



**Некоммерческое
акционерное
общество**

**АЛМАТИНСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ЭНЕРГЕТИКИ И
СВЯЗИ ИМЕНИ
ГУМАРБЕКА
ДАУКЕЕВА**

Кафедра телекоммуникаций
и инновационных технологий

**НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ В
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ**

Конспект лекций для докторантов специальности 6D071900 – Радиотехника,
электроника и телекоммуникации

Алматы 2022

СОСТАВИТЕЛЬ: К.Х. Туманбаева. Научные основы моделирования в инфокоммуникационных системах. Конспект лекций для докторантов специальности 6D071900 – Радиотехника, электроника и телекоммуникации. – Алматы: АУЭС, 2022. – 61 с.

Приведен краткий курс лекций по дисциплине «Научные основы моделирования в инфокоммуникационных системах» для докторантов специальности «Радиотехника, электроника и телекоммуникации». Рассмотрены научные основы моделирования систем, основные методы математического моделирования в инфокоммуникационных системах, принципы имитационного моделирования.

Илл. 10, библиогр. – 11 назв.

Рецензент: к.ф.-м.н., профессор

Искакова А.К.

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева» на 2022 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи имени Гумарбека Даукеева», 2022 г.

Введение

В конспекте лекций кратко изложены теоретические основы дисциплины «Научные основы моделирования информационных системах», основной целью изучения которой является формирование знаний, умений и навыков докторантов для моделирования информационных систем и применения инструментальных средств моделирования, необходимых для проведения научных исследований и экспериментальных работ.

Моделирование – метод научного исследования явлений, процессов, устройств или систем, основанный на построении и изучении моделей с целью получения новых знаний об объекте исследования, оценке характеристик и показателей эффективности функционирования. Математическое моделирование – это эффективный и порой единственно возможный инструмент для исследования таких сложных систем, какими являются информационные системы. Метод сочетает в себе достоинства теории и эксперимента, работа не с самим объектом, а с его моделью позволяет быстро и без существенных затрат провести исследования. С другой стороны, эксперименты с моделями, реализуемые на компьютерах, позволяют изучить объекты в достаточной полноте, что актуально при исследовании и разработке новых информационных систем.

Цель дисциплины – овладение системой знаний о принципах и основных методах математического моделирования в информационных системах и применении инструментальных средств моделирования информационных систем.

Задача дисциплины – изучение докторантами методов и средств математического моделирования в информационных системах.

Курс лекций охватывает вопросы системного подхода в моделировании, принципов построения математических моделей, классификационных признаков и классификации моделей, моделирования случайных величин, математического моделирования информационных систем как систем массового обслуживания (СМО), имитационного моделирования СМО в системах GPSS World и MATLAB, планирования экспериментов.

Лекции 1–2. Современное состояние проблемы моделирования систем

Цель лекции: ознакомление студентов с целью и задачами моделирования, с понятиями математического и физического моделирования.

Содержание:

- а) цели и задачи моделирования систем;
- б) понятие модели и моделирования;
- в) математическое и физическое моделирование;
- г) аналитическое моделирование.

Моделирование можно рассматривать как замещение исследуемого объекта (оригинала) его условным образом, описанием или другим объектом, именуемым **моделью** и обеспечивающим близкое к оригиналу поведение в рамках некоторых допущений и приемлемых погрешностей [1, 2].

Моделирование обычно выполняется с целью познания свойств оригинала путем исследования его модели, а не самого объекта. Разумеется, моделирование оправдано в том случае, когда оно проще создания самого оригинала или когда последний по каким-то причинам лучше вообще не создавать.

Под **моделью** понимается физический или абстрактный объект, свойства которого в определенном смысле сходны со свойствами исследуемого объекта. При этом требования к модели определяются решаемой задачей и имеющимися средствами. Существует ряд общих требований к моделям:

- 1) адекватность – достаточно точное отображение свойств объекта;
- 2) полнота – предоставление получателю всей необходимой информации об объекте;
- 3) гибкость – возможность воспроизведения различных ситуаций во всем диапазоне изменения условий и параметров;
- 4) трудоемкость разработки должна быть приемлемой для имеющегося времени и программных средств.

Моделирование – это процесс построения модели объекта и исследования его свойств путем исследования модели.

Таким образом, моделирование предполагает 2 основных этапа:

- 1) разработка модели;
- 2) исследование модели и получение выводов.

При этом на каждом из этапов решаются разные задачи и используются отличающиеся по сути методы и средства.

На практике применяют различные методы моделирования. В зависимости от способа реализации все модели можно разделить на два больших класса: физические и математические.

Математическое моделирование принято рассматривать как средство исследования процессов или явлений с помощью их математических моделей.

Под **физическим моделированием** понимается исследование объектов и явлений на физических моделях, когда изучаемый процесс воспроизводят с сохранением его физической природы или используют другое физическое явление, аналогичное изучаемому. При этом **физические модели** предполагают, как правило, реальное воплощение тех физических свойств оригинала, которые являются существенными в конкретной ситуации.

Решение практических задач математическими методами последовательно осуществляется путем формулировки задачи (разработки математической модели), выбора метода исследования полученной математической модели, анализа полученного математического результата. Математическая формулировка задачи обычно представляется в виде геометрических образов, функций, систем уравнений и т.п. Описание объекта (явления) может быть представлено с помощью непрерывной или дискретной, детерминированной или стохастической и другими математическими формами.

Теория математического моделирования обеспечивает выявление закономерностей протекания различных явлений окружающего мира или работы систем и устройств путем их математического описания и моделирования без проведения натуральных испытаний. При этом используются положения и законы математики, описывающие моделируемые явления, системы или устройства на некотором уровне их идеализации.

Математическая модель (ММ) представляет собой формализованное описание системы (или операции) на некотором абстрактном языке, например, в виде совокупности математических соотношений или схемы алгоритма, т. е. такое математическое описание, которое обеспечивает имитацию работы систем или устройств на уровне, достаточно близком к их реальному поведению, получаемому при натуральных испытаниях систем или устройств. Любая ММ описывает реальный объект, явление или процесс с некоторой степенью приближения к действительности. Вид ММ зависит как от природы реального объекта, так и от задач исследования.

