psi_i + \Delta\psi_{i+1} = -2 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Кешенді-түйіндес сан жорамал бөлігімен өзгеше болатындықтан, екеуі де сол жақты немесе оң жақты болады. Сондықтан орташа кешенді нөлдер кезінде әрбір сол жақтағы нөлдер үшін $\frac{\pi}{2}$ енгізіледі, ал оң жақтағы нөлдер үшін $-\frac{\pi}{2}$ енгізіледі.

Осыған сәйкес, егер жиілік 0-ден ∞-ке дейін өзгергенде *l* полиномы оң нөлдерден және *n-l* сол жақ нөлдерден тұрса, онда теңдеу түрі келесідей:

$$\Delta argQ(j\omega) = l \cdot \left(-\frac{\pi}{2}\right) + (n - l)\frac{\pi}{2} = (n - 2l)\frac{\pi}{2}. \quad (4.11)$$

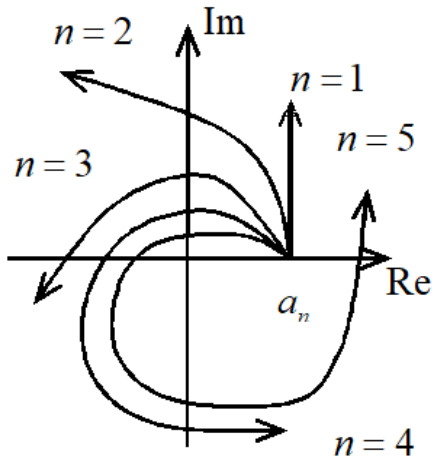
4.5 Орнықтылықтың Михайлов критерийлері

Жиілік 0-ден ∞-ке дейін өзгергенде сипаттамалық векторды бейнелейтін вектордың сипаттамалық годографын Михайлов қисығы деп атайды. $a_n > 0$ болғанда Михайлов қисығы оң нақты бөліктің жартылай осінен басталады.

Аргумент принципі бойынша, егер сипаттамалық полиномның барлық нольдері сол жақты болса, онда сипаттамалық вектор аргументінің өзгерісі $\Delta argQ(j\omega) = n\pi/2$. Осыдан келесідей орнықтылық критерийі пайда болады.

Михайлов критерийінің шарты (1938). Жүйе орнықты болуы үшін $a_0 > 0$ болғанда Михайлов қисығы жартылай осьтің оң нақты бөлігінен басталып, оң бағытта (сағат тілінің бағытына қарама-қарсы) n квадранттарды тізбектей толық қамтуы тиіс және жеткілікті.

Орнықты жүйеде Михайлов қисығы координат басын қиып өтпейді және n квадрантта шексіздікке өтеді (4.5 сурет).



4.6 сурет – Орнықты жүйенің Михайлов қисығы

4.6 Орнықтылықтың Найквист критерийлері

Алгебралық критерийлер мен Михайлов критерийлерін қолданған кезде ажыратылған немесе тұйықталған жүйелердің орнықтылығын зерттеу маңызды емес. Найквист критерийі тұйық жүйенің орнықтылығын зерттеу үшін қолданылады. Ол тұйық жүйенің амплитуда-фазалық сипаттамасы бойынша тұйық жүйенің орнықтылығын анықтайды.

Найквист критерийінің шарты (1938). Теріс кері байланыстан тұратын тұйық жүйе орнықты болуы үшін ажыратылған жүйенің амплитуда-фаза жиілікті сипаттамасы *(-1, j0)* нүктесін оң бағытта *l/2* есе қамтуы тиіс, мұндағы *l* ажыратылған жүйенің сипаттамалық теңдеуінің оң түбір саны.

Мұнда ажыратылған жүйенің сипаттамалық теңдеуінің *l* түбірі оң жақты, ал қалған $n - l$ түбірі сол жақты болуы мүмкін. Бейтарап түбірлерінің болуы жеке қарастырылады.

Ажыратылған жүйе орнықты болғанда, l = 0, Найквист критерийінің шарты: егер ажыратылған жүйе орнықты болса, онда теріс кері байланыстан тұратын тұйық жүйе орнықты болуы үшін ажыратылған жүйенің АФЖС (амплитуда-фаза жиілікті сипаттамасы) *(-1, j0)* нүктесін қамтымауы тиіс.

Дәлелдеуі. Ажыратылған жүйенің беріліс функциясы $W(p) = \mathrm{R}(p)/S(p)$, мұндағы m алымы бойынша дәрежесі, ал n бөлімі бойынша дәрежесі, ол $n \geq m$. Полином дәрежесі $Q(p) = \mathrm{S(p)} + R(p)$ n тең.

Функциясын қарастырамыз:

$$M(j\omega) = 1 + \mathrm{W}(\mathrm{j}\omega) = \frac{S(j\omega)+R(j\omega)}{S(j\omega)}. \qquad (4.12)$$

Мұнда бірінші бөліктің алымы бойынша тұйық жүйенің сипаттамалық векторы көрсетілген, ал бөлімі бойынша ажыратылған жүйенің сипаттамалық векторы көрсетілген. Аргумент принципі бойынша тұйық жүйе орнықты болуы үшін қажетті және жеткілікті шарты:

$$\Delta\arg\,[S(j\omega) + R(j\omega)] = n \cdot \frac{\pi}{2}. \qquad (4.13)$$

Ажыратылған жүйенің S(p) сипаттамалық полином шарты бойынша *l* оң нольдерден тұратындықтан, онда аргумент принципіне сәйкес келесі теңдеуді аламыз:

$$\Delta\arg\, S(j\omega) = (n - 2l) \cdot \frac{\pi}{2}. \qquad (4.14)$$

Сәйкесінше, егер тұйық жүйе орнықты болса, жиілік 0-ден ∞-ке дейін өзгергенде M(jω) функцияның аргументі:

$$\Delta\mathrm{M}(j\omega) = \Delta\arg[S(j\omega) + R(j\omega)] - \Delta\arg S(j\omega) = n \cdot \frac{\pi}{2} - (n - 2l)\frac{\pi}{2} = l\pi =$$
$$= \frac{l}{2}(2\pi). \qquad (4.15)$$

Осыған сәйкес, тұйық жүйе орнықты болуы үшін *M(jω)* функцияның гидрографы координат басын $\frac{l}{2}$ есе оң таңбамен қамтуы тиіс.

(4.12) теңдеу арқылы $W(j\omega) = M(j\omega) - 1$ аламыз. Сондықтан, егер $M(j\omega)$ годографын бірлікпен солға ығыстырсақ, онда ажыратылған жүйенің жиілікті $W(j\omega)$ беріліс функциясы анықталады. Сәйкесінше, егер $M(j\omega)$ годографы координат басын $\frac{l}{2}$ есе қамтыса, онда $W(j\omega)$ годографы $\frac{l}{2}$ есе *(-1, j0)* нүктесін қамтиды. Критерий дәлелденді.

4 мысал. Тұйық жүйенің орнықтылығын зерттеу қажет, тұйық жүйенің беріліс функциясы келесідей берілген:

а) $\mathrm{W}(p) = \frac{5}{p-1}$; б) $\mathrm{W}(p) = \frac{10}{(p+1)^3}$.

Шешімі: Жиілікті беріліс функциясы, нақты және жорамал жиілікті функциялар берілген:

а) $\mathrm{W}(j\omega) = \frac{5}{j\omega-1} = \frac{5(-j\omega-1)}{1+\omega^2} = U(\omega) + jV(\omega)$;

$\mathrm{U}(\omega) = -\frac{5}{1+\omega^2}$; $\mathrm{V}(\omega) = -\frac{5\omega}{1+\omega^2}$;

б) $W(j\omega) = \frac{10}{-j\omega^3-3\omega^2+3j\omega+1} = \frac{10[1-3\omega^2-j(3\omega-\omega^3)]}{(1-3\omega^2)^2+(3\omega-\omega^3)^2}$;

$U(\omega) = \frac{10(1-3\omega^2)}{(1-3\omega^2)^2+(3\omega-\omega^3)^2}$; $V(\omega) = \frac{10\omega(3-\omega^2)}{(1-3\omega^2)^2+(3\omega-\omega^3)^2}$.

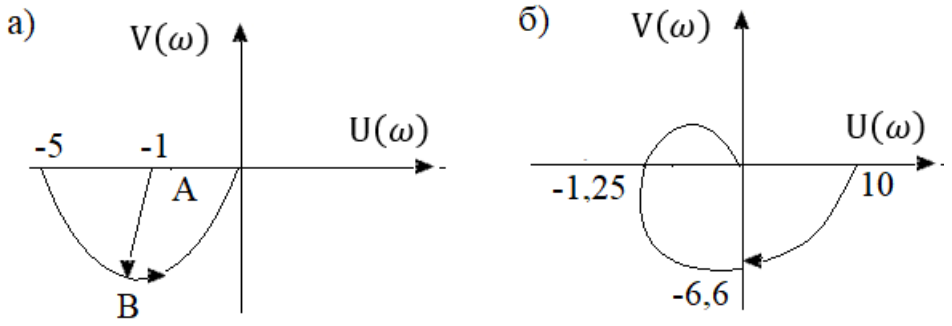
Жүйенің орнықтылығын зерттеу үшін координат осьтерімен АФЖС қисығының қиылысу нүктесін нақты анықтап, сапалы түрде АФЖС тұрғызу қажет. Қажетті есептелген мәндері 4.2-кестеде келтірілген.

