Коммерциялық емес акционерлік қоғам

АЛМАТЫ ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС УНИВЕРСИТЕТІ

Ақпараттық қауіпсіздік жүйелері кафедрасы

ЭЛЕКТРОМАГНИТТІ ТОЛҚЫНДАРДЫ ТАРАТУ ТЕОРИЯСЫ ЖӘНЕ АНТЕННА ФИДЕРЛІК ҚҰРЫЛҒЫЛАРЫ

5В071900 – Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар мамандығының студенттеріне арналған есептер жинағы

Алматы 2019

ҚҰРАСТЫРУШЫ: Накисбекова Б.Р., Суйеубаев О.Б. Электромагнитті толқындарды тарату теориясы және антенна фидерлік құрылғылары. 5В071900 – Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар мамандығының студенттеріне арналған есептер жинағы. - Алматы: АЭжБУ, 2019. – 64 б.

Әдістемелік нұсқауда қысқаша теориялық мәліметтерді және «Электромагнитті толқындарды тарату теориясы және антенна фидерлік құрылғылары» пәні бойынша 3 курс студенттері үшін барлық жұмыстарды орындауға арналған мысалдар көрсетілген.

Сурет-15, кесте-2, әдеб. көрсеткіштері – 8 атау.

Пікір беруші: доцент Мусапирова Г.

«Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2018 жылғы жоспары бойынша басылады.

© «Алматы энергетика және байланыс университеті» КЕАҚ, 2019 ж.

Кіріспе

«Электромагнитті толқындардың таралу теориясы» курсы бойынша есептер жинағында классикалық релятивистік емес электродинамика қарастырылады. Сондай-ақ электромагнетизмнің жеке теориясы, негізгі түсінік – өріс кернеулігі, зарядтар мен тоқтар әр нарседен шығарылмайды, демек бұл есептер жинағы жоғарыда аталғандарға сәйкес шешімін табады. Сонымен қатар, біз үлкен жылдамдықта жылжып келе жатқан дененің жарық жылдамдығының аз жылдамдықта өтуі сияқты тәсілдерді де қолданамыз. Фидер жолдары мен әртүрлі антенналар параметрлерін есептеу мәселелерін шешу үшін негізгі формулалар мен қатынастар келтірілген. Жинаққа келесі тақырыптар бойынша есептер енгізілген: екі сымды, коаксиальды, жолақты және толқынды беріліс желілері, кіріс кедергілері және фидерлерді келісу, сызықтық антенналардың (вибраторлы, рамалы, саңылаулы, спиральді, диэлектрлік өзекшелі), апертуралық антенналардың (толқынды, рупорлы, айналы, линзалы) және антенна торларының параметрлерін есептеу. Әрбір бөлім келесі сұлба бойынша құрылған: есептік формулалар және ара қатынастар, типтік есептерді шешу мысалдары, өз бетінше шешу үшін есептер.

Макроскопиялық электродинамиканың негізгі жағдайымен келісе отырып, электромагниттік өріс (ЭМӨ) әрбір нүктеде, әрбір уақыт жағдайында төрт аймақпен анықталады:

1) $\overline{E}$ -электр өрісінің кернеулік векторы, В/м.
2) $\overline{D}$ -электрлік сығылудың векторы, Кл/м^2.
3) $\overline{H}$ - магниттік өрістің кернеулік векторы, А/м.
4) $\overline{B}$ -магнит индукциясының векторы, Тл. Бұл төрт вектордан басқа электромагниттік өрістің орындалуының тағы да екі көлемі бар: бос электрлік зарядтың тығыздығы ρ (А/м^2) және электрлік тоқтың тығыздығы $\bar{j}_{ПР}$ (Кл/м^3); олар өрістегі заряд және тоқ көздерімен сипатталады.

1 Векторлық талдаудың элементтері

Мақсаты: скалярлық және векторлық өріс – физикалық өрісті математикалық модель үлгісімен пайдалануды оқып үйрену.

1.1 Негізгі теориялық мәліметтер

Скалярлық және векторлық өрісі- физикалық өрісін сипаттау үшін олардың математикалық моделін қолданамыз. (x_1, x_2, x_3) координаты негізсіз жүйені φ скалярлық өрісі φ(x_1, x_2, x_3) түріне әкеледі, қабылданған сандық мән – комплекстік немесе анық болып табылады. *A* векторлық өрісі таңдалған координаттар жүйесінің бірлік векторына үш проекцияда беріледі [3]:

$$A = A_{x1}(x_1, x_2, x_3)1_{x1} + A_{x2}(x_1, x_2, x_3)1_{x2} + A_{x3}(x_1, x_2, x_3)1_{x3}.$$

Биіктік пен жылдамдықтың бағытталу сипаттамасы үшін кеңістіктегі скалярлық өрістің өзгеруіне мына өрісградиенті берілді:

$$\text{grad}\varphi = \frac{1}{h_1}\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}1_{x_1} + \frac{1}{h_2}\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}1_{x_2} + \frac{1}{h_3}\frac{\partial\varphi}{\partial x_3}1_{x_3}, \qquad (1.1)$$

мұндағы, h_1, h_2, h_3 – Лямэ коэффициенті, x_1, x_2 және x_3 коэффициенті бойынша, пропорционалдық коэффициент пен дифференциалды координат жиынтықтарының арасындағы және берілген нүктеде параллелепипедтің элементарлық бүйір шексіздігі.

Лямэ коэффициентінің мағынасына жиі қолданылатын координаталық жүйелерден мысал келтірейік:

- декарттық координат жүйесі (x, y, z):

$$h_x = h_y = h_z = 1;$$

- цилиндрлік координат жүйесі (r, φ, z):

$$h_r = 1, \qquad h_\varphi = r, \qquad h_z = 1;$$

- сфералық координат жүйесі (r, υ, φ):

$$h_r = 1, \qquad h_\upsilon = r, \qquad h_\varphi = r\sin\upsilon\ .$$

Нақты градиентті келесі өрнекпен есептейді:

- декарттық координат жүйесі:

$$\text{grad} = \frac{\partial}{\partial x}1_x + \frac{\partial}{\partial y}1_y + \frac{\partial}{\partial z}1_z;$$

- цилиндрлік координат жүйесі:

$$\text{grad} = \frac{\partial}{\partial r}1_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}1_\varphi + \frac{\partial}{\partial z}1_z;$$

- сфералық координат жүйесі:

$$\text{grad} = \frac{\partial}{\partial r}1_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \upsilon}1_\upsilon + \frac{1}{rsin\upsilon}\frac{\partial}{\partial \varphi}1_\varphi.$$

А векторлық өріс дивергенциясын белгілі бір дифференциялдық жүйемен анықтаймыз:

- декарттық координат жүйесі:

$$\text{iva} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}; \qquad (1.2)$$

- цилиндрлік координат жүйесі:

$$\text{divA} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}; \qquad (1.3)$$

- сфералық координат жүйесі:

$$\text{divA} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r) + \frac{1}{rsin\varphi}\frac{\partial}{\partial v}(sinvA_v) + \frac{1}{rsinv}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}\ . \qquad (1.4)$$

Еркін ортогоналдық қисық сызықты координаттық жүйесі:

$$\text{divA} = \frac{1}{h_1h_2h_3}\left[\frac{\partial}{\partial x_1}\left(h_2h_3A_{x_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(h_1h_3A_{x_2}\right) + \frac{\partial}{\partial x_3}\left(h_1h_2A_{x_3}\right)\right]. \qquad (1.5)$$

Проекциялық роторда векторлық өрісі мынадай түрде болады:

$$(\text{rotA})_\text{x} = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z};$$

$$(\text{rot A})_\text{y} = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}; \qquad (1.6)$$

$$(\text{rot A})_\text{z} = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y};$$

- цилиндрлік координат жүйесі:

$$(\text{rotA})_\text{r} = \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z};$$

$$(\text{rot A})_\varphi = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}; \qquad (1.7)$$

$$(\text{rotA})_\text{z} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right];$$

- сфералық координат жүйесі:

$$(\text{rotA})_\text{r} = \frac{1}{rsinv}\left[\frac{\partial}{\partial v}(sinvA_\varphi) - \frac{\partial A_v}{\partial \varphi}\right];$$

$$(\text{rot A})_{\text{v}} = \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin sin\, v}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r}\right]; \qquad (1.8)$$

$$(\text{rot A})_{\varphi} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_v) - \frac{\partial A_r}{\partial v}\right].$$

A векторлық өрістегі ротор Лямэ коэффициенті мен шығу өрісі проекциясы арқылы еркін координат жүйесін тудырады:

rot A=[∇ A].

$$\frac{1_{x_1}}{h_2 h_3}\left[\frac{\partial (h_3 A_{x_3})}{\partial x_2} - \frac{\partial (h_2 A_{x_3})}{\partial x_3}\right] + \frac{1_{x_2}}{h_1 h_3}\left[\frac{\partial (h_1 A_1)}{\partial x_3} - \frac{\partial (h_3 A_{x_3})}{\partial x_1}\right] + \frac{1_{x_3}}{h_1 h_2}\left[\frac{\partial (h_2 A_{x_2})}{\partial x_1} -- \frac{\partial (h_1 A_{x_1})}{\partial x_2}\right], \qquad (1.9)$$

Дифференциалдық операцияны скалярмен және векторлық өріспен, Гамильтон операторымен жазу ыңғайлы болып есептеледі ∇. Анықталуы бойынша:

$$\text{grad U} = \nabla \text{ U}, \qquad \text{div A} = \nabla \text{ A}, \qquad \text{rot A} = [\nabla \text{ A}]. \qquad (1.10)$$

Декарттық координат жүйесі Гамильтон операторында мынадай символдық вектор бар:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} 1_x + \frac{\partial}{\partial y} 1_y + \frac{\partial}{\partial z} 1_z. \qquad (1.11)$$

Екінші қатарлы дифференциалды векторлы операциясынан кең электродинамикалық операторды қолданады ∇^2, А векторлы өрісі заңдылығымен байланысу арқылы былай жазылады:

$$\nabla^2 \text{A} = \text{grad div A} - \text{rot rot A}. \qquad (1.12)$$

Екінші қатарлы дифференциалдық операция скалярлық өріспен қозғалады, Лаплас операторымен беріледі:

$$\nabla^2 = \Delta = \text{div grad}.$$

Әртүрлі координаттық жүйедегі Лаплас операторы келесі түрде жазылады:

- декарттық координат жүйесі:

$$\nabla^2 \text{U} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}; \qquad (1.13)$$

- цилиндрлік координат жүйесі:

$$\nabla^2 \text{U} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}; \qquad (1.14)$$

- сфералық координат жүйесі:

- $^2U=$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial U}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin sin\ v}\frac{\partial}{\partial v}(\sin sin\ v\ \frac{\partial U}{\partial v})+\frac{1}{r^2\sin sin\ v}\frac{\partial}{\partial v}\left(sinv\frac{\partial U}{\partial v}\right)+\frac{1}{r^2 sin^2 v}\frac{\partial^2 U}{\partial\varphi^2}\ .$$

(1.15)

Графикалық суреттерде векторлық өріс күш сызығымен құрылуы тиіс. Күш сызығының әрбір векторлық өрісі өзіне байланысты. Мұнда үдемелі өрісі үлкен, күш сызығы көбірек кездеседі кейде керісінше болады [3].

1.2 Типтік есептерді шешу жолдары

Декарттық координаттық жүйеде векторлық өрістің *A* проекциясы әрбір нүктеде тұрақты: $A_x = A_0$, $A_y = B_0$, $A_z = 0$.

Векторлық өрісте күш сызығының суретін құру.

Ш е ш і м і: бірден бір декарттықты құраушы векторлық өрісінде болмауы, күш сызығы жазық қисықтықты болуы, жазықтықта жатуы, параллельді жазықтық *xy* болып саналады. Векторлық өріс күш сызығының әрбір нүктесіне қатысты болады, осыдан күш сызығының дифференциалды теңестірілуі шығады:

$$dx/A_0 = dy/B_0, \qquad (1.16)$$

екі тікбұрышты үшбұрыштың катеттері *dx, dy* және A_0, B_0 сәйкес. Жалпы интегралды теңестірілу (1,16) мынадай түрге ие:

$$y = (B_0/A_0)x + C,$$

мұндағы С – еркін тұрақты.

Күштік сызықтық өріс бір параметрлік тікбұрышты коэффициентік осі *x*, B_0/A_0 тең.

1.3 Есептер

1.3.1 Декарттық координат жүйесі бір ғана А векторлық өрісімен құрастырылады $A_z = 3y^2$.

1.3.2 Сфералық координат жүйесі $A = r1_r$. векторлық өріспен белгіленеді. Скалярлық өрісті анықтау керек div А. Векторлық өрісінің күштік сызығының суретін сапалы орындау.

Жауабы: div А = 3.

1.3.3 Сфералық координат жүйесі А векторлық өрісіне бір ғана *r*-мен құралады және $A_r = f(r)$. А өрісінің дивергенциясы нольге тең болғанда *f(r)* функциясы қандай болуы керек? Күштік сызықты өрісінің суретін тұрғызу керек.

Жауабы: $f(r) = a/r^2$, мұндағы *a* –тұрақты.

1.3.4 Цилиндрлік координат жүйесі: $A_r = 10/r^2$, $A_\varphi = 0$, $A_z = 0$ болғанда, А векторлық өрісіндегі дивергенция мен роторды анықтау керек.

Жауабы: div A = -10/r^3, rot A = 0.

1.3.5 Сфералық координат жүйесі A_φ = 8*r*exp (10r) болғанда, A векторлық өрісіндегі дивергенция мен роторды анықтау керек.

Жауабы: div A = 0, rot A = 16(1-5*r*) exp (-10*r*) 1_φ.

1.3.6 Векторлық талдаудың келесі үйлесімін табыңыз (φ мен A – еркін дифференциялдық скалярлы және векторлық өрісі):

$$\text{div rot } A = 0;$$

$$\text{rot grad } \varphi = 0;$$

$$\text{rot } (\varphi A) = [\text{grad } \varphi A] + \varphi \text{ rot } A;$$

$$\text{div } (\varphi A) = \text{grad } \varphi A + \varphi \text{ div } A;$$

$$\text{grad } (\varphi_1 \varphi_2) = \varphi_1 \text{ grad } \varphi_2 + \varphi_2 \text{ grad } \varphi_1.$$

1.3.7 A векторлық өрісі, барлық нүктеде қанағаттандырып қарастырылатын аймақ div A = 0 *соленоидальды* деп аталады (өріс көзінсіз). Шартты орнау кезінде rot A = 0, A өрісі *потенциалды* векторлық өріс деп аталады. Егер мұндай өріс күшті сипаттаса, материалдық нүктеге сәйкес, сыртқы күштің жұмысы тексеру кезінде жабық контурда нөлге тең болады.

Декарттық координат жүйесі A векторлық өрісте $A_y = 15x^2$.

Қандай өрісте екенін тексеру керек: а) соленоидты; б) потенциалды.

1.3.8 φ скалярлық өріс декарттық координат жүйесінде $\varphi = 3x^2y \cos z + 2z^2$ өрнектелген.

grad φ векторлық өрісті есептеу керек.

Жауабы: $\text{grad } \varphi = 6xy \cos z 1_x + 3x^2 \cos z \, 1_y + (2z - 3x^2 y \sin z) \, 1_z$.

2 Статикалық және стационарлық электромагниттік өріс

Мақсаты: статикалық және стационарлық электромагниттік өрісті оқып үйрену, Максвелл теңдеулері.

2.1 Теориядағы негізгі мәліметтер

Математикалық сипаттама үшін электромагниттік өрістің шығу жүйелерінде уақыт бойынша Максвелл теңдеулерінің барлық мүшелері нөлге теңестірілу қажет. Нәтижесінде келесі түрде дифференциалдық теңдеулерімен бейнеленеді [3]:

$$\text{rot } E = 0;$$

$$\text{div } D = \rho; \qquad (2.1)$$

$$\text{rot } H = J_э;$$

$$\text{div} B = 0. \qquad (2.2)$$

Вакуумдағы нүктелі заряд *q* сфералық симметриялықтың потенциалға бөлгенге тең:

$$\varphi_э(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} . \quad (2.3)$$

Егер шектелген V облысының ішіне электрлік зарядының ρ көлемінің барлығы таралса, онда принциптің негізі суперпозицияны анықтаумен Пуассон теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$\varphi_э = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a} \int_V \frac{\rho dV}{R} , \quad (2.4)$$

мұндағы R – бақылау және интегралданған нүкетелері арасында қиылатын ұзындығы.

Нүктелік зарядқа q, Е электростатикалық өріске араласқан күштің әсері:

$$F = qE. \quad (2.5)$$

Күштің өзара екі зарядталған q_1 мен q_2 нүктелері бір-бірінен r_{12} арақашықтықта қалса, Кулон заңымен анықтауға болады:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_a r_{12}} . \quad (2.6)$$

Электростатикалық өрісте энергияның көлемдік тығыздығы:

$$w_э = \frac{ED}{2} . \quad (2.7)$$

V көлемде жазылған энергия:

$$W_э = \frac{1}{2} \int_V EDdV . \quad (2.8)$$

2.2 Электрлі статикалық пен магнитті статикалық есептердің шығару амалдары

Электр өрісінің кернеулігі немесе скалярлық потенциал кеңістікте зарядтардың белгілі таралуы бойынша табылатын есептер қарапайым болып келеді. Егер таралу жазық, цилиндрлі немесе сфералық симметриялы болса, онда есептерді Гаусс заңы деп аталатын үшінші Маквелл теңдеуінің интегральды түрленуі негізінде шешеді:

$$\oint_S DdS = Q ,$$

мұндағы Q –шектелген тұйық S беті көлемінде орналасқан толық заряд.

Зарядтың симметриялық таралуы кезінде E (немесе D) векторы жобаланған беттің барлық нүктесінде модуль бойынша өзгермейді, сонымен қатар электростатикалық өрісте туатын зарядтар жүйесі де өзгермейді. Сондықтан интеграл асты функциясы түріндегі интегралда интеграл белгісі ретінде коэффициент енгізу керек.

Жалпы жағдайда әдіс скалярлы электростатикалық потенциалмен салыстыра отырып Пуассон және Лаплас теңдеулерін шешуге негізделген. Мұнда кеңістіктік симметрялы емес зарядтар жүйесіне негізделген өрістер туралы есепті соңына дейін шешуге болады.

Электрлі статикалық пен магнитті статикалықтың арасында көптеген ұқсастықтары бар, бірақ сипаттамалық айырмашылығы да бар. Егер кеңістіктің кейбір аймақтарында электр тогы болмаса, магнитті өріс құйынсыз (rot H = 0) болып табылады және аналог бойынша 2.3 скалярлы магниттік потенциалды өрісімен белгіленеді $\varphi_м$:

$$H = - \text{grad}\, \varphi_м. \qquad (2.10)$$

Біртекті ортада (μ_a = const) $\varphi_м$ потенциалы Лаплас теңдеуін қанағаттандырады.

Магнитті статика есептерінің спецификалық ерекшелігі көпбайланысқан облыстар үшін ток контурымен топологиялық тізбектелген скалярлы магнитті потенциал әдісі бойынша шешу болып табылады.

Магнитті статикалық байланыс есептерін шешудің басқаша тәсілі векторлы электрлік потенциалы $A_э$ түсінігімен байланысты болады, мұндағы магнитті индукция векторы келесі түрде белгіленеді:

$$B = \text{rot}\, A_э. \qquad (2.12)$$

Мұндай жағдайда Максвеллдің төртінші теңдеуі div B=0 автоматты түрде қанағаттандырылады:

$$\text{div}\, A_э = 0. \qquad (2.13)$$

Бұл кезде $A_э$ потенциалы Пуассон теңдеуінің векторлық шешімі болуы керек:

$$\nabla^2 A_э = -\mu_a J_э\,. \qquad (2.14)$$

Егер де токтар кейбір шектеулі көлем V ішінде болса, онда ол (2.10) аналогымен жазылады:

$$A_э = \frac{\mu_a}{4\pi} \int_V \frac{J_э dV}{R}\,. \qquad (2.15)$$

Егер магнитті статиканың нақты есептері цилиндрлі симмерияға ие болса, онда магнит өрісінің кернеуі айналма контурда тұрақты болады, оның

орталығы симметриялы осьте жатады. Мысал есептер ретінде шексіз түзу сызықты өткізгіштің магнитті өрісі туралы есептер бола алады. Олардың шешімі ретінде, егер L тұйық контурмен қамтылатын $I_{\Sigma I}$ толық ток

белгілі болса, толық ток заңы негізіндегі элементарлы тәсілдер болады [5]:

$$\oint_L Hdl = I_{\Sigma,} \quad . \tag{2.16}$$

Беттік қабатқа енген *магнитті ағын* Ф интеграл деп аталады:

$$\Phi = \int_S BdS \, . \tag{2.17}$$

Егер кейбір өткізгіш контур (мысалы, сымды жіп) осы контур арқылы өткен I тогы әсерінен магнитті ағынға Ф тізбектелген болса, онда жүйенің өздігінен индукциялану (индуктивтілік) коэффициенті:

$$L=\Phi/I \tag{2.18}$$

болады. N жіпті катушкасы бар кезде ағынды тізбек қарастырылады:

$$\Psi = N\Phi. \tag{2.19}$$

Бұл жағдайда катушканың индуктивтілігі:

$$\Delta = \Psi /I. \tag{2.20}$$

2.3 Типтік есептерді шешу жолдары

Ұзындығы 21 болатын түзу сызықтың кесінідісінің сызықты тығыздығы τ_q Кл/м болатын заряд біркелкі таралған.

Барлық кеңістіктегі скалярлы электрлі потенциалдың өзгеру заңдылығын анықтау керек.

Шешімі:цилиндрлік жүйенің координатын зарядтар таралған **G** кесіндінің z осіне сәйкес келетіндей енгіземіз, ал координат басы **G** кесіндісінің ортасы болуы керек. Ұзындықтың (-l, +l) интервалындағы әрбір элементі $dq= \tau_q dz$ зарядына ие. Егер координат элементінің ұзындығы $z=\zeta$ тең болса, онда қадағалау нүктесі *(r,z)* элементар заряды потенциал өрісінен пайда болады.

Суперпозиция принципін пайдалана отырып, қадағалау нүктесіндегі потенциалдық жиынтықты аламыз интегралдар кестесі бойынша соңғы жауабын анықтаймыз:

$$\varphi_э = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a} \int_V \frac{\rho dV}{R} \, ,$$

мұнда өлшемсіз парамерлар алынды A = г//, B — *rll.*

2.4 Есептер

2.4.1 Радиусы 5 см болатын зарядталған металды шар ауада орналасқан. Ауадағы электрлік ойық өріс кернеулігі 30 кВ/см болғанда пайда болады.

Ойықтың болмауын қамтамасыз ететін Заряд шарының рұқсат етілетін мөлшерін анықтаңыз.

Жауабы: $8{,}3\cdot10^{-7}$ Кл.

2.4.2 Металдан жасалған радиусы a = 2 см және b = 5 см болатын екі шексіз ұзын коаксиалды цилиндр бар. Цилиндрдің арасындағы кеңістік іші ауамен толған. Ішкі цилиндрдің потенциалы 5 В, ал сыртқы цилиндрдің потенциалды мәні нөлге тең. Айналасы r=4 см болатын электр өрісінің кернеуін анықтау керек.

Жауабы: 136 В/м.

2.4.3 Радиустары a мен b ($a<b$) екі цилиндрлерімен жасалған таралудың коаксальды сызығындағы электрлік тесікке сынақ жүргізіледі. Жүйеде ойық цилиндрлер арасындағы U_0 тең потенциалдардың айырмашылығынан пайда болатыны анықталды. Содан ішкі цилиндр потенциалы екі есеге қысқартылды. Жаңа жүйеде потенциалдардың қандай айырмашылығында ойық пайда болатынын анықтаңыз.

Жауабы: $U = U_0\left[\frac{ln2}{\ln ln\left(\frac{b}{a}\right)} + 1\right]$.

2.4.4 Шексіз металды жазықтық тығыздығы $4\cdot10^{-12}$ Кл/м^2 бетпен зарядталған. Абсолюттік диэлектрлік өткізгіштігі $\varepsilon_a=\varepsilon_0$ қабылдай отырып, барлық кеңістіктегі D мен E өрістерінің шамасын табу керек.

Жауабы: $D = \pm2\cdot10^{-12}\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$, $\text{E} = \pm0,226$ В/м (белгі бақылаудың қай жартылай кеңістігінде орналасқанына байланысты болады).

2.4.5 Радиус a болатын шексіз цилиндрлі өткізгіштікпен тығыздығы J тұрақты ток ағады. Өткізгіштің ішкі және сыртқы магнит өрісінің кернеуін анықтау қажет.

Жауабы:

$$H_\varphi = \{\frac{Jr}{2}\,(r\leq a)\,,\ \frac{Ja^2}{2r}\,(r > a)\,.$$

2.4.6 Ток тығыздығы $J = J_0 r/a$ заңдылығымен өзгереді деп болжам жасау арқылы 2.4.5 есепті шешіңіз.

Жауабы:

$$H_\varphi = \{\frac{J_0 r^2}{(3a)}\,(r\leq a)\,,\ \frac{J_0 a^2}{3r}\,(r > a)\,.$$

3 Жазық электромагниттік толқындар

Мақсаты: жазық электромагниттік толқынды зерттеу.

3.1 Негізгі теориялық мәліметтер

Жазық электромагниттік толқындар біртекті шексіз ортада болады. Гармониялық заң бойынша уақыт бойынша өзгеретін өрістер жағдайында Ė және *H* кешенді амплитудасы Гельмгольц теңдеуін қанағаттандырады:

$$\nabla^2 \dot{E} + \gamma^2 \dot{E} = 0; \qquad \nabla^2 H + \gamma^2 H = 0, \tag{3.1}$$

мұндағы $\gamma = \omega\sqrt{\tilde{\varepsilon}_a \tilde{\mu}_a} = \beta - j\alpha -$ кешенді таралу коэффициенті;

β – фаза коэфициенті немесе толқындар саны;

α – әлсіреу коэффициенті.

Максвеллдің бастапқы теңдеулері Е және Н арасында бірмәнді байланыс бергендіктен олардың біреуін ғана табу жеткілікті болады.

Егер ε_a және μа шамалары белгілі болса, онда β және квадраттық кешенді саннан түбір үшін өрнек арқылы α табуға болады [3]:

$$\sqrt{a \pm jb} = \pm\left(\sqrt{\frac{r+a}{2}} \pm j\sqrt{\frac{r-a}{2}}\right),$$

мұндағы $r = \sqrt{a^2 + b^2} -$ кешендік сан модулі;

$\sqrt{r+a}$ және $\sqrt{r-a}$ квадраттық түбірлерін оң мән деп қабылдауға болады.

Жоғары жиіліктерде көптеген орталардың магнитті қасиеттері әлсіз байқалады. Сондықтан практикалық мақсатта дәлдік дәрежені төмендегідей есептеу жеткілікті болады:

$$\mu_a = \mu_0.$$

Егер,

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_a' - j\varepsilon''_a = \varepsilon\varepsilon_0 (1 - jtg\delta_э),$$

болса, кешенді таралу коэффициенті:

$$\gamma = \beta - j\alpha = \omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon'_a}\sqrt{1 - jtg\delta_э}. \tag{3.2}$$

β фаза коэффициенті гармониялық тербелістің толқындар таралған кездегі өзгерісін сипаттайды. 2π рад-ға өзгерген фазалардың ара қашықтығын *толқын ұзындығы* деп атайды:

$$\lambda = 2\pi/\beta.$$

Тең фазалар жазықтығын *толқындардың фазалық фронты* дейді, ал осы жазықтықтардың араласу жылдамдығын – *фазалық жылдамдық* деп атайды:

$$\upsilon_ф=\omega/\beta. \qquad (3.3)$$

Әлсіреу коэффициенті және фаза коэффициенті келесі формулалармен бейнеленген:

$$\beta = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon}}{\lambda_0}\left(\frac{1+\sqrt{1+tg^2\delta_э}}{2}\right)^{1/2}; \qquad (3.4)$$

$$\alpha = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon}}{\lambda_0}\left(\frac{\sqrt{1+tg^2\delta_э}-1}{2}\right)^{1/2}. \qquad (3.5)$$

Осыған байланысты мынадай теңдеу шығады:

$$\alpha = \beta\ \mathrm{tg}\ (\delta_э/2).$$

Жылдамдық фазасы [6]:

$$\vartheta_ф = \frac{\sqrt{2}c}{\sqrt{\varepsilon}\left(1+\sqrt{1+tg^2\delta_э}\right)^{1/2}}. \qquad (3.6)$$

Толқын ұзындығы:

$$\lambda = \frac{\sqrt{2}\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}\left(1+\sqrt{1+tg^2\delta_э}\right)^{1/2}}. \qquad (3.7)$$

Жарық жылдамдығы мен фазалық жылдамдықтар қатынасын *сыну коэффициенті* дейді:

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu}.$$

Максвеллдің теңдеуін ескере отырып, жазық толқын кезінде E және H векторларының кешенді амплитудасы *ортаның сипаттамалы кедергісімен* байланысты болады:

$$Z_c = \frac{\omega\mu_a}{\gamma} = \sqrt{\tilde{\mu}_a/\varepsilon_a}, \qquad (3.8)$$

осылай

$$\dot{E} = Z_c\dot{H}.$$

Магнитсіз орталар үшін сипаттамалы кедергі ($\mu_a=\mu_0$):

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}}(1-jtg\delta_э)^{-1/2} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}}\left(1+tg^2\delta_э\right)^{-1/4}e^{j\frac{\delta_э}{2}}\ \text{Ом}.$$

Аргумент нөлден (жоғалтуларсыз диэлектриктер) $\pi/4$ (идеалды металл) дейін мәндер қабылдайды.

Вакуум үшін сипаттамалы кедергі:

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi = 376,991 \text{ Ом.}$$

Векторлық теңдеулер (5.1) координатаның декартты жүйесінде жеке шешімі бар 3.9 әрбір өрістер векторының құраушыларының координатын:

$$\nabla^2 \dot{U} + \gamma^2 U \dot{=} 0,$$

теңдеуімен қанағаттандырады :

$$U = C\ exp\left[-j\gamma\,(\dot{\aleph}_x x + \aleph_y y + \aleph_z z)\right], \qquad (3.9)$$

бұл жерде C – тұрақты.

$\aleph_x,\ \aleph_y,\ \aleph_z$ – төмендегі шартты қанағаттандыратын кешенді тұрақты:

$$N^2_x + N^2_y + N^2_z = 1. \qquad (3.10)$$

Егер $N^2_x,\ N^2_z\ N^2_y,$ - нақты сандар болса, онда 3.9 өрнек координаталардың бастапқы жүйесімен салыстырғанда кез келген бағытқа таралған біркелкі жазық толқындарды сипаттайды. Бұл толқындарды келесі формуламен көрсетуге ыңғайлы болады:

$$\dot{U} = C \exp exp\ [-j\gamma\,(\aleph r)]\ . \qquad (3.11)$$

Жазық толқын таралуларға бағытталған энергияны көтереді. Бұл процесс гармониялық өрістер үшін Пойнтинга вектордың орташа мәнмен суреттеледі:

$$\Pi_{\text{ор}} = \tfrac{1}{2} Re\left[\dot{E}\dot{H}\right]. \qquad (3.12)$$

Кернеулікті тек қана электр немесе магнитті өріс арқылы білдіруге болады:

$$\Pi_{\text{ор}} = \frac{\left|\dot{E}\right|^2}{2} Re\left(\frac{1}{Z_c}\right) I_z = \frac{\left|\dot{H}\right|^2}{2} Re\,(Z_c)\, I_z. \qquad (3.13)$$

Жоғалтуларсыз орталарда z координатадан $\Pi_{\text{ср}}$ тәуелді болмайды. Егер орта жоғалтуларға ие болса, біресе жазық электромагнитті толқындар қуаттар ағынның тығыздығы экспоненталық заң бойынша таралуда кемиді:

$$\Pi_{\text{ор}} = \Pi_{\text{ор}}\,(0) \exp exp\ (-2\alpha z)\,. \qquad (3.14)$$

Ортада жоғалтулар шамасы дБ/м Δ *басылу бойымен* сипатталады:

$$\Delta = 20 \lg lg\ \left[\frac{E(0)}{E(1)}\right] = 10 \lg lg\ \left[\frac{\Pi(0)}{\Pi(1)}\right],$$

α әлсіреу коэффициенті Δ = 8, 69α қатынасымен байланысты [5].

3.2 Типтік есептерді шешу жолдары

10^9 Гц жиілікті жазық электромагнитті толқын ортада $\varepsilon = 2,4,\quad tg\,\delta_э = 10^{-1},\quad \mu = 1.$ параметрлерімен таралады.

Фазалық жылдамдық, толқын ұзындығы және әлсіреу коэффициентін анықтау керек.

Ш е ш і м і: $tg\,\delta_э \ll 1$ ескере отырып, (3.3.) теңдеуді дәрежелі қатарға орналастырамыз. Алғашқы үш мүшемен шектеле отырып дәрежелік қатар аламыз:

$$\gamma = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon'_a}\sqrt{1 - jtg\delta_э} \approx \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon'_a}\left(1 - j\frac{tg\delta_э}{2} + \frac{tg^2\delta_э}{8}\right).$$

Осыған байланысты, диэлектириктер үшін жоғалтуы аз болған фазалар коэффициенті мен әлсіреу коэффициенті жуықтап алғанда:

$$\beta = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon'_a}\left(1 + 0,125tg^{\,2}\delta_э\right),$$

$$\alpha = 0,5\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon'_a}\; tg\;\delta_э\,.$$

(3.4) қатынасын пайдалана отырып толқынның фазалық жылдамдығын табамыз:

$$\vartheta_ф = \frac{\omega}{\beta} \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}\,(1+0,125tg^2\delta_э)}.$$

Алынған нәтижелерден көрініп тұрғандай ортадағы жоғалтудың болуы фазалық жылдамдық шамасының өзгеретінін көрсетеді. $tg\delta_э = 10^{-1}$ үшін түзету 0,125% құрайды, яғни практикалық жағдайда болады:

$$\vartheta_ф \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = 1,94\cdot10^8 \text{ м/с}.$$

Белгілі болған фазалық жылдамдық шамасымен толқын ұзындығын табамыз:

$$\lambda = \frac{\vartheta_ф}{f} = 0.194 \text{ м}.$$

Бастапқы мәндерді қойған кезде алынған формула төмендегі мәнге ие болады:

$$\alpha = 1,622 \text{ м}^{-1}.$$

3.3 Есептер

3.3.1 Ортаның сипаттамалы кедергісі 1508 Ом, салыстырмалы диэлектрикті өткізгіштік $\varepsilon = 1$.

Ортаның салыстырмалы магнитті өткізгіштігін анықтау керек.

Жауабы: 16.

3.3.2 Ортада $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$, $\sigma = 0$ бірге жазық электромагнитті толқын таралады, ол жазықта:

$$E = 0.5\ 1_x + 0.2\ 1_y$$

болатын электрлік өрістің кернеулік векторының кешенді амплитудасы.

Егер толқын z координатасының өсу бағытына қарай таралатын болса магнитті өрістің кернеулік векторының кешенді амплитудасын табу керек.

Жауабы: $\dot{H} = (-1.061\ 1_x + 2.65\ 1_y)\,10^{-3}$ *А/м.*

3.3.3 50 Гц және 5 МГц жиілікте электромагтитті өрістің әлсіреу амплитудасын 10^4 есе қамтамасыз ететін мысты экранның қалыңдығын анықтау керек.

Жауабы: 9,271 см, 29,374 мкм.

3.3.4 50 Гц жиілікте электромагнитті өрістің әлсіреу амплитудасы 10^4 есе қамтамасыз ететін экран қалыңдығын анықтау керек, мұндағы экран $\sigma = 5\cdot10^7$ См/м және $\mu = 900$ болатын материалдан дайындалған. Алынған нәтижені алдыңғы есептің жауабымен салыстару керек.

Жауабы: 3,09 мм.

3.3.5 Параметрлері $\varepsilon = 2,25$, $\mu = 1$, $\sigma = 0$ ортада электр өрісінің кернеу амплитудасы 100 В/м болатын жазық электромагнитті толқын таралған.

Таралу бағытына қарай ауысқан толқынның ағын қуатының тығыздығын анықтау керек.

Жауабы: 19,894 Вт/м^2.

3.3.6 Ортада $\varepsilon = 144$, $\mu = 1$, $tg\delta_э = 0.6$ параметрлерімен таралған жазық электромагнитті толқын үшін 10 ГГц жиіліктегі $z = 0$ жазықтықтағы электр өрісінің кернеулік амплитудасы 100 В/м болғандағы ағын қуатының тығыздығын анықтау керек.

Жауабы: 165 Вт/м^2.

3.3.7 Параметрлері $\sigma=5\cdot10^7$ см/м, $\mu=1$ металда таралған 10 МГц жиіліктегі жазық электромагнитті толқындар үшін фазалар жылдамдығын, әлсіреу коэффициентін және ену тереңдігін есептеу керек.

Жауабы: d=22,5 мкм.

3.3.8 Жиілігі 10^9 Гц жазық электромагнитті толқын ортада $\varepsilon = 2,25$, $tg\delta_э = 0,01$, $\mu = 1$ параметрмен таралады. $z = 0$ жазығындағы электрлік өріс амплитудасы 100 В/м тең.

$z = 1$м жазығындағы ағын қуатының орташа тығыздығын анықтау керек.

Жауабы: $П_{ср}(z = 1) = 14,38$ Вт/м^2.

4 Жазық электромагниттік толқындардың шағылуы мен сынуы

Мақсаты: жазық электромагниттік толқындардың шағылуы мен сынуын оқып үйрену.

4.1 Негізгі теориялық мәліметтер

Осы толқындардың кешендік амплитудасы *шағылысу коэффициентімен* [3]:

$$\dot{R}_E = \dot{E}_{\text{шаг}}/\dot{\text{E}}_{\text{сын}}, \quad \dot{R}_H = \dot{H}_{\text{шаг}} + \dot{H}_{\text{сын}} ,$$

және *сыну коэффициентімен* :

$$\dot{T}_H = \dot{H}_{\text{ша}}/\dot{H}_{\text{сын}}$$

құлаған толқындардың кешенді амплитудасымен байланысты.

Мұнымен қатар қуат ағыны тығыздығының орташа мәні үшін шағылысу және сыну коэффициенті енгізілуі мүмкін:

$$R_{\text{П}} = \frac{\text{П}_{\text{шаг}}}{\text{П}_{\text{сын}}}, \quad \text{Т}_{\text{п}} = \text{П}_{\text{сын}}.$$

Егер құлаған толқынның Пойнтинг векторы бөліну шекарасына перпендикуляр болса:

$$\dot{R}_E = \frac{Z_{c2}-Z_{c1}}{Zc_2+Z_{c1}}; \tag{4.1}$$

$$\dot{T}_E = \frac{2Z_{c2}}{Z_{c2}+Z_{c1}} \quad . \tag{4.2}$$

Шекаралық шартқа байланысты құлау φ, шағылу φ_0 және сыну $\varphi_{\text{п}}$ бұрыштары айналық шағылу бұрыштарына:

$$\varphi = \varphi_0$$

және Снелл заңына байланысты:

$$\sin\varphi/\sin\varphi_{\text{п}} = \beta_2/\beta_1, \tag{4.3}$$

мұндағы индекс 1 толқынның құлауы болатын ортаға жатады.

Фаза коэффициенті β 4.3 теңдеуі үшін келесі теңдеу орындалады:

$$\frac{sin\varphi}{\sin sin\,\varphi_{\text{п}}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}} .$$

Құлау бұрышының берілген мәні үшін шағылу коэффициенті R мен сыну Т құлау жазықтығымен салыстырғанда электромагнитті өріс бағытына тәуелді болады. Егер Е векторы осы жазықтықта жататын болса, онда:

$$R''_E = \frac{Z_{c2}\cos cos\,\varphi_{\text{п}} - Z_{c1}\cos cos\,\varphi}{Z_{c2}\cos cos\,\varphi_{\text{п}} - Z_{c1}\cos cos\,\varphi} ; \tag{4.4}$$

$$T''_E = \frac{2Z_{c2}\cos\cos\varphi}{Z_{c2}\cos\cos\varphi_п + Z_{c1}\cos\cos\varphi}. \quad (4.5)$$

Егер Е вектор құлау жазықтығына перпендикуляр болса, шағылу және сыну коэффициенттері келесі теңдеумен орындалады:

$$R_{E\perp} = \frac{Z_{c2}\cos\cos\varphi - Z_{c1}\cos\cos\varphi_п}{Z_{c2}\cos\cos\varphi - Z_{c1}\cos\cos\varphi_п}\ ; \quad (4.6)$$

$$T_{E\perp} = \frac{2Z_{c2}\cos\cos\varphi}{Z_{c2}\cos\cos\varphi + Z_{c1}\cos\cos\varphi_п}\ . \quad (4.7)$$

4.4 – 4.7 теңдеулері φ нөлге ұмтылғанда 4.1 және 4.2 теңдеуге ауысады, бұл ауысу құлау жазықтығымен салыстырғандағы Е вектор бағытына тәуелсіз болады. Бұл $\varphi = 0$ кезінде құлау жазықтығы түсінігінің мағынасын жоғалтуымен байланысты. $\mu = 1$ болатын диэлектрлік орталар үшін R мен T коэффициенттерін ықшам түрде көруге болады:

$$R_{E\perp} = -\frac{sin(\varphi-\varphi_п)}{sin(\varphi+\varphi_п)}\ ; \quad (4.8)$$

$$R''_E = -\frac{tg(\varphi-\varphi_п)}{tg(\varphi+\varphi_п)}\ ; \quad (4.9)$$

$$T_{E\perp} = \frac{2\sin\sin\varphi_п\ \cos\cos\varphi}{sin(\varphi+\varphi_п)}\ ; \quad (4.10)$$

$$T''_E = \frac{2\sin\sin\varphi_п\ \cos\cos\varphi}{\sin\sin(\varphi+\varphi_п)\ \cos\cos(\varphi-\varphi_п)}\ . \quad (4.11)$$

Мұндай құбылыстар байқалатын құлау бұрышы *Брюстер бұрышы* деп аталады. Магниттік емес ортадағы Брюстер бұрышының мағынасы

$$tg\delta_э = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1} \quad (4.12)$$

теңдеумен өрнектеледі.

$\varepsilon_2\mu_2 < \varepsilon_1\mu_1$ кезіндегі 4.3 тепе-теңдігіне сәйкес сыну бұрышы құлау бұрышына қарағанда үлкен болады, сондықтан

$$\varphi = \arcsin\ arcsin\ \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}\ .$$

4.2 Типтік есептерді шешу жолдары

1 ГГц жиілікте ε және μ параметрлері белгілі диэлектриктен R_E кешенді шағылу коэффициентін өлшеген кезде $\dot{R}_E = -0,5e^{-j0.09}$ шамасы алынды.