Математическое моделирование общественных, экономических, биологических и физических явлений, объектов, систем и различных устройств является одним из важнейших средств познания природы и проектирования самых разнообразных систем и устройств. Известны примеры эффективного использования моделирования в создании ядерных технологий, авиационных и аэрокосмических систем, в прогнозе атмосферных и океанических явлений, погоды и т.д.

Между тем математическое моделирование на уровне решения более простых задач, например, из области механики, электротехники, электроники, радиотехники и многих других областей науки и техники в настоящее время стало доступным выполнять на современных ПК. А при использовании обобщенных моделей становится возможным моделирование и достаточно сложных систем, например, телекоммуникационных систем и сетей, радиолокационных или радионавигационных комплексов.

Целью математического моделирования является анализ реальных

процессов (в природе или технике) математическими методами.

В свою очередь, это требует формализации ММ процесса, подлежащего исследованию. Модель может представлять собой математическое выражение, содержащее переменные, поведение которых аналогично поведению реальной системы.

Модель может включать элементы случайности, учитывающие вероятности возможных действий двух или большего числа «игроков», как, например, в теории игр; либо она может представлять реальные переменные параметры взаимосвязанных частей действующей системы. Математическое моделирование для исследования характеристик систем можно разделить на аналитическое, имитационное и комбинированное. В свою очередь, ММ делятся на имитационные и аналитические.

Аналитическое моделирование

Для аналитического моделирования характерно, что процессы функционирования системы записываются в виде некоторых функциональных соотношений (алгебраических, дифференциальных, интегральных уравнений). Аналитическая модель может быть исследована следующими методами:

- 1) аналитическим, когда стремятся получить в общем виде явные зависимости для характеристик систем;
- 2) численным, когда не удается найти решение уравнений в общем виде и их решают для конкретных начальных данных;
- 3) качественным, когда при отсутствии решения находят некоторые его свойства.

Аналитические модели удается получить только для сравнительно простых систем. Для сложных систем часто возникают большие математические проблемы. Для применения аналитического метода идут на существенное упрощение первоначальной модели. Однако исследование на упрощенной модели помогает получить лишь ориентировочные результаты. Аналитические модели математически верно отражают связь между входными и выходными переменными и параметрами. Но их структура не отражает внутреннюю структуру объекта.

При аналитическом моделировании его результаты представляются в виде аналитических выражений.

Безусловно, нахождение аналитических решений при аналитическом моделировании оказывается исключительно ценным для выявления общих теоретических закономерностей простых линейных цепей, систем и устройств. Однако его сложность резко возрастает по мере усложнения воздействий на модель и увеличения порядка и числа уравнений состояния, описывающих моделируемый объект. Можно получить более или менее обозримые результаты при моделировании объектов второго или третьего порядка, но уже при большем порядке аналитические выражения становятся чрезмерно громоздкими, сложными и трудно осмысливаемыми. Например, даже простой электронный усилитель зачастую содержит десятки компонентов. Тем не менее, многие современные СКМ, например, системы символьной математики

Maple, Mathematica или среда **MATLAB** (глава 7), способны в значительной мере автоматизировать решение сложных задач аналитического моделирования.

Одной из разновидностей моделирования является **численное моделирование**, которое заключается в получении необходимых количественных данных о поведении систем или устройств каким-либо подходящим численным методом, таким как методы Эйлера или Рунге-Кутты. На практике моделирование нелинейных систем и устройств с использованием численных методов оказывается намного более эффективным, чем аналитическое моделирование отдельных частных линейных цепей, систем или устройств.

Контрольные вопросы:

1. Какова цель математического моделирования?
2. В чем заключается сущность аналитического моделирования?
3. Назовите методы аналитического моделирования.
4. Назовите особенности аналитического моделирования.
5. Что такое численное моделирование?

Лекции 3–4. Имитационное моделирование

Цель лекции: ознакомление докторантов с целью и задачами имитационного моделирования, с понятием компьютерного моделирования, статистического моделирования, с этапами имитационного моделирования и методом гистограмм.

Содержание:

- а) цели и задачи имитационного моделирования систем;
- б) виды имитационного моделирования;
- в) этапы компьютерного моделирования;
- г) преимущества имитационного моделирования;
- д) статистическое моделирование;
- е) специализированные системы моделирования.

Имитационная модель – универсальное средство исследования сложных систем, представляющее собой логико-алгоритмическое описание поведения отдельных элементов системы и правил их взаимодействия, отображающих последовательность событий, возникающих в моделируемой системе [1, 2, 3].

Целью имитационного моделирования является разработка имитационной модели объекта и проведение экспериментов над ней для изучения закона функционирования объекта с учетом заданных ограничений и взаимодействия с внешней средой.

Задачи имитационного моделирования заключаются в следующем.

При **имитационном моделировании** реализующий модель алгоритм

воспроизводит процесс функционирования системы во времени. Имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени. Основным преимуществом имитационных моделей по сравнению с аналитическими является возможность решения более сложных задач. Имитационные модели позволяют легко учитывать наличие дискретных или непрерывных элементов, нелинейные характеристики, случайные воздействия и др. Поэтому этот метод широко применяется на этапе проектирования сложных систем. Основным средством реализации имитационного моделирования служит компьютер, позволяющая осуществлять цифровое моделирование систем и сигналов.

При **имитационном моделировании** используемая ММ воспроизводит алгоритм («логику») функционирования исследуемой системы во времени при различных сочетаниях значений параметров системы и внешней среды.

Наиболее широкое применение имитационное моделирование получило при исследовании сложных систем с дискретным характером функционирования, в том числе моделей массового обслуживания. Для описания процессов функционирования таких систем обычно используются временные диаграммы.