4.2 кесте – Есептелген мәндер (4 мысалға сәйкес)

$W(p) = \frac{5}{p-1}$			
Ω	0	0 < ω < ∞	∞
$U(\omega)$	-5	< 0	0
$V(\omega)$	0	< 0	0

$W(p) = \frac{10}{(p+1)^3}$							
Ω	0	$0 < \omega < \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} < \omega < \sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\omega > \sqrt{3}$	∞
$U(\omega)$	10	> 0	0	< 0	-1,25	< 0	0
$V(\omega)$	0	< 0	-6,6	< 0	0	>0	0

Осы берілген мәндерді қолдана отырып АФЖС тұрғызылған (4.7 сурет).



4.7 сурет – Ажыратылған жүйенің АФЖС (4 мысалға сәйкес).

а) - $WW_0(j\omega) = \frac{5}{j\omega-1}$ годографы; б) - $W(p) = \frac{10}{(j\omega+1)^3}$ годографы.

а) - жағдайында ажыратылған жүйенің сипаттамалық полиномы бір оң нольден тұрады және АФЖС (4.7 а сурет) ½ есе (-1, j0) нүктесін оң бағытпен қамтиды (АВ векторы π бұрышын бейнелейді).

в) - жағдайында ажыратылған жүйе орнықты, оның АФЖС (4.7 б сурет) (-1, j0) нүктесін қамтиды. Осыған сәйкес тұйық жүйе орнықсыз.

4.7 Орнықтылық аймағы және қоры

4.7.1 Негізгі анықтамасы мен түсініктемесі

Математикалық модель физикалық жүйеге қарсы болмайтындықтан, оны құрған кезде бірнеше іске жіберу қатарларына бөлінеді, нақты жүйенің параметрлері есептелген параметрлерден (номиналды) өзгеше болады. Сонымен қатар уақыт өте келе параметрлері бірнеше аралыққа өзгеруі мүмкін, бірақ жүйе қалыпты жұмыс істеуі үшін орнықтылық қасиеті сақталуы тиіс, яғни, ол анықталған орнықтылық қорынан тұруы тиіс.

Жүйе үшін орнықтылық қоры деген түсініктеме енгіземіз, оның моделі келесі түрде болады:

$$\begin{cases} x = A\dot{x} + Bu, & x \in R^2, \quad u \in R^m, \\ y = Cx, & y \in R^m, \quad n \geq m. \end{cases} \tag{4.16}$$

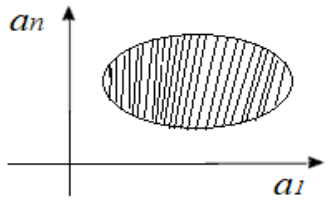
Жүйенің сипаттамалық теңдеуі:

$$det(pI - A) = 0,$$

Ол n түбірлерден тұрады: $\mathrm{p}_i = \mathrm{p}(A),\ i = 1, n.$

Анықтамасы: Параметрлер бойынша орнықтылық аймағы дегеніміз сызықты жүйенің жалпы орнықтылық шарты орындалатын, яғни $Re\mathrm{p}_i(A) < 0, i = \overrightarrow{1, n}$, көптеген A матрицасы.

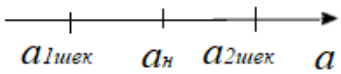
Осы A матрица жиынтығы параметрлердің жазықтығында бірнеше аймақты көрсетеді (4.8 сурет).



4.8 сурет – Жүйенің орнықтылық аймағының мысалы

Анықтамасы: Критикалық (шекті) дегеніміз жүйе орнықтылық шегінде болғандағы $A_{кр}$ матрицаның мәнін айтады.

Нақты жағдайда жүйенің бір параметрінің орнықтылыққа әсерін бағалауды жиі талап етеді (мысалы, a), сондықтан «оң» және «сол» шекті мәндерін, сәйкесінше $a_{1\text{шек}}$ және $a_{2\text{шек}}$ мәндерін атап өткен дұрыс (4.9 сурет).



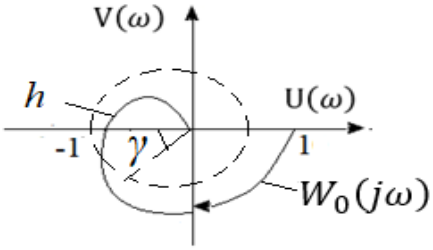
4.9 сурет – Шекті мәндер мысалы

Анықтамасы: орнықтылық қоры дегеніміз номиналдыдан шектіге дейінгі параметрлердің мәндерінің аралығы. Мысалы, $|a_{\text{н}} - a_{1\text{шек}}|$ немесе $|a_{\text{н}} - a_{2\text{шек}}|$.

4.7.2 Орнықтылық қорын жиілікті бағалау

Найквист критерийін негізге ала отырып орнықтылық қорының жиілікті бағалауын алуға болады, ол ажыратылған жүйенің амплитуда-фазалық сипаттамаларының (-1; j0) критикалық нүктеде алшақтауын сипаттайды.

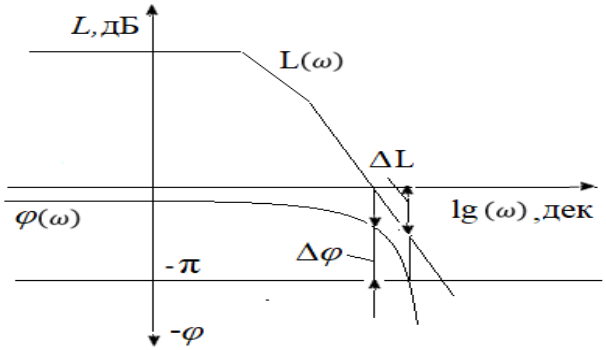
Модуль (h) бойынша орнықтылық қоры тұйық жүйенің орнықтылығын сақтай отырып, ажыратылған жүйенің АФС модульін қаншалықты жоғарылатуға болатындығын көрсетеді (4.10 сурет).



4.10 сурет – Амплитуда фаза жиілікті сипаттама

Фаза бойынша (γ) бойынша орнықтылық қоры ω_c жиілігімен анықталады, мұндағы $|W_0(j\omega_c)| = 1$. Ол тұйық жүйенің орнықтылығын сақтай отырып, ажыратылған жүйенің АФС фазасын қаншалықты өзгертуге болатындығын көрсетеді.

Сәйкесінше, орнықтылық қорын ажыратылған жүйенің логарифмдік сипаттамасымен анықтауға болады. Бұл жағдайда модуль бойынша орнықтылық қоры ΔL арқылы белгіленеді, өлшем бірлігі децибел. Ол орнықтылықты сақтай отырып жүйенің күшейту коэффициентін қанша есе өсіруге болатындығын көрсетеді. Фаза жиілікті сипаттамасы -π мәніне жеткенге дейінгі аралықпен ΔL анықталады (4.11 сурет).



4.11 сурет – Логарифмдік сипаттама бойынша орнықтылықтың қорын анықтау

Фаза бойынша орнықтылық қоры $\Delta\varphi$ белгіленеді, ол ω_c жиілігімен анықталады, мұндағы $L(\omega_c)=0$, ол -π-ден ауытқуын сипаттайды, яғни:

$$\Delta\varphi(\omega_c) = \pi - |\varphi(\omega_c)|. \qquad (4.17)$$

Зерттеулерде келтіру кезінде Көптеген басқару жүйелері қалыпты жұмыс жасауы үшін келесідей орнықтылық қорын қамтамасыз ету қажеттігі анықталған:

$$\Delta L \geq 8 \text{ дБ}, \Delta\varphi \geq 50^{\circ}. \quad (4.18)$$

Бұл мәндер зерттеулер арқылы алынған. Технологиялық талаптар үшін кейбір жүйелер үлкен немесе кіші орнықтылық қорын талап етуі мүмкін.

4.7.3 Орнықтылық қорын түбірмен бағалау

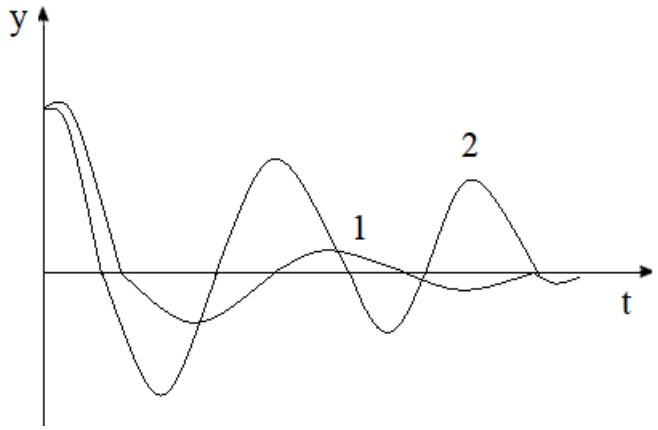
Жүйенің орнықтылық қорын түбірлік портрет арқылы бағалауға болады.