$\mu = 1$ белгілі болғанда диэлектриктердің параметрлерін ε, $tg\delta_э$, σ анықта. Құлау толқыны қалыпты болды деп есептеңіз.

Ш е ш і м і. Вакуум мен диэлектрик параметрлері арасындағы шекарадан кешенді шағылу коэффициенті:

$$\mu = 1,\ \dot{\varepsilon}_a = \varepsilon\varepsilon_0 (1 - jtg\delta_э)\ ;$$

$$\dot{R_E} = \frac{1-\sqrt{\varepsilon}(1-jtg\delta_э)^{1/2}}{1+\sqrt{\varepsilon}(1-jtg\delta_э)^{1/2}}\ ;$$

$$\frac{1-\dot{R_E}}{1+\dot{R_E}} = \sqrt{\varepsilon}\sqrt{1 + tg^2\delta_э}e^{-j\pi/2}\ .$$

Осы теңдеуді $\dot{R_E} = -\left|\dot{R}\right| e^{-j\psi}$ орнына қоя отырып екі бөліктің фазалары мен модульдерін теңестіріп, келесі теңдеуді аламыз:

$$\frac{\delta_э}{2} = -\,arctg\left(\frac{\left|\dot{R}\right| \sin sin\,\psi}{1+\left|\dot{R}\right| \cos cos\,\psi}\right) + arctg\left(\frac{\left|\dot{R}\right| \sin sin\,\psi}{1-\left|\dot{R}\right| \cos cos\,\psi}\right);$$

$$\varepsilon\sqrt{1 + tg^2\delta_э} = \frac{1+\left|\dot{R}\right|^2+2\left|\dot{R}\right| \cos cos\,\psi}{1+\left|\dot{R}\right|^2-2\left|\dot{R}\right| \cos cos\,\psi}\ .$$

Есептелген кезде мыналарды анықтаймыз:

$$tg\delta_э = 0,12,\ \ \varepsilon = 9,0,\ \ \sigma = 0,06 \text{ см/м}\ .$$

4.3 Есептер

4.3.1 Жазық электромагниттік толқын вакуум мен идеалды металл арасындағы шекараға қалыпты құлайды. Құлау толқынының электр өрісіндегі кернеулік амплитудасы 0,1 В/м.

Егер құлау толқынының электрлік өрісінің кернеулік векторы декарттық жүйе координатасының z осі арқылы x осіне бағытталған болса, яғни бөлу шекарасына перпендикуляр металл тереңдігіне бағытталған болсабөліну шекарасындағы электрлік және магниттік өрістердің кернеулігінің кешенді амплитудасын анықтау керек. Вакуумдегі электрлік және магниттік өрістердің кернеулерінің бір сәттік мәндері теңдеулерін жазу керек.

Жауабы: $\dot{E}_{шағ} = -\,0,1\ 1_x$ В/м ;

$\dot{H}_{шағ} = 0,2651_y$ мА/м ;

$$E(t,\ z) = 0.2 \sin sin \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} z\right) \sin sin\ \omega t\ \ 1_x \quad \text{В/м};$$

$$\text{H}(t,\ z) = 0.53 \cos cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} z\right) \cos cos\ \omega t\ \ 1_y \quad \text{мА/м}.$$

4.3.2 Жазық электромагниттік толқын қалыпты ваккум мен металл арасындағы шекаралық бөлікте $\sigma = 6 \cdot 10^7$ См/м меншікті электрлік өткізгішпен құлайды.

Егер $\mu_a = \mu_0$ болса, 10 ГГц жиіліктегі электрлік өріс бойынша шағылу коэффициентін анықтау керек.

Жауабы: $R_E = -1+1.36 \cdot 10^{-4}(1+j)$.

4.3.3 Жиілігі 10 МГц және қуат ағыны тығыздығының орташа мәні 1 Вт/м болатын жазық электромагниттік толқын вакуумнен меншікті электр өткізгіштігі $\sigma = 6 * 10^7$ См/м $\sigma = 6 \cdot 10^7$ См/м металл бетіне қалыпты құлайды.

Бөліну шекарасына тәуелсіз электр өрісі кернеуі мен қуат ағыны тығыздығының орташа мәнін анықтау керек.

Жауабы: $1{,}185 \cdot 10^{-4}$ (1+j) В/м, $8{,}6 \cdot 10^{-6}$ Вт/м^2.

4.3.4 Жазық электромагниттік толқын вакуум мен параметрлері $\varepsilon = 4,\ \mu = 1,\ \sigma = 0$ болатын диэлектриктер арасындағы шекараға қалыпты құлайды.

Егер құлау толқынының қуат ағынының орташа мәні 1 Вт/м болса, диэлектриктегі қуат ағыны тығыздығының орташа мәнін анықтау керек.

Жауабы: 8/9 Вт/м^2.

4.3.5 Тасымалдау сызығының қиығы ретінде эквиваленттік сызбаны қолдана отырып берілген жиіліктегі жазық электромагнитті толқынның қалыпты құлауында диэлектрлік пластина қалыңдығы d және диэлектрлік өтімділігі $\varepsilon_{пл}$ арқылы электрлік өріс бойынша шағылу коэффициенті үшін формула қорытып шығару керек. Пластинадағы жоғалтуларды ескермеуге болады. Толқын ұзындығы λ_{01}=3,1 см мен λ_{02}=6,2 см, d= 0,5 см кезіндегі $\varepsilon_{жаз} = 2,4$ үшін шағылу коэффициентін есептеу керек.

Нұсқау: Z_0 кедергісіне жүктелген d ұзындығы қиығының кіру кедергісіне арналған формуланы пайдаланған дұрыс:

$$\dot{R}_E = j \frac{(1-\varepsilon_{жаз}) tg(\frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon_{жаз}}d)}{2\sqrt{\varepsilon_{жаз}} + j(1+\varepsilon_{жаз}) tg(\frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon_{жаз}}d)}\ .$$

Жауабы: $\dot{R}_{E1} = -0.412,\quad \dot{R}_{E2} = -j0.412/(0.9118 + j)$.

4.3.6 4.3.5 тапсырмасының нәтижесін қолдана отырып $\varepsilon = 144,\ \mu = 1,\ tg\delta_э = 0.6,\ d = 0,1$ мм кездегі 10 ГГц жиіліктегі барий титанаты ($BaTiO_3$) керамика пластинасының сыну өрісінің коэффициентін есептеп шығару керек.

$$\dot{T}_E = \frac{2}{2ch\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon_{пл}}d\right) + j\frac{|\varepsilon_{пл}|-1}{\sqrt{|\varepsilon_{пл}|}} sh\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon_{пл}}d\right)}\ .$$

Жауабы: T_E=0,244.

4.3.7. 6.16 тапсырманың берілгені бойынша энергияның бағытының өзгеруін, бағытын және $\upsilon_ф$ фазалық фронттың жылдамдығын тап. φ=45˚ кезінде $\upsilon_ф$ анықтау керек.

Жауабы: энергия *x* осінің маңына ауысады

$$П_{ор} = 2\dot{E}_{құл}\dot{H}_{құл} \sin sin\ φ sin^2\ (βz cosφ)\ 1_x\ Вт/м^2.$$

Өйткені фазалық фронт бөліну шекарасына перпендикулярлы және $\upsilon_ф$=c/sinφ= $\sqrt{2}$ c жылдамдықпен қозғалады.

4.3.8 Жазық электромагниттік толқын, яғни құлау жазықтығында жатқан электр өрісі кернеуінің векторы бұрышы $φ = arctg\ \sqrt{ε}$ диэлектрлік өтімділігі $ε_a = εε_0(μ = 1,\ σ = 0)$ диэлектрик бетіндегі вакуумге құлайды.

Пойнтинг векторы арасындағы құлау мен өтпелі толқынды табыңыз. Алынған нәтижені энергияның сақтау заңдылығы бойынша талқылау керек.

Жауабы: $П_{өтп} = П_{құл}/\sqrt{ε}$.

4.3.9 Жазық электромагниттік толқын құлау жазықтығында жатқан электр өрісінің кернеу векторы параметрлері $μ = 1,\ ε_1 = 9,\ σ_1 = 0$ болатын диэлектриктен параметрлері $μ_2 = 1,\ ε_2 = 1,\ σ_2 = 0$ болатын диэлектрик бетіне құлайды.

Құлаудың қай бұрышында:

а) құлаған толқынның барлық энергиясы екінші ортаға өтеді;

б) құлаған толқынның барлық энергиясы бөліну шекарасынан шағылысады?

Жауабы: а) 18˚25’, б) >19˚30’.

4.3.10 Дөңгелек поляризациялы жазық электромагнитті толқын вакуумнен балқыған кварц бетіне құлайды.

Дөңгелек пояризацияның жазыққа түрленуі орындалатын құлау бұрышын анықтау керек.

Жауабы: 62˚50’.

4.3.11 Дөңгелек поляризациялы жазық электромагнитті толқын вакуумнен φ бұрышы арқылы ортамен бөліну шекарасына құлайды. Сыну көрсеткіші 1,531 тең.

0˚, 45˚, 56˚51’ құлау бұрыштары үшін толқынмен шағылысқан поляризация түрін табу керек.

Жауабы: φ=0˚ - дөңгелек поляризация, φ=45˚ - осьтердің қатынасы 3,177 болатын эллиптикалық поляризация, φ=56˚51’ – құлау жазықтығында жататын H векторы бар сызықты поляризация.

5 Толқын жолдар

Мақсаты: тік төртбұрышты және дөңгелек толқын жолын зерттеу.

5.1 Негізгі теориялық мәліметтер

Толқын жолы өзі ішінде электромагнитті толқындар таралған кез келген қималар қуысты металлдық тұрбаны ұсынады. Тік төртбұрышты және дөңгелек ағынды толқындар өте жиі қолданылады [3].

5.1 сурет - Тік төртбұрышты және дөңгелек толқын жолы

Сирек жағдайда –күрделі ағында толқындар, мысалы, П – бейнелі және Н-бейнелі қолданылады.

Толқын жолы μ = 1 магнитті өтімділікті, ε салыстырмалы диэлектрикті өтімділікті диэлектрикпен толтырылған делік. Толқын жолындағы әрбір толқын типі мынадай болған жағдайда тарала алады:

$$\lambda_0 / \sqrt{\varepsilon} < \lambda_{кр} \ , \qquad (5.1)$$

мұндағы λ_0 − генератордың толқын ұзындығы;

$\lambda_{кр}$ – критикалық толқын ұзындығы, олар көлденең толқын жолының мөлшерлерімен және формаларымен анықталады.

E_{mn} және H_{mn} типті толқын үшін тік төртбұрышты толқын жолында:

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} , \qquad (5.2)$$

мұндағы a – толқын жолының радиусы;

υ_{mn} – n –түбір теңдеуі $J_m(x) = 0$.

H_{mn} типті толқын үшін дөңгелек толқын ағынында:

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi a}{\mu_{mn}} \ , \qquad (5.3)$$

мұндағы μ_{mn} n – түбір теңдеуі $J_m(x) = 0$;

υ_{mn} және μ_{mn} түбір мәні I қосымшада келтірілген.

Толқын ағынындағы толқынның фазалық жылдамдығы *бойлық толқындар саны* шамасымен анықталады:

$$h = \sqrt{\beta^2 \varepsilon - g^2} , \qquad (5.4)$$

мұндағы $\beta = 2\pi/\lambda_0$; $g = 2\pi/кр$ – көлденең толқындық сан.

Егер 5.1 шарты орындалса, $\beta^2\varepsilon > g^2$ h мәні нақты және толқынның осы типі таралады. Егер 5.1 шарты орындалмаса, онда $\beta^2\varepsilon < g^2$, h мәні алдамшы және толқынның осы типі жойылады және таралмайды. Бұл жағдайда 5.4 формула толқындар әлсіреулері коэффициентін анықтауға мүмкіндік береді.

Толқын жолындығы фазалық жылдамдық пен толқын ұзындығын табу үшін келесі қатынасты қолдануға болады [5]:

$$h = \frac{2\pi}{\lambda_в} = \omega/\upsilon_ф\,, \tag{5.5}$$

мұндағы - $\lambda_в$ толқын жолындағы толқын ұзындығы.

5.5 теңдеуден фазалық жылдамдық, топтық жылдамдықтың толқын ұзындығының есептеу формуласын алуға болады.

Фазалық жылдамдық:

$$\upsilon_ф = \frac{\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}}{\sqrt{1-\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}}\ . \tag{5.6}$$

Толқын жолындағы толқын ұзындығы:

$$\lambda_т = \frac{\frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}}}{\sqrt{1-\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}}\ . \tag{5.7}$$

Топтық жылдамдық:

$$\upsilon_{топ} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}\sqrt{1-\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}\,, \tag{5.8}$$

мұндағы *c* - бос кеңістіктегі жарық жылдамдығы.

Гельмгольц теңдеулерін шеше отырып, тік төртбұрышты толқын жолындағы E_{mn} типті толқындардың электрлік және магниттік өрістер кернеулік векторлар құраушылары үшін келесі өрнектер алуға болады:

$$\dot{E}_\chi = -j\frac{h\pi m}{g^2 a}E_0 \cos cos\ \left(\frac{\pi mx}{a}\right)\ \sin sin\ \left(\frac{\pi ny}{b}\right)\ e^{-jhz}\ ;$$

$$\dot{E}_y = -j\frac{h\pi n}{g^2 b}E_0 \sin sin\ \left(\frac{\pi mx}{a}\right)\ \cos cos\ \left(\frac{\pi ny}{b}\right)\ e^{-jhz}\ ;$$

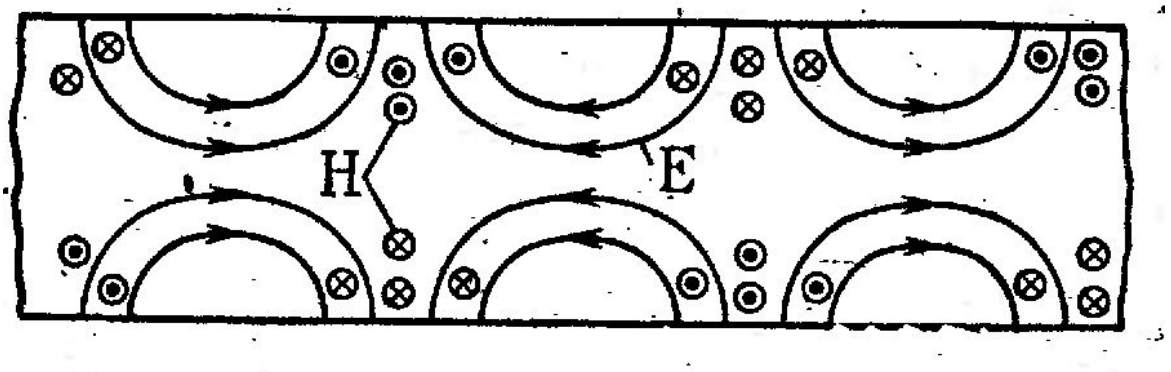
$$\dot{E}_z = E_0 \sin sin\ \left(\frac{\pi mx}{a}\right)\ \sin sin\ \left(\frac{\pi ny}{b}\right)\ e^{-jhz}\ ; \tag{5.9}$$

$$\dot{H}_x = j\omega\varepsilon_a\frac{\pi n}{g^2 b}E_0 \sin sin\ \left(\frac{\pi mx}{a}\right)\ \cos cos\ \left(\frac{\pi ny}{b}\right)\ e^{-jhz}\ ;$$

$$\dot{H}_y = -j\omega\varepsilon_a \frac{\pi m}{g^2 a} E_0 \cos cos\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \sin sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-jhz};$$

$$\dot{H}_z = 0.$$

Төменгі электрлік типтегі толқын E_{11} толқын болып табылады. E_{11} толқын өрісінің күштік сызығы бейнесі 5.2. суретте келтірілген



5.2 сурет - E_{11} толқындар өрістері күштік сызығы бейнесі

Тік төртбұрышты толқын жолындағы H_{mn} типті толқындар өрістерінің кернеулік векторлар құраушылары үшін өрнектер келесі түрде жазылады [5]:

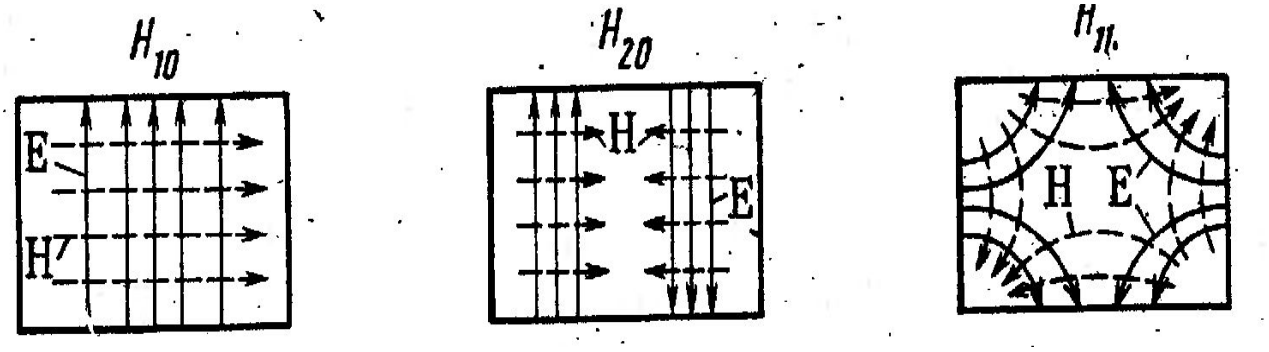
$$\dot{E}_x = j\omega\mu_a \frac{\pi n}{g^2 b} H_0 \cos cos\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \sin sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-jhz};$$
$$\dot{E}_y = -j\omega\mu_a \frac{\pi m}{g^2 a} H_0 \sin sin\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \cos cos\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-jhz};$$

$$\dot{E}_z = 0;$$

$$\dot{H}_x = j\frac{h\pi m}{g^2 a} H_0 \sin sin\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \cos cos\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-jhz}; \qquad (5.10)$$

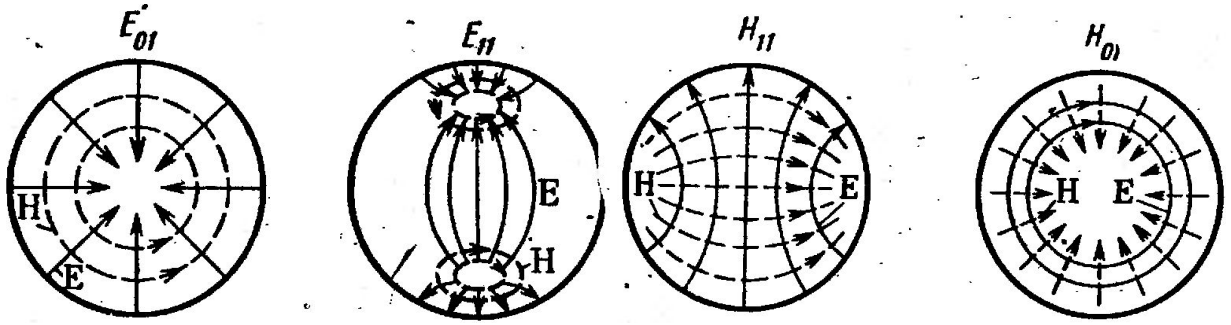
$$\dot{H}_y = j\frac{h\pi n}{g^2 b} H_0 \cos cos\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \sin sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-jhz};$$

$$\dot{H}_z = H_0 \cos cos\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \cos cos\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-jhz}.$$



5.3 сурет-Қарапайым толқындар өрістерінің күштік сызықтар бейнесі

Дөңгелек толқын жолындағы электрлік типті толқындар арасындағы төменгісі E_{01} толқын болып табылады, оның $\lambda_{кр} = 2,613a$ болатын ең жақын жоғарғы типті тоқыны E_{11}. E_{01} және E_{11} типті толқындар өрістері үшін күштік сызық бейнесі 5.4 суретте келтірілген.



5.4 сурет - Күштік сызық күш беретін сызықтардың бейнесі

Толқын жолдың *сипаттамалық кедергісі* Z_c деп Е және Н векторлары құраушыларының көлденең қатынасын айтады. Электрлік типті толқындар үшін:

$$Z_{cE} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}. \qquad (5.11)$$

Магнитті типті толқындар үшін:

$$Z_{cH} = \frac{Z_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \; Z_{cH} = \frac{Z_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \qquad (5.12)$$

мұндағы Z_0 – бос кеңістіктегі жазық толқындардың сипаттамалық кедергісі.

5.2 Типтік есептерді шешу жолдары

Салыстырмалы өтімділігі $\varepsilon = 3,2$ диэлектрикпен толтырылған диаметрі 3 см болатын дөңгелек толқын жолда толқындардың қандай типтері таралады; Тербеліс жиілігі 10 ГГц.

Ш е ш і м і. Осы толқын жолында тек қана $\lambda_д < \lambda_{кр}$, мұндағы $\lambda_д = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon}}$ шарттары орындалатын толқындардың типтері тарала алады. Бұл біртекті шексіз диэлектриктегі толқын ұзындығы. Біздің жағдайда $\lambda_д = 1,675$ см. Дөңгелек толқын жолында критикалық толқын ұзындығы $\frac{2\pi a}{\nu_{mn}}$ тең, толқын түрі үшін E_{mn} және $\frac{2\pi a}{\mu_{mn}}$ толқындар үшін H_{mn}. Демек, таралып жатқан толқын типтері үшін: $\nu_{mn} < \frac{2\pi a}{\lambda_д}$, $\mu_{mn} < \frac{2\pi a}{\lambda_д}$, $\frac{2\pi a}{\lambda_д} = 5,627$ шарттар орындалуы керек, олар келесі толқын типтерін қанағаттандырды: E_{01}, E_{02}, E_{11}, E_{21}, H_{01}, H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{31}, H_{41}.

5.3 Есептер

5.3.1 Толқындардың қандай типтері 10 ГГц жиілікте 1 см тараппен квадрат толқын жолында тарала алады? Толқын жолы салыстырмалы өтімділікпен $\varepsilon = 2,6$ диэлектрикпен толтырған.

Жауабы: H_{10}, H_{20}, H_{01}, H_{02}, H_{11}, E_{11}.

5.3.2 Толқындардың қандай типтері 7,5 ГГц жиілікте диаметрі 3 см квадрат толқын жолында тарала алады?

Жауабы: E_{01}, E_{11}, H_{01}, H_{11}, H_{21}, H_{31}.

5.3.3 23 х 10 мм ағында тік төртбұрышты толқын жолы салыстырмалы өтімділігі $\varepsilon = 2,25$ диэлектрикпен толтырылған. Тербелістердің жиілігі 8,4 ГГц. $\upsilon_ф$ және $\lambda_в$ шамаларын анықтаңыз.

Жауабы: $2,34 \cdot 10^8$м/с, 2,78 см.

5.3.4 E_{11} типті толқын үшін тік бұрышты толқын жолда толқынның критикалық ұзындығын, критикалық жиілігін және толқын ұзындығын табу керек. Көлденең қиманың өлшемі 4х3 см. Тербеліс жиілігі 10 ГГц.

Жауабы: 4,8 см, 6,25 ГГц, 3,84 см.

5.3.5 Жиілігі 5 ГГц диаметрі 5 см болатын дөңгелек толқын жолда толқынның критикалық жиілігі мен фазалық жылдамдығын табу керек.

Жауабы: 3,516 ГГц, $4,219 \cdot 10^8$ $4,219 \cdot 10^8$ м/с.

5.3.6 Толқынның тек қана негізгі типі тарала алатын диаметрі 4 см дөңгелек толқын жолда жиіліктің диапазонын анықтау керек.

Жауабы: 4,395-5,470 ГГц.

5.3.7 E_{11} типті толқынынң фазалық жылдамдығы белгілі болса, квадратты толқын жолдың көлденең қиманың өлшемін есептеу керек. Берілетін тербеліс жиілігі 5 ГГц.

Жауабы: 4,9 х 4,9 см.

5.3.8 Салыстырмалы өтімділігі ε = 2.25 диэлектрикпен толтырылған толқын жолда фазалық жылдамдығы $3\cdot10^8$ м/с толқын таралады. Топтық жылдамдықты анықтау керек.

Жауабы: 1,333·10^{8}м/с.

5.3.9 Диэлектрикпен толтырған диаметрі 5 см дөңгелек толқын жолында H_{11} типті толқын таралады. Тербелістің жиілігі 3 ГГц. Егер бос кеңістікте толқынның фазалық жылдамдығы жарық жылдамдығына тең болса толқын жолын толтырып тұрған заттың диэлектриктік өтімділігін анықтау керек.

Жауабы: ε=2.37.

6 Көлемді резонатор

Мақсаты: көлемді резонаторларды зерттеу.

6.1 Негізгі теориялық мәліметтер

Көлемді резонатор өзі ішінде электромагнитті тербелістер болған металдық қабырғалармен шектелген тұйықталған қуыс болып табылады.

Тік төртбұрышты көлемді резонатор. E_{mnp} немесе H_{nmp} типті резонансты тербелістердің жиілігі [3]:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}\ , \qquad (6.1)$$

мұндағы *a, b, l* –Резонатордың геометриялық өлшемдері (6.1 сурет). H_{mnp} типті тербелістер үшін вектордың құраушылары:

$$\dot{E}_x = j\omega\mu_a C \frac{\pi n}{b} \cos cos\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \sin sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right) \sin sin\left(\frac{\pi pz}{l}\right)\ ;$$

$$\dot{E}_y = -j\omega\mu_a C \frac{\pi m}{a} \sin sin\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \cos cos\left(\frac{\pi ny}{b}\right) \sin sin\left(\frac{\pi pz}{l}\right)\ ; \qquad (6.2)$$

$$\dot{E}_z = 0\ ;$$

$$\dot{H}_x = -C \frac{\pi m}{a} \frac{\pi p}{l} \sin sin\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \cos cos\left(\frac{\pi ny}{b}\right) \cos cos\left(\frac{\pi pz}{l}\right)\ ;$$

$$\dot{H}_y = C \frac{\pi n}{b} \frac{\pi p}{l} \cos cos\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \sin sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right) \cos cos\left(\frac{\pi pz}{l}\right)\ ;$$

$$\dot{H}_z = \left[\left(\frac{mn}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right] C \cos cos\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \cos cos\left(\frac{\pi ny}{b}\right) \sin sin\left(\frac{\pi pz}{l}\right)\ ;$$

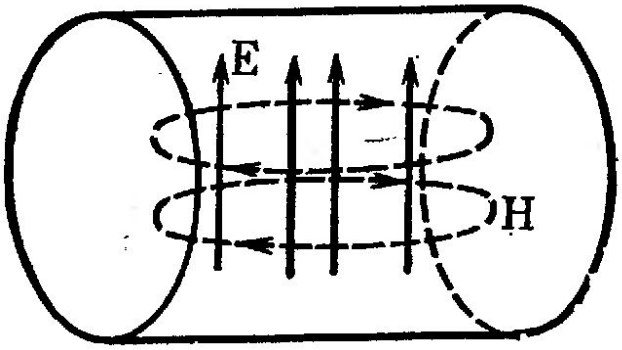
мұндағы C – туынды амплитудалық көбейткіш.

Цилиндрлік көлемді резонатор.

$H_{mnp.}$ типті тербелістердің резонанстық жиілігі:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{\mu_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi p}{l}\right)^2} \quad , \tag{6.3}$$

мұндағы ε_a, μ_a – резанатор толтырылатын заттардың абсолютті диэлектрлік өтімділікті μ_{mn} – n-ші теңдеулер түбірі $J_m'(x) = 0$.



6.1 сурет - Өрістің күштік сызықтары

Цилиндрлік резонаторда Н типті негізгі тербелістер ол H_{111}, 6.1 суретте көрсетілген өрістердің күштік сызықтары.

E_{mnp} типті тербелістердің резонанстық жиілігі:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{\nu_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2} \quad , \tag{6.4}$$

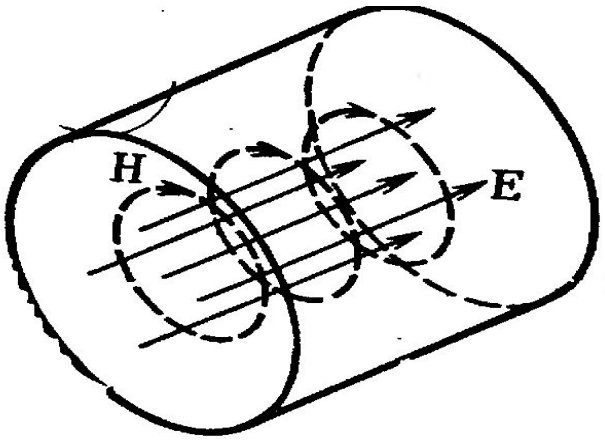
мұндағы ν_{mn} – n-ші Бесселя функциялар түбірі $J_m(x)$.

Н типті индекстен р индексінің айырмашылығы нөлдік мәнге ие болып алады.

Цилиндрлік резанатордағы Е типті негізгі тербеліс E_{010} болып табылады. Оның күштік сызық бейнесі 6.2 суретте келтірілген [5].

Бұл тербелістің негізгі ерекшелігі резонансты жиілік резонатор ұзындығына тәуелді емес.

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \frac{2{,}4048}{a} \quad . \tag{6.5}$$



6.2 сурет - Өрістің күштік сызықтары

Жалпы жағдайда резанатор өздік толқын жолдың екі жағынан да қысқартылған бөлігін береді, резанансты толқын жолын келесі шарпен анықтауға болады:

$$l = p\frac{\lambda_т}{2} \quad . \tag{6.6}$$

мұндағы p – бүтін сан (бойлық индекс);

$\lambda_в$ $\lambda_в$–толқындар ұзындығы (таралу сызықтары).

Осы өрнектен (6.6) резонанстық жиілік үшін келесі формула шығады:

$$\omega_p = \frac{\pi p \upsilon_ф}{l} \quad , \tag{6.7}$$

мұндағы $\upsilon_ф$ – таралу сызығындағы толқындар фазалық жылдамдығы, оның негізінде резонатор орындалады.

Жекелей қарағанда, екі жағынан да қысқартылған қиманы білдіретін таралудың коаксальды сызығы көлемді резанатордың T_1 типті негізгі тербелісі үшін (6.1 сурет) келесі теңдеу орындалады:

$$\omega_p = \frac{\pi}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a} l} \quad . \tag{6.8}$$

Егер тарату сызығын сақинаға айналдырса қума толқындар резонаторы пайда болады. Резонанс резанатор ұзындығы l сызықтағы толқын ұзындығының бүтін санына тең болған жағдайда байқалады. Бұдан:

$$\omega_p = n\frac{2\upsilon_ф}{l} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \tag{6.9}$$

теңдеуі шығады.

Екі параллель дискпен құрастырылған резонатордың орташа бөлігін, сыйымдылығы бар конденсатор деп қарастыруға болады:

$$C = \varepsilon_a \frac{\pi a^2}{d} . \qquad (6.10)$$

Оған параллель резонатордың қабырғалармен құрастырылған индуктивтілік L қосылған:

$$L = \frac{\mu_a h}{2\pi} \ln ln \frac{b}{a} \quad , \qquad (6.11)$$

мұндағы h –саңылаудың биіктігі.

Сонымен квазистационарлы торовидті резонатор резонансты жиілікті тербелмелі контурге эквивалентті деп есептеледі:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_0 \mu_0}{2} \frac{ha^2}{d} \ln ln \frac{b}{a}}} . \qquad (6.12)$$

Кез келген типтегі көлемді резонаторда жинап алған энергия:

$$W = \int_V \varepsilon_a \frac{E^2}{2} dV = \int_V \mu_a \frac{H^2}{2} dV , \qquad (6.13)$$

мұндағы E және H - электр және магнитті өрістердің кернеулік амплитудалық мәндері; интегралдау резонатор көлем бойынша жүргізіледі.

Жекелей қарағанда H_{101}, H_{011}, E_{110} тербеліс типтері үшін тік төртбұрышты көлемді резонаторда:

$$W = \frac{1}{8} \varepsilon_a E_{max}^2 abl , \qquad (6.14)$$

мұндағы E_{max} - резонатордағы электр өрістері кернеуліктерінің максимал амплитудасы.

6.2 Типтік есептерді шешу жолдары

Диаметрмен 6 см және ұзындығы 5 см цилиндрлік резонатор параметрлері $\varepsilon = 2,5$, $\operatorname{tg} \delta_\partial = 2 \cdot 10^{-4}$ диэлектрикпен толтырған. Қабырғалардың материалы – мыс.

Резонатордығы тербелістердің қай типі негізгі болып табылады. Тербелістердің бұл типіндегі резонанс жиілігін, төзімділігі мен резонатордың өткізу жолағын табу керек.

Ш е ш і м і. цилиндрлік резонатордағы Е типтің негізгі тербелісі резонансты жиілігі бар E_{010} болып табылады:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} = \sqrt{\left(\frac{2,405}{a}\right)^2} .$$

Н типтің негізгі тербелісі – H_{111} резонанстық жиілігі бар:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} \sqrt{\left(\frac{1,\varepsilon 41}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2} .$$

Сондықтан,

$$\left(\frac{2,405}{\text{a}}\right)^2 < \left(\frac{1,841}{\text{a}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2$$

екеніне көз жеткізу қиын емес.

Сондықтан E_{010} типтің тербелісі негізі болады, яғни:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} \frac{2,405}{\text{a}} = 1,52 \cdot 10^1 \text{ рад/с};$$
$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 2,42 \text{ ГГц}.$$

Соңғы формулалары бойынша төзімділікті есептеп Q = 3680 аламыз. Резонатордың өткізу жолағы:

$$2\ \Delta\omega = \omega_p / Q = 4.13 \cdot 10^6 \text{ рад/с}$$

немесе

$$2\ \Delta f = 658 \text{ кГц}.$$

6.3 Есептер

6.3.2 Тараптары 2 см болатын кубты резонаторда тербелістердің негізгі типтерінің резонанстық толқын ұзындығын анықтау керек.

Жауабы: 1,414 см.

6.3.2 Цилиндрлік резанатордағы E_{010} және H_{111} типті тербелістің резонанстық жиіліктерін анықтау керек. Олардың диаметрі мен ұзындығы бірдей және 5 см тең.

Жауабы: 4, 593 және сәйкесінше 4, 622 ГГц.

6.3.3 Өлшемдері a = 2 см, l = 3 см b = 4 см тікбұрышты резанаторда тербелістің қай типі негізгі болып табылады? Олардың резонансты жиілігін анықтау керек. Тербелістің қай типі жоғарғы ең жақын болып табылады. Оның резонансты жиілігін анықтау керек.

Жауабы: H_{011}, 6,25 ГГц; E_{110}, 8,38 ГГц.

6.3.4 Төменгі резонансты жиілігі 5 ГГц болатын кубты резонатордың өлшемін анықтау керек.

Жауабы: 4,243 см.

6.3.5 Қайта құрылатын резонатор қимасы 23х10 мм болатын тікбұрышты толқын жол қимасынан құрылған, оның ішінде поршень араласып жүр. 8-12 ГГц аралығында қайта құрылатын резонатордың поршень араласу аралығын анықтау керек. Тербеліс типі H_{101}.

Жауабы: 14, 89 мм ≤ l ≤32, 37 мм.

6.3.6 Цилиндрлік қөлемді резонатордың ұзындығы мен оның E_{010} және H_{111} типті тербелісінің резонансты жиілігі радиусының қандай қатынасында бірдей болады?

Жауабы: l/a = 2,03.

6.3.7 Тік төртбұрышты көлемді резонатор келесі өлшемдерге ие: a=20 мм, b=25 мм, l=30 мм. Тербелістің екі төменгі типінің резонансты толқын ұзындығын анықтау керек. Олар қалай белгіленеді?

Жауабы: H_{011}, H_{101}.

6.3.8 Өлшемдері d = 10 мм, D = 40 мм l = 80 мм болатын тербелістің негізгі типіндегі коаксиальды резонаторда (6.1 сурет) жиналуы мүмкін болатын шекті энергияны табыңыз. Электр өрісінің рұқсат етілген максимальді кернеулігі 30 кВ/см.

Жауабы: W=0.3466·10-3 Дж.

7 Желілік антенналар

7.1 Симметриялы электр вибраторы

Синусоидалды токтың вибратор бойынша таралу Заңын болжамдау кезінде жұқа симметриялы вибратордың алыс аймағындағы электр өрісінің кернеулігі (метрге вольт) мынадай формула бойынша анықталады [7]:

$$E_\theta = \frac{i\omega I_{max}}{2\pi}\,\frac{e^{-ikr}}{r}\,\frac{\cos cos\,(kl\cos cos\,\theta)-\cos cos\,kl}{\sin sin\,\theta}\,, \qquad (7.1)$$

мұндағы $I_{max} = \frac{I_{кір}}{\sin sin\,kl}$ - максимумдағы ток амплитудасы (шоғыры);

$I_{кір}$ - вибратор кірісінде ток амплитудасы;

w – ортаның толқындық кедергісі;

r – вибратордан бақылау нүктесіне дейінгі арақашықтық;

λ π - толқындық сан;

λ – толқын ұзындығы;

l - вибратор иығының ұзындығы;

θ -вибратор осінің және бақылау нүктесінің бағыты арасындағы бұрыш.

Магнит өрісінің кернеулігі солбағыттағы және вибратордан солқашықтықтағы r мынадай формула бойынша болады:

$$H_\varphi = \frac{E_\theta}{\omega}\,. \qquad (7.2)$$

Вибратордың осі арқылы өтетін жазықтықтағы вибратордың қалыпты амплитудалық түрі (E жазықтығы) өрнегімен анықталады:

$$\overline{F}_\theta(\theta) = \frac{\cos cos\,(kl\cos cos\,\theta)-\cos cos\,kl}{\theta}\,. \qquad (7.3)$$

7.3 теңдеуінен пайдалануға болады, вибратордың ұзындығы 2l≤5λ/4.

Егер 2l≤5λ/4 болса, алдымен бағытты анықтау қажет содан кейін нормалауды жүргіземіз. Өте қысқавибратор үшін ($kl \ll 1$) ие болатын $\overline{F}_\theta(\theta) = \cos cos\ \theta$, бұл Герц диполь ДН-мен сәйкескеледі. Жарты толқынды вибратор (kl=π/2) үшін:

$$\overline{F}_\theta(\theta) = \frac{\cos cos\ (\frac{\pi}{2}\cos cos\ \theta)}{\sin sin\ \theta} \quad . \tag{7.4}$$

Жазықтықта, перпендикуляр осьте (Н жазықтығы), $\overline{F}_\theta(\varphi) = 1$, яғни БД өзімен шеңбер болып табылатын және осы жазықтықта сәуле шығару бағыттылығы симметриялы вибратор бола алмайды.

Еңжоғары сәулелену бағытындағы КБД үшін ($\theta = \frac{\pi}{2}$) кезінде $2l < \frac{5\lambda}{4}$ мынаған ие болады:

$$D_0 = \frac{\omega}{\pi R_{\Sigma max}}(1 - \cos cos\ kl\ )^2 . \tag{7.5}$$

Жартытолқынды вибратор үшін $D_0 \approx 1,74$.

Кірісіндегі токқа қатысты симметриялық вибратордың тиімді немесе әрекет ететін ұзындығы $l \leq \frac{\lambda}{2}$ кезінде мына формуламен анықталады:

$$\begin{aligned} l_{эф} &= \tfrac{\lambda}{\pi}\ ; \\ l_{эф} &= \tfrac{\lambda}{\pi}(\tfrac{\pi l}{\lambda})\ . \end{aligned} \tag{7.6}$$

Жарты толқынды вибратор үшін $2l = \lambda$ қолданыстағы ұзындығы 2 есе көп болады.

Вибратордың ұзындығыүшін 2l<λ/2 , орналасқан ауа ортасында, сәуле шығару кедергісі жатқызылған токтың қуаттану нүктесі мынадай формула бойынша анықталады:

$$R_{\Sigma кір} \approx 800\left(\frac{l_{эф}}{\lambda}\right)^2 . \tag{7.7}$$

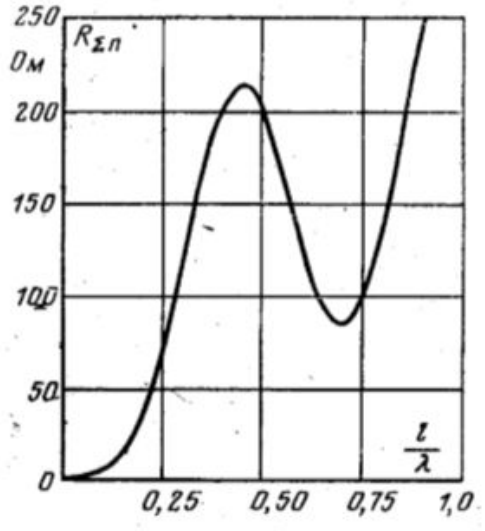
I_{max} токтың максимумына жатқызылған сәулелену кедергісін ара қатынасты пайдалана отырып қайта есептеу:

$$R_{\Sigma max} = R_{\Sigma кір} sin^2 kl\ . \tag{7.8}$$

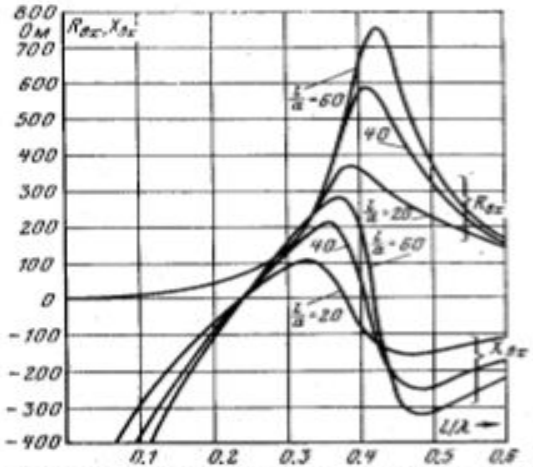
Графикалық тәуелділігі кедергі сәулелену R_Σmax (0мах) салыстырмалы ұзындығы иық l/λ жұқа вибратордың бейнеленген 7.1 суретте қайдан шығатыны, сәуле шығару кедергісі жұқа жарты толқынды вибратордың 2l=λ/2 шамамен тең 73 Ом, ал толқындық вибратордың (2l=λ) 200 Ом.

Аздаған жылу шығындарында, әдетте орын алатын, симметриялық вибратордың кешенді кіріс кедергісі үшін осы өрнекті қолданады:

$$Z_{\text{кір}} \approx \frac{R_{\Sigma max} - iW_{\text{т}} \cos cos\, kl \bullet \sin sin\, kl}{\left(\frac{R_{\Sigma max}}{W_{\text{т}}}\right)^2 + sin^2 kl}\ , \qquad (7.9)$$



7.1 сурет - Симметриялық вибратордың сәуле шығару кедергісі



7.2 сурет - Симметриялық вибратордың кіріс кедергісі

Ұзын желілі эквивалентті вибраторының толқындық кедергісі, әдетте вибратордың толқындық кедергісі деп аталады, ол мына формулалар бойынша есептеледі:

$$W_{\text{т}} = \frac{\omega}{\pi}\left[\ln ln\left(\frac{l}{a}\right) - 1\right] \text{ — С. Щелкунова өрнегі;} \qquad (7.10)$$

$$W_{\text{т}} = \frac{\omega}{\pi}\left[\ln ln\left(\frac{\lambda}{\pi a}\right) - 0,577\right] \text{— В. Н. Кессениха өрнегі:} \qquad (7.11)$$

мұндағы a - вибратор иығының радиусы.

$2l > \frac{\lambda}{2}$ кезінде 7.11 формуласы дәл нәтиже береді. Симметриялық вибратордың кіріс кедергісінің активті және реактивті бөліктерінің иығының толқындық өлшемдерінің тәуелділік графигі 7.2 суретте келтірілген.

Симметриялы вибратор иығының резонансқа теңшеу үшін қажетті қысқаруы мынадай формула бойынша есептеледі:

$$\Delta l = \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) 0,25l, \qquad (7.12)$$

мұндағы ξ —вибратордағы толқынның қысқару коэффициентін, 7.3-сурет кестесінен табуға болады.

Жартылай толқынды вибратор жағдайында иықтың қысқаруы мынаны құрайды:

$$\Delta l \approx \frac{6,8\lambda}{W_т}. \qquad (7.13)$$

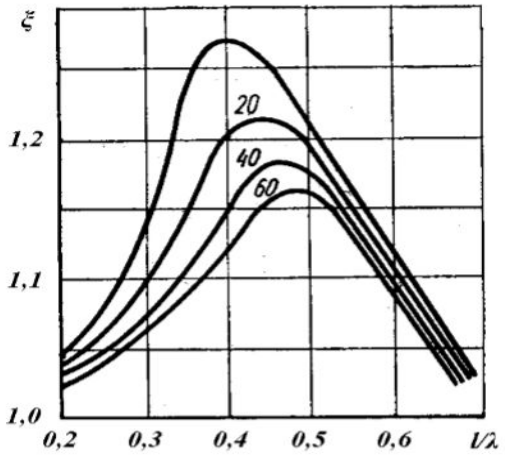
Қысқа толқын диапазонына арналған соңғы вибратор кострукциясы Наденeнко деп аталады. Қысқартылғанда бұл антенналар ГВ деп аталады.

$\frac{1}{h}$ — ГВ (горизонтальды вибратор) және ГВД (горизонтальды вибратор диапазоны) $\frac{l}{h}a$.

мұндағы l — иықтың ұзындығы;

a — вибратор иығының радиусы,

h—оның ілу биіктігі. Барлық мәндер метрмен алынады.



7.3 сурет - Вибратордағы толқынның қысқару коэффициенті

Ең көп таралған (2L=λ/2) жартылай толқынды симметриялы вибраторлар. Мұндай вибратор толқынының меншікті (резонанстық)

ұзындығы, оның кіру кедергісінің реактивті құраушысының нөлге айналу жағдайынан, қысқарту әсерін ескерместен, мынаған тең болады.

$$\lambda_0 = 4l \ . \tag{7.14}$$

Жартылай толқынды көлденең вибраторлардың толқындық кедергілері осы формулалар бойынша табылуы мүмкін:

- ГВ антеннасы үшін:

$$W_{\text{т}} = 120 \ln ln \left(0,175 \frac{\lambda_0}{a}\right) \ ; \tag{7.15}$$

- ГВД антеннасы үшін:

$$W_{\text{т}} = 120 \ln ln \left(0,175 \frac{\lambda_0}{a_{\text{эк}}}\right) \tag{7.16}$$

мұндағы $a_{\text{эк}}$ —вибратор иығының эквивалентті радиусы, ол мына формуламен анықталады

$$a_{\text{экв}} = a \sqrt[N]{\frac{Nr_0}{a}} \ . \tag{7.17}$$

мұндағы a — вибратор иығын түзетін цилиндр бетінің радиусы;

r_0 — сымдар радиусы;

N-вибратордың цилиндр бетіндегі сымдар саны.

Егер $a_{\text{экв}}$ эквивалентті радиусы белгілі болса және вибратордың иығын құрайтын цилиндрлік беттің a тиісті радиусын анықтау қажет болса, онда осы формуланы пайдаланады:

$$a = \sqrt[N-1]{\frac{a_{\text{экв}}^N}{(Nr_0)}} \ . \tag{7.18}$$

ГВД антеннасы үшін қалған параметрлерді осы формулалар бойынша есептеуге болады:

- жұмыс жиіліктер белдеуінің салыстырмалы ені (пайызбен):

$$\frac{2\Delta f}{f_{\text{ср}}} = 200(1 - 0,74 \frac{W_{\text{в}}}{73,1}) \ ; \tag{7.19}$$

Сапалығы:

$$Q \approx 0,0\,11 \ W_{\text{т}} \ ; \tag{7.20}$$

Кіріс кедергісі:

$$R_{\text{кір}} \approx W_{\text{т}}^2/73,1. \qquad (7.21)$$

Вибратордан r (километрмен) қашықтықта ең жоғары сәулелену бағытында вибратор жасайтын электр өрісінің кернеулік деңгейін (метр) мына формула бойынша анықтауға болады:

$$E = 7\sqrt{P_{\text{вх}}}/r\,, \qquad (7.22)$$

мұндағы $P_{\text{кір}}$ —антеннаға берілетін қуат, Вт.

7.2 Типтік есептерді шешу жолдары

1. $2l = 0,7$ м симметриялы вибратор $I_0 = 0,3$ А амплитудасы бар токпен қозғалады және кірісінде f = 400 МГц жиілігінде жұмыс істейді. Электр және магнит өрістер кернеулігінің амплитудасын бақылау нүктесіне r = 100 м қашықтықта орналасқан дірілдеткіштің және $\theta = \frac{\pi}{3}$ рад бұрышының осін анықтау. Антенна ауада орналасқан.

Ш е ш у і: Есептеу 7.1 және 7.2 формулалар бойынша жүргізіледі. Алдымен λ толқын ұзындығын және kl иығының электр өлшемін анықтаймыз. Олар тең:

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0,75 \text{ м}\,,\ kl = \frac{2\pi l}{\lambda} = 7,2817 \cdot \frac{0,3}{0,75} \cong 2,513\,.$$

Бұл kl мәнін бастапқы деректермен бірге формулаға қоямыз:

$$\left|E_\theta\right| = \frac{120\pi 0,3}{2\pi \sin sin\,(2,513)} \left| \frac{\cos cos\,(2,513 \cdot \frac{0}{5}) - \cos cos\,(2,513)}{100 sin(\frac{\pi}{3})} \right| \cong \frac{0,307}{0,877} |0,309 - 0,809| \cong 0,177 \frac{\text{В}}{\text{м}}\,;$$

$$\left|H_\varphi\right| = \frac{0,177}{120\pi} = 0,479 \frac{\text{мА}}{\text{м}}\,.$$

2. Егер толқын ұзындығы λ=1 м болса, диаметрі $2a$ =20 мм сымнан жасалған ұзындығы $2l = 0,97$ м симметриялы вибратордың кіріс кедергісін анықтау қажет.

Ш е ш у і: Алдымен вибратордың толқындық кедергісін анықтаймыз:

$$W_{\text{т}} = \frac{120\pi}{\pi}\left[\ln ln\,\frac{1}{\pi \cdot 10^{-2}} - 0,577\right] \cong 344 \text{ Ом}\,.$$

Толқындық вибратордың сәулелену кедергісі:

$$Z_{\text{кір}} \approx \frac{200 - i344 \cos cos\left(\frac{2\pi 0,48}{1}\right) \sin sin\left(\frac{2\pi 0,48}{1}\right)}{\left(\frac{200}{344}\right)^2 + sin^2\left(\frac{2\pi 0,48}{1}\right)} \approx (570 + i120)\ \text{Ом}.$$

3.Резонансқа келтіру мақсатында диаметрі $\frac{2a}{\lambda} = 0,02$ сымнан жасалған симметриялы толқынды вибратордың қысқаруын анықтау қажет.

Ш е ш у і: Бұл жағдайда $\frac{l}{\lambda} = 0,5$; $\frac{l}{a} = 50$. 7.3 суреттен ξ = 1,17 анықтап, 7.17 формуласы бойынша табамыз:

$$\Delta l = \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) 0,25l = \left(1 - \frac{1}{1,17}\right) 0,25 \cdot 0,5\lambda \approx 0,018\lambda ,$$

яғни вибратордың қысқаруы:

$$2\Delta l = 0,037\lambda .$$

4. Резонанстық жиіліктегі толқындық кедергісін анықтау және ГВД антеннасының жұмыс жиіліктер жолағының салыстырмалы ені $\frac{10}{h}0,7$, әрқайсысы N = 7 сымнан тұратын радиусы r_0 = 2 мм табу.

Ш е ш у і: (7.17) формула бойынша антеннаның эквивалентті радиусын табамыз:

$$a_{\text{экв}} = a\sqrt[N]{\frac{Nr_0}{a}} = 0,7\sqrt[7]{\frac{7 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{0,7}} \approx 0,31 .$$

7.19 формулаға сәйкес антенна толқынының резонанстық ұзындығы:

$$\lambda_0 = 4l = 4 \cdot 10 = 40 \text{ м}.$$

7.21 және 7.24 формулалар бойынша:

$$w_{\text{т}} = 120 \ln ln \left(0,175 \frac{\lambda_0}{R_{\text{э}}}\right) = 120 \ln ln \left(0,175 \cdot \frac{40}{0,13}\right) \approx 374 \text{ Ом} ;$$

$$\frac{2\Delta f}{f_0} = 200\left(1 - 0,74 \frac{W_{\text{в}}}{73,1}\right) = 200(1 - 0,74 \frac{374}{73,1}) \approx 23\% .$$

5. Жартылай толқынды резонанстық саңылаулы (щелевая) антенна, ені b = 1 см және λ = 70 см толқынында жұмыс істейді. Антеннаның. кірістік кедергісі анықтау қажет.

Ш е ш у і: Алдымен эквивалентті толқындық кедергіні және саңылаудың (щел) резонанстық ұзындығын табамыз. 7.16 және 7.17 формулаларды пайдаланамыз:

$$W_{\text{саң}} \approx 120 \ln ln \left(\frac{0,71\lambda}{b}\right) = 120 \ln ln (0,71 \cdot 70) = 450 \text{ Ом} ;$$

$$2\Delta l \approx \frac{13{,}7\lambda}{W_{\text{вщ}}=13{,}7\frac{70}{450}\approx 1{,}8\text{ см}};$$

$$2l = \frac{\lambda}{2} - 2\Delta\lambda = \frac{70}{2} - 1{,}8 = 28{,}2\text{ см}.$$

$$Z_{\text{кір}} \approx \frac{(70\pi)^2}{73^2+\left(450\frac{\pi\cdot 28{,}2}{70}\right)^2}\cdot\left(73 + i450\frac{\pi\cdot 28{,}2}{70}\right)\approx (342 + i222)\ \text{Ом}.$$

6. Толқынның резонанстық ұзындығында жұмыс істейтін симметриялық емес вертикальды жерге тұйықталға (заземленная) вибраторға қуат беріледі P = 10 кВт. Таратқыштың жиілігі f = 750 кГц. Табу керек: тиімді биіктікті, ПӘК-ті, антенналар түбіндегі токты және барынша электр өрісінің кернеулігі вибратордан r = 12 км қашықтықта $R_{\text{п}}$ = 7 Ом антеннадағы шығын кедергісі.

Ш е ш у і. Толқынның резонанстық ұзындығында жұмыс істейтін вибратор биіктігін (6.36) формуладан аламыз [6]. Таратқыштың толқын ұзындығын алдын ала есептеп алу керек:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot 10^{-8}}{750\cdot 10} = 400\text{ м}; l = \frac{\lambda}{4} = \frac{400}{4} = 100\text{ м}.$$

Вибратордың тиімді биіктігін мына формула бойынша анықтаймыз [6]:

$$l_{\text{эф}} \cong 0{,}74l = 0{,}74\cdot 100 = 74\text{ м}.$$

Ток максимумына жатқызылған четвертьволновой вибратордың сәулелену кедергісі симметриялық жартылай толқынды вибратордың сәулелену кедергісінен екі есе аз, яғни $R_{\Sigma max}\approx 37$ Ом. (6.34) формуласы бойынша [6]:

$$I = I_{max}sinkl = \sqrt{\frac{2P}{R_{\Sigma max}+R_{\text{п}}}}sin\frac{2\pi l}{\lambda} = \sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot 10^3}{37+7}}sin\frac{2\pi}{4} = 21{,}4$$

Антеннаның ПӘК-і мына формуламен есептейміз (6.41), ал электр өрісінің кернеулігі (6.47) формуласы бойынша [6], болжамалы максимумы θ=π/2:

$$\eta\eta = \frac{37}{37+7}\approx 0{,}84;\ .$$

$$E_{max} = \frac{70I_{max}}{r} = \frac{70\cdot 21{,}4}{12\cdot 10^3} = 107\ \frac{\text{мВ}}{\text{м}}$$

7.3 Есептер

7.3.1 Егер қабылдау нүктесіндегі электр өрісінің кернеуі E = 50 мкВ / м болса, ұзындығы $2l$ = 10 м болатын симметриялық жартытолқынды вибраторға қосылған қабылдағыш кірісінде U_H кернеуін анықтаңыз.

Қабылдағыш R_H = 170 Ом кіріс кедергісі, антеннадағы шығындарға кедергі $R_{\text{п}}$ = 10 Ом. Ең жоғары ЭДС антеннаға енгізілген деп есептейік.

7.3.2 Қабылдағыш антеннаның келесі параметрлері бар: $l_{\text{эф}}$ = 1,4 м; R_{Σ} = 75 Ом. Қабылдау нүктесіндегі электр өрісі Е = 200 мкВ / м болса, антенна мен сәйкес келетін жүктеменің максималдық уақытын анықтаңыз.

7.3.3 2L = 10 м ұзындығы бар қабылдағыш симметриялық жартытолқынды вибратордың максималды қуатын анықтаңыз, қабылдау нүктесінде электр өрісінің Е = 100 мВ / м күшіне сәйкес келетін жүктемеге жеткізе аласыз. Вибратордың тиімді ауданың тауып, оның жоғалтқан шығындарын ескермейміз.

7.3.4 2L = 3L/4 ұзындығы бар зақымдануды симметриялық қабылдаудың тиімді аймағын анықтаңыз. Қабылдаушы жарты толқынды (2l = λ / 2) вибратордың тиімді аймағынан бұл аймақ неше есе көбірек?

7.3.5 Қоректену нүктесінде 2L/λ салыстырмалы ұзындығы кезінде симметриялық вибратор тогының максимумында, сәулеленудің тиімді ұзындығын және кедергісін анықтау:

а) 3/20;

б) 1/4;

в) 1/2.

7.3.6 $2a$ = 10 мм диаметрі бар және f = 150 МГц жиілігінде жұмыс істейтін симметриялы жартылай толқынды вибратордың қысқаруын ескере отырып, резонанстық ұзындығын анықтау.

7.7. $2l$ = 20 см геометриялық ұзындығы және диаметрі 2a = 10 мм болатын симметриялы толқынды вибратор резонансқа бапталатын таратқыштың жиілігінанықтау.

7.8. Толқындық кедергісі симметриялық жартытолқынды вибратордың $W_{\text{т}}$ = 700 Ом. Вибратордың резонанстық ұзындығын анықтау, егер оның диаметрі $2a$ = 17 мм болса.

7.9. Симметриялы вибратор толқын кедергісі бар $W_{\text{в}}$ = 800 Ом және диаметрі 2a = 10 мм. Вибратордың қысқару эффектісін ескермей, жұмыс жиілігін анықтау.

8. Антенна торлары

8.1 Бағыттылық диаграммаларының өзгерісі туралы теорема

БД векторлық комплекс ретінде жазылуы мүмкін. БД элементі бір элемент $\overline{F}_{\text{эл}}(\theta,\varphi)$ скаляр көбейткіштері $f_{\Sigma}(\theta,\varphi)$, жүйе элементтерінің фазалық орталықтарында (тор тораптарында) орналасқан нүктелі изотропты сәуле шығарғыштар жүйесінің бағыт диаграммалары болып табылады, яғни:

$$\overline{F}_{\Sigma}(\theta,\varphi) = \overline{F}_{\text{эл}}(\theta,\varphi) f_{\Sigma}(\theta,\varphi). \qquad (8.1)$$

Теореманы бір типті үздіксіз немесе дискретті таратылған сәуле шығарғыштардың жиынтығы түрінде ұсынуға болатын антенна жүйелерінің кез келген БД түрлерін табу үшін қолданады [6].

Екі вибратор жүйесі.

Симметриялық вибраторға бағытталған қасиеттерді жақсарту үшін әдетте, біраз қашықтықта орналасқан екінші вибраторды қосады. Екінші вибратор, бірінші сияқты белсенді бола алады және генераторға қосылуы мүмкін, немесе пассивті бола алады және бірінші вибратордың электромагниттік өрісімен қозғалуы мүмкін.

Біржазықтықта бір-біріне параллель екі бірдей белсенді вибратор жатсын, ал оларды қоректендіретін токтар өзара арақатынасымен байланысты:

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1 = m \exp exp\,(i\,\Delta\Phi)} \qquad (8.1а)$$

мұндағы m-ток амплитудасының қатынасы;

$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ -ток фазасының I_2 фазасына қатысты ығысуы, I_1 рад. Вибраторлардың осьтері z осіне параллель. Тікбұрышты координаттардың сфералық жүйесін енгіземіз. Сонда екі вибраторлық жүйенің нормаланған амплитудалық БД:

- Е жазықтығы:

$$\overline{F}\,(\theta) = \frac{\cos cos\,(kl\cos cos\,\theta) - \cos cos\,kl}{(1-\cos cos\,kl)\sin sin\,\theta}\sqrt{\frac{1+m^2+2m\cos cos\,(\Delta\Phi - kd\sin sin\,\theta)}{1+m^2+2m\cos cos\,(\Delta\Phi - kd)}}\;; \qquad (8.2)$$

- Н жазықтығы:

$$\overline{F}\,(\varphi) = \sqrt{\frac{1+m^2+2m\cos cos\,(\Delta\Phi - kd\sin sin\,\varphi)}{1+m^2+2m\cos cos\,(\Delta\Phi - kd)}}\,, \qquad (8.3)$$

мұндағы l – дірілдеткіш иығының ұзындығы;

d – олардың арасындағы қашықтық;

θ - бұрышы z осіне есептеледі;

φ – полярлық бұрыш.

Бірінші вибратордың қоректендіру нүктелерінде токқа жатқызылған жүйенің сәуле шығару кедергісі мынадай формула бойынша есептеледі:

$$R_{\Sigma c} = R_{\Sigma 1} + m^2 R_{\Sigma 2} + 2mR_{12}\cos cos\,\Delta\Phi\;. \qquad (8.4)$$

Қисық белсенді R_{12} және реактивті X_{12} құрайтын өзара кедергі жартытолқынды вибраторға байланысты салыстырмалы қашықтық d⁄λ (8.1сурет бейнеленген).

Нәтижелейтін БДК вибратор системалары былай орналасады:

$$D_{\text{с}} = \frac{D_0(1+m)^2 R_{\Sigma 1}}{R_{\Sigma c}}, \qquad (8.5)$$

мұндағы D_0 - жеке вибратордағы БДК, ол мына формуламен анықталады:

$$D_0 = \frac{\omega}{\pi R_{\Sigma \text{П}}}(1 - \cos cos\ kl)^2 . \qquad (8.6)$$

Жартытолқынды вибратор үшін: $D_0 \cong 1,64$.

Егер екінші вибратор пассивты болса, амплитудалық қатынасы m және ток фазаларының айырмашылығы ΔФ вибратор кірісінде Киргхоф теңдеуімен анықталады:

$$U_{\text{кір2}} = \dot{I}_2 Z_{22} + \dot{I}_1 Z_{12} = 0, \qquad (8.7)$$

мұндағы $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ - пассивті және белсенді вибраторлар токтарының кешенді мәндері;

Z_{22} – пассивті вибратордың өздік комплекстік кедергісі;

Z_{12} – өзара комплексті кедергі, активті вибратордан пассивтыға енгізіледі.

8.7 теңдеудеудегі:

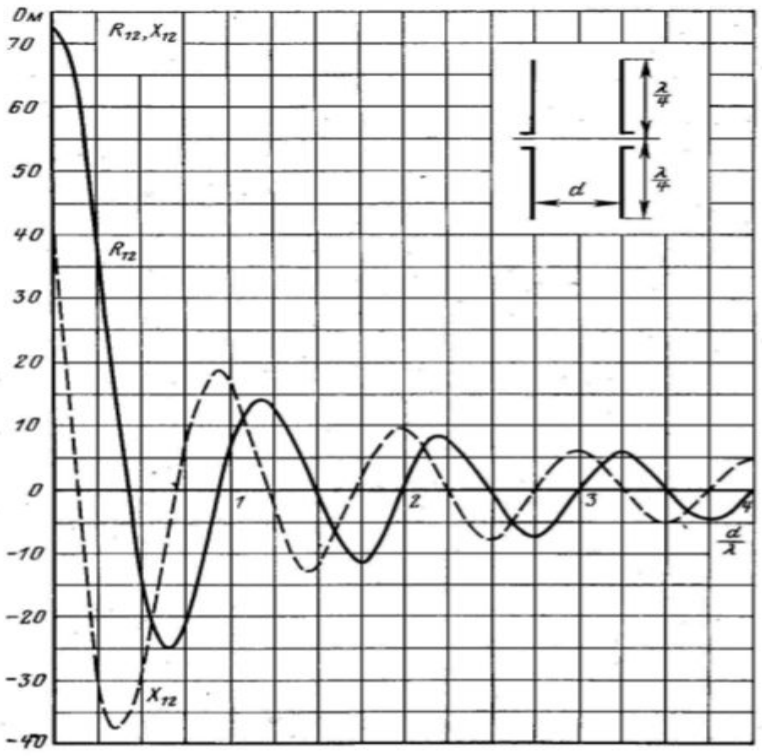
$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}} = -\frac{R_{12}+iX_{12}}{R_{22}+i(X_{22}+X_{H2})}, \qquad (8.8)$$

мұндағы R_{12} мен X_{12} - өзара әрекеттесудің белсенді және реактивті діріл кедергісінің құрамдас бөліктері;

R_{22} мен X_{22} – пассивті вибратордың меншікті кедергісінің белсенді және реактивті құрамдас бөліктері;

X_{H2} -реактивті теңшеу кедергісі, пассивті вибраторға қосылатын және ондағы токтың максимумына жатқызылған.

R_{22} пассивті вибратордағы белсенді шығындар кіреді. Егер оларды ескермесе, онда $R_{22} = R_{\Sigma 2}$ деп ұйғару қажет.



8.1 сурет - Жартытолқынды вибраторлардың өзара импедансы

8.8 теңдеуден ден аламыз:

$$m = \frac{|I_2|}{|I_1|} = \sqrt{\frac{R_{12}^2+X_{12}^2}{R_{12}^2+(X_{22}+X_{H2})^2}} \ ; \qquad (8.9)$$

$$\Delta\Phi = \pi + arctg\frac{X_{12}}{R_{12}} - arctg\frac{X_{22}+X_{H2}}{R_{22}} \quad . \qquad (8.10)$$

Мұндай жүйенің нормаланған амплитудалық БД мен БДК 8.2, 8.3 және 8.5 формулалар бойынша есептеледі, бірақ сәулелену кедергісі мына формуламен есептеледі:

$$R_{\Sigma C} = R_{\Sigma 1} + m(R_{12}\cos cos\ \Delta\Phi - X_{12}\sin sin\ \Delta\Phi) \ , \qquad (8.11)$$

мұндағы $R_{\Sigma 1}$ - токтың максимумына жатқызылған белсенді вибратор сәулеленуінің өзіндік кедергісі.

Белсенді вибратордың кіру кедергісі жүйеде былай жазылуы мүмкін:

$$Z_{\text{кір}} = R_{\text{кір}} + iX_{\text{кір}} = Z_{11} + mZ_{12}^{\,i\Delta\Phi} \ . \qquad (8.12)$$

8.12-ні түрлендіргеннен кейін аламыз:

$$R_{\text{кір}} = R_{11} + m(R_{12}\cos cos\ \Delta\Phi - X_{12}\sin sin\ \Delta\Phi)\ ; \tag{8.13}$$

$$X_{\text{кір}} = X_{11} + m(X_{12}\cos cos\ \Delta\Phi - R_{12}\sin sin\ \Delta\Phi). \tag{8.14}$$

$I(z) = I_0 exp\,[-i(N-1)\Delta\Phi]$ типті қозудың тұрақты амплитудалық және сызықтық фазалық таратуларында N изотропты сәуле шығарғыштар торының нормаланған амплитудалық немесе сызықтық эквидистантты бағыттағы көбейткіш (d=const) мына түрде болады:

$$\overline{f}_{\sum}(\theta) = \left[\frac{\sin sin\,[0{,}5N(kd\cos cos\,\theta - \Delta\Phi)\,]}{N\sin sin\,[0{,}5(kd\cos cos\,\theta - \Delta\Phi)\,]}\right], \tag{8.15}$$

мұндағы $\Delta\Phi$ - айырмашылық фазалар арасындағы токпен көрші сәулелендіргіштер;

θ – торлар мен бақылау нүктесіне бағыттаудың арасындағы осьтің бұрышы, рад.

БД және бүйір жапырақшаларының (радиан) басты максимумдарының бағыттары осы формулалар бойынша анықталады:

$$\frac{2q\pi+\Delta\Phi}{kd}\ ,\ q=0,\pm1,\pm2,\ldots; \tag{8.16}$$

$$\frac{2(q+1)\pi+N\Delta\Phi}{Nkd}\ ,\ q=\pm1,\pm2,\ldots; \tag{8.17}$$

мұндағы q – жапырақша нөмірі.

Бастыға қатысты бүйір жапырақшаларының деңгейі:

$$F_q(\theta)\approx\frac{1}{N\sin sin\,(\frac{q\pi}{N}+0{,}5\pi N)}\ , \tag{8.18}$$

Бір бағытты БД қалыптастыру және БДК екі есе ұлғайту үшін бойлық вибраторлардың торына рефлекторлардың рөлін ойнайтын вибраторлардың бірдей санын қосады, ол вибраторлардан $\lambda 4$ қашықтықта орналасады. Бағытты көбейткіш жүйесін сәулелендіргіш - бұл жағдайда реттелген рефлектор кезінде рефлектор мынандай түрде болады:

$$\bar{f}_{\sum}(\theta) = \cos cos\ [0{,}25\pi(1-\sin sin\,\theta)]\ , \tag{8.19}$$

Егер рефлектор жалпақ сым тор немесе тұтас металл табақ түрінде орындалған болса, онда:

$$\bar{f}_{\sum}(\theta) = \sin sin\,(0{,}5\pi\sin sin\,\theta)\ . \tag{8.20}$$

8.1 кесте - Жартытолқынды вибраторлардың өзара кедергісі

d/λ	$R_{\Sigma 12}$, Ом			
	$h/\lambda = 0$	$h/\lambda = 0{,}5$	$h/\lambda = 1$	$h/\lambda = 1{,}5$
0	+73,1	+26,4	–4,1	+1,7
0,1	+67,3	+23,5	–4,1	+1,7
0,2	+51,4	+15,7	–4,0	+1,7
0,3	+29,3	+5,2	–3,5	+1,6
0,4	+6,2	–4,9	2,4	+1,4
0,5	–12,5	–11,9	–0,8	+1,1
0,6	–23,3	–14,1	+1,5	+0,5
0,7	–24,9	–11,3	+3,6	–0,4
0,8	–18,5	–4,9	5,1	–1,3
0,9	–7,5	+2,8	+5,3	–2,1
1,0	+4,0	+9,0	+4,1	–2,7
1,1	+12,4	+12,0	+1,5	–2,8
1,2	+15,2	+10,8	–1,6	–2,2
1,3	+12,6	+6,3	–4,5	–1,1
1,4	+6,0	–0,1	–6,3	+0,4
1,5	–1,8	–5,8	–6,2	+2,1
1,6	–8,1	–9,2	–4,3	+3,4
1,7	–10,9	–9,3	–1,2	+4,0
1,8	–9,4	–6,1	+2,4	+3,6
1,9	–4,8	–1,2	+5,1	+2,2
2,0	+1,1	+3,9	+6,3	–0,1
2,1	+6,1	+7,2	+5,4	–1,9
2,2	+8,4	+7,8	+2,9	–3,6
2,3	+7,6	+5,6	–0,5	–4,3
2,4	+4,0	+1,6	–3,6	–3,8
2,5	–0,7	–2,2	–5,4	–2,2

Көп вибраторлы антенналық тордың сәулелену кедергісі:

$$R_{\Sigma C} = R_{\Sigma 1} + R_{\Sigma 2} + ... + R_{\Sigma i} + ... + R_{\Sigma N}\ ; \qquad (8.21)$$

$$R_{\Sigma i} = R_{\Sigma i1} + R_{\Sigma i2} + ... + R_{\Sigma ii} + ... + R_{\Sigma iN}\ . \qquad (8.22)$$

8.22 - теңдеуде $R_{\Sigma i1}, \ldots, R_{\Sigma iN}$ – өзара сәулелену кедергілері, басқа вибраторлардың әрбірінің і-ші торларға әсер етуі; ; $R_{\Sigma ii}$ - токтың максимумына жатқызылған оқшауланған і вибратор сәулеленуінің меншікті кедергісі. Өзара кедергінің мәні d вибраторларының арасындағы қашықтыққа және олардың осьтік ығысу h байланысты. Екі вибратор жүйесі үшін бұл мәндер 8.1.кестеде келтірілген. Өзара кедергілердің мәндерін пайдалана отырып, кедергілердің тек синфазалық кедергінің сәулеленуін таба қоймай, оған қоса қарсыфазаны да таба аламыз. Соңғы жағдайда 8.1. кестеде көрсетілген кедергі мәніндегі белгілер керісінше өзгерту керек.

Директорлық және логопериодикалық антенналар.

Директорлық антенна-параллельді симметриялы вибраторлардың бір жазықтығында орналасқан N дискретті жүйесі. Діріл өлшемдері әдетте жартытолқындыға жақын. $2l = \frac{\lambda}{2}$ өлшемі бар вибраторлардың бірі фидерлік сызыққа қосылады және белсенді деп аталады, ал басқалары фидерлік сызыққа қосылмайды және пассивті деп аталады. $2l \geq \frac{\lambda}{2}$ ұзындығы бар пассивті вибратор және белсенділіктен бір жаққа қарай орналасқан рефлектор рөлін атқарады. Қалған вибраторлардың ұзындығы $2l < \frac{\lambda}{2}$, белсендіден басқа жағына қарай орналасады және директорлар деп аталады. Пассивті вибраторлар олардың арасындағы өзара байланыс есебінен белсенді вибратордың электромагниттік өрісімен қозғалады. Директорлардың және рефлектордың өлшемдері мен орналасуы антенна төсемінің бойымен директорлардың бағытында баяулату коэффициентінің оңтайлы мәні бар электромагниттік толқын таралатындай етіп таңдап алынып, ең жоғары бағыттылығы бар осьтік сәулеленудің режимін қамтамасыз етеді.

Вибраторларды n = 1,2,3, …, N индекстері арқылы нөмірлейміз. Сонда рефлекторға n = 1; тура келеді, активті вибраторға n = 2; бірінші директорға n = 3 және т.б. Вибраторлар бір – бірінен d_n арақашықта орналассын, демек d_n – номерлі вибратор n және n + 1 арасындағы қашықтық. Директорлы вибраторлардағы токтар Киргхоф теңдеулері арқылы анықталады [6]:

$$I_1 Z_{11} + I_2 Z_{21} + I_3 Z_{31} + \ \ldots \ + I_N Z_{N1} = 0 \; I_1 Z_{12} + I_2 Z_{22} + I_3 Z_{32} + \ \ldots \ + I_N Z_{N2} = U_2 \; I_1 Z_{13} + \ldots$$
, (8.23)

мұндағы I_1, I_2, I_n – рефлектордағы комплексті амплитудалы ток, активті вибраторда және директорда n номеріне сәйкес келеді;

Z_{11}, Z_{22}, Z_{nn} – рефлектордың өздік кедергісі, активті вибраторда және директорда n номерлі;

Z_{mn} – екі вибратор арасындағы өздік кедергі m және n номерлері;

U_2 – активті вибратор кірісіндегі кернеу.

8.23 системалық теңдеулерінен вибраторлардың токтарын тапқаннан кейін, БД антенналарының амплитудаларын мына формулалармен есептеуге болады:

- Е жазықтықта жатқан вибратор ($\varphi = 0$):

$$f\left(\theta^E\right) = \sum_{n=1}^{N} I_n \frac{\cos cos\,(kl_n \cos cos\,\theta^E) - \cos cos\, kl_n}{kl_n)\,\sin sin\,\theta^E} exp(ikd_n \cos cos\,\theta^E); \qquad (8.24)$$

- Н жазықтықта, ортогональды жазықтықта жатқан вибратор ($\varphi = \frac{\pi}{2}$):

$$f\left(\theta^H\right) = \sum_{n=1}^{N} I_n exp(ikd_n \cos cos\,\theta^H)\ , \qquad (8.25)$$

мұндағы θ - антенна осі мен бақылау нүктесіне бағыт арасындағы бұрыш;

φ – полярлы бұрыш жазықтығы, антенна және жазықтықта жататын вибратор осі.

Координаталар жүйесінің басы белсенді вибратордың ортасында болады, сондықтан $d_1 < 0$ деп есептеу қажет.

Егер жүйені 8.23 арқылы шешпесе, онда директорлық антеннаның сәуле шығару сипаттамаларын жақын бағалау үшін $d_n = d_{\text{op}}$, $2I_n = \frac{\lambda}{2}$, $I_n = I_0 exp\left[-i(n-1)\Delta\Phi\right], \Delta\Phi = \frac{\pi}{2)}$ деп болжайды. Сонда нормаланған амплитудалық БД антенналарды мына формулалар бойынша есептеуге болады:

- Е жазықтықта (φ = 0):

$$\overline{F}\left(\theta^E\right) = \frac{\cos cos\,(0{,}5\pi \sin sin\,\theta^E)}{\cos cos\,\theta^E} \bullet \frac{\sin sin\left[\frac{N\pi d_{\text{ср}}}{\lambda}(1-cos\theta^E)\right]}{\left[\frac{N\pi d_{\text{ср}}}{\lambda}(1-cos\theta^E)\right]}; \qquad (8.26)$$

- Н жазықтықта (φ = $\frac{\pi}{2}$):

$$\overline{F}\left(\theta^H\right) = \frac{\sin sin\left[\frac{N\pi d_{\text{ср}}}{\lambda}(1-cos\theta^H)\right]}{\left[\frac{\pi d_{\text{ср}}}{\lambda}(1-cos\theta^H)\right]}. \qquad (8.27)$$

БД антенналарының ені (радиан) осы формулалармен анықталады:

- Е жазықтықта:

$$2\theta^E_{0,5} \approx \frac{3{,}5}{N-1}, \qquad (8.28)$$

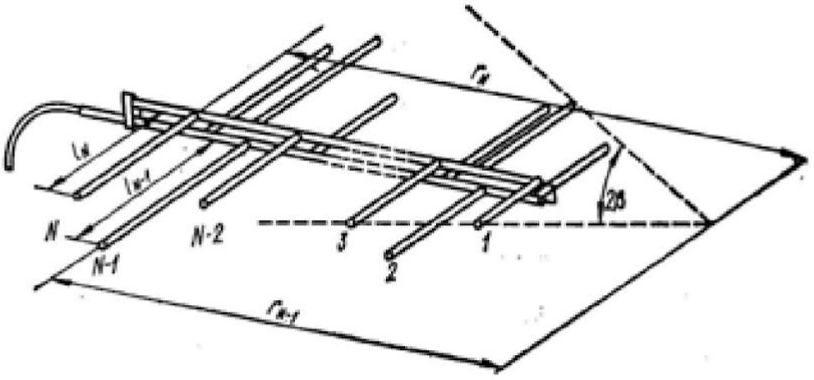
- Н жазықтықта:

$$2\theta^H_{0,5} \approx \frac{3{,}8}{N-1}. \qquad (8.29)$$

БДК БД максимум бағытында және директорлық антеннаның тиімді алаңы мына формулалар бойынша есептеледі:

$$D_0 \approx 5\left[1 + d_{\text{op}}(N-1)/\lambda\right], \qquad (8.30)$$

$$S_{\text{эф}} = D_0\lambda^2/(4\pi). \qquad (8.31)$$



8.2 сурет - Логопериодикалық антенна

Логопериодикалық антенна (8.2 сурет) директорлық сияқты метрологиялық және дециметрлік толқындарда радиобайланыста және теледидарда қолданылады. Оның басты ерекшелігі, ол өте кең жиілік диапазонда жұмыс істей алады: толқынның ең үлкен ұзындығы антеннаның максималды рұқсат етілген көлденең өлшемдерімен анықталады ($2l_N \approx \frac{\lambda_{max}}{2)}$, ал толқынның ең аз ұзындығы ең қысқа вибратордың орындалу дәлдігімен шектеледі ($2l_1 \approx \frac{\lambda_{min}}{2)}$.

Ұқсастық коэффициенті (құрылымның өлшемсіз кезеңі) τ көршілес вибраторлар ұзындығын қосады $2l_{n-1}$ және $2l_n$, және осы вибратор арақашықтықтарын 1 − nr мен n r бұрыштың шыңынан β2 ара қатынасымен антенна төсемі ашылуы:

$$\tau = 2l_{n-1}/(2l_n) = r_{n-1}/r_n . \qquad (8.32)$$

Көлденең сілтілері (поперечными щелями) бар синфазалы антеннаның қалыпты амплитудалық БД бойлық жазықтықта келесідей:

$$\overline{F}(\theta) = \frac{\sin sin\,(0{,}5Nk\lambda_{в} \sin sin\,\theta)}{N \sin sin\,(0{,}5k\lambda_{в} \sin sin\,\theta)} , \qquad (8.33)$$

мұндағы θ - толқынның кең қабырғасына нормалардың арасындағы бұрыш және бақылау нүктесіне бағыт;

N - саңылаулар саны;

λ - толқынжолдардағы толқын ұзындығы, мына формула бойынша есептеледі:

$$\lambda_{в} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-[\lambda/(2a)]^2}} , \qquad (8.34)$$

мұндағы а - толқынның кең қабырғасының өлшемі.

Нормаланған амплитудалы БД синфазды антенна бойлық саңлаулары бойлық жазықтықта бір саңылаудың нормаланған амплитудалық БД

туындысымен анықталады $\overline{F}_1(\theta)$ нормаланған көбейткіш системасында (торлар) $\bar{f}_{\sum}(\theta)$, яғни :

$$\overline{F}(\theta) = \overline{F}_1(\theta)\bar{f}_{\sum}(\theta) = \frac{\cos cos\,(0{,}5\pi \sin sin\,\theta)}{\cos cos\,\theta} \frac{\sin sin\,(0{,}5Nk\lambda_т \sin sin\,\theta)}{N \sin sin\,(0{,}5k\lambda_т \sin sin\,\theta)} . \qquad (8.35)$$

Эквивалентті тізбектей қосылған көлденең кедергісі жартытолқынды саңылау толқынның толқындық кедергісі H_{10} толқынымен нормаланған:

$$\overline{R}_1(\theta) \cong 0,523\left(\frac{\lambda_т}{\lambda}\right)^3 \frac{\lambda^2}{ab}\left(\frac{\pi\lambda}{4a}\right)\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) . \qquad (8.36)$$

мұндағы x_0 -толқынның тар қабырғасына қатысты саңылау ортасының ығысуы.

Эквивалентті қосылған бойлық жартылай толқынды саңылаудың өткізгіштігі толқынның толқындық кедергісіне нормаланған (көбейтілген) H_{10} толқыны бар, мына формула бойынша есептеледі:

$$\overline{G_1}(\theta) \cong 2,09\frac{a\lambda_т}{b\lambda}\left(\frac{\pi\lambda}{2\lambda_т}\right)\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) . \qquad (8.37)$$

Нормаланған кіріс кедергілері және осы торлардың өткізгіштігі тиісінше тең:

$$\overline{R}_{кір} = N\overline{R}_1, \qquad \overline{G}_{кір} = N\overline{G}_1 . \qquad (8.38)$$

Қозғыш толқында жүгіруші толқындар режимі орнауы үшін осы шарт орындалуы тиіс:

$$\overline{R}_{кір} = \overline{G}_{кір} = 1. \qquad (8.39)$$

Саңылаулар жүгіртме толқынға сәйкес келетін екі көрші сілтілер арасындағы фазалық шабуылдарды қамтамасыз ететін екінші d қашықтықта орналасады, яғни:

$\Delta\Phi = 2\pi d/\lambda_т$ - синфазалы байланысқан саңылаулар үшін:

$\Delta\Phi = 2\pi d/\lambda_в \pm \pi$ - айнымалы фазалы байланысқан саңылаулар үшін:

Мұндай антенналардың нормаланған амплитудалық БД саңылауларды аз мөлшерде фазалау кезінде 8.33 және 8.35 формулалар бойынша есептеледі, ал толқын өткізгіштің кең қабырғасына нормаға қатысты БД басты максимумының ығысу шамасы (радиан) ара қатынасты пайдалана отырып анықталады:

$$\delta\theta = \arcsin arcsin\,(\lambda/\lambda_в - q) , \qquad (8.40)$$

мұндағы 0 =q - саңылау толқыны өрісімен синфазалы байланысқан үшін q = 0,5 — толқынжолмен айнымалы фазалы байланысқан саңылаулар

үшін. Толқынды-саңылаулы антенна торларының БДК мынадай формула бойынша бағаланады:

$$D_0 \approx 3,2N\,. \qquad (8.41)$$

8.2 Типтік есептерді шешу жолдары

1. Бір жазықтықта орналасқан параллельді жартылай толқынды белсенді және пассивті вибраторлардан тұратын жүйедегі ток фазалары мен амплитудалар арасындағы қатынасты табу, егер $R_{\sum 1} = R_{\sum 2} = 73$ Ом; $X_{\sum 2} = 40$ Ом; $X_{H2} = 0$; d = 0,15λ. Жоғалтуларды ескермейміз. Сондай-ақ антеннаның сәулелену кедергісін анықтау.

Ш е ш у і: 8.1 сурет кестелерінен вибраторлардың өзара кедергісінің активті және реактивті құрамдастарының шамасын табамыз: $R_{12} \approx$ 60 Ом, $X_{12} \approx$ -6 Ом. Амплитудалардың қатынасы және тербелістегі ток фазаларының ығысуы 8.9, 8.10 формулалар бойынша анықталады:

$$m \approx \sqrt{\frac{60^2+6^2}{73^2+40^2}} \approx 0,73;$$

$$\Delta\Phi \approx \pi + \frac{X_{12}}{R_{12}} - \frac{X_{\sum 2}+X_{н2}}{R_{\sum 2}} = \pi + \frac{-6}{60} - \frac{40}{73} \approx 2,5 \text{ рад.}$$

8.11 формуласынан аламыз

$$R_{\sum 2} \approx 73 + 0,73\,(60\cos cos\ 2,5 + 6\sin sin\ 2,5\,) \approx 40 \text{ Ом.}$$

2. Түзу сызық бойымен бағытталған және жазық рефлектордан d = λ / 4 қашықтықта орналасқан синфазалық жартылай толқынды бойлық вибраторлардан N=3 тұратын сызықтық антенналық тордың сәулелену кедергісін анықтау. Вибраторлар арасындағы қашықтық өте аз, ал рефлектор өте жақсы өткізуші және шексіз ұзындығы бар деп қабылдаймыз.

Ш е ш у і: Рефлектордың әрекетін 1'-3' фиктивті вибраторлардың әрекеті ретінде қарастыруға болады, ол 1-3 нақты вибраторларының айналы бейнесі. Сонда 1 вибраторы үшін 8.22 формулаға сәйкес:

$$R_{\sum 1} = R_{\sum 11} + R_{\sum 12} + R_{\sum 13} + R_{\sum 11'} + R_{\sum 12'} + R_{\sum 13'}\,.$$ жазуға болады.

8.1 кестеден енгізілетін сәуле кедергілерінің шамаларын табамыз:

$$R_{\sum 12} = 26,4 \text{ Ом} \quad d/\lambda = 0 \text{ мен } h/\lambda = 0,5;$$

$$R_{\sum 13} = -4,1 \text{ Ом} \quad d/\lambda = 0 \text{ мен } h/\lambda = 1;$$

$$R_{\sum 11'} = 12,5 \text{ Ом} \quad d/\lambda = 0,5 \text{ мен } h/\lambda = 0;$$

$R_{\sum 12'} = 11,9$ Ом мұнда $\frac{d}{\lambda} = 0,5$ және $\frac{h}{\lambda} = 0,5$; $R_{\sum 13'} = 0,8$ Ом мұнда $\frac{d}{\lambda} = 0,5$ ж

Таңбалар қарама-қарсыға өзгертілген

1 вибратор сәулеленуінің меншікті кедергісін тең деп есептей отырып:

$$R_{\sum 2} = R_{\sum 2'} = R_{\sum 22} + 2R_{\sum 21} + 2R_{\sum 21'} + 2R_{\sum 22'} =$$

$$73 + 2 \cdot 26,4 + 2 \cdot 11,9 + 2 \cdot 6,25 = 162,1 \text{ Ом.}$$

Барлық антенналық тордың сәулелену кедергісі:

$$R_{\sum c} = 4R_{\sum 1} + 2R_{\sum 2} = 4 \cdot 12,6 + 2 \cdot 162,1 = 806,6 \text{ Ом.}$$

8.3 Есептер

8.3.1 Е және Н жазықтықтарында нормаланған амплитудалық БД антенналарды есептеу және құру, екі параллельді жартылай толқынды вибраторлардың жалпы экваторлық жазықтығы бірдей амплитудасы және фазалық $\Delta F = \pi / 2$ ауыспалы токтармен қозғалады. Вибраторлар арасындағы қашықтық $d = \lambda / 2$.

8.3.2 Екі симметриялы жартылай толқынды вибратор бір-бірінен d қашықтықта орналасқан, олардың экваторлық жазықтықтары сәйкес келеді. Екі вибратор амплитудаға тең электр тогымен қозғалады. Олардың жалпы экваторлық және меридионалды жазықтықтарында $d = 0,25\ \lambda$ және $d = = 0,75\ \lambda$ кезінде вибраторлардың бағытталуының нормаланған диаграммаларын

полярлық координаттарда есептеу және құру, вибраторлар синфазалық қозғалады деп есептей отырып. Алынған диаграммаларды салыстыру.

8.3.3 Сәуле шығару кедергісін және антеннаның ең жоғары БДК анықтау, белсенді жартылай толқынды вибраторлардың жалпы экваторлық жазықтығы бар екі параллельден тұратын, бірдей амплитудасы және фазалық $\Delta F = \pi / 2$ ауыспалы токтармен қозғалады. Вибраторлар арасындағы қашықтық $d = \lambda/2$.

8.3.4 Бір-бірінен 0,8 λ қашықтықта орналасқан екі активті жартылай толқынды вибраторлардан тұратын Антенна дірілдегіштердегі ток амплитудасының қатынасы m = 0,5, ал фазалардың ығысуы $\Delta\Phi = \pi$. Сәуле шығару кедергісін және антеннаның ең жоғары БДК анықтау.

8.3.5 Координаталардың полярлық жүйесінде Е және Н жазықтығында нормаланған амплитудалық БД, жартылай толқынды белсенді және пассивті вибраторлардан тұратын антенналар, келесі деректер кезінде: $R_{\sum 1} = R_{\sum 2} = 73$ Ом; $X_{\sum 2} = 40$ Ом; $X_{н2} = 0$; $d = 0{,}15\lambda$. Антеннаның сәулелену кедергісін анықтау.

9 Апертуралық антенналар

9.1 Жазық сәулендеруші ашылулар

АЖЖ диапазонында екі бұрыштық координаталар бойынша бағытталған сәулеленуді алу үшін сәуле шығаратын немесе шағылыстыратын беттері бар антенналар кеңінен қолданылады. Мұндай антенналар апертуралық деп аталады. Олардың сәулеленуінің сипаттамалары беттің түріне де, антенна бетінде бөгде өріспен немесе көзмен қозғалатын өрістің амплитудалық-фазалық таралуына да байланысты. Бұл ретте ең үлкен бағыт тұрақты амплитудалық (тең амплитудалық) таратумен жазық синфазалық бетті қамтамасыз етеді.

Егер S_P сәуле шығаратын беті тікбұрышты болса, онда алыс аймақта оның нормаланған амплитудалық БД (бағыттылық диаграммасы БД) мына өрнектермен сипатталады:

- $E\,(\varphi = 0)$ жазықтығында:

$$\overline{F}\left(\theta^E\right) = \frac{sin(0{,}5kb_p sin\theta^E)}{0{,}5kb_p sin\theta^E}\,\frac{1+cos\theta^E}{2}\,; \qquad (9.1)$$

- $H(\varphi = \frac{\pi}{2})$ жазықтығында:

$$\overline{F}\left(\theta^H\right) = \frac{sin(0{,}5ka_p sin\theta^H)}{0{,}5ka_p sin\theta^H}\,\frac{1+cos\theta^H}{2}\,, \qquad (9.2)$$

мұндағы a_p және b_p — антеннаның ашылу пішіндері (апертураның);

θ — нормаль мен антенна беті (Oz осі) арасындағы радиан ретіндегі бұрыш және бақылау нүктесіне бағыттау.

Апертурлық антенналардың БД (бағыттылық диаграммасы) ені және тиісті жазықтықтағы бүйір жапырақшаларының деңгейіндей формулалар бойынша табылуы мүмкін, онда $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ қою керек.

Тікбұрышты сәулелендіру белгілі бір бет арқылы нөлге түсетін косинусоидалық бөлінуде, мысалы Оу бойымен, ось бойымен (Н жазықтығы) антеннаның нормаланған амплитудалық БД мына түрде:

$$\overline{F}\left(\theta^H\right) = \frac{cos(0{,}5ka_p sin\theta^H)}{(0{,}5\pi)^2 - (0{,}5ka_p sin\theta^H)^2} \frac{\pi^2(1+cos\theta^H)}{8}; \qquad (9.3)$$

а - ені (радиан есебімен) БД (бағыттылық диаграммасы БД) тең:

- қуат деңгейі 0,5 болған жағдайда:

$$2\theta_{0,5}^H \approx 1,18\lambda/a_p; \qquad (9.4)$$

- сәулелену болмаған кезде:

$$2\theta_0^H \approx 3\lambda/a_p. \qquad (9.5)$$

Егер дөңгелек пішінді S_p сәулелендіру беті болса, онда нормаланған амплитудалық БД (бағыттылық диаграммасы БД) және оның ені (радиан есебінде) үшін өрнектің антеннасын ашу бойынша өрісті біркелкі бөлу кезінде басты жазықтықтарда көрініс мынандай болады:

$$\overline{F}(\theta) = \frac{J_1(0{,}5kb_p sin\theta)}{0{,}5kb_p sin\theta}(1 + cos\theta); \qquad (9.6)$$

$$2\theta_{0,5} = 1,02\lambda/b_p; \qquad (9.7)$$

$$2\theta_0 = 2.44\lambda/b_p; \qquad (9.8)$$

мұндағы d_p — ашылу диаметрі;

$J_1(0.5kd_p \sin sin\ \theta\ )$ — бірінші кезектегі Бессель функциясы.

Нөлге дейін түсетін параболикалық заңда өрісті бөлуге байланысты өрнектер осылай жазылады:

$$\overline{F}(\theta) = \frac{4J_2(0{,}5kd_p sin\theta)}{(0{,}5kd_p sin\theta)^2}(1 + cos\theta); \qquad (9.9)$$

$$2\theta_{0,5} = 1,29\lambda/d_p; \qquad (9.10)$$

$$2\theta_0 = 3,2 + \lambda/b_p, \qquad (9.11)$$

мұндағы $J_2(0,5kd_p sin\theta)$ — екінші кезектегі Бессель функциясы.

Ең жоғары сәуле шығару бағытында тегіс сәуле шығару ашылу БӘК (Бағытталған әрекет коэффициенті КНД) мынадай формула бойынша анықталады:

$$D_0 = 4\pi S_{эф}/\lambda^2, \qquad (9.12)$$

мұндағы $S_{эф}$ — антенна ашылуының эффективті ауданы тең:

$$S_{эф} = S_p \nu \ . \qquad (9.13)$$

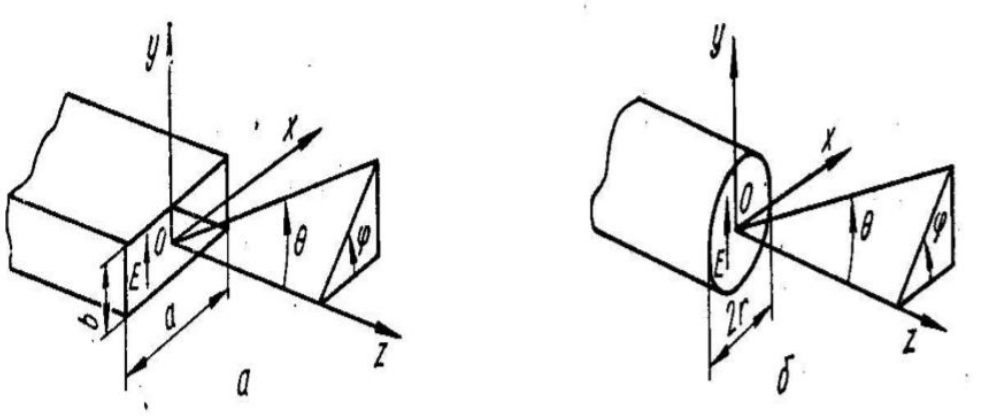
мұндағы S_p — ашылуының геометриялық ауданы;

ν — БӨА (бақылау-өлшеу аспаптары КИП) ашудағы өрістің амплитудалық-фазалық таралуының ашылуына байланысты.

Е және Н жазықтықтарындағы әртүрлі амплитудалық-фазалық бөлулерде, бұл әдетте орын алады, осы жазықтықтарда БӨП әртүрлі мәндерді қабылдайды. Мәні ν байланысты синфазалық амплитудалық бөлу өріс тік бұрышты және дөңгелек пішінді болғандағы сәулеленуші апертура кестеде келтірілген [7].

Толқынды сәуле шығарғыштар және рупорлық антенналар.

АЖЖ диапазонында ең қарапайым сәуле шығарғыш тікбұрышты немесе дөңгелек толқынжолдың ашық соңы болып табылады (9.1 сурет). Толқынжолдардың көлденең қимасының электрлік өлшемдері әдетте толқын ұзындығынан аз болғандықтан, мұндай антенналар әлсіз бағыттағы болып табылады.



а) тікбұрышты толқынжолдар б) дөңгелек толқынжолдар

9.1 сурет - Толқынды сәуле шығарғыштар

H_{10} толқын бойымен қозғалатын тікбұрышты толқынжолдың ашық ұшы түріндегі сәуле шығарғыш параметрлерді сипаттайды.

H ($\varphi = 0$) жазықтығындағы БД (БД) ені (радиан есебінде):

$$2\theta_{0.5}^{H} = \frac{1.18\lambda}{a}. \qquad (9.14)$$

$E(\varphi = \frac{\pi}{2})$ жазықтығындағы БД (БД) ені (радиан есебінде):

$$2\theta_{0,5}^{E} = \frac{0,89\lambda}{b}. \qquad (9.15)$$

БӘК (Бағытталған әрекет коэффициенті КНД) бағытында максимум сәуле шығару:

$$D_0 = 4\pi ab\nu/\lambda^2 \approx 10,2ab/\lambda^2, \qquad (9.16)$$

мұндағы a, b —толқынжол қимасының өлшемдері;

ν — БӨА (бақылау-өлшеу аспаптары КИП) ашылуы, 0,81 тең.

Оның H_{11} толқыны қозғанда дөңгелек толқынжолдың ашық шеті түрінде сәулелендірудегі параметрлер мынандай түрде:

$$2\theta_{0,5}^{H} = 1,62\lambda/(2a); \qquad (9.17)$$

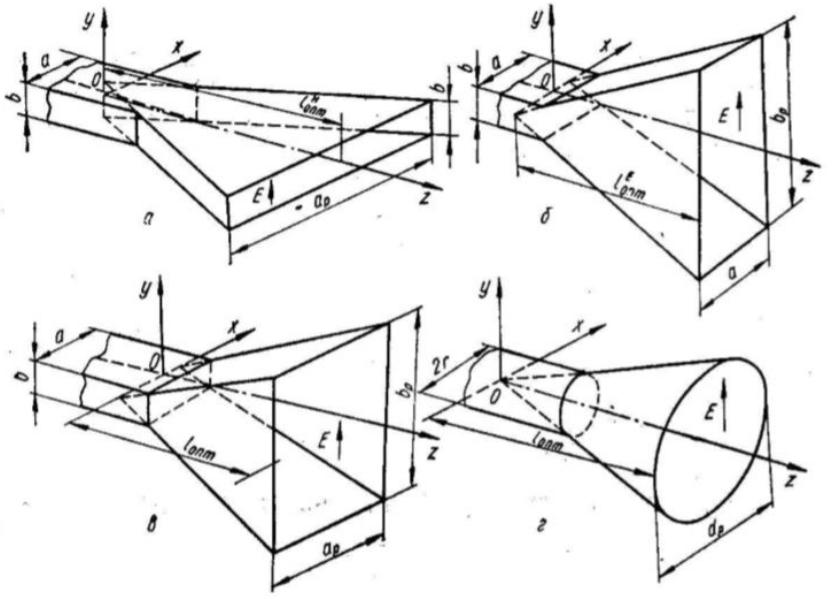
$$2\theta_{0,5}^{E} = 1,21\lambda/(2a); \qquad (9.18)$$

$$D_0 = \nu(2\pi a/\lambda)^2 \approx 8,3(2a/\lambda)^2 \qquad (9.19)$$

мұндағы $2a$ — толқынжолдың ішкі диаметрі;

ν — БӨА (бақылау-өлшеу аспаптары КИП) ашылуы 0,84тең.

Көп бағытты алу үшін толқынжолдық сәуле шығарғыш рупор антеннасына айналады. Ең көп таралғандары секторлық, пирамидальдық және конустық рупорлар (9.2 сурет).



9.2 сурет - Рупорлы антенна түрлері

Нысаны бас жапырақтың көлемі амплитуда рупорлық антенна БД (бағыттылық диаграммасы БД) бұрышының ашылуына байланысты. Рупордың тұрақты ұзындығы кезінде секторлық рупорлардың сәулеленуінің ең үлкен бағыты орын алады , ашу бұрыштарында фазаның өзгерістеріне сәйкес келетін (радиан есебінде) ашу бұрыштарында: $\Phi = \frac{3\pi}{4}$ Н жазықтығында және $\Phi = \frac{\pi}{2}$ Е жазықтығында . Шеттерінде фазаның ең көп өзгерістерінің осындай мәні бар рупоралар оңтайлы деп аталды.

Оңтайлы Н-жазықтықты секторлық рупор өлшемі өзара арақатынаспен байланысты:

$$L_{\text{ОҢТ}}^{H} = \frac{a_p^2}{(3\lambda)}, \tag{9.20}$$

мұндағы $L_{\text{ОҢТ}}^{H}$ және a_p — оңтайлы ұзындық, яғни төбеден рупорды ашуға дейінгі қашықтық, және рупорды ашу ені.

БД (бағыттылық диаграммасы) ұзындығы (радиан есебінде) мына формуламен анықталады:

- Н жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{H} = \frac{1,4\lambda}{a_p}, \tag{9.21}$$

- Е жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{E} = \frac{0,89\lambda}{b.} \tag{9.22}$$

Оңтайлы Е-жазықтықты секторалды рупорының өлшемдері өзара қатынаспен байланысты:

$$L_{\text{оңт}}^{E} = b_p^2/(2b), \tag{9.23}$$

мұндағы $L_{\text{ОҢТ}}^{E}$ және b_p - рупордың ашылуына оңтайлы ұзындық пен ені.

БД ені (радиан есебінде) формула бойынша анықталады:

- Н жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{H} = \frac{1,18\lambda}{a_p} \tag{9.24}$$

- Е жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{E} = \frac{0,93\lambda}{b_p} \tag{9.25}$$

Оңтайлы секторлық рупоралардың ең жоғары сәулелену бағытындағы БӘК (Бағытталған әрекет коэффициенті КНД):

$$D_0 = 4\pi\nu S_p/\lambda^2 \cong 8S_p/\lambda^2 , \tag{9.26}$$

мұндағы S_p — рупордың ашылу ауданы;

ν — БӨА (бақылау-өлшеу аспаптары КИП) ашылуы 0,64-ке тең.

Секторлық рупорлар толқынжолды сәуле шығарғыштармен салыстырғанда тек басты жазықтықтардың бірінде ғана үлкен бағыттылықты қамтамасыз етеді. Екі жазықтықта да бағыттылықты алу үшін пирамидалық рупорлық антенналар қолданылады. Пирамидалық рупор, егер рупор қабырғалары бір жерде болса, өткір болуы мүмкін нүкте ($L^H_{\text{оңт}} = L^E_{\text{оңт}}$) және қабырғалар бір мезгілде болмаса нүкте ($L^H_{\text{опт}} \neq L^E_{\text{опт}}$). Оңтайлы пирамидальды сыналы рупор өлшемдері 9.20 және 9.23 формулалар бойынша, ал өткір ұштары — формулалар бойынша есептеледі:

$$L_{\text{оңт}} = a_p^2/(3\lambda) \ . \tag{9.27}$$

БД (бағыттылық диаграммасы БД) ені (радиан есебінде) асты жазықтықтағы оңтайлы пирамидалы рупор формулалар бойынша анықталады:

- Н жазықтығында:

$$2\theta^H_{0,5} = \frac{1{,}4\lambda}{a_p} \ ; \tag{9.28}$$

- Е жазықтығында:

$$2\theta^E_{0,5} = \frac{0{,}93\lambda}{b_p} \ . \tag{9.29}$$

БӘК оңтайлы пирамидалық рупор былай есептеледі:

$$D_0 = 4\pi\nu a_p b_p/\lambda^2 \approx 8S_p/\lambda^2 \ , \tag{9.30}$$

мұндағы ν — БӨА ашылуы 0,49-ға тең.

Қалыпты амплитудалық БД пирамидалы рупорлық антеннаның толқының қозған кезде оның H_{10} жазықтығында косинусоидальды және Е жазықтығында тұрақты амплитудалармен тік бұрышты синфазалы апертура үшін формулалар бойынша жақындап есептеуге болады:

$$\overline{F}\left(\theta^H\right) = \frac{\cos cos\left(\frac{\pi a_p}{\lambda} sin\theta^H\right)}{1-\left(\frac{2a_p}{\lambda} sin\theta^H\right)^2} \frac{1+cos\theta^H}{2} \ ; \tag{9.31}$$

$$\overline{F}\left(\theta^E\right) = \frac{\cos cos\left(\frac{\pi b_p}{\lambda} sin\theta^E\right)}{\frac{\pi b_p}{\lambda} sin\theta^E} \frac{1+cos\theta^E}{2} \ . \tag{9.32}$$

мұндағы θ^E , θ^H — сәйкесінше Н және Е жазықтықтарындағы рупор осінен есептелетін бұрыштар.

Дөңгелек толқынның негізгі түрінің толқынжолымен қозғалатын оңтайлы конустық рупор өлшемдері өзара байланысты:

$$L_{\text{оңт}} = d_p^2/(2,4\lambda) - 0,15\lambda \ , \qquad (9.33)$$

мұндағы $L_{\text{оңт}}$, d_p — рупордың оңтайлы ұзындығы мен диаметрі.

Конустық рупордың оңтайлы БД ені (радиан есебінде):

- Н жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{H} \approx \frac{1,23\lambda}{d_p} \ ; \qquad (9.34)$$

- Е жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{E} \approx \frac{1,05\lambda}{d_p} \ . \qquad (9.35)$$

Антеннаның сәулеленуінің БӘК (Бағытталған әрекет коэффициенті КНД) максимум бағытында мынадай формула бойынша анықталады:

$$D_0 = \nu(\frac{\pi d_p}{\lambda)^2} \approx \frac{5(d_p}{\lambda)^2}, \qquad (9.36)$$

мұндағы ν — БӨА (бақылау-өлшеу аспаптары КИП) ашылуы 0,51-ге тең.

Шығындар рупорных антенналарда аз, және есептеулерде әдетте қабылдайды БӘК ≈ 1.

9.2 Айналық антенналар

Оссимметриялық параболалық айналы антенналар жиі рефлекторы бар жартылай толқынды вибратормен немесе пирамидальды рупормен қозғалады, олардың фазалық орталықтары параболоид фокусында болуы тиіс (9.3 сурет). Егер сәулелендіру құралы сфералық толқын тудырса, параболоид қасиеттерінің арқасында сфералық толқын апертура шығуында жалпақ, ал сәулелендіру құралының салыстырмалы кең түбі — айналы антеннаның жіңішке түбі болып өзгертіледі. Декарттық координаттар жүйесіндегі осесимметриялық параболалық айналар профилінің теңдеуі формуламен анықталады:

$$R(\psi) = \frac{2f_{\text{a}}}{1+\cos cos\ \psi} \ , \qquad (9.37)$$

мұндағы R — фокустан айнаның бетіндегі еркін нүктеге дейінгі қашықтық;

ψ — айналар осі мен фокустан айналар бетіндегі еркін нүктеге бағыт арасындағы бұрыш;

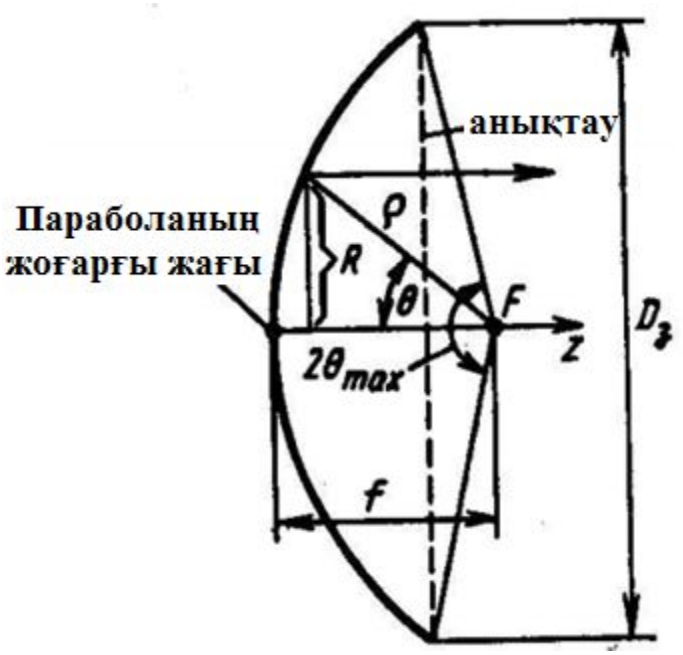
f_a — фокус қашықтығы (айнаның шыңынан фокусқа дейінгі қашықтық).

Айналар бағытында сәулелендіру құралының қалыпты амплитудалық түбі жақынырақ көрініспен сипатталуы мүмкін:

$$\overline{F}_{\text{айм}}(\psi) \approx \psi \quad , \quad m \geq 1.$$

Жартылай толқынды вибраторлар үшін: сызықтық рефлектор $m = 1$; дисктік рефлектор $m = 2$ рупорды сәулелендіргіштер үшін $m \geq 3$.

$d_p = 2a_p$ және сәулелендіру құралының берілген БД $\overline{F}_{\text{айм}}(\psi)$ берілген диаметрде антенна БӘК ең үлкен мәнін қамтамасыз ететін $f_{\text{оңт}}$ айналарының оңтайлы фокустық арақашықтығы сәулелендіру құралы-ның айнасын ашу диаметріне және сәулелендіру құралының БД байланысты. Әр түрлі m үшін $f_{\text{оңт}}/d_p$ мәндері 9.1 кестеде келтірілген.



9.3 сурет - Параболалық айна профилі

9.1 кесте - m үшін $f_{\text{оңт}}/d_p$

m		$f_{\text{оңт}}/d_p$
1		0,34–0,40
2		0,40–0,50
3		0,50–0,625

Ашылу диаметрі d_p, айнаны ашудың толық бұрышы $2\psi_p$ және оның фокустық қашықтық f_a мына қатынаспен байланысты:

$$d_p = 4f_a\psi_p/2) \ . \qquad (9.38)$$

Оссимметриялы айна (параболоид айналу) және оңтайлы фокустық қашықтық кезінде жоғарыда қарастырылған типтердің сызықтық поляризация сәулелендіру құралы бар параболалық антенна параметрлерін сипаттайды:

- БД ені (радиан есебінде) $H(\varphi = 0)$ жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{H} \approx \frac{1,2\lambda}{d_p}; \qquad (9.39)$$

- БД ені (радиан есебінде) $E(\varphi = \pi/2)$ жазықтығында:

$$E(\varphi = \pi/2);$$

$$2\theta_{0,5}^{E} \approx \frac{1,3\lambda}{d_p}; \qquad (9.40)$$

- БӘК бағытында максимум сәуле шығару:

$$D_0 \approx 5,5\left(\frac{d_p}{\lambda}\right)^2; \qquad (9.41)$$

- сәулелендіру құралының фидеріндегі ҚТК:

$$K_{\text{ҚТ}} = \frac{1-\lambda D_{\text{обл}}/(4\pi f_a)}{1+\lambda D_{\text{обл}}/(4\pi f_a)} \ , \qquad (9.42)$$

мұндағы D облысы — БӘК сәулелендіргіші.

Айналардың жанынан өтетін энергия үлесін азайту және сәулелендіру құралының бағыт диаграммасының бүйірлік жапырақшаларының деңгейін төмендету мақсатында айналардың ашылуындағы өріс оның шетіне түсіп кететіндей етіп таңдайды. Бұл жағдайда оссимметриялық айналардың ашылуында өрістің синфазалық нормаланған амплитудалық таралуы жиі полином түрінде аппроксимацияланады:

$$\bar{I}(\bar{\rho}) = (1 - \delta) + \delta(1 - \bar{\rho}^2)^2, \ \text{n} = 1, 2, \ldots, \qquad (9.43)$$

мұндағы $(1 - \delta)$ — шеттегі өріс деңгейі $\delta = 0$ кезіндегі бірлікке тең ортадағы максимальды мәнге қатысты ашылады;

ρ-ашылудағы айна радиусына нормаланған a_p координат.

Ол кезде параболалық айналы антеннаның нормаланған амплитудалық түбі жақындап бағыттылық диаграммасының ауысуы туралы теорема

бойынша есептелуі мүмкін 9.40 Гюйгенс элементінің БД туындысы ретінде $\overline{F}_{\text{эл}}(\theta) = (1 + \cos cos\ \theta)/2$ және дөңгелек синфазалық ашу бағыттылығының көбейткіші (апертура):

$$\bar{f}_{\Sigma}(\theta) = \left[(1-\delta)\,\Lambda_1(u) + \delta\frac{\Lambda_{n+1}(u)}{n+1}\right]. \qquad (9.44)$$

БД негізгі жапырақшасының шегінде өткір бағытталған антенналар үшін санауға болады $\overline{F}_{\text{эл}}(\theta) \approx 1$, яғни БД $\Lambda_n(u) = \frac{n!\,J_n(u)}{(u/2)^n}$ n ретінің лямбда-функциясы деп аталады және сол реттің Бессель функциясымен көрсетіледі:

$$u = a_p \sin sin\ \theta\ .$$

Бағыттауда максимум сәулеленуде ($\theta = 0$) онда $\Lambda_1(0) = 1$; жоғарғы реттегі функциялар аргумент мәнінде нөлге теңеседі.

Айналы антенналардың сәулеленуін поляризациялау сәулелендіргіш поляризациясы арқылы анықталады. Бұл ретте айналмалы поляризация жағдайында металл айналардан шағылысқан кезде поляризация жазықтығының айналу бағыты қарама-қарсы өзгеретінін ескеру қажет. Сызықтық поляризация кезінде оның сипаты өзгермейді.

Айналар профилінің $\Delta\rho_1$-ге параболдан ауытқуына және Δz -ке (айналар жағына жылжу) орнату дәлдігіне рұқсат параболоид фокусындағы сәулелендіру құралының фазалық орталығының формулалары бойынша анықталады:

$$\Delta\rho \le \frac{\lambda}{16(1+\cos cos\ \psi)}\ ;\ \Delta z \le \frac{\lambda}{16(1-\cos cos\ \psi_p)}\,. \qquad (9.45)$$

Формулалар π / 8 тең айналардың ашылуында өрістің ең жоғарғы фазалық бұрмалау жағдайы үшін жазылған.

Сәулелендіру құралының Δx фазалық орталығының фокустан айнаның фокальды осіне перпендикуляр бағытта жылжуы антенна БД (бағыттылық диаграммасы БД) максимумының сәулелендіру құралының бұрышына қарама-қарсы жағына ауытқуын тудырады (радианда есебінде):

$$\delta\theta \approx K_p \Delta x / f_{\text{a}}\ , \qquad (9.46)$$

мұндағы K_p — мына формула бойынша анықталатын антеннаның мөлшерлері мен фокустау қасиеттеріне байланысты коэффициент:

$$K_p \approx 1 - 0,5(0,25 d_p / f_{\text{a}})^2\,. \qquad (9.47)$$

Сәулелендіру құралына айналар реакциясын азайту үшін параболоид шыңына жақын жерде оның осіне тегіс компенсациялық шағылыстырғыш орнатылуы мүмкін. Осы шағылыстырғыштың d_k диаметрі және оның параболоид шыңының z_k ең аз алып тастау (ось бойымен) формулалар бойынша анықталады:

$$d_k = \sqrt{4\lambda f_{\text{a}}/\pi}; \quad z_k = \lambda/24 . \tag{9.48}$$

Сәулелендіру құралына айналар реакциясын азайтудың басқа тәсілі сәулелендіру құралының параболоидынан көрсетілген толқындардың әрекет өрісінен шығарылған сәулелендіру құралының керілген параболоидін пайдалану болып табылады. Мұндай антенна қуаты бойынша 0,5 деңгейінде сәуленің ені бар (радиандарда):

- Н жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{H} \approx \frac{1{,}2\lambda}{d_p}; \tag{9.49}$$

- Е жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{E} \approx \frac{1{,}2\lambda}{d_p} , \tag{9.50}$$

мұндағы d_p және a_p — көрсетілген жазықтықтарда айналарды ашу өлшемдері.

Массаны және жел жүктемесін азайту, сондай-ақ кроссполяризацияланған сәуле шығару деңгейін төмендету үшін айналардың беті перфорацияланады немесе торлы етіп орындалады. Перфорацияланған бет арқылы электромагниттік энергияның өту (сіңіру) коэффициенті мынадай формула бойынша есептеледі:

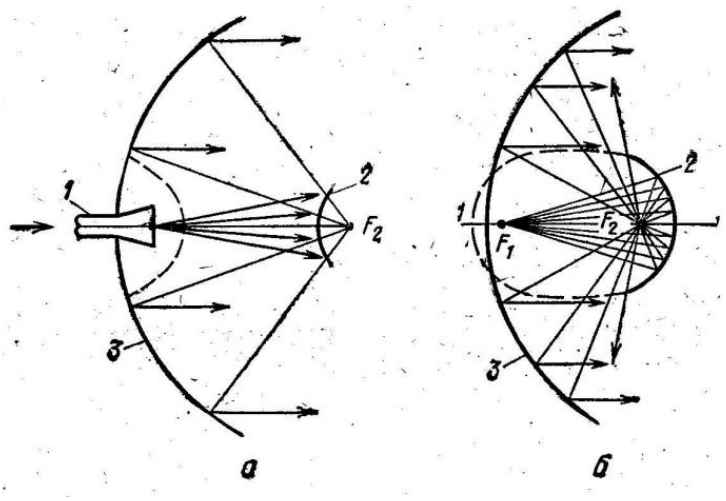
$$T_{\text{пр}} = \left(\frac{8}{3}\frac{d_{\text{от}} S_{\text{от}}}{\lambda S_p}\right), \tag{9.51}$$

мұнда $d_{\text{от}}$ — тесік диаметрі;

$S_{\text{от}}$ — рефлектордағы барлық тесіктердің жалпы;

S_p — шағылыстыратын беттің ауданы.

Осьтік өлшемін азайту, БӨА мен БӘК ұлғайту мақсатында, параболалық антеннаның шулы температурасын төмендету үшін, бұл ғарыштық байланыс жүйелерінде соңғысын пайдаланған кезде өте маңызды, негізгі параболалық 1 айнаға жиі фокустарының бірі (2 F нүктесі) негізгі айналардың фокусымен біріктірілетін 2 айналу гиперболоид түріндегі қосымша (шағын) айна қосады, ал екінші айналардың фокусында (1 F нүктесі) сәулелендіру құралын орналастырады (9.4 сурет).



а) Кассегрена б) Грегори

1 — сәулелендіргіш; 2 — шағын айна; 3 — үлкен айна.

9.4 сурет - Екі жақты антенналарды құру схемасы

Кассегреннің екі жақты антеннасының геометриялық өлшемдері формулалар бойынша анықталады:

$$d_1 \approx \frac{1{,}2\lambda}{2\theta_{0,5}}; \quad f_1 \approx 0,35 d_1; \quad d_2 \approx 0,15 d_1; \; f_2 \approx 0,5 d_2 (0,35 + \theta_2), \tag{9.52}$$

мұндағы $2\theta_{0,5}$ — негізгі (Е немесе Н) жазықтықтардағы қуаты бойынша 0,5 деңгейіндегі антенна сәулесінің ені;

d_1 және f_1 — үлкен айна диаметрі және фокус қашықтығы;

d_2 және f_2 — шағын айна диаметрі және фокус қашықтығы;

$2\theta_2$ — шағын айнаны ашу толық бұрышы.

Егер айна антеннасының жоғары бағыты тек бір жазықтықта болғанын талап етілсе, онда параболоид айналу орнына айна параболалық цилиндр түрінде пайдаланылады. Параболалық цилиндр әдетте цилиндрдің фокальды осінің бойымен орналасқан сызықты сәулелендіру құралымен қозғалады және сәулелендіру құралы толқынының цилиндрлік фронтын тегіс етіп түрлендіреді. Мұндай антеннаны фокальды ось бойымен өрістің синфазалы және біркелкі амплитудалық таратуында параметрлер сипаттайды:

а) қуаты бойынша 0,5 деңгейіндегі БД ені (радиан есебінде):

- *xOz* жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{xOz} = 1,29\lambda / d_p; \tag{9.53}$$

- *yOz* жазықтығында:

$$2\theta_{0,5}^{yOz} = 0,89 / a_p; \tag{9.54}$$

б) БӘК бағытында максимум сәуле шығару:

$$D_0 \approx 10 a_p d_p / \lambda^2 \ ; \qquad (9.55)$$

в) сәулелендіру құралының фидеріндегі ҚТК:

$$K_{\text{БВ}} = \frac{1 - \frac{D_{\text{айм}}}{2\pi}\sqrt{\lambda / f_{\text{а}}}}{1 + \frac{D_{\text{айм}}}{2\pi}\sqrt{\lambda / f_{\text{а}}}} \ . \qquad (9.56)$$

мұндағы d_p, a_p және $f_{\text{а}}$ — ашылу диаметрі, цилиндрлік айналардың ұзындығы және фокустық қашықтығы;

$D_{\text{айм}}$ — сәулелендіргіш БӘК.

9.3 Типтік есептерді шешу жолдары

1. Максималды БӘК оңтайлы Н-жазықтықты секторлық рупорда $D_0 = 19,5$ тең. Егер БД ені Е жазықтығында көрсетілген деңгейде Е радиан $2\theta_{0,5}^E = 1,15$ рад тең болса,Н жазықтығындағы қуаты бойынша 0,5 деңгейде рупор БД енін анықтау.

Ш е ш у і: 9.26 формуладан $D_0 \cong 8 a_p b / \lambda^2$. 9.22 формулаға сәйкес рупорды ашу өлшемдерінің бірі $\frac{b}{\lambda} = \frac{0,89}{2\theta_{0,5}^E}$ тең. Соған сәйкес $D_0 = \frac{8a_p}{\lambda}\frac{b}{\lambda} = = = \frac{8a_p}{\lambda}\frac{0,89}{2\theta_{0,5}^E}$, онда $\frac{8a_p}{\lambda} = \frac{2\theta_{0,5}^E D_0}{0,89 \cdot 8}$.

9.21 формуланы қолдансақ , онда:

$$2\theta_{0,5}^E = 1,4\frac{\lambda}{a_p} = 1,4\frac{0,89 \cdot 8}{2\theta_{0,5}^E D_0} = 1,4\frac{0,89 \cdot 8}{1,15 \cdot 19,5} = 0,495 \text{ рад}.$$

2. Максималды БӘК $D_0 = 240$ тең оңтайлы пирамидалы рупордың ашылу өлшемін анықтау керек. Рупордың БД (БД) ені қуаттың 0,5 деңгейінде басты жазықтықтарда бірдей $2\theta_{0,5}^H = 2\theta_{0,5}^E$, ал толқын ұзындығы $\lambda = 2$ см тең.

Ш е ш у і: Есепті шешу үшін 9.28 – 9.30. формулаларын қолданамыз. 9.28, 9.29 формулаларынан $\frac{1,4\lambda}{a_p} = 0,93/b_p$ онда $b_p = 0,665 a_p$.

9.30 формуланы қолдану арқылы табамыз:

$$a_p = \lambda\sqrt{\frac{D_0}{6,2 \cdot 0,665}} \cong 2\sqrt{\frac{240}{4,12}} \cong 15,3 \text{ см};$$

$$b_p = 0,665 a_p = b_p = 0,665 \cdot 15,3 \cong 10,2 \text{см}.$$

9.4 Есептер

9.4.1 Максималды БӘК және сәулелендіргіштің эффективті ауданын ашық ұш түріндегі тікбұрышты, a×b =1 × 2,3 см көлденең қимамен, λ = 3 см толқын ұзындығында жұмыс істейтін толқынжолда анықтау.

9.4.2 БД (БД) енін анықтау (радиан есебінде) Н және Е-жазықтықтарда және λ = 6 см толқынында қозғалатын A×b = 6,1 × 1 см қимамен тікбұрышты толқынның ашық ұшы түріндегі ең үлкен КНД анықтау.

9.3. λ = 8,6 см, D_0 = 3,4 және толқынжолдың кең қабырғасының өлшемі a = 9,2 см болғандағы толқынның ашық ұшы түріндегі ең үлкен БӘК анықтау.

9.4. Тікбұрышты толқынның ашық соңы сипатталатын параметрлері: $2\theta_{0,5}^{H}$ = 2 рад , D_0 =1,5. Толқын өткізгіштің көлденең қимасының салыстырмалы (толқындық) өлшемдерін анықтау.

9.5. Төртбұрыш толқынының ашық ұшы түріндегі сәуле шығарғыш параметрлермен сипатталады: $2\theta_{0,5}^{H} = 1,95$ рад; $2\theta_{0,5}^{E} = 1,4$ рад. Ең жоғарғы БД бағытында БӘК-ін анықтау.

Әдебиеттер тізімі

1 Пименов Ю.В. и др. Техническая электродинамика. - М.: Связь, 2006.

2 Петров Б.М. и др. Электродинамика и распространение радиоволн: Учебник для вузов - М.: Горячая линия - Телеком, 2003.

3 Баскаков С.И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Высш.школа, 2004.

4 Куликов А.А. Хорош А.Х. Теория передачи электромагнитных волн. Конспект лекций. АУЭС. – Алматы, 2009.

5 Баскаков С.И. Сборник задач по курсу «Электродинамика и распространение радиоволн». – М.: Высш.школа, 2004.

6.Гошин Г.Г. Антенны и фидеры. Сборник задач с формулами и решениями: Учебное пособие. — Томск, ТУСУР, 2012. — 236 с.

7. Устройства СВЧ и антенны: Учебник для вузов/ Д.И. Воскресенский и др. – М.: Радиотехника, 2006. – 375с.

8. Устройства СВЧ и антенны: Учебное пособие для вузов / Е. И. Нефёдов. – М.: Академия, 2009. – 384 с.

Мазмұны

Кіріспе..... 3
1 Векторлық талдаудың элементтері..... 4
2 Статикалық және стационарлық электромагниттік өріс..... 8
3 Жазық электромагниттік толқындар..... 12
4 Жазық электромагниттік толқындардың шағылуы мен сынуы..... 17
5 Толқынжолдар..... 22
6 Көлемді резонатор..... 22
7 Желілік антенналар..... 73
8 Антенна торлары..... 24
9 Апертуралық антенналар..... 05
Әдебиеттер тізімі..... 064

2018 ж. жиынтық жоспары, реті 135

Накисбекова Балауса Рыскожақызы
Сүйеубаев Олжас Біләлұлы

ЭЛЕКТРОМАГНИТТІ ТОЛҚЫНДАРДЫ ТАРАТУ ТЕОРИЯСЫ және АНТЕННА ФИДЕРЛІК ҚҰРЫЛҒЫЛАРЫ

5В071900 – Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар мамандығының студенттеріне арналған есептер жинағы

Редакторы: Ж.Н. Изтелеуова
Стандарттау жөніндегі маман: Г.И. Мухаметсариева

_____ басуға қол қойылды
Таралымы_50_дана
Көлемі 4.0_оқу.бас.әд.

Пішімі 60х84 1/16
Баспаханалық қағаз №1
Тапсырыс_____Баға__2000__тг.

«Алматы энергетика және байланыс университеті»
коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірмелі-көбейткіш бюросы
050013, Алматы, Байтұрсынұлы, 126