Примером простейшей аналитической модели может служить уравнение прямолинейного равномерного движения. При исследовании такого процесса с помощью имитационной модели должно быть реализовано наблюдение за изменением пройденного пути с течением времени. Очевидно, в одних случаях более предпочтительным является аналитическое моделирование, в других – имитационное (или сочетание того и другого). Чтобы выбор был удачным, необходимо ответить на два вопроса. С какой целью проводится моделирование? К какому классу может быть отнесено моделируемое явление? Ответы на оба эти вопроса могут быть получены в ходе выполнения двух первых этапов моделирования.

Имитационные модели не только по свойствам, но и по структуре соответствуют моделируемому объекту. При этом имеется однозначное и явное соответствие между процессами, получаемыми на модели, и процессами, протекающими на объекте. Недостатком имитационного моделирования является большое время решения задачи для получения хорошей точности.

Рассмотрим основные виды имитационного моделирования.

Системная динамика — вид моделирования, где для исследуемой системы строятся графические диаграммы причинных связей и глобальных влияний одних параметров на другие во времени, а затем созданная на основе этих диаграмм модель имитируется на компьютере. По сути, такой вид моделирования более всех других парадигм помогает понять суть происходящего выявления причинно-следственных связей между объектами и явлениями. С помощью системной динамики строят модели бизнес-процессов, развития города и другие.

Дискретно-событийное моделирование — подход к моделированию, предлагающий абстрагироваться от непрерывной природы событий и

рассматривать только основные события моделируемой системы, такие как: «ожидание», «обслуживание заявки», «поступление заявки», «выход заявки из системы» и другие. Дискретно-событийное моделирование наиболее развито и имеет огромную сферу приложений — от логистики и систем массового обслуживания до транспортных и производственных систем. Этот вид моделирования наиболее подходит для моделирования производственных процессов. Основан Джеффри Гордоном в 1960-х годах.

Агентное моделирование — относительно новое (1990-е — 2000-е гг.) направление в имитационном моделировании, которое используется для исследования децентрализованных систем, динамика функционирования которых определяется не глобальными правилами и законами (как в других парадигмах моделирования), а наоборот. Когда эти глобальные правила и законы являются результатом индивидуальной активности членов группы.

Цель агентных моделей — получить представление об этих глобальных правилах, общем поведении системы, исходя из предположений об индивидуальном, частном поведении ее отдельных активных объектов и взаимодействии этих объектов в системе. Агент — некая сущность, обладающая активностью, автономным поведением, может принимать решения в соответствии с некоторым набором правил, взаимодействовать с окружением, а также самостоятельно изменяться.

Этапы имитационного моделирования:

- 1) определение цели моделирования;
- 2) разработка концептуальной модели;
- 3) формализация модели;
- 4) программная реализация модели;
- 5) планирование модельных экспериментов;
- 6) реализация плана эксперимента;
- 7) анализ и интерпретация результатов моделирования.

Контрольные вопросы:

1. Что такое имитационная модель?
2. В чем заключается цель имитационного моделирования?
3. Какие задачи стоят перед имитационным моделированием?
4. Какие виды имитационного моделирования вы знаете?
5. Назовите основные этапы имитационного моделирования.

Лекции 5–6. Принципы системного подхода в моделировании

Цель лекции: ознакомление докторантов с принципами системного подхода в моделировании систем

Содержание:

- а) основные понятия и термины;
- б) задача анализа систем;
- в) сущность системного подхода в моделировании;

г) понятия структурного и функционального подхода.

В настоящее время при анализе и синтезе сложных (больших) систем получил развитие системный подход, который отличается от классического (или индуктивного) подхода. Последний рассматривает систему путем перехода от частного к общему и синтезирует (конструирует) систему путем слияния ее компонент, разрабатываемых отдельно. В отличие от этого системный подход предполагает последовательный переход от общего к частному, когда в основе рассмотрения лежит цель, причем исследуемый объект выделяется из окружающей среды [1].

Основные положения теории систем возникли в ходе исследования динамических систем и их функциональных элементов.

Система (от греч. *systema* – целое, составленное из частей; соединение) – совокупность взаимосвязанных элементов, объединенных в одно целое для достижения некоторой цели, определяемой назначением системы.

Элемент – минимальный неделимый объект, рассматриваемый как единое целое.

Сложная (большая) система характеризуется большим числом входящих в его состав элементов и связей между ними.

Комплекс – совокупность взаимосвязанных систем.

Структура системы задается перечнем элементов, входящих в состав системы, и связей между ними.

Способы описания структуры системы:

- графический – в форме:
- графа, в котором вершины соответствуют элементам системы, а дуги – связям между ними;
- схем, широко используемых в инженерных приложениях, в которых элементы обозначаются в виде специальных символов;
- аналитический – путем задания количества типов элементов, числа элементов каждого типа и матрицы связей (инцидентности), определяющей взаимосвязь элементов.

Функция системы – правило достижения поставленной цели, описывающее поведение системы и направленное на получение результатов, предписанных назначением системы.

Способы описания функции системы:

- алгоритмический – словесное описание в виде последовательностей шагов, которые должна выполнять система для достижения поставленной цели;
- аналитический – в виде математических зависимостей в терминах некоторого математического аппарата: теории множеств, теории случайных процессов, теории дифференциального или интегрального исчисления и т.п.;
- графический – в виде временных диаграмм или графических зависимостей;
- табличный – в виде различных таблиц, отражающих основные функциональные зависимости

Организация системы

Организация системы – способ достижения поставленной цели за счет выбора определенной структуры и функции системы.

Функциональная организация определяется способом порождения функций системы, достаточных для достижения поставленной цели.

Структурная организация определяется набором элементов и способом их соединения в структуру, обеспечивающую возможность реализации возлагаемых на систему функций.

Свойства системы:

- целостность, означающая, что система рассматривается как единое целое, состоящее из взаимодействующих элементов, возможно неоднородных, но одновременно совместимых;

- связность – наличие существенных устойчивых связей между элементами и/или их свойствами, причем с системных позиций значение имеют не любые, а лишь существенные связи, которые определяют интегративные свойства системы;

- организованность – наличие определенной структурной и функциональной организации, обеспечивающей снижение энтропии (степени неопределенности) системы по сравнению с энтропией системообразующих факторов, определяющих возможность создания системы, к которым относятся: число элементов системы, число существенных связей, которыми может обладать каждый элемент, и т.п.;

- интегративность – наличие качеств, присущих системе в целом, но не свойственных ни одному из ее элементов в отдельности; другими словами, интегративность означает, что свойства системы хотя и зависят от свойств элементов, но не определяются ими полностью.

Эффективность системы

Эффективность – степень соответствия системы своему назначению.

Эффективность систем обычно оценивается набором показателей эффективности.

Показатель эффективности (качества) – мера одного свойства системы. Показатель эффективности всегда имеет количественный смысл.

Критерий эффективности

Критерий эффективности – мера эффективности системы, обобщающая все свойства системы в одной оценке – значении критерия эффективности. Если при увеличении эффективности значение критерия возрастает, то критерий называется прямым, если же значение критерия уменьшается, то критерий называется инверсным.

Оптимальная система – система, которой соответствует максимальное (минимальное) значение прямого (инверсного) критерия эффективности из всех возможных вариантов построения системы, удовлетворяющих заданным требованиям.

Анализ (от греч. *análysis* — разложение, расчленение) – процесс определения свойств, присущих системе. В процессе анализа на основе сведений о функциях и параметрах элементов, входящих в состав системы, и

сведений о структуре системы определяются характеристики, описывающие свойства, присущие системе в целом.

Синтез (от греч. Synthesis – соединение, сочетание, составление) – процесс порождения функций и структур, удовлетворяющих требованиям, предъявляемым к эффективности системы.

Анализ систем позволяет определить наиболее реальные способы выполнения поставленной задачи, обеспечивающие максимальное удовлетворение поставленных требований. Элементы, составляющие основу теории систем, не создаются с помощью гипотез, а обнаруживаются экспериментальным путем. Для того чтобы начать построение системы, необходимо иметь общие характеристики технологических процессов. Это же справедливо и в отношении принципов создания математически сформулированных критериев, которым должен удовлетворять процесс или его теоретическое описание. Моделирование является одним из наиболее важных методов научного исследования и экспериментирования.

При построении моделей объектов используется **системный подход**, представляющий собой методологию решения сложных задач, в основе которой лежит рассмотрение объекта как системы, функционирующей в некоторой среде. Системный подход предполагает раскрытие целостности объекта, выявление и изучение его внутренней структуры, а также связей с внешней средой. При этом **объект** представляется как часть реального мира, которая выделяется и исследуется в связи с решаемой задачей построения модели. Кроме этого, системный подход предполагает последовательный переход от общего к частному, когда в основе рассмотрения лежит цель проектирования, а объект рассматривается во взаимосвязи с окружающей средой [1, 2].

Сложный объект может быть разделен на **подсистемы**, представляющие собой части объекта, удовлетворяющие следующим требованиям:

1) подсистема является функционально независимой частью объекта. Она связана с другими подсистемами, обменивается с ними информацией и энергией;

2) для каждой подсистемы могут быть определены функции или свойства, не совпадающие со свойствами всей системы;

3) каждая из подсистем может быть подвергнута дальнейшему делению до уровня элементов.

В данном случае под элементом понимается подсистема нижнего уровня, дальнейшее деление которой нецелесообразно с позиций решаемой задачи. Таким образом, систему можно определить как представление объекта в виде набора подсистем, элементов и связей с целью его создания, исследования или усовершенствования. При этом укрупненное представление системы, включающее в себя основные подсистемы и связи между ними, называется макроструктурой, а детальное раскрытие внутреннего строения системы до уровня элементов – микроструктурой. Наряду с системой обычно существует надсистема – система более высокого уровня, в состав которой входит

рассматриваемый объект, причём функция любой системы может быть определена только через надсистему.

Следует выделить понятие среды как совокупности объектов внешнего мира, существенно влияющих на эффективность функционирования системы, но не входящих в состав системы и ее надсистемы.

В связи с системным подходом к построению моделей используется понятие инфраструктуры, описывающей взаимосвязи системы с ее окружением (средой). При этом выделение, описание и исследование свойств объекта, существенных в рамках конкретной задачи, называется стратификацией объекта, а всякая модель объекта является его стратифицированным описанием.

Контрольные вопросы:

1. Что мы называем системой?
2. Назовите способы описания структуры системы.
3. Дайте определение функции системы.
4. В чем заключается задача анализа системы?
5. В чем заключается задача синтеза системы?
6. Что означает системный подход при построении моделей?

Лекция 7. Параметры и характеристики

Цель лекции: ознакомление докторантов с понятиями параметра и характеристики системы, с их взаимосвязью.

Содержание:

- а) характеристики системы;
- б) внутренние и внешние параметры системы;
- в) типы параметров системы;
- г) взаимосвязь параметров и характеристик.

Количественно любая система описывается совокупностью величин, которые могут быть разбиты на два класса:

- параметры, описывающие первичные свойства системы и являющиеся исходными данными при решении задач анализа;
- характеристики, описывающие вторичные свойства системы и определяемые в процессе решения задач анализа как функция параметров, то есть эти величины являются вторичными по отношению к параметрам.

Множество параметров технических систем можно разделить на:

- внутренние, описывающие структурно-функциональную организацию системы, к которым относятся:
 - структурные параметры, описывающие состав и структуру системы;
 - функциональные параметры, описывающие функциональную организацию (режим функционирования) системы;

- внешние, описывающие взаимодействие системы с внешней по отношению к ней средой, к которым относятся:

- нагрузочные параметры, описывающие входное воздействие на систему, например частоту и объем используемых ресурсов системы;

- параметры внешней (окружающей) среды, описывающие обычно неуправляемое воздействие внешней среды на систему, например, помехи и т.п.

Параметры могут быть:

- детерминированными или случайными;

- управляемыми или неуправляемыми.

Характеристики системы делятся на:

- глобальные, описывающие эффективность системы в целом;

- локальные, описывающие качество функционирования отдельных элементов или частей (подсистем) системы;

- надежностные (характеристики надежности), описывающие надежность функционирования системы;

- экономические (стоимостные) в виде стоимостных показателей, например, стоимость технических и программных средств вычислительной системы, затраты на эксплуатацию системы и т.п.;

- прочие: масса-габаритные, энергопотребления, тепловые и т.п.

Контрольные вопросы:

1. Что описывают параметры системы?

2. Что описывают характеристики системы?

3. Какие типы параметров вы знаете?

4. Какие виды характеристик системы вы знаете?

Лекция 8. Классификация систем и процессов

Цель лекции: ознакомление докторантов с классификацией систем и процессов, с классификационными признаками.

Содержание:

а) процесс и состояние системы;

б) классификационные признаки систем и процессов;

в) непрерывные и дискретные системы;

г) детерминированные и стохастические системы;

д) стационарные и нестационарные режимы.

Процесс (от лат. processus – продвижение) – последовательная смена состояний системы во времени [2].

Состояние системы задается совокупностью значений переменных, описывающих это состояние. Система находится в некотором состоянии, если она полностью описывается значениями переменных, которые задают это состояние.

Обычно классификация выполняется в зависимости от конкретных признаков, в качестве которых будем использовать:

- способ изменения значений величин, описывающих состояния системы или процесса;

- характер протекающих в системе процессов;

- режим функционирования системы (режим процесса).

1. В зависимости от способа изменения значений величин, описывающих состояния, все системы и процессы делятся на два больших класса:

- с непрерывными состояниями, называемыми также непрерывными системами (процессами), для которых характерен плавный переход из состояния в состояние, обусловленный тем, что величины, описывающие состояние, могут принимать любое значение из некоторого интервала (в том числе бесконечного), т.е. являются непрерывными;

- с дискретными состояниями, называемыми также дискретными системами (процессами), для которых характерен скачкообразный переход из состояния в состояние, обусловленный тем, что величины, описывающие состояние, изменяются скачкообразно и принимают значения, которые могут быть пронумерованы, то есть являются дискретными, причем число состояний может быть как конечным, так и бесконечным;

2. В зависимости от характера протекающих в системах процессов, системы (процессы) делятся на:

- детерминированные, поведение которых может быть предсказано заранее;

- стохастические (случайные, вероятностные), в которых процессы развиваются в зависимости от ряда случайных факторов, то есть являются случайными.

3. В зависимости от режима функционирования системы (процессы) делятся на:

- системы, работающие в установившемся (стационарном) режиме (процесс установившийся или стационарный), когда характеристики системы не зависят от времени, то есть инвариантны по отношению ко времени функционирования системы;

- системы, работающие в *неустановившемся режиме* (процесс неустановившийся), когда характеристики системы меняются со временем, то есть зависят от времени функционирования системы;

Причины неустановившегося режима:

- начало работы системы (переходной режим);

- нестационарность параметров системы (нестационарный режим), заключающейся в изменении параметров системы со временем;

- перегрузка системы (режим перегрузки), когда система не справляется с возложенной на нее нагрузкой.

Контрольные вопросы:

1. Дайте определения понятий «процесс» и «состояние системы».
2. Каковы классификационные признаки систем и процессов?
3. Чем отличаются детерминированные и стохастические системы?
4. Чем отличаются стационарные и нестационарные режимы?
5. В чем причины неустановившегося режима?

Лекция 9. Принципы построения математических моделей

Цель лекции: ознакомление докторантов с основными принципами построения математических моделей, с общей целью моделирования систем.

Содержание:

- а) основные принципы построения математических моделей;
- б) общая цель моделирования;
- в) основные элементы моделирования.

1. Принцип информационной достаточности. При полном отсутствии информации об исследуемой системе построение ее модели невозможно. При наличии полной информации о системе ее моделирование лишено смысла.

2. Принцип осуществимости. Создаваемая модель должна обеспечить достижение поставленной цели исследования с вероятностью, существенно отличающейся от нуля, и за конечное время.

3. Принцип множественности моделей. Создаваемая модель должна отражать в первую очередь те свойства реальной системы (или явления), которые влияют на выбранный показатель эффективности. Соответственно при использовании любой конкретной модели познаются лишь некоторые стороны реальности.

4. Принцип агрегирования. В большинстве случаев сложную систему можно представить состоящей из агрегатов (подсистем), для адекватного математического описания которых оказываются пригодными некоторые стандартные математические схемы. Принцип агрегирования позволяет, кроме того, достаточно гибко перестраивать модель в зависимости от задач исследования.

5. Принцип параметризации. В ряде случаев моделируемая система имеет в своем составе некоторые относительно изолированные подсистемы, характеризующиеся определенным параметром. Такие подсистемы можно заменять в модели соответствующими числовыми величинами, а не описывать процесс их функционирования.

Общая цель моделирования может быть сформулирована следующим образом: это определение (расчет) значений выбранного показателя эффективности (ПЭ) для различных стратегий проведения операции (или вариантов реализации проектируемой системы). При разработке конкретной модели цель моделирования должна уточняться с учетом используемого критерия эффективности.

Основные элементы моделирования:

В целом при решении любой задачи построения модели основную роль играют следующие четыре элемента :

- 1) эксперимент;
- 2) модель;
- 3) показатели эффективности;
- 4) критерии принятия решений.

Контрольные вопросы:

1. В чем заключается принцип информационной достаточности?
2. В чем заключается принцип осуществимости?
3. В чем заключается принцип множественности моделей?
4. В чем заключается принципы агрегирования и параметризации?
5. Какова общая цель моделирования?

Лекция 10. Классификационные признаки и классификация моделей

Цель лекции: ознакомление докторантов с классификационными признаками и классификацией моделей;

Содержание:

- а) концептуальная модель;
- б) три вида концептуальной модели;
- в) построение концептуальной модели;
- г) классификационные признаки;
- д) классификация моделей.

В процессе построения модели различают три вида или стадии построения: мысленная модель, концептуальная модель и формальная модель.

При наблюдении за объектом в голове исследователя формируется мысленный образ объекта, его идеальная модель. Формируя такую модель, разработчик, как правило, стремится ответить на конкретные вопросы. От реального очень сложного устройства объекта отсекается все ненужное с целью получения его более компактного и лаконичного описания. Представление мысленной модели на естественном языке называется **содержательной** моделью [1, 2].

По функциональному признаку и целям содержательные модели делятся на описательные, объяснительные и прогностические. **Описательной** моделью называется любое описание объекта. **Объяснительная** модель позволяет ответить на вопрос: почему это происходит? **Прогностическая** модель описывает будущее поведение объекта [1].

Концептуальная (содержательная) модель – это абстрактная модель, определяющая структуру моделируемой системы, свойства ее элементов и причинно-следственные связи, присущие системе и существенные для

достижения цели моделирования. Иными словами, это содержательная модель, при формулировании которой используются понятия и представления предметных областей, связанных с моделью. Например, ММ формулируется на языке математики – с помощью математических структур: формул, пространственных форм и т.п. Выделяют три вида концептуальных моделей: логико-семантические, структурно-функциональные и причинно-следственные [1].

Логико-семантическая модель – описание объекта в терминах соответствующих предметных областей знаний. Анализ таких моделей осуществляется средствами логики с привлечением специальных знаний.

При построении **структурно-функциональной модели** объект рассматривается как целостная система, которую расчлняют на отдельные подсистемы или элементы. Части системы связывают структурными отношениями, описывающими подчиненность, логическую и временную последовательность решения задач.

Причинно-следственная модель служит для объяснения и прогнозирования поведения объекта. Такие модели ориентированы на следующие моменты:

- 1) выявление главных взаимосвязей между подсистемами;
- 2) выявление определенного влияния различных факторов на состояние объекта;
- 3) описание динамики интересующих разработчика параметров.

Формальная модель является представлением концептуальной модели с помощью формальных языков. К таким языкам относятся математический аппарат, алгоритмические языки, языки моделирования.

Построение концептуальной модели включает следующие этапы [10]:

- 1) определение типа системы;
- 2) описание внешних воздействий;
- 3) декомпозиция системы.

На первом этапе осуществляется сбор фактических данных (на основе работы с литературой и технической документацией, проведения натурных экспериментов, сбора экспертной информации и т. д.), а также выдвижение гипотез относительно значений параметров и переменных, для которых отсутствует возможность получения фактических данных. Если полученные результаты соответствуют принципам информационной достаточности и осуществимости, то они могут служить основой для отнесения моделируемой системы к одному из известных типов (классов).

Одним из классификационных признаков моделируемой системы является **мощность множества состояний** моделируемой системы. По этому признаку системы делят на статические и динамические. Система называется **статической**, если множество ее состояний содержит один элемент. Если состояний больше одного или они могут изменяться во времени, система называется **динамической**. Процесс смены состояний называется **движением системы**.

Различают два основных типа динамических систем [1]:

- с дискретными состояниями (множество состояний конечно или счетно);
- с непрерывным множеством состояний.

Системы с дискретными состояниями характеризуются тем, что в любой момент времени можно однозначно определить, в каком именно состоянии находится система. Для такой идентификации обязательно нужно знать тот признак, который отличает одно состояние системы от другого. Например, при исследовании систем массового обслуживания в качестве такого признака обычно используют число заявок в системе. Соответственно, изменение числа заявок в системе интерпретируется как переход системы в новое состояние. Если же не удастся подобрать такой признак, либо его текущее значение невозможно зафиксировать, то систему относят к классу систем с непрерывным множеством состояний.

Смена состояний может происходить либо в фиксированные моменты времени, множество которых дискретно (например, поступление новых заявок на обслуживание), либо непрерывно (изменение температуры тела при нагревании). В соответствии с этим различают системы с дискретным временем переходов (смены состояний) и системы с непрерывным временем переходов (точнее, «живущие» в непрерывном времени). По условиям перехода из одного состояния в другое различают детерминированные системы и стохастические.

В детерминированных системах новое состояние зависит только от времени и текущего состояния системы. Другими словами, если имеются условия, определяющие переход системы в новое состояние, то для детерминированной системы можно однозначно указать, в какое именно состояние она перейдет.

Для стохастической системы можно указать лишь множество возможных состояний перехода и, в некоторых случаях, – вероятностные характеристики перехода в каждое из этих состояний.

Рассмотренная схема классификации систем важна не сама по себе. На этапе разработки концептуальной модели она, во-первых, позволяет уточнить цели и задачи моделирования и, во-вторых, облегчает переход к этапу **формализации модели**. Кроме того, значительно позже, на этапе оценки качества разработанной модели, знание классификационных признаков дает возможность оценить степень ее соответствия первоначальному замыслу разработчика [10].

Контрольные вопросы:

1. В чем суть концептуальной модели?
2. В чем суть логико-семантической модели?
3. Какую модель называют структурно-функциональной?
4. Какую модель называют причинно-следственной?
5. Какая модель относится к формальной?

Лекция 11. Моделирование внешних воздействий

Цель лекции: ознакомление студентов с необходимостью моделирования внешних воздействий на модель; с основными свойствами модели внешних воздействий; с принципом декомпозиции системы.

Содержание:

- а) задача моделирования внешних воздействий;
- б) требования, предъявляемые к модели внешних воздействий;
- в) цели декомпозиции системы.

Совокупность факторов, воздействующих на систему и оказывающих влияние на эффективность её функционирования, назовем внешними воздействиями (ВВ) [1].

Например, пусть оценивается производительность бортовой вычислительной системы (ВС) при управлении полетом космического корабля. В качестве параметров внешних воздействий такой ВС целесообразно рассматривать поток информации, подлежащей обработке, и поток отказов, приводящий к нарушению вычислительного процесса. Оценки производительности ВС будут иметь смысл только в том случае, если известно, для какой рабочей нагрузки они получены. Это утверждение справедливо для любой задачи принятия решения, к какой бы предметной области она ни относилась. Нельзя говорить о прочности моста, не указывая, на какую максимальную нагрузку он рассчитан; точно так же некорректно сообщать максимальную скорость автомобиля, не уточнив, в каких условиях она была достигнута.

Описание ВВ является не только важной, но и достаточно сложной задачей. Особенно в тех случаях, когда приходится учитывать влияние случайных факторов, или когда речь идет о внешних воздействиях на проектируемую принципиально новую систему. В связи с этим введем понятие «модели внешних воздействий», подчеркивая сопоставимость уровня сложности описания собственно системы и внешних воздействий на неё.

Модель внешних воздействий должна обладать следующими основными свойствами:

- совместимостью с моделью системы;
- представительностью;
- управляемостью;
- системной независимостью.

Свойство **совместимости** предполагает, что, во-первых, степень детализации описания ВВ соответствует детализации описания системы; во-вторых, модель ВВ должна быть сформулирована в тех же категориях предметной области, что и модель системы (например, если в модели системы исследуется использование ресурсов, то должны быть выражены в запросах на ресурсы) [10].

Представительность модели ВВ определяется ее способностью адекватно представить ВВ в соответствии с целями исследования. Другими словами, модели ВВ должны отвечать целям исследования системы. Например, если оценивается пропускная способность, то должны выбираться ВВ, «насыщающие» систему.

Под **управляемостью** понимается возможность изменения параметров модели ВВ в некотором диапазоне, определяемом целями исследования.

Системная независимость – это возможность переноса модели ВВ с одной системы на другую с сохранением ее представительности. Данное свойство наиболее важно при решении задач сравнения различных систем или различных модификаций одной системы. Если модель ВВ зависит от конфигурации исследуемой системы или других ее параметров, то использование такой модели для решения задачи выбора невозможно, и, наконец, обратимся к этапу, завершающему **построение концептуальной модели** системы, – ее декомпозиции .

Декомпозиция системы производится исходя из выбранного уровня детализации модели, который, в свою очередь, определяется тремя факторами:

- целями моделирования;
- объемом априорной информации о системе;
- требованиями к точности и достоверности результатов моделирования.

Уровни детализации иногда называют **стратами**, а процесс выделения уровней, как уже упоминалось, – стратификацией. Детализация системы должна производиться до такого уровня, чтобы для каждого элемента были известны или могли быть получены зависимости его выходных характеристик от входных воздействий, существенные с точки зрения выбранного показателя эффективности. Повышение уровня детализации описания системы позволяет получить более точную ее модель, но усложняет процесс моделирования и ведет к росту затрат времени на его проведение.

Например, если моделируется дискретная система, то увеличение детальности ее описания означает увеличение числа различных состояний системы, учитываемых в модели, и, как следствие – неизбежный рост объема вычислений. Поэтому при выборе уровня описания системы целесообразно руководствоваться следующим правилом: в модель должны войти все параметры, которые обеспечивают определение интересующих исследователя характеристик системы на заданном временном интервале ее функционирования; остальные параметры по возможности следует исключить из модели.

Приступая к разработке или исследованию системы, мы, прежде всего, накапливаем информацию о данной, или подобной ей, системе. Эта информация далее реализуется в описании системы, которое и является основой для построения её математической модели. Поэтому, прежде всего, рассмотрим **классификацию технических систем**, моделированию которых посвящены наши лекции.

Все системы подразделяются на непрерывные и дискретные [19]. **Непрерывные системы** делятся на системы с сосредоточенными параметрами и системы с распределенными параметрами.

В системах с сосредоточенными параметрами переменные зависят только от времени и не зависят от прочих координат. Для систем с распределенными параметрами переменные зависят как от времени, так и от прочих координат.

В зависимости от задачи одна и та же система может рассматриваться и как система с сосредоточенными параметрами и как система с распределенными параметрами. Например, нельзя указать точные границы для тока в проводе.

Что касается классов моделей, то здесь имеется четкая граница. Системы с распределенными параметрами описываются с помощью ДУ в частных производных. Система с сосредоточенными параметрами – с помощью обыкновенных ДУ.

Дискретные системы подразделяются на синхронные и асинхронные.

В **синхронных** системах имеются точные метки времени, в которые происходят изменения состояния (например, тактовый генератор ПЭВМ).

В **асинхронных** системах смена состояния не привязана ко времени (например, появление заявки или пакета в телекоммуникационной сети). В общем случае система определяется множеством Π признаков (особенностей), элементы $\pi i, i = 1. . . k$ которого характеризуют всю совокупность её свойств: алгоритм функционирования, структуру, численные значения параметров, особенности внешней среды, вид ВВ, начальные условия, реакцию системы и показатели качества системы [3]. Все это множество признаков и составляет **описание системы**.

Задача исследования состоит в расширении наших знаний о системе, т. е. в итоге сводится к уточнению её описания. Поэтому множество Π неизвестных на начальном этапе исследования признаков (или известных неточно), в общем случае можно представить неким потенциальным источником информации, а исследование системы, её описание, как процесс извлечения этой информации из источника.

Описание действующей системы, когда её структура неизвестна, формируется с помощью её **идентификации**, т.е. подбора аппроксимирующих соотношений с той или иной полнотой отображающих поведение наблюдаемой системы [3]. При этом единственной информацией, которой располагает исследователь, является вектор входных воздействий \mathbf{u} и соответствующий ему вектор \mathbf{y} реакций системы, а сама система Ψ представляется «черным ящиком». Принцип «черного ящика» может быть применен как к системе в целом, так и к отдельным её звеньям. В последнем случае система описывается совокупностью взаимодействующих «черных ящиков», каждый из которых наделен определенными функциями, которые можно выявить в процессе изучения реакций при заданных воздействиях или задать априорно.

Контрольные вопросы:

1. Назовите основные свойства модели внешних воздействий.
2. В чем заключается свойство совместимости модели внешних воздействий?
3. В чем заключается свойство представительности модели внешних воздействий?
4. В чем заключается свойство управляемости модели внешних воздействий?
5. В чем заключается свойство системной независимости модели внешних воздействий?
6. Какими факторами определяется декомпозиция системы?

Лекция 12. Основные этапы математического моделирования

Цель лекции: ознакомление докторантов с основными этапами математического моделирования.

Содержание:

- а) основные этапы математического моделирования;
- б) первый этап математического моделирования;
- в) второй этап математического моделирования
- г) третий этап математического моделирования.

Технология моделирования предполагает выполнение следующих действий:

- определение цели моделирования;
- разработка концептуальной модели объекта;
- формализация модели;
- аналитическая и/или программная реализация модели;
- планирование модельных экспериментов;
- постановка эксперимента;
- анализ и интерпретация результатов моделирования.

Содержание первых двух действий практически не зависит от математического метода, положенного в основу моделирования. Реализация же остальных этапов существенно различается для каждого из двух основных подходов к построению модели.

Аналитическое моделирование предполагает использование математической модели реального объекта в форме алгебраических, дифференциальных, интегральных и других уравнений, связывающих выходные переменные со входными, дополненными системой накладываемых ограничений. При этом предполагается существование однозначной вычислительной процедуры получения точного решения уравнения.

При алгоритмическом (имитационном) моделировании используемая математическая модель воспроизводит алгоритм («логику»)

функционирования исследуемой системы во времени при различных сочетаниях значений параметров системы и внешней среды.

Общая цель моделирования в процессе принятия решения – это определение (расчёт) значений выбранного показателя эффективности для различных стратегий проведения операции (или вариантов реализации проектируемой системы). При разработке конкретной модели цель моделирования должна уточняться с учётом используемого критерия эффективности. Для соответствия критерию пригодности модель, как правило, должна обеспечивать расчёт значений показателя эффективности для всего множества допустимых стратегий. При использовании критерия оптимальности модель должна позволять непосредственно определять параметры исследуемого объекта, дающие экстремальное значение показателя эффективности. Таким образом, цель моделирования определяется как целью исследуемой операции, так и планируемым способом использования результатов исследования.

Концептуальная (содержательная) модель – это абстрактная модель, определяющая структуру моделируемой системы, свойства её элементов и причинно-следственные связи, присущие системе и существенные для достижения цели моделирования. Построение концептуальной модели начинается с определения типа системы.

В целом перечисленные действия можно сгруппировать в три главных этапа математического моделирования:

- а) построение концептуальной модели системы и ее формализация;
- б) алгоритмизация модели системы и ее машинная реализация;
- в) получение и интерпретация результатов моделирования системы.

Каждый из перечисленных этапов состоит из нескольких частей.

1 Построение концептуальной модели системы и ее формализация.

1.1 Определение цели моделирования.

1.2 Постановка задачи.

1.3 Анализ задачи.

1.4 Определение требований к исходной информации и организация ее сбора.

1.5 Определение параметров и переменных.

1.6 Обоснование критериев оценки эффективности системы.

2 Алгоритмизация модели системы и ее машинная реализация.

2.1 Построение логической схемы модели.

2.2 Получение математических соотношений в виде функций.

2.3 Проверка адекватности модели системы.

2.4 Разработка программы, реализующей алгоритм модели.

3 Получение и интерпретация результатов моделирования системы.

3.1 Планирование машинного эксперимента с моделью системы.

3.2 Определение требований к вычислительным средствам.

3.3 Проведение рабочих расчетов.

3.4 Анализ результатов моделирования системы.

3.5 Представление результатов моделирования (в виде графиков, диаграмм, таблиц и т. д.).

Каждый из этапов можно рассмотреть подробнее. Тогда это можно представить, как в работе [1].

Первым этапом математического моделирования является **постановка задачи, определение объекта и целей исследования**, задание критериев (признаков) изучения объектов и управления ими. Неправильная или неполная постановка задачи может свести на нет результаты всех последующих этапов.

Вторым этапом моделирования является **выбор типа математической модели**, что является важнейшим моментом, определяющим направление всего исследования. Обычно последовательно строится несколько моделей. Сравнение результатов их исследования с реальностью позволяет установить наилучшую из них. На этапе выбора типа математической модели при помощи анализа данных поискового эксперимента устанавливаются: линейность или нелинейность, динамичность или статичность, стационарность или нестационарность, а также степень детерминированности исследуемого объекта или процесса.

Процесс выбора математической модели объекта заканчивается ее **предварительным контролем**, который также является первым шагом на пути к исследованию модели. При этом осуществляются следующие виды контроля (проверки): размерностей; порядков; характера зависимостей; экстремальных ситуаций; граничных условий; математической замкнутости; физического смысла; устойчивости модели.

Контрольные вопросы:

1. Из каких действий состоит технология моделирования?
2. В чем заключается цель моделирования?
3. Назовите три главных этапа моделирования.

Лекция 13. Вычислительный эксперимент

Цель лекции: ознакомление докторантов с целью и задачами вычислительного эксперимента, с его основными этапами, с основными свойствами математической модели, с понятием адекватности модели и его оценкой.

Содержание:

- а) цели и задачи вычислительного эксперимента;
- б) основные этапы вычислительного эксперимента;
- в) адекватность модели и способы ее оценки;
- г) устойчивость и чувствительность модели.

Вычислительным экспериментом называется методология и технология исследований, основанные на применении прикладной математики и компьютерных технологий [1].

Этапы вычислительного эксперимента:

1. Построение модели, допущения и условия применимости модели, границы, в которых будут справедливы полученные результаты, разделение факторов на главные и второстепенные.

2. Разрабатывается метод решения сформулированной математической задачи в виде вычислительного алгоритма. Используются численные методы.

3. Разработка программного обеспечