Некоммерческое акционерное общество

АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ

Кафедра автоматизации и управления

НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Методические указания по выполнению расчётно-графических работ для студентов специальности 5В070200 – Автоматизация и управление

Алматы 2018

СОСТАВИТЕЛЬ: Б.А.Чернов. Нелинейные системы автоматического регулирования. Методические указания по выполнению расчётно-графических работ для студентов специальности 5В070200 – Автоматизация и управление. – Алматы: НАО АУЭС, 2018. – 19 с.

Методические указания содержат задания и рекомендации по выполнению двух расчётно-графических работ, предназначенных для самостоятельного изучения и решения задач по нахождению граничного коэффициента передачи нелинейных систем автоматического регулирования (САР) с помощью логарифмических частотных характеристик, а также по определению устойчивости и автоколебаний нелинейных САР алгебраическими способами. Имеются контрольные вопросы для подготовки к защите указанных работ.

Методические указания используются для выполнения расчётно-графических работ по дисциплине «Нелинейные системы автоматического регулирования».

Табл. - 7, библиогр. – 9 назв.

Рецензент: доцент АУЭС Гармашова Ю.М.

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2018 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи», 2018 г.

Содержание

1 Общие указания…….. …. 4
2 Расчётно-графическая работа № 1. Нахождение граничного коэффициента передачи нелинейной системы автоматического регулирования (САР) с помощью логарифмических частотных характеристик…….. 5
2.1 Задание……. 5
2.2 Методика выполнения…… …… 6
2.3 Контрольные вопросы……. 10
3 Расчётно-графическая работа № 2. Определение устойчивости и автоколебаний нелинейной САР алгебраическими способами……. 11
3.1 Задание……. 11
3.2 Методика выполнения…… 12
3.3 Контрольные вопросы……. 14
Перечень сокращений……. 16
Список литературы…….. 18

1 Общие указания

Расчетно-графические работы (РГР) являются важным компонентом при изучении курса «Нелинейные системы автоматического регулирования». В соответствии с рабочей программой студент выполняет две РГР.

РГР излагаются и оформляются в соответствии с требованиями фирменного стандарта [1] Алматинского университета энергетики и связи на бумаге формата А4 (210х297) и должны включать в указанной последовательности титульный лист, задание, содержание, разделы основной части, выводы и список литературы. При выполнении РГР выбирается вариант задания, определяемый номером зачетной книжки (транскрипта)студента, поэтому этот номер должен быть указан на титульном листе пояснительной записки.

Основную часть РГР при необходимости разделяют на разделы, подразделы, пункты и подпункты. Разделы должны иметь порядковые номера, обозначенные арабскими цифрами и записанные с абзацного отступа. Подразделы нумеруются в пределах каждого раздела. Разделы и подразделы должны иметь краткие содержательные заголовки, выделенные полужирным шрифтом. Раздел и подраздел начинают с нового листа, если на предыдущем листе входит менее трех строк данного текста.

Раздел «Содержание» включает номера и заголовки разделов и подразделов с указанием номеров страниц. В разделе «Список литературы» приводятся только использованные при выполнении РГР источники в порядке появления ссылок на них. При ссылке в тексте на источники следует указывать порядковый номер по этому списку, заключенный в квадратные скобки.

При работе над заданиями формулы следует записывать сначала в общем (буквенном) виде и подробно объяснять ход решения, делая пояснения к используемым расчётным формулам. Проводя расчёты, не нужно подробно приводить все алгебраические преобразования. Окончательный результат должен быть представлен (округлён) с точностью до трёх значащих цифр и снабжён символом единицы измерения, например, 15,3 дБ.

Графические материалы (чертёж, схема, диаграмма, рисунок и т.п.) используются как иллюстрации в составе пояснительной записки для наглядного пояснения текста и лучшего его понимания. Любой графический материал обозначают словом «Рисунок».

При выполнении диаграмм в прямоугольной системе координат независимую переменную откладывают на горизонтальной оси. Оси координат в диаграммах без шкал и со шкалами заканчивают стрелками, указывающими направления возрастания значений величин. В диаграммах со шкалами обозначения величин следует размещать у середины шкалы с её внешней стороны, а при объединении символа с обозначением единицы измерения в виде дроби – в конце шкалы после последнего числа.

Для облегчения анализа и сравнения между собой полученных функциональных зависимостей следует в одной системе координат строить несколько диаграмм (семейство характеристик).

2 Расчетно-графическая работа № 1. Нахождение граничного коэффициента передачи нелинейной системы автоматического регулирования с помощью логарифмических частотных характеристик

Цель работы: обнаружение автоколебаний в нелинейной системе с помощью методов определения границы устойчивости линейной системы.

2.1 Задание

Одноконтурная система автоматического регулирования температуры (САРТ) электрической печи содержит электронный усилитель (У) выходного сигнала рассогласования $U_{УС}$ узла сравнения (УС), исполнительный механизм (ИМ), объект управления (ОУ) и датчик температуры (Д). Передаточные функции этих звеньев САРТ и их параметры представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Информация по звеньям САРТ

Звено САРТ	Передаточная функция	Параметры передаточной функции
Усилитель	$W_У(p) = K_У(U_{УС}) /(1+pT_У)$	$K_У = 1$ при $\|U_{УС}\| \le b$ $T_У = 0{,}1$ с; $b = 1$ В
Исполнительный механизм	$W_{ИМ}(p) = K_{ИМ} / p$	$K_{ИМ} = 2$ град/В
Объект управления	$W_{ОУ}(p) = K_{ОУ} /(1+ pT_{ОУ})$	$K_{ОУ} = (20 + N)$ °С/град $T_{ОУ} = (1 + Z)$ с
Датчик температуры	$W_Д(p) = K_Д$	$K_Д = 1$ В/ °С

Статическая характеристика усилителя – нелинейная и описывается соотношениями

$$U_У = K_У U_{УС}; \quad K_У = 1 \text{ при } |U_{УС}| \le b. \tag{1}$$

При $|U_{УС}| > b$ наступает насыщение усилителя. Таким образом, коэффициент усиления $K_У$ усилителя является нелинейной функцией $K_У$ ($U_{УС}$) его входного сигнала $U_{УС}$.

Таблица 2 – Шифр фамилии студента

Первая буква фамилии	А	Б	В	Г	Д	Е,Ё	Ж	З	И	К	Л	М	Н	О
Шифр N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Первая буква фамилии	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Э	Ю	Я
Шифр N	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

Вариант задания определяется первой буквой фамилии студента и цифрами номера его зачетной книжки (транскрипта). При этом варьируются параметры объекта управления:

$$K_{ОУ} = (20 + N)\ ^{o}\text{C/град}; \qquad T_{ОУ} = (1 + Z)\ \text{с}, \tag{2}$$

где N – шифр первой буквы фамилии студента по таблице 2;

Z – сумма двух последних цифр номера зачетной книжки студента.

Требуется:

- на основании заданного описания САРТ составить её функциональную и структурную схемы;
- построить нелинейную статическую характеристику (СХ) электронного усилителя и её математическое описание (математическую модель);
- построить логарифмические фазовые частотные характеристики (ЛФЧХ), асимптотические логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) и переходные характеристики ИМ и ОУ;
- построить асимптотическую ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой САРТ без учёта насыщения усилителя;
- используя полученные ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой САРТ, определить граничный коэффициент передачи $K_{ГР}$ САРТ из условия границы устойчивости линейной системы;
- из справочных таблиц коэффициентов $q(A, \omega)$ и $q'(A, \omega)$ гармонической линеаризации выбрать соответствующие формулы для нелинейного звена САРТ;
- выполнить краткий обзор принципов построения и основных узлов систем автоматического управления электротермическими установками.

2.2 Методика выполнения

2.2.1 Приступая к решению РГР № 1, необходимо ознакомиться с методами определения границы устойчивости замкнутой автоматической системы, в частности, с методом логарифмических частотных характеристик по источникам [2- 6]. Также необходимо ознакомиться с графиками и математическими уравнениями, т. е. математическими моделями (ММ) статических характеристик и коэффициентами гармонической линеаризации нелинейных звеньев и устройств по источникам [2, 5-8].

Функциональную и структурную схемы САРТ, логарифмические частотные и переходные характеристики ИМ и ОУ можно получить на основании заданных передаточных функций звеньев САРТ, используя основные понятия теории автоматического управления (ТАУ) [2- 6].

2.2.2 Для построения асимптотической ЛАЧХ $L_{РАЗ}(\omega)$ разомкнутой САРТ без учёта насыщения электронного усилителя необходимо предварительно определить передаточную функцию $W_{РАЗ}(p)$ разомкнутой САРТ. Из

$W_{РАЗ}(p)$ находятся коэффициент передачи $K_{РАЗ}$ разомкнутой цепи САРТ и частоты сопряжения ω_C.

Таблица 3 - Перевод отношения амплитуд в децибелы

Отношение	Децибелы	Отношение	Децибелы	Отношение	Децибелы	Отношение	Децибелы	Отношение	Децибелы
1,000	0,0	1,641	4,3	2,692	8,6	4,416	12,9	7,244	17,2
1,012	0,1	1,660	4,4	2,723	8,7	4,467	13,0	7,328	17,3
1,023	0,2	1,679	4,5	2,754	8,8	4,519	13,1	7,413	17,4
1,035	0,3	1,698	4,6	2,786	8,9	4,571	13,2	7,499	17,5
1,047	0,4	1,718	4,7	2,818	9,0	4,624	13,3	7,586	17,6
1,059	0,5	1,738	4,8	2,851	9,1	4,677	13,4	7,674	17,7
1,072	0,6	1,758	4,9	2,884	9,2	4,732	13,5	7,762	17,8
1,084	0,7	1,778	5,0	2,917	9,3	4,786	13,6	7,852	17,9
1,096	0,8	1,799	5,1	2,951	9,4	4,842	13,7	7,943	18,0
1,109	0,9	1,820	5,2	2,985	9,5	4,898	13,8	8,035	18,1
1,122	1,0	1,841	5,3	3,020	9,6	4,955	13,9	8,128	18,2
1,135	1,1	1,862	5,4	3,055	9,7	5,012	14,0	8,222	18,3
1,148	1,2	1,884	5,5	3,090	9,8	5,070	14,1	8,318	18,4
1,161	1,3	1,905	5,6	3,126	9,9	5,129	14,2	8,414	18,5
1,175	1,4	1,928	5,7	3,162	10,0	5,188	14,3	8,511	18,6
1,189	1,5	1,950	5,8	3,199	10,1	5,248	14,4	8,610	18,7
1,202	1,6	1,972	5,9	3,236	10,2	5,309	14,5	8,710	18,8
1,216	1,7	1,995	6,0	3,273	10,3	5,370	14,6	8,811	18,9
1,230	1,8	2,018	6,1	3,311	10,4	5,433	14,7	8,913	19,0
1,245	1,9	2,042	6,2	3,350	10,5	5,495	14,8	9,016	19,1
1,259	2,0	2,065	6,3	3,388	10,6	5,559	14,9	9,120	19,2
1,274	2,1	2,089	6,4	3,428	10,7	5,623	15,0	9,226	19,3
1,288	2,2	2,113	6,5	3,467	10,8	5,689	15,1	9,333	19,4
1,303	2,3	2,138	6,6	3,508	10,9	5,754	15,2	9,441	19,5
1,318	2,4	2,163	6,7	3,548	11,0	5,821	15,3	9,550	19,6
1,334	2,5	2,188	6,8	3,589	11,1	5,888	15,4	9,661	19,7
1,349	2,6	2,213	6,9	3,631	11,2	5,957	15,5	9,772	19,8
1,365	2,7	2,239	7,0	3,673	11,3	6,026	15,6	9,886	19,9
1,380	2,8	2,265	7,1	3,715	11,4	6,095	15,7	10,00	20,0
1,396	2,9	2,291	7,2	3,758	11,5	6,166	15,8	31,62	30,0
1,413	3,0	2,317	7,3	3,802	11,6	6,237	15,9	100	40,0
1,429	3,1	2,344	7,4	3,846	11,7	6,310	16,0	316,2	50,0
1,445	3,2	2,371	7,5	3,890	11,8	6,383	16,1	10^3	60,0
1,462	3,3	2,399	7,6	3,936	11,9	6,457	16,2	3162	70,0
1,479	3,4	2,427	7,7	3,981	12,0	6,531	16,3	10^4	80,0
1,496	3,5	2,455	7,8	4,027	12,1	6,607	16,4	31620	90,0
1,514	3,6	2,483	7,9	4,074	12,2	6,683	16,5	10^5	100,0
1,531	3,7	2,512	8,0	4,121	12,3	6,761	16,6	316200	110,0
1,549	3,8	2,541	8,1	4,169	12,4	6,839	16,7	10^6	120,0
1,567	3,9	2,570	8,2	4,217	12,5	6,918	16,8	$3162 \cdot 10^3$	130,0
1,585	4,0	2,600	8,3	4,266	12,6	6,998	16,9	10^7	140,0
1,603	4,1	2,630	8,4	4,315	12,7	7,079	17,0	$3162 \cdot 10^4$	150,0
1,622	4,2	2,661	8,5	4,365	12,8	7,161	17,1	10^8	160,0

Таблица 4 – Расчёт фазовой частотной характеристики разомкнутой САРТ

ω, $с^{-1}$	0	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50	100	200	500	∞
$\varphi_{У}$, ^{o}																	
$\varphi_{ИМ}$, ^{o}																	
$\varphi_{ОУ}$, ^{o}																	
$\varphi_{Д}$, ^{o}																	
$\varphi_{РАЗ}$, ^{o}																	

Таблица 5 - Коэффициенты гармонической линеаризации нелинейных звеньев с однозначной статической характеристикой при симметричных колебаниях

№	Наименование характеристики	Коэффициенты гармонической линеаризации
1	Кусочно линейная с насыщением (ограничением)	$q(A) = 2c[\arcsin(b/A) + (b/A)\sqrt{(1- b^2/A^2)}] / \pi b,\ A > b$
2	Идеальное реле (*момент сухого трения*)	$q(A) = 4c / (\pi A)$
3	Реле с зоной нечувствительности (трехпозиционное, *поляризованное*)	$q(A) = 4c\ \sqrt{(1- a^2/A^2)} / (\pi A),\quad A > a$
4	Кусочно линейная с зоной нечувствительности	$q(A) = 2\kappa\{\pi/2 - \arcsin(a/A) - (a/A)[\sqrt{(1- a^2/A^2)}]\}/ \pi,$ $A > a$
5	Кусочно линейная с зоной нечувствительности и насыщением	$q(A) = 2c[\arcsin(b/A) - \arcsin(a/A) + (b/A)\sqrt{(1- b^2/A^2)} -$ $- (a/A)\sqrt{(1- a^2/A^2)}] / [\pi(b - a)],\quad b > a,\quad A > b$
6	Кусочно линейная дискриминационная (*пеленгационная*)	$q(A) = 2(\kappa_1 + \kappa_2)[\arcsin(c_1/A) +(c_1/A)\sqrt{(1- c_1^2/A^2)}]/\pi - \kappa_2,$ $c_1 < A < c_2;$ $q(A) = 2\{(\kappa_1 + \kappa_2)[\arcsin(c_1/A) + (c_1/A)\sqrt{(1- c_1^2/A^2)}] / \pi -$ $- \kappa_2[\arcsin(c_2/A) + (c_2/A)\sqrt{(1- c_2^2/A^2)}]\}/ \pi,\quad c_2 < A$

При построении асимптотической ЛАЧХ $L_{РАЗ}(\omega)$ сначала проводят первую (обычно самую низкочастотную) асимптоту через точку с координатами $\omega = 1$ с $^{-1}$ и $L(\omega) = 20\lg K_{РАЗ}$ с наклоном n (- 20 дБ/дек), где n равно разности

между числами интегрирующих и дифференцирущих звеньев САРТ. На каждой сопрягающей частоте ω_C наклон ЛАЧХ изменяют, причем изменение наклона определяется типом звена, давшим сопрягающую частоту ω_C [2]. Применяемые в ТАУ сведения по переводу отношения амплитуд (коэффициента передачи в относительных величинах) в децибелы приведены в таблице 3 [2].

2.2.3 Для построения ЛФЧХ $\varphi_{РАЗ}(\omega)$ разомкнутой САРТ без учёта насыщения электронного усилителя могут быть проведены расчеты по формуле:

$$\varphi_{РАЗ}(\omega) = \varphi_{У}(\omega) + \varphi_{ИМ}(\omega) + \varphi_{ОУ}(\omega) + \varphi_{Д}(\omega), \qquad (3)$$

где $\varphi_{У}(\omega)$, $\varphi_{ИМ}(\omega)$, $\varphi_{ОУ}(\omega)$ и $\varphi_{Д}(\omega)$ – фазовые частотные характеристики (ФЧХ) соответственно усилителя, ИМ, ОУ и датчика температуры.

Промежуточные и окончательные результаты расчётов целесообразно заносить в таблицу 4.

Таблица 6 - Коэффициенты гармонической линеаризации нелинейных звеньев с неоднозначной статической характеристикой при симметричных колебаниях

№	Наименование характеристики	Коэффициенты гармонической линеаризации
1	Реле с гистерезисом (двухпозиционное)	$q(A) = 4c\sqrt{(1- b^2/A^2)} / (\pi A)$, $q'(A) = - 4cb /(\pi A^2),\ A > b$
2	Реле с зоной нечувствительности и гистерезисом (трехпозиционное, *поляризованное*)	$q(A) = 2c[\sqrt{(1- b^2/A^2)} - \sqrt{(1- a^2/A^2)}] / (\pi A)$, $q'(A) = - 2c\ (в - a) / (\pi A^2),\ в > a$
3	*Люфт* (*зазор*)	$q(A) = к\{\pi/2 + \arcsin(1 - 2a/A) + 2(1 - 2a/A)\sqrt{[a(1 - a/A)/A]}\}/\pi$, $q'(A) = - 4ка(1 - a/A) / (\pi A),\ A > a$
4	Кусочно линейная с гистерезисом и насыщением	$q(A) = к\{\arcsin(b_1/A) + \arcsin(b_2/A) + (b_1/A)\sqrt{[1 - (b_1/A)^2]} + (b_2/A)\sqrt{[1 - (b_2/A)^2]}\}/\pi$, $q'(A) = к(b_2^2 - b_1^2) / (\pi A^2),\ A > b_1,\ b_1 > b_2$

Граничный коэффициент передачи $K_{ГР}$ находится после определения частоты среза $\omega_{СР}$ и критической частоты (частоты переворота фазы) $\omega_{КР}$ САРТ.

В таблицах 5 и 6 приведена справочная информация о коэффициентах гармонической линеаризации, взятая из литературы [4, 7, 8 и др.] по нелинейным системам и необходимая для выполнения данной РГР.

Также необходимую информацию по системам автоматического управления электротермическими установками можно почерпнуть в [9].

2.3 Контрольные вопросы

1. Какой принцип регулирования используется в САРТ?
2. Чему равен порядок САРТ? Ответ обосновать.
3. Чему равен порядок астатизма САРТ? Ответ обосновать.
4. Какие классификационные признаки имеет САРТ?
5. Какие классификационные признаки и название имеет нелинейное звено САРТ?
6. Какие классификационные признаки и названия имеют линейные звенья САРТ?
7. Математическая модель статической характеристики усилителя с насыщением.
8. Математическая модель статической характеристики усилителя с нечувствительностью.
9. Математическая модель статической характеристики усилителя с насыщением и нечувствительностью.
10. Математическая модель статической характеристики идеального реле.
11. Математическая модель статической характеристики реле с нечувствительностью.
12. Математическая модель статической характеристики реле с гистерезисом.
13. Математическая модель статической характеристики реле с нечувствительностью и гистерезисом.
14. Понятие переходной характеристики и переходной функции, их экспериментальное определение.
15. Понятие амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и фазовой частотной характеристики (ФЧХ), их экспериментальное определение.
16. Как строится асимптотическая ЛАЧХ разомкнутой САРТ?
17. Как строится ЛФЧХ разомкнутой САРТ?
18. Математические модели переходных функций линейных звеньев САРТ.
19. Математические модели ФЧХ линейных звеньев САРТ.
20. Понятие о частотах среза, сопряжения, критической частоте.
21. Понятие о граничном коэффициенте усиления.
22. Имеются ли в САРТ запасы устойчивости? Ответ обосновать.

23. Охарактеризуйте принципы регулирования в автоматических системах.

3 Расчетно-графическая работа № 2. Определение устойчивости и автоколебаний нелинейной САР алгебраическими способами

Цель работы: изучить базирующиеся на методе гармонической линеаризации алгебраические способы исследования периодических решений в нелинейных системах.

3.1 Задание

Одноконтурная система автоматического регулирования температуры (САРТ) электрической печи содержит электронный усилитель (У) выходного сигнала рассогласования $U_{УС}$ узла сравнения (УС), исполнительный механизм (ИМ), объект управления (ОУ) и датчик температуры (Д). Передаточные функции этих звеньев САРТ и их параметры были представлены в таблице 1.

Статическая характеристика электронного усилителя – нелинейная и описывается соотношениями (1). При $|U_{УС}| > b$ наступает насыщение электронного усилителя. Таким образом, коэффициент усиления $K_У$ усилителя является нелинейной функцией $K_У(U_{УС})$ его входного сигнала $U_{УС}$.

Выбор варианта задания, как и в РГР № 1, производят в соответствии с первой буквой фамилии студента и двумя последними цифрами номера его зачетной книжки (транскрипта). Также используются условия (2) и таблица 2.

Требуется:

- используя метод гармонической линеаризации, найти области устойчивого состояния равновесия и автоколебаний, а также соответствующий им граничный коэффициент передачи САРТ. Сравнить найденный коэффициент передачи с аналогичным коэффициентом, полученным в РГР № 1;
- найти амплитуду $A_П$ и частоту Ω автоколебаний сигнала $U_{УС}$, построив график зависимости этих параметров от коэффициента передачи системы;
- исследовать устойчивость периодического решения, построив график зависимости коэффициента гармонической линеаризации усилителя от амплитуды A колебаний сигнала $U_{УС}$;
- на графике статической характеристики электронного усилителя построить гармонически линеаризованную зависимость $U_У = q(A)\, U_{УС}$;
- при совместном рассмотрении статической характеристики электронного усилителя и временной диаграммы его входного сигнала $U_{УС}$ при автоколебаниях детально построить временную диаграмму выходного сигнала $U_У$ электронного усилителя. При этом для упрощения расчетов можно пренебречь инерционностью электронного усилителя и его постоянной времени $T_У$;
- при совместном рассмотрении гармонически линеаризованной статической характеристики $U_У = q(A)\, U_{УС}$ электронного усилителя и временной диаграммы его входного сигнала $U_{УС}$ при автоколебаниях детально построить

временную диаграмму первой гармоники выходного сигнала $U_У$ усилителя. При этом для упрощения расчетов можно также пренебречь инерционностью электронного усилителя и его постоянной времени $T_У$.

3.2 Методика выполнения

3.2.1 Приступая к решению РГР № 2, необходимо по источникам [4- 8]:

- ознакомиться с методом гармонической линеаризации для приближённого определения периодических решений (автоколебаний) и устойчивости нелинейных систем любого порядка;

- освоить алгебраические способы определения автоколебаний в нелинейных системах с одним нелинейным звеном.

Рекомендуется порядок расчёта задания, изложенный в следующих пунктах.

3.2.2 Выписать полученные в РГР № 1 формулы для коэффициентов гармонической линеаризации $q(A, \omega)$ и $q'(A, \omega)$ электронного усилителя с насыщением. Периодическое решение можно искать в виде:

$$U_{УС}(t) = A_П \sin \Omega t. \qquad (4)$$

Передаточную функцию $W_Л(p)$ линейной части САРТ для дальнейших расчётов представим в виде отношения полиномов $R(p)/Q(p)$, а передаточную функцию нелинейного звена САРТ – в виде $W_Н$. Обозначим коэффициент передачи линейной части $K_Л = K_{ИМ}\, K_{ОУ}\, K_Д$, а коэффициент передачи всей системы как $K = K_Л\, K_У$.

3.2.3 Получить одну из передаточных функций $W_{ЗАМ}(p)$ замкнутой САРТ, например, между выходной величиной – температурой печи - и задающим воздействием:

$$W_{ЗАМ}(p) = W_Н\, R(p)/[Q(p) + W_Н\, R(p)]. \qquad (5)$$

Из этой передаточной функции $W_{ЗАМ}(p)$ получить гармонически линеаризованное характеристическое уравнение замкнутой САРТ с применением коэффициентов гармонической линеаризации $q(A, \omega)$ и $q'(A, \omega)$ электронного усилителя с насыщением:

$$Q(p) + W_Н\, R(p) = Q(p) + [q(A, \omega) + q'(A, \omega)p / \omega]\, R(p) = 0. \qquad (6)$$

3.2.4 Когда в замкнутой САРТ возникают незатухающие колебания с постоянной амплитудой $A = A_П$ и с постоянной частотой $\omega = \Omega$, коэффициенты характеристического уравнения (6) становятся постоянными. А из курса «Линейные САР» известно [2, 3], что появление указанных колебаний в системе при постоянных коэффициентах соответствует паре чисто мнимых корней в характеристическом уравнении.

Таким образом, если в (6) подставить $p = j\omega$, то можно обнаружить в замкнутой САРТ автоколебания. Если эта подстановка $p = j\omega$ соответствует вещественным положительным значениям $A = A_{\Pi}$, то такие автоколебания возможны. Но поиск A_{Π} и Ω эквивалентен отысканию границы устойчивости линейной САР. Следовательно, автоколебания в нелинейной САРТ можно обнаружить, применив к уравнению (6) любой метод определения границы устойчивости линейной системы.

3.2.5 Использовать подстановку $p = j\omega$ в уравнение (6):

$$Q(j\omega) + [q(A, \omega) + j\, q'(A, \omega)]\, R(j\omega) = 0. \qquad (7)$$

В выражении (7) выделить вещественную $X(A, \omega)$ и мнимую $Y(A, \omega)$ части, которые являются соответственно вещественной и мнимой функциями Михайлова:

$$X(A, \omega) + jY(A, \omega) = 0. \qquad (8)$$

3.2.6 Для искомых $A = A_{\Pi}$ и $\omega = \Omega$ в решении (4) из формулы (8) получить систему двух уравнений:

$$X(A_{\Pi}, \Omega) = 0, \quad Y(A_{\Pi}, \Omega) = 0, \qquad (9)$$

из которых и определяются в дальнейшем неизвестные A_{Π} и Ω. Если (9) не имеет положительных вещественных решений A_{Π} и Ω, то автоколебания в САРТ невозможны.

3.2.7 Уравнения (9) могут быть трудно решаемыми из-за сложных входящих в них формул для коэффициентов $q(A, \omega)$ и $q'(A, \omega)$ гармонической линеаризации. Поэтому предварительно следует оценить устойчивость периодического решения с помощью неравенства:

$$(\partial X/\partial A)_{\Pi}(\partial Y/\partial \omega)_{\Pi} - (\partial X/\partial \omega)_{\Pi}(\partial Y/\partial A)_{\Pi} > 0, \qquad (10)$$

где индекс «$_{\Pi}$» означает подстановку $A = A_{\Pi}$ и $\omega = \Omega$ в найденные частные производные.

Неравенство (10) представляет собой геометрическое условие устойчивости, записанное в аналитическом виде. Выполнение неравенства (10) достаточно для систем третьего и четвертого порядков, если все коэффициенты гармонически линеаризованного характеристического уравнения САР положительны. Для систем же более высокого порядка требуются дополнительные исследования.

В частных случаях для однозначных статических нелинейных звеньев выполняется $W_{\text{Н}} = q(A)$. Это упрощает анализ устойчивости периодического решения, так как при этом

$$(\partial X/\partial A)_{\Pi} = K_{\text{Л}}(\partial q(a)/\partial A)_{\Pi}; \quad (\partial Y/\partial A)_{\Pi} = 0. \qquad (11)$$

Для определения знака первой производной в (11) и проверки, тем самым, выполнения неравенства (10), строится график $q = q(A)$ с заполнением таблицы 7.

Таблица 7 – Зависимость коэффициентов q и K от амплитуды A

A, В	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$q(A)$																		
$K(A)$, с$^{-1}$																		

Амплитуда периодического решения будет амплитудой автоколебаний лишь при выполнении условия $A_П > b$. При $A_П \le b$ автоколебания отсутствуют, что и понятно, так как при этом нелинейная система превращается в линейную систему. Это показывается в РГР № 1.

3.2.8 Если неравенство (10) выполняется, то следует продолжить поиск величины амплитуды $A_П$ из системы трансцендентных уравнений (9). Для этого можно воспользоваться графоаналитическим методом, который заключается в следующем. Из системы уравнений (9) получают уравнение, связывающее коэффициент передачи САРТ с амплитудой A:

$$K = K(A). \qquad (12)$$

На основании уравнения (12) полностью заполняется таблица 7 и строится график $K = K(A)$, из которого при заданном значении коэффициента K передачи САРТ находится амплитуда $A_П$. Граничный коэффициент передачи системы $K_{ГР}$ находится из (12) при $A = b$.

Автоколебания в САРТ возникают лишь при $K > K_{ГР}$. В отличие от линейной системы, у которой за областью устойчивости лежит область неустойчивости, в системе с нелинейностью типа «насыщение» за областью устойчивости лежит область автоколебаний, то есть устойчивых периодических колебаний с вполне определёнными амплитудой $A_П$ и частотой Ω.

3.3 Контрольные вопросы

1. В чём заключается гармоническая линеаризация нелинейностей?
2. Свойство фильтра линейной части САРТ.
3. Первая и высшие гармоники ряда Фурье.
4. Понятие о коэффициентах гармонической линеаризации.
5. Понятия периодического решения и его устойчивости.
6. Понятие автоколебаний.
7. Почему неравенство (10) справедливо только для САР не выше четвёртого порядка?
8. Отличие гармонической линеаризации от обычной линеаризации.

9. Понятия передаточной функции и частотной передаточной функции нелинейного звена.

10. В каких случаях мнимый коэффициент гармонической линеаризации равен нулю?

11. Охарактеризуйте разложение периодических функций в ряд Фурье (гармонический анализ).

12. Когда коэффициенты гармонической линеаризации постоянны? Ответ обосновать.

13. Когда коэффициенты гармонической линеаризации являются переменными? Ответ обосновать.

14. Охарактеризуйте метод гармонической линеаризации исследования нелинейных систем.

15. Почему метод гармонической линеаризации исследования нелинейных систем является приближённым?

16. Охарактеризуйте приближённые методы исследования нелинейных систем.

17. Охарактеризуйте точные методы исследования нелинейных систем.

18. Как получить гармонически линеаризованное характеристическое уравнение нелинейной системы?

19. Охарактеризуйте критерий устойчивости и кривую Михайлова.

20. Вещественная и мнимая функции Михайлова. Характеристический вектор.

21. Использование кривой Михайлова для исследования устойчивости периодического решения.

22. Аналитический критерий устойчивости периодического решения.

23. Охарактеризуйте метод Гольдфарба.

Перечень сокращений

АЧХ - амплитудно-частотная характеристика
Д – датчик температуры печи
дБ – децибел
ИМ – исполнительный механизм
ЛАЧХ – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика
ЛФЧХ – логарифмическая фазовая частотная характеристика
ММ – математическая модель
ОУ – объект управления (электрическая печь)
РГР - расчётно-графическая работа
САР - система автоматического регулирования
САРТ - система автоматического регулирования температуры печи
СХ – статическая характеристика
ТАУ – теория автоматического управления
У – электронный усилитель
УС – узел сравнения
ФЧХ – фазовая частотная характеристика
A – амплитуда колебаний
$A_{\text{П}}$ – амплитуда устойчивого периодического решения (автоколебаний)
a – нечувствительность, зазор
b – порог переключения
c – величина насыщения
$j\omega$ –оператор Фурье
κ, κ_1, κ_2 – коэффициенты усиления нелинейных звеньев в линейных диапазонах
K – коэффициент передачи всей САРТ
$K_{\text{ГР}}$ – граничный коэффициент передачи САРТ
$K_{\text{Д}}$ – коэффициент передачи датчика температуры
$K_{\text{Л}}$ – коэффициент передачи линейной части САРТ
$K_{\text{ИМ}}$ – коэффициент передачи исполнительного механизма
$K_{\text{ОУ}}$ – коэффициент передачи объекта управления (электрической печи)
$K_{\text{РАЗ}}$ – коэффициент передачи разомкнутой САРТ без насыщения
$K_{\text{У}}$ – коэффициент усиления электронного усилителя
$L_{\text{РАЗ}}(\omega)$ – ЛАЧХ разомкнутой САРТ
p – оператор Лапласа
q - вещественный коэффициент гармонической линеаризации
q'- мнимый коэффициент гармонической линеаризации
$T_{\text{У}}$ – постоянная времени электронного усилителя
$T_{\text{ОУ}}$ – постоянная времени объекта управления (электрической печи)
t – время
$W_{\text{ЗАМ}}(p)$ - передаточная функция замкнутой САРТ
$W_{\text{Л}}(p)$ – передаточная функция линейной части САРТ
$W_{\text{Н}}$ - передаточная функция нелинейного звена САРТ
$U_{\text{УС}}$ – выходной сигнал узла сравнения

$U_У$ – выходной сигнал электронного усилителя
$X(A, \omega)$ –вещественная функция Михайлова
$Y(A, \omega)$ – мнимая функции Михайлова
$\varphi_{РАЗ}(\omega)$ – ЛФЧХ разомкнутой САРТ
$\varphi_У(\omega)$ – ФЧХ электронного усилителя
$\varphi_{ИМ}(\omega)$ – ФЧХ исполнительного механизма
$\varphi_{ОУ}(\omega)$ – ФЧХ объекта управления (электрической печи)
$\varphi_Д(\omega)$ – ФЧХ датчика температуры
ω – угловая частота
Ω – частота устойчивого периодического решения (автоколебаний)
$\omega_{КР}$ – критическая частота (частота переворота фазы)
$\omega_С$ – частота сопряжения

Список литературы

1 Стандарт организации СТ НАО 56023-1910-04-2014 Учебно-методические и учебные работы. Общие требования к построению, изложению, оформлению и содержанию учебно-методических и учебных работ. – Алматы: НАО АУЭС, 2014. – 43 с.

2 Чернов Б.А. Линейные системы автоматического регулирования: Учебное пособие (для студентов высших учебных заведений специальности «Автоматизация и управление»). – Алматы: НАО АУЭС, 2015. – 80 с.

3 Чернов Б.А. Линейные системы автоматического регулирования. Конспект лекций для студентов специальности 5В070200. – Алматы: НАО АУЭС, 2016. – 61 с.

4 Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2004. – 752 с. (Серия: Специалист).

5 Арсеньев Г.Н., Замуруев С.Н. Радиоавтоматика: Учебник. – М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2016. - 592 с.

6 Малафеев С.И., Малафеева А.А. Теория автоматического управления: Учебник для студ. учреж. высш. образования. – М.: Издательский центр «Академия», 2014. – 384 с.

7 Ким Д.П. Теория автоматического управления. В 2-х т. Т.2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 440 с.

8 Чернов Б.А. Нелинейные системы автоматического регулирования. Конспект лекций для студентов специальности 5В070200. – Алматы: НАО АУЭС, 2016. – 33 с.

9 Автоматическое управление электротермическими установками / Под ред. А.Д. Свенчанского. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 416 с.

Сводный план 2018 г., поз. 103

Борис Алексеевич Чернов

НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Методические указания по выполнению расчётно-графических работ для студентов специальности 5В070200 – Автоматизация и управление

Редактор Л.Т. Сластихина
Специалист по стандартизации Н.К. Молдабекова

Подписано в печать _____ Формат 60х84 1/16
Тираж 50 экз. Бумага типографская №1
Объем 1,13 уч.-изд. л. Заказ _____ Цена 570 тг.

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013, Алматы, Байтурсынова, 126