4.12-суретте екі жүйенің өтпелі үрдістерінің сызбалары келтірілген. Онда 2 жүйе аз орнықтылық қорынан тұратындығы көрініп тұр, себебі орнықсыздықтың болуы үлкен тербелістік үрдістердің болуымен сипатталады.

Жүйеде үрдістердің сипаттамасы (4.5) теңдеуіне сәйкес оның полюстерімен анықталады, егер сипаттамалық теңдеу комплексті түбірлерден тұратын болса, онда тербеліс пайда болады:

$$\mathrm{p}_{i,i+1} = -\propto_i \pm j\beta_i, \quad (4.19)$$

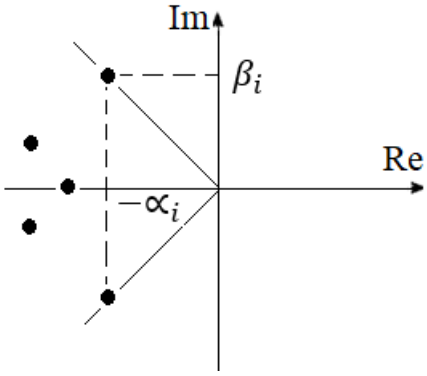
мұндағы нақты бөлігі ($\propto_i$) жылдамдықтың өшуін, ал жорамал бөлігі (β_i) тербеліс жиілігін анықтайды.



4.12 сурет – Әртүрлі орнықтылық қорынан тұратын жүйе үрдістерінің мысалы

Ең үлкен секторлы түбірлер (4.13 сурет) ең үлкен тербелістен тұратын үрдіске сәйкес келеді, сондықтан орнықтылық қорын бағалау ретінде келесі қатынасты қарастыруға болады:

$$\gamma = \frac{\alpha_i}{\beta_i}. \qquad (4.20)$$



4.13 сурет – Жүйенің орнықтылық қорының түбірлік бағалауының бейнесі

γ мәні $\gamma \in (0; \infty)$ аралығында өзгеруі мүмкін. γ кіші болған сайын (β_i түбірдің жорамал бөлігінің шамасы үлкен), жүйе орнықтылық шегіне жақын болады. Егер γ = 0 болса, онда жүйе орнықтылық шегінде болады. γ = ∞ болса, онда жүйе шексіз орнықтылық қорында болады.

Сонымен, γ орнықтылық қорын түбірмен бағалау жүйе орнықтылығын сақтай отырып сипаттамалық теңдеу түбірін қаншалықты өзгертуге болатындығын сипаттайды.

Әдетте мұндай бағалау жобалау кездерінде қолданылады, себебі оны нақты басқару жүйесінің параметрлерімен байланыстыру қиын (күшейту коэффициенті, тұрақты уақыт, өшу коэффициенті).

4.7.4 D-бөлу әдісі

Нақты басқару жүйесін құру кезінде қандайда бір критерийдің көмегімен орнықтық қорын бағалауды ғана емес, сондай ақ параметрлердің барлық орнықтылық аймағын да білу қажет. Бұл мақсат үшін D-бөлу әдісі қолданылады, ол жүйенің бір немеме екі параметрлерімен кеңістікте орнықтылық аймағын құруды қамтамасыз етеді.

Сызықты жүйесінің сипаттамалық теңдеуіне кіретін бір D параметрі бойынша D-бөлу әдісін қарастырамыз:

$$A(p) = N(p) + DM(p) = 0. \qquad (4.21)$$

(4.21) теңдеудегі p-ны $j\omega$-ға алмастырып, келесі теңдеуді аламыз:

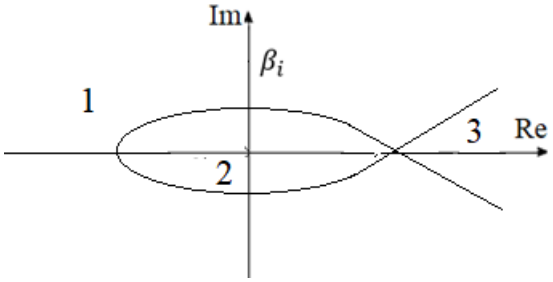
$$A(j\omega) = N(j\omega) + DM(j\omega) = 0. \qquad (4.22)$$

Бұл теңдеу Михайлов критерийінің орнықтылық шегіне сәйкес келеді. Оны D қатысты шешеміз:

$$D(j\omega) = \frac{N(j\omega)}{M(j\omega)} + R_D(\omega) + jI_D(\omega). \quad (4.23)$$

D параметрінің комплексті көрсеткішін алдық, ол комплексті жазықтықта вектор түрінде бейнеленеді. Жиіліктің сандық мәні *D(jω)* вектордың жағдайын анықтайды. ω жиілікті -∞ -тен +∞-ке өзгерткен кезде вектордың ұшы комплексті жазықтықта D-бөлу қисығын сызады, ол орнықтылық шегін көрсетеді (оны сонымен қатар түбір жазықтығындағы жорамал осьтің бейнесі ретінде қарастыруға болады).

D-бөлу қисығы нақты бөлікке қатысты симметриялы болады (4.14 сурет). Сондықтан оның жиілік мәндері оң таңбаға сәйкес келетін бөлігін тұрғызса жеткілікті, ал екінші бөлігін нақты оське қатысты бейнесін алу арқылы тұрғызса жеткілікті.



4.14 сурет – D-бөлу қисығының мысалы.

1-3 – түбірлердің әртүрлі таралуының аймақтары.

Бұл қисық комплексті жазықтықты түбірлердің әртүрі қатынасымен бірнеше аймаққа бөледі. Орнықтылық аймағын анықтау үшін әр қайсысына D-ң бір мәнін таңдау қажет және орнықтылықты кез келген критерийлер арқылы таңдайды. Егер D-ң нақты мәнінде жүйе орнықты болса, онда бұл аймақта барлық оның мәндерінде де орнықты болады.

Әдетте D параметрі ретінде жүйенің нақты параметрлері қолданылады (күшейту коэффициенті, тұрақты уақыт, инерция моменті және т.б.), олар тек нақты мәндерден тұрады. Оны *D(jω)* комплексті түрде көрсету бейне сипатына сәйкес келеді, ал орнықтылық аймағы нақты осьтің қимасымен шектеледі.

D-бөлу әдісін D_1 және D_2 екі параметрлердің орнықтылық аймағын құруы үшін қолдануға болады, олар сызықты түрде сипаттамалық теңдеуге кіреді:

$$A(\mathrm{p}, D_1 D_2) = 0. \quad (4.24)$$

Бұл жағдайда орнықтылық шегінің теңдеуі келесідей:

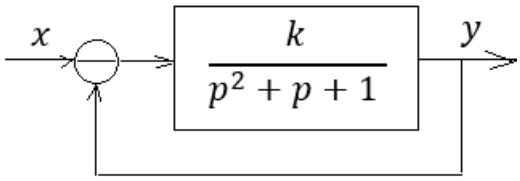
$$A(j\omega, D_1 D_2) = 0. \quad (4.25)$$

Сонымен қатар екі тәуелсіз теңдеумен жазылады:

$$ReA(\omega, D_1 D_2) = 0, \qquad (4.26)$$
$$ImA(\omega, D_1 D_2) = 0.$$

Бұл екі теңдеу D-бөлу қисығының параметрлерін береді. Орнықтылық аймағы сәйкесінше D-ың бір параметрімен анықталады.

4.1 мысал. Күшейткіш коэффициенті бойынша орнықтылық аймағын анықтау қажет (4.15 сурет).



4.15 сурет – Жүйенің құрылымдық сұлбасы

Тұйық жүйенің беріліс функциясын анықтаймыз:

$$W(p) = \frac{y}{x} = \frac{k}{p^2 + p + 1 + k}.$$

Оның сипаттамалық теңдеуі:

$$A(p) = p^2 + p + 1 + k = 0.$$

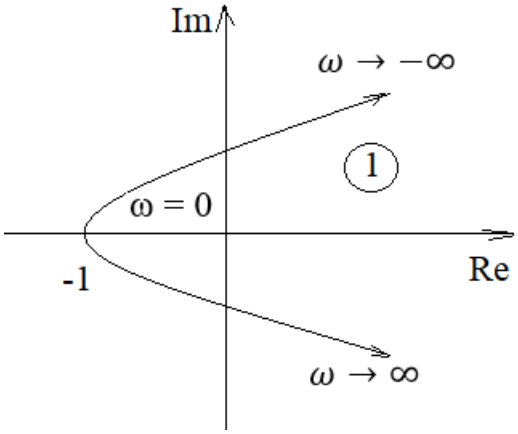
мұндағы k – орнықтылық аймағы тұрғызылатын параметр, сондықтан оны D деп белгілейміз. $p \to j\omega$ алмастырып және D қатысты сипаттамалық теңдеуді анықтаймыз. Нәтижесінде D-бөлу қисығы үшін теңдеуді аламыз:

$$D(j\omega) = \omega^2 - j\omega - 1 = (\omega^2 - 1) - j\omega.$$

Жиілік оң таңбалы болғандағы *D(jω)* нақты және жорамал бөліктерінің мәндерін анықтаймыз.

Ω	0	1	2	…	∞
$R_D(\omega)$	-1	0	3	…	∞
$I_D(\omega)$	0	-1	-2	…	-∞

Барлық D-бөлу қисығын тұрғызу үшін алынған *D(jω)* жартысын абсцисса осі арқылы бейнелейміз (4.16 сурет).



4.16 сурет – Зерттелетін жүйе үшін D-бөлу қисығы

4.16 суретте D-бөлу қисығы жазықтықтағы параметрлерді екі аймаққа бөледі (1 және 2).

Суреттен D-бөлу қисығы параметр жазықтығын екі аймаққа бөлгендігін байқауға болады (1 және 2). Әр қайсысынан *D* бір нақты мәнін таңдаймыз және орнықтылықты бағалаймыз. Зерттелетін жүйе екінші қатардан тұрады, сондықтан оның орнықтылық шартының қажетті және жеткілікті шарты сипаттамалық теңдеудің барлық коэффициенттерінің оң таңбалы болуында. Сәйкесінше, бірінші аймақ орнықтылық аймағы (-1< k <∝), ал екінші аймақ орнықсыз аймақ болып келеді.

5 Автоматты реттеу үрдісінің сапасы

5.1 Өтпелі үрдістердің сапа көрсеткіштері

Жүйе тұрақты болуы мүмкін, яғни оның өтпелі үрдісі өшу сипатында болады, бірақ өшу уақыты немесе тұрақты режимдегі қате өте үлкен, сондықтан бұл жүйені іс жүзінде пайдалану мүмкін емес. Сондықтан жүйе тұрақты ғана емес, сонымен бірге белгілі бір өтпелі үрдіске ие болуы керек және оның белгіленген режимдердегі қателіктері рұқсат етілгеннен аспауы керек.

Әртүрлі автоматты жүйелерді салыстырмалы талдау үшін осы жүйелердің қайсысы тиімді болатынын бағалауға мүмкіндік беретін кейбір сандық сипаттамалары болуы керек. Бұл сандық сипаттамалар сапа критерийлері деп аталады.

Сапа критерийлері әртүрлі автоматты жүйелерге сандық баға беруге мүмкіндік береді, осылайша таңдалған сапа критерийін қанағаттандыратын жүйені және оның басқару заңын таңдауға негізделген.

Автоматты жүйенің белгіленген және өтпелі үрдістердегі әрекетін анықтайтын талаптар жиынтығы «реттеу үрдісінің сапасы» немесе «автоматты жүйенің сапасы» ұғымымен анықталады.

Автоматты жүйе, егер ол белгілі бір технологиялық талаптарға жауап берсе, жоғары сапалы деп аталады: мысалы, автоматты жүйенің әсері қалай

өзгереді, егер оның кірісіне басқару каналы арқылы да, ауытқу каналы арқылы да әртүрлі ауытқу әсер етсе, яғни, бұл жағдайда автоматты жүйенің белгілі бір күйге келуінің негізгі мүмкіндігі қамтамасыз етіле ме. Автоматты жүйенің сапасының бұл ұғымы сандық түрде көрсетілген және автоматты реттеудің сапа көрсеткіштері деп аталатын оның статикалық және динамикалық қасиеттерін қамтиды.

Автоматты жүйелер мен реттеу объектілерінің алуан түрлілігін ескере отырып, қазіргі уақытта көптеген критерийлер әзірленді, олар бір жағынан өзара ерекше талаптарды қамтиды, ал екінші жағынан сапа көрсеткіштері арасында тығыз байланыс бар, сондықтан олардың кез - келгенін жақсартуға деген ұмтылыс басқасының нашарлауына әкелуі мүмкін. Мысалы, автоматты реттеу қатесін азайтуға деген ұмтылыс тұрақтылық пен өнімділіктің төмендеуіне әкеледі және керісінше, немесе автоматты жүйенің сенімділігін арттыру оның құнының өсуіне әкеледі.

Автоматты жүйе ең алдымен тұрақты болуы керек екенін білеміз, бірақ бұл автоматты жүйенің тиімді жұмыс істеуі үшін қажетті, бірақ жеткіліксіз шарты. Тұрақты жүйеде өтпелі үрдіс өшеді. Алайда, тәжірибеде өтпелі үрдістің әлсіреу сипаты аса ескеріледі. Мысалы, егер өтпелі кезең баяу сөніп, жүйе ұзақ уақыт бойы жаңа тұрақты режимге енсе, онда ол жеткіліксіз жылдамдыққа ие болады, сондықтан оны қолдану шектеулі болады. Сондықтан тұрақтылық қажет, бірақ автоматты жүйелердің жұмыс істеуінің жеткіліксіз шарты болып табылады. Өтпелі үрдістердің сапасымен және белгіленген режимдердегі қателіктермен бағаланатын реттеу үрдістерінің сапасы жеткілікті шарт болып табылады.

Өтпелі үрдістер арқылы тікелей алынған автоматты жүйелердің сапасын бағалау түзу деп аталады. Барлық осы критерийлерді есептеу математикалық басқару аппаратын қолдануға негізделген және көбінесе сапа критерийлерін есептеу кезінде автоматты жүйелердің уақыт және жиілік сипаттамалары қолданылады. Өтпелі үрдістерді талдау берілген бастапқы жағдайларда және берілген бастапқы шартта автоматты жүйеде физикалық үрдістерді бейнелейтін бір текті емес дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін табуға, сондай-ақ автоматты жүйе параметрлерінің өзгеруінің осы шешімнің түріне әсерін талдауайды. Теңдеулердің аналитикалық шешімі сипаттамалық теңдеудің түбірлерін есептеуді және үшінші ретті теңдеулер үшін мүмкін емес тұрақты интегралдауды есептеуді қажет етеді.

Сондықтан, олар автоматты жүйелердің тұрақтылығын зерттеуде, дифференциалдық теңдеулерді тікелей шешуді қажет етпейтін өтпелі үрдістерді талдаудың жуық әдістерін қолданады. Көбінесе, автоматты жүйелердің сапасын талдау кезінде өтпелі үрдіс реттелетін шаманың рұқсат етілген мәндерінің аймағында немесе оның шегінен асып кететінін анықтау қажет. Осы әдіспен алынған бағалау жанама деп аталады.

Өтпелі үрдістер сапасының тікелей көрсеткіштері. Өтпелі үрдістердің сапасы, әдетте, өтпелі функциямен бағаланады, бұл автоматты жүйенің бір секіріс түрінің сыртқы әсеріне реакциясы. Өтпелі функцияның мысалын

қолдана отырып, біз өтпелі үрдіс сапасының негізгі көрсеткіштерімен танысамыз:

1. Реттеу қателігі;
2. Реттеу уақыты;
3. Қайта реттеу;
4. Тербеліс дәрежесі;
5. Тербеліс саны.

Автоматты жүйенің белгілі бір жұмыс көрсеткішінің немесе олардың комбинациясын сапа критерийлері түрінде пайдалану оны автоматты реттеу жүйелерінде, сондай-ақ белгілі бір дәрежеде қалыптасқан жағдайда қолданудың ыңғайлылығымен анықталады.

Реттеу қатесі e (t) = x (t) - y (t) реттелетін шаманың талап етілетін және нақты мәндерінің арасындағы айырмға тең. Реттеу объектісінің жұмыс уақытында қатенің лездік мәнін білу автоматты жүйенің қасиеттерін неғұрлым толық бағалауға мүмкіндік береді. Алайда, іс жүзінде, берілген және ауытқу әсерлерінің кездейсоқтығына байланысты мұндай тәсілді жүзеге асыру мүмкін емес. Автоматты жүйелерді талдау тәжірибесінде зерттеу әдісі әртүрлі типтік режимдерде қолданылады.

Типтік режимдердің біріншісі берілген және ауытқу әсерлерінің тұрақты мәндері бар тұрақты күйі қарастырылады. Бұл жағдайда автоматты жүйенің қатесі статикалық деп аталады. Қате шамасын жалпы e(t) = x (t) - y (t) теңдеуімен анықтауға болады.

Статикалық автоматты жүйелер үшін *e* абсолютті және *d* салыстырмалы реттеу қатесінің мәні анықталады. Реттеу қатесінің салыстырмалы мәні:

$$\delta(t) = \frac{\mathrm{x(t)-y(t)}}{\mathrm{y(t)}}. \qquad (5.1)$$

Астатикалық автоматты жүйелер үшін астатикалық реттегіш статикалық қатені кез келген ауытқуын жоятынын анықтауға мүмкіндік береді. Мұны орындау үшін интегралды сілтеме осы бұзылуды қолдану орнына дейін реттеу тізбегіне қосылуы керек. Бұл интегралданатын элементтерді қосу және астатизмнің жоғарылауы сезімтал элементтің қателігін жоюға мүмкіндік бермейтіндігін түсіндіреді.

Екінші типтік режим ретінде *V = const* тұрақты жылдамдықтағы қозғалыс режимі қолданылады, ол *X(t) = vt* заңы бойынша өзгеретін және ауытқу әсерлердің тұрақты мәндерінде өзгеретін әсер ету кезінде тұрақты күйде байқалады. Бұл режим негізінен бақылау жүйелерінде және бағдарламалық басқару жүйелерінде қолданылады.

Үшінші типтік режим - тұрақты a = const үдеуімен тұрақты қозғалыс. Бұл жағдайда беру әсері төмендегі заңға сәйкес өзгереді:

$$x(t) = \frac{at^2}{2}. \qquad (5.2)$$

Ауытқу әсері тұрақты түрде қабылданады. Бұл режим тек бақылау жүйелерінде және бағдарламалық басқару жүйелерінде қолданылады.

Төртінші типтік режим - гармоникалық заң бойынша қозғалыс. Бұл режим өте жиі қолданылады, өйткені ол автоматты жүйенің динамикалық қасиеттерін толық бағалауға мүмкіндік береді. Берілген әсер заңға сәйкес төмендегі заңға сәйкес өзгереді:

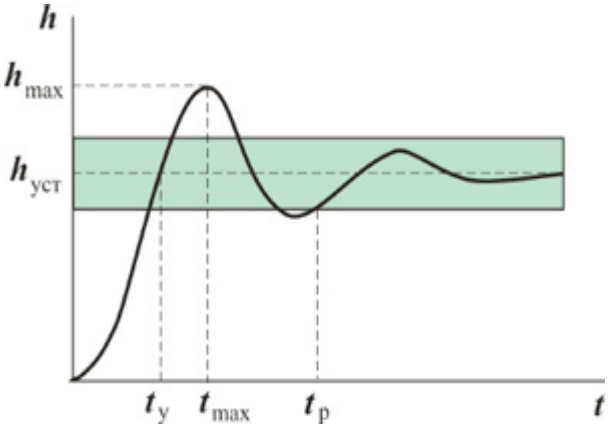
$$x(t) = x_{max} sin\omega t. \qquad (5.3)$$

Автоматты жүйенің нақты түріне байланысты, қарастырылып отырған режимдегі ауытқу әсерлері тұрақты болып қалуы немесе уақыт өте келе өзгеруі мүмкін.

Барлық режимдерде ауытқу әсерінің тұрақтылығына немесе өзгеруіне байланысты кейбір абсолютті e(t) немесе салыстырмалы d(t) тұрақты қате пайда болады. Бұл режимдегі автоматты жүйенің қозғалысы кезінде бұзушы әсерлер уақыт өте келе өзгеретін жағдай болуы мүмкін. бұл гармоникалық заңға сәйкес қозғалу кезінде автоматты жүйенің қозғалыс бағыты үнемі өзгеріп отыратындығымен түсіндіріледі, сондықтан автоматты жүйеде жұмыс істейтін құрғақ үйкеліс күштерінің кернеуі бір уақытта өзгереді. Бұл жағдай өте күрделі және оны белгілі бір Автоматты жүйелерге қосымшада ғана қарастыруға болады.

Бұл режимдегі автоматты жүйенің қозғалысы кезінде ауытқу әсерлері уақыт өте келе өзгеретін жағдай болуы мүмкін. Бұл гармоникалық заңға сәйкес қозғалу кезінде автоматты жүйенің қозғалыс бағыты үнемі өзгеріп отыратындығымен түсіндіріледі, сондықтан автоматты жүйеде жұмыс істейтін құрғақ үйкеліс күштерінің кернеуі бір уақытта өзгереді. Бұл жағдай өте күрделі және оны белгілі бір автоматты жүйелерде қосымшада ғана қарастыруға болады.

Реттеу уақыты $t_р$ өтпелі үрдіспен анықталады. Теориялық тұрғыдан алғанда, өтпелі үрдіс шексіз ұзаққа созылады, бірақ іс жүзінде ол реттелетін шаманың оның жаңа белгіленген мәнінен ауытқуы рұқсат етілген шектерден аспаған кезде аяқталады деп саналады $|y(t) - У_{ст}| < D$.



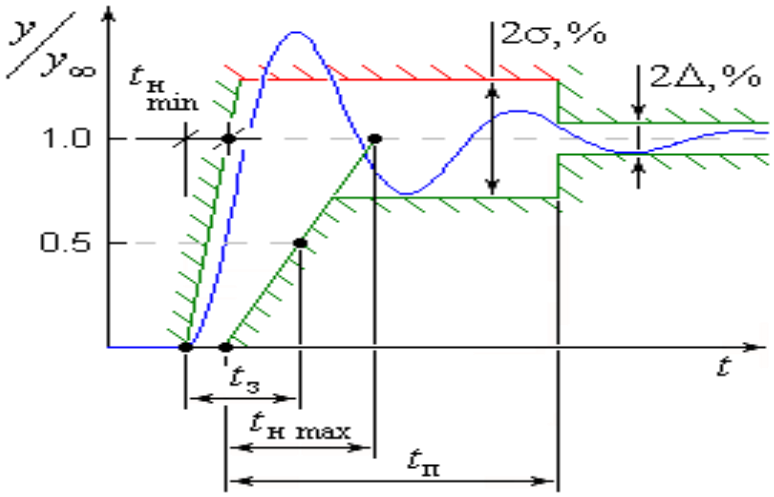
5.1 сурет - Өтпелі үрдіс

Өтпелі уақытты анықтау. Әдетте h_{op} орныққан мәннен D = 3 ... 5% құрайды. Реттеу уақыты жүйенің жұмысын сипаттайды. Алайда, кейде өнімділік жаңа тұрақты мәнді бірінші рет өтпелі функциямен t_{op} қол жеткізу уақытымен немесе h_{max} максималды мәніне жету үшін T_{max} уақытымен сипатталады. Ерекше жағдайларда d мәні бөлек келісіледі.

Өтпелі үрдістер уақыт компоненттерін талдау кезінде көбінесе келесі шамаларға назар аударылады:

$t_к$ кешігу уақыты - кіріс сигналын бергенен бастап реттелетін мән белгіленген мәннің жартысына жеткен уақытқа дейінгі уақыт аралығына тең.

Өсу уақыты $t_{н.max}$ - реттелетін шаманың белгіленген мәніне сәйкес келетін көрсетілген тангенс сызығымен қиылысу нүктесінде өтпелі сипаттаманың орташаланған қисығына жүргізілген уақыт осінің тангенсімен қиылысу нүктесі арасындағы уақыт кесіндісіне тең.



5.2 сурет - Өтпелі үрдіс көрсеткіштері

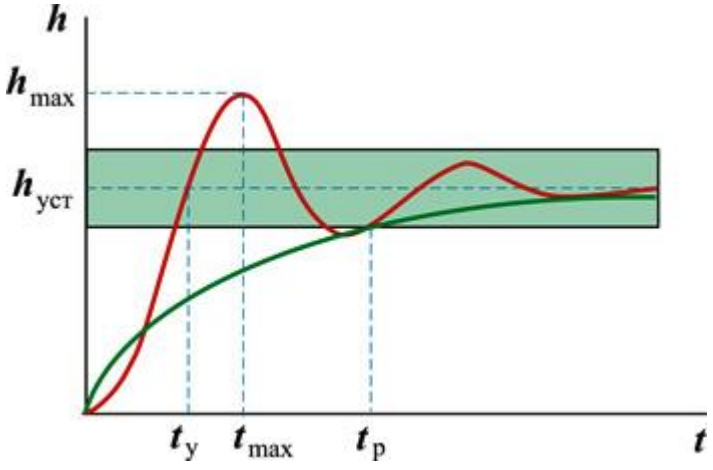
Қайта реттеу - бұл реттелетін шаманың жаңа орныққан мәннен максималды ауытқуы. Әдетте бірінші максимум-ең үлкен мәнде болады. Салыстырмалы қайта реттеу келесі теңдеумен анықталады:

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{қал.}}{h_{қал.}}. \qquad (5.4)$$

Реттеу және қайта реттеу уақыты, өтпелі үрдістердің негізгі көрсеткіштері бір-бірімен тығыз байланысты. Бір қарағанда, шамадан тыс реттеу қолайсыз болып көрінуі мүмкін, өйткені ол реттеу уақытын арттырады.

Алайда, қайта реттеу автоматты жүйенің жаңа тұрақты күйге белгілі бір жылдамдықпен сәйкес келетіндігіне байланысты пайда болады, ол тангенс бұрышының тангенсімен сызба түрде көрінеді. Бұл жылдамдық неғұрлым көп болса, реттелетін шама инерция арқылы жаңа тұрақтылыққа өтеді. Сонымен, қайта реттеуді азайту үшін жүйенің жаңа күйге келетін жылдамдығын азайту қажет. Бұл, реттеу уақытының ұлғаюына әкеледі. Егер реттелетін мән нөлдік

жылдамдықпен белгіленген мәнге сәйкес келсе, онда ешқандай түзету болмайды, бірақ реттеу уақыты айтарлықтай артады.



5.3 сурет – Өтпелі сипаттамалардың өзгерісі

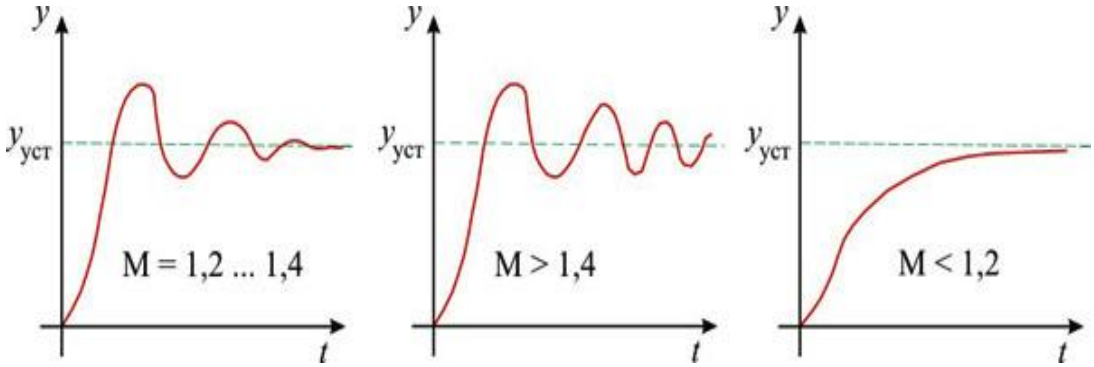
Үлкен қайта реттеумен және қайта реттеу болмаған кезде өтпелі функцияның сызбасы 5.3-суретте көрсетілген.

Реттеу уақыты жүйенің жұмысын сипаттайтындықтан, олар қажет болған жағдайда оны азайтуға тырысады. Бұл дегеніміз, автоматты жүйе жоғары жылдамдықпен алдын-ала әсер етуі керек, бұл нәтижесінде түзетуге әкеледі. Өтпелі үрдіс тербелмелі болғандықтан, реттелетін шаманың үлкен үдеулері болады, бұл автоматты жүйенің жеке байланыстарының қолайсыз үлкен динамикалық жүктемелерін тудыруы мүмкін. Сондықтан олар 20% шегінде қайта реттеуге мүмкіндік береді. Кейбір автоматты жүйелер үшін шамадан тыс реттеу мүлдем қолайсыз.

Реттеу және қайта реттеу уақытының сандық мәндері көбінесе түзету құрылғыларын синтездеу үшін бастапқы деректер ретінде беріледі, өйткені соңғысын дұрыс таңдау және келтіру өтпелі үрдістегі реттелетін шаманың қажет емес тербелістерін басуды қамтамасыз етеді. Реттеу уақытын азайтуға деген ұмтылыс атқарушы құрылғылардың қуатын арттыруға әкеледі.

Тербеліс дәрежесі тұрақтылық қорын бағалау және реттеу сапасын бағалау үшін қолданылады. Тербеліс дәрежесі өтпелі үрдістің ең баяу өшетін аумағын ыдырауын сипаттайды.

Автоматты жүйенің тербеліс дәрежесі w = 0 жиіліктегі интегралды кіріс модуліне кесу жиілігінде тұйық автоматты жүйенің интегралды кіріс модуліне қатысты бағаланады. Өтпелі үрдістің қанағаттанарлық ағымы үшін автоматты жүйеде 1,2 ... 1,4 шегінде кешенді күшейту модулінің коэффициенті болуы керек.



5.4 сурет – Өтпелі сипаттамалар

Тұрақтылық қоры неғұрлым аз болса, автоматты жүйенің тербелістерге бейімділігі соғұрлым жоғары болады және реттелетін мәннің амплитудасының резонанстық шыңдары соғұрлым жоғары болады. Тербеліс көрсеткішінің ең жоғарғы рұқсат етілген мәндері автоматты жүйелерді пайдалану тәжірибесі негізінде айқындалады. Жақсы демпфирленген автоматты жүйелерде тербеліс көрсеткіші 1,1...1,2 мәндерінен аспауы керек, бірақ кейбір жағдайларда 2,0... 2,2-ге дейін рұқсат етілуі мүмкін.

Кешенді күшейткіш коэффициентінің модулінің үлкен мәндерінде тербеліс үрдісі баяу өшеді. Кешенді күшейткіш коэффициентінің модулінің мәні 1,2-ден аз болған кезде, тербеліс үрдісі апериодтық болады және автоматты жүйенің жылдамдығы төмендейді.

Автоматты жүйенің тербеліс индикаторын табу үшін амплитудалық жиілік сипаттамасын құрудың немесе максималды өтпелі сипаттаманы табудың қажеті жоқ. Ажыратылған автоматты жүйенің амплитуда-фазалық сипаттамасының түрі бойынша тербеліс көрсеткішін табуға мүмкіндік беретін әдістер бар, олар фазалық жиілік сипаттамасы үшін тыйым салынған аймақты құруды қамтиды.

Тербеліс көрсеткіші берілген мәннен аспауы үшін фазалық жиілік сипаттамасы осы аймаққа енбеуі керек. Тербеліс көрсеткішінің ыңғайлылығы сонымен қатар мұндағы тұрақтылығық қорының орнықтылығы автоматты жүйелердің кең класы үшін салыстырмалы түрде шегі 1,1 ... 1,5 аралықта болатын бір санмен сипатталады.

Автоматты жүйелердің сапасын уақытша сипаттамалары бойынша бағалау өте көрнекі және орындалған жүйелер үшін тәжірибе түрінде жүргізілуі мүмкін, бұл уақытша сапа көрсеткіштерінің артықшылығын көрсетеді.

Жаңадан жобаланған автоматты жүйелер үшін сапаның уақытша көрсеткіштері ыңғайлы емес, өйткені олар жоғары деңгейлі автоматты жүйелер үшін өте күрделі есептеу міндеті болып табылатын өтпелі сипаттамаларды есептеуді қажет етеді. Тұйық жүйенің сипаттамалық теңдеуінің және жиілікті сипаттамаларының түбірлерін анықтау оңай, сондықтан сапаның уақыттық өлшемдерімен қатар тұйық автоматты жүйенің сипаттамалық теңдеуінің түбірлерін және жиілік сипаттамаларын есептеуге негізделген жанама сапа критерийлері кеңінен қолданылады.

Өтпелі үрдістердегі реттелетін шаманың тербелістер саны автоматты жүйенің жұмыс сапасын тікелей тәжірибелі немесе есептелген қисықтармен, сондай-ақ кез келген басқа динамикалық параметрлермен бағалайды.

Жанама бағалау әдістері. Өтпелі үрдістің сапасын жан-жақты бағалау өтпелі функцияның сызбасы бойынша жүзеге асырылады, оны есептеу және құру өте күрделі және қиын болып табылады. Осыған байланысты сұрақ туындайды: өтпелі кезеңнің барлық мәліметтерін білу керек пе? Шын мәнінде, тәжірибелік мәселелерді шешу үшін өтпелі функцияның белгілі бір пішінін дәл сақтау қажет емес, сондықтан сапаның барлық тікелей көрсеткіштерін білудің қажеті жоқ. Осылайша, белгілі бір қиындықтармен өтпелі функцияның сызбасын құра отырып, біз автоматты реттеу техникасындағы есептеулер үшін қажет болғаннан әлдеқайда көп мәліметтер аламыз. Сондықтан реттеу сапасын зерттеу кезінде өтпелі қисықты құру әрдайым қажет емес. Мәселенің бұл тұжырымы өтпелі үрдістердің бағалаудың жанама әдістерін іздеуге әкеледі.

Жанама бағалау дегеніміз өтпелі үрдістің жеке жақтарын сипаттайтын кейбір сандар. Бұл сандарды өтпелі сызбасыз салыстырмалы түрде қарапайым құралдармен табуға болады. Жанама бағалаудың үлкен артықшылығы автоматты жүйе параметрлерінің оның динамикалық қасиеттеріне әсерін белгілі бір дәрежеде бағалауға мүмкіндік береді.

Өтпелі үрдістердің сапасы туралы бірнеше жанама бағалаулар бар:

1. Жиілікті сипаттамалары бойынша бағалау;
2. Интегралдық бағалау;
3. Автоматты жүйелердің сезімталдығы.

Жиілікті сипаттамалары бойынша бағалау.

Тұйық автоматты жүйенің жиілікті сипаттамалары бойынша өтпелі үрдісті қалай бағалауға болатынын қарастырамыз. Сапаның жиілік критерийлері өтпелі үрдістің түрін қарастырмайды, бірақ автоматты жүйенің кейбір жиіліктік қасиеттеріне негізделген. Сапаның жиілік критерийлері жиіліктік есептеу әдістерін қолдану кезінде ыңғайлы, өйткені бұл мәселенің қарапайым шешімі болып табылады.

Жиілік критерийлері тұрақтылық қорын бағалауға қатысты анағұрлым дамыған. Тұрақтылық қорын ажыратылған автоматты жүйенің амплитуда-фазалық сипаттамасын (-1, 0j) нүктеден алып тастау арқылы анықтауға болады. Осы мақсатта амплитуда бойынша тұрақтылық қоры және фазадағы тұрақтылық қоры туралы ұғымдар енгізіледі.

Өтпелі үрдістерді талдаудың жиілік әдісін қолданған кезде бастапқы деректер негізінен тәжірибелік жиілік сипаттамалары болуы мүмкін. Бұл әдіс келесідей мүмкіндіктерді береді:

- түзету құрылғыларының динамикасы мен синтезін толық талдау;
- автоматты жүйенің өзіндік ерекшелігін ескеру, бұл оларды ажыратылған күйде талдау, тұйық жүйеге қарағанда оңайырақ екенідгін көрсетеді;

- тек шоғырланған ғана емес, сонымен бірге бөлінген параметрлері бар бір тізбекті, көп тізбекті кез келген ретті автоматты жүйелердегі өтпелі үрдістердің тұрақтылығы мен реттеу сапасына талдау жасау;

- үздіксіз өзгеретін әсерлермен автоматты жүйелерді талдау және синтездеу мәселелерін шешу.

Тұйық автоматты жүйенің жиіліктік сипаттамалары мен өтпелі үрдістерінің сапа көрсеткіштері арасындағы байланыс Фурье түрлендіруін қолдана отырып бағаланады. Ол бастапқы шарттар мен қолданылатын әсерлерді ескере отырып, дифференциалдық теңдеулер негізінде жалпыланған жиілік сипаттамалары деп аталатын кейбір функцияларды алуға мүмкіндік береді.

Сыртқы әсерлердің кең класы үшін жалпыланған координатаның немесе реттелетін x(t) шамасының өзгеруі:

$$x(t) = x_{\infty}(t) + \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} P(\omega)cos\omega t d\omega; \quad (5.5)$$

$$x(t) = x_{\infty}(t) + \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} Q(\omega)sin\omega t d\omega; \quad (5.6)$$

Бір сатылы әсер ету және нөлдік бастапқы жағдайларда жабық автоматты жүйенің өтпелі сипаттамалары келесідей өрнектеледі:

$$h(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} \frac{P(\omega)}{\omega} sin\omega t d\omega; \quad (5.7)$$

$$h(t) = P(0) + \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} \frac{Q(\omega)}{\omega} cos\omega t d\omega. \quad (5.8)$$

Кейбір жағдайларда h (t) типтік үрдістердің номограммалары бойынша есептелуі мүмкін.

Нөлдер мен полюстердің таралуы сипаттамалық теңдеумен сипаттауға болатын өтпелі үрдістің сапасына үлкен әсер етеді:

$$Y(p) = \frac{b_m(p-\lambda_1)(p-\lambda_2)\ldots(p-\lambda_m)}{a_n(p-\varphi_1)(p-\varphi_2)\ldots(p-\varphi_n)}. \quad (5.9)$$

мұндағы λ_1, φ_1 - сипаттамалық теңдеудің түбірлері.

Бұл теңдеуден сипаттамалық теңдеудің түбірлері мен нөлдері автоматты жүйенің өтпелі үрдісінің әрекетін анықтайды. Сипаттамалық теңдеудің шешімінен осы теңдеудің түбірлері жорамал осінің сол жағында неғұрлым алыс болса, автоматты жүйеде өтпелі үрдістер соғұрлым тез аяқталады. Автоматты жүйе орнықтылық шекарасына жақындаған кезде сипаттамалық теңдеудің түбірлері кешенді жазықтықта жорамал осіне қарай жылжиды.

Тұрақтылық шекарасында бір нақты түбір немесе екі кешені жорамал осіне шығады, ал автоматты жүйенің тұрақсыз күйге одан әрі ауысуымен олар

оң жарты жазықтыққа ауысады. Автоматты жүйелердің сапа көрсеткіштерінің бірі сол жақ жартылай жазықтықта орналасқан тұйық автоматты жүйенің сипаттамалық теңдеуінің түбірлерін жорамал осінен алып тастау дәрежесі.

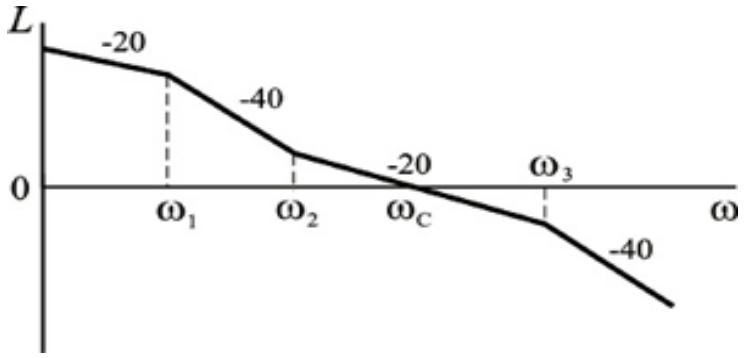
Шығыс сигналы кез келген уақытта кірісті дәл көшіреді делік. Онда тұйық автоматты жүйенің беріліс функциясы W(p) = 1, ал тиісті амплитудалық жиілік пен фазалық жиілік сипаттамалары да бірге тең. Басқаша айтқанда, мәжбүрлі тербелістердің барлық жиіліктерінде шығыс сигналының амплитудасы кіріс амплитудасына тең, ал олардың арасындағы фазалық ығысу нөлге тең.

Алайда, бұл шарттар автоматты жүйенің барлық байланыстары инерциясыз болған жағдайда ғана орындалуы мүмкін. Сондықтан, автоматты жүйенің инерциясына байланысты, оның байланыстарының тұрақты уақыты көрсетілген, көрсетілген шарттар 0 < w < w1 төменгі жиіліктердің шағын аймағында орындалады. Жиіліктің одан әрі жоғарылауы автоматты жүйе өзінің инерциясына байланысты жоғары жиіліктердің тербелістеріне төтеп бере алмайды. Демек, шығыс сигналы кіріс сигналы фазасынан кешігеді.

Амплитуда жиіліктік сипаттамаларының мәні жоғары болған сайын, өтпелі үрдіс тербелісі жоғары болады. w жиілігіндегі кезіндегі максималды амплитуданың нөлдік жиіліктегі амплитудаға қатынасы тербеліс көрсеткіші деп аталады. Әдетте бұл мән M = 1,2 ... 1,5 кіші мәндерінде жүйеде үлкен реттеу уақыты бар екендігін көрсетеді, ал M үлкен мәнде болғанда қайта реттеу жоғарылайды және автоматты жүйе тұрақтылық шекарасына жақындайды.

Автоматты жүйелерді талдау және синтездеу кезінде ажыратылған автоматты жүйелердің логарифмдік амплитудалық жиілік сипаттамалары (ЛАЖС) жиі қолданылады. Бізге белгілі болғандай, осы сипаттамалар жүйенің тұрақтылығын бағалайды. Алайда, ең бастысы, оларды өтпелі үрдістердің сапасы мен реттеудің сапасы туралы бағалауға болады. Сонымен қатар, тұрақтылықты зерттеу үшін екі сипаттама болуы керек - амплитудалық және фазалық, онда реттеу сапасын тек бір амплитудалық сипаттамамен бағалауға болады.

Есептеулермен реттеудің қанағаттанарлық сапасы үшін орташа жиіліктер аймағы ($w_2 < w < w_3$) ЛАЖС - 20 дБ/дек болуы тиіс екендігі анықталды. Өтпелі үрдістің қолайлы сапасы, егер бұл бөлімнің ұзақтығы шамамен декадаға тең болса орындалады.



5.5 сурет – Логарифмді амплитуда жиіліктік сипаттама

Типтік логарифмдік амплитудалық жиілік сипаттамасының көлбеуі жоғарылаған сайын өтпелі үрдістің тербелісі төмендейді. Өтпелі үрдіс уақыты w_C кесу жиілігіне байланысты: кесу жиілігі неғұрлым көп болса, өтпелі үрдіс уақыт соғұрлым аз болады.

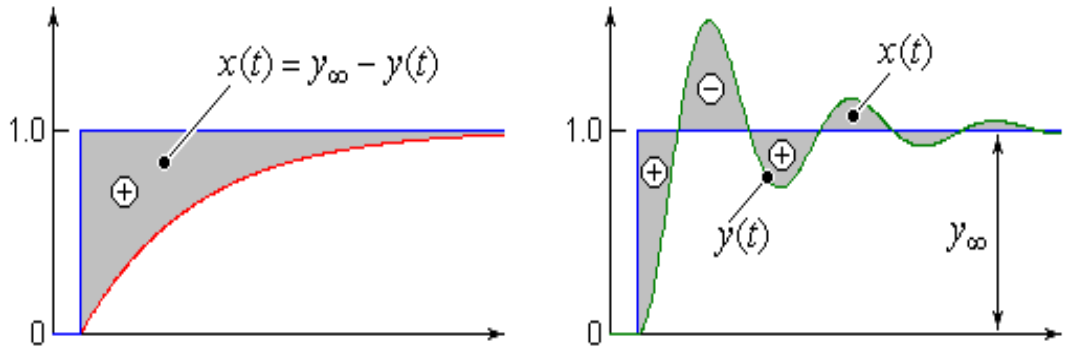
Интегралды бағалау, бұл қатеден тұратын кейбір өтпелі функциясынан алынған белгілі бір интеграл және өшу жылдамдығын, сондай-ақ реттелетін шаманың жиынтығын жеке-жеке анықтамай-ақ жалпы бағалауға мүмкіндік береді. Әдетте интегралды бағалау астатикалық жүйелер үшін қолданылады. Бұл автоматты жүйелерде бір реттік әсер ету кезінде орнатылған қате нөлге тең, ал қатенің өтпелі кезеңіе (t) = x (t) - y (t) автоматты жүйесінің қатесіне тең.

Қарапайым интегралдық бағалау интеграл болып саналады:

$$J = \int_0^\infty \varepsilon(t)dt. \qquad (5.10)$$

Тұрақты автоматты жүйеде бұл интегралдың соңғы мәні болады. Геометриялық тұрғыдан алғанда, бұл реттелетін шаманың ауытқуы үшін салынған өтпелі үрдіс қисықтың астындағы аудан болады. Аудан неғұрлым аз болса, өтпелі үрдіс соғұрлым тез сөніп, ауытқу мөлшері соғұрлым аз болады. Сондықтан автоматты жүйенің параметрлерін осы интегралды бағалаудың минимумына қол жеткізу үшін таңдау ұсынылады.

Интегралды бағалаудың қолайсыздығы: x ауытқу белгісі өзгермеген кезде монотонды үрдістер үшін ғана жарамды. Егер тербелмелі үрдіс болса, онда интегралды есептеу кезінде аймақтар алгебралық түрде болады және бұл интегралдың минимумы шамалы өшу немесе мүлдем өшу жоқ ауытқуларға сәйкес келуі мүмкін. Өйткені автоматты жүйелерді есептеу кезінде өтпелі үрдіс пішіні белгісіз болуы мүмкін, онда интегралды бағалауды қолдану іс жүзінде мүмкін емес.



5.6 сурет – Интегралды бағалау көрсеткіштері

Біртекті және тербелмелі өтпелі үрдістердің қатесі мен өтпелі функциясы. Бұл жағдайда келесі интегралды бағалау қолданылады:

$$J = \int_0^\infty |\varepsilon(t)|dt. \qquad (5.11)$$

Бұл интегралды есептеу көп жағдайда айтарлықтай қиындықтар туғызады.

Жоғарыда айтылғандарды ескере отырып, «квадраттық реттеу аймағы» деп аталатын монотонды және тербелмелі өтпелі үрдістерді квадраттық интегралды бағалауға көшкен жөн.

$$J = \int_0^\infty \varepsilon^2(t)dt. \qquad (5.12)$$

Бұл қате белгісіне тәуелсіз, демек, өтпелі үрдіс қисығының сипатына байланысты емес. J мәні неғұрлым аз болса, үзік сызықты аудандардың қосындысы соғұрлым аз болады, яғни, өтпелі үрдіс реттелетін шаманың идеалды секіруіне жақындаған сайын, беру әсерінің немесе ауытқу әсерінің өзгерісін байқауға болады. Көбінесе әдебиетте сапаны мұндай бағалау квадраттық динамикалық реттеу қателігі деп аталады.

Өтпелі үрдіс идеалға жақындатуға деген ұмтылыс нәтижесінде тұрақты мәнге жақындаған кезде реттелетін шаманың өзгеруінің жоғары жылдамдығы алынады, бұл үлкен ауытқуды тудырады.

Квадраттық интегралды бағалауды реттеу қатесін ғана емес, оның өзгеру жылдамдығын да ескере отырып жақсартуға болады. Мұндай интегралдың түрі:

$$J = \int_0^\infty \left[\varepsilon^2(t) + \dot{\varepsilon}^2(t)\right]dt. \qquad (5.13)$$

Қатені және оның алғашқы туындысын ғана емес, сонымен қатар жоғары реттік туындыларын ескеретін күрделі интегралды бағалаулар да қолданылады. Кез келген интегралды бағалау кезінде өтпелі үрдіс сапасы неғұрлым жақсы болса, сәйкесінше интегралдың мәні соғұрлым аз болады.

Өтпелі үрдістердің сапасын интегралды бағалаудың жалпы кемшілігі: өтпелі үрдіс қисығының пішіні шектелмейді. Пішіні мүлдем басқа өтпелі үрдістерде квадраттық интегралды бағалаудың бірдей мәні бар екендігі белгілі болды. Бұл бағалаудың минимумында таңдалған автоматты жүйенің параметрлері тербелмелі үрдіске сәйкес келеді, өйткені үрдісті идеалды секіруге жақындатуға деген ұмтылыс белгіленген мәнге жақындағанда координаталардың өзгеру жылдамдығын арттырады. Бұл интегралды бағалау тек ауытқу мөлшері мен ыдырау жылдамдығын ескеретіндігімен және автоматты жүйенің тұрақтылық шекарасына жақындығын ескермеуімен байланысты.

Автоматты жүйелердің сезімталдығы. Автоматты жүйе параметрлерінің нақты мәндері әрдайым есептеуден ерекшеленеді. Бұған жеке элементтерді өндірудің дәл еместігі, сақтау және пайдалану кезіндегі параметрлердің өзгеруі, сыртқы жағдайлардың өзгеруі және т. б. себеп болуы мүмкін.

Параметрлердің өзгеруі автоматты жүйенің статикалық және динамикалық қасиеттерінің өзгеруіне әкелуі мүмкін. Бұл жағдайды автоматты жүйені жобалау және конфигурациялау кезінде алдын-ала қарастырған жөн.

Жеке параметрлердің өзгеруінің автоматты жүйенің әртүрлі сипаттамаларына әсер ету дәрежесі сезімталдық арқылы бағаланады.

Сезімталдық дегеніміз бір немесе басқа ауытқу кезінде жұмыс режимін өзгерту үшін автоматты жүйенің қасиетін сипаттайтын белгілі бір көрсеткіш.

Сезімталдықты бағалау ретінде сезімталдық деп аталатын функциялар қолданылады, олар анықтайтын параметрдің өзгеруіне сәйкес автоматты жүйенің жеке координаталарының жартылай туындылары болып табылады.

Уақытша сипаттамалардың сезімталдық функциялары арқылы автоматты жүйе параметрлерінің есептік мәндерден шағын ауытқуларының тұтастай автоматты жүйенің уақытша сипаттамаларына әсері бағаланады.

Сезімталдық функциясын анықтау кезінде келесі ұғымдар қолданылады:

- бастапқы жүйе - бұл барлық параметрлер есептелген мәндерге тең және өзгерісі жоқ автоматты жүйе. Бұл жүйе негізгі қозғалыс деп аталатын жүйеге сәйкес келеді;

- өзгермелі жүйе - параметрлердің өзгеруі бар автоматты жүйе. Оның қозғалысы әртүрлі өзгерістен тұратын қозғалыс деп аталады.

Қысқарған сөздер тізімі

АБ - автоматты басқару
АБҚ - автоматты басқару құрылғысы
АБЖ - автоматты басқару жүйесі
АР - автоматты реттеу
АРЖ - автоматты реттеу жүйесі
АРҚ - автоматты реттеу құрылғысы
БН - басқару нысаны
БҚ - басқару құрылғысы
ЕМ - есептеу машинасы
ЕҚ - есептеу құрылғысы
ОҚ - орындау құрылғысы
К - күшейткіш
КБ - кері байланыс
КО - комбинация орамасы
ҚО - қоздыру орамасы
ПББ - параметрлерді баптау блогына
Р - реттеуіш
РҚ - реттеу құрылғысы
РН- реттеу нысаны
СЭ – салыстыру элементі
Н - нысан
ӨҚ - өлшеу құрылғысынан

Әдебиеттер тізімі

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб. : Изд.-во «Профессия», 2004. – 752 с.
2. Лурье Б.Я., Энрайт П.Дж. Классические методы автоматического управления/под ред. А.А. Ланне. – СПб.: БХВ – Петербург, 2004. – 640 с.
3. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Политехника, 2005. – 302 с.
4. Цыба Ю.А., Сагитов П.И. Элементы теории автоматического управления: Учебное пособие. – Алматы: КАУ, 2006. – 144 с.
5. Бороденко В.А. Практический курс теории линейных систем автоматического регулирования: Учеб. пособие. – Павлодар: Изд-во ПГУ, 2007. – 200 с.
6. Яковлева В.Б. Теория автоматического управления. –М.: «Академия», 2009.
7. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. - СПб.: «Лань», 2010.
8. Цыба Ю.А., Шадхин Ю.И., Алмуратова Н.К. Нелинейные и цифровые системы автоматического управления: Учеб. пособие. –Алматы: АУЭС, 2013. – 96 с.
9. Цыба Ю.А. Автоматическое управление электромеханическими системами: Учебное пособие. – Алматы: АИЭС, 2008.– 77 с.
10. Управление автоматическими линиями с помощью ЭВМ / Крыленко В.В. и др. – М.: Машиностроение, 2002. – 152 с.
11. Станки с числовым программным управлением / Под ред. В.А. Лещенко. – М.: Машиностроение, 2003. – 592 с.
12. Ивоботенко Б.А. Козаченко В.Ф. Шаговый электропривод в робототехнике. – М.: МЭИ, 2005. – 104 с.

Назира Исламхановна Даримбаева
Жанар Жумакановна Тойгожинова

АВТОМАТТЫ БАСҚАРУ ТЕОРИЯСЫ

Оқу құралы

Редактор Изтелеуова Ж.Н.

Басылымға қол қойылды ___2022
Таралым 100 дана. Пішімі 60×84 1/16

Баспаханалық қағаз №2
Оқу- бас.ә. 7,0. Тапсырыс № _____
Бағасы 3500 теңге.

«Ғұмарбек Дәукеев атындағы АЭжБУ» КЕАҚ
Алматы қ., Байтұрсынов к., 126/1

«Ғұмарбек Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының көшірме-көбейту бюросы
Алматы қ., Байтұрсынов к., 126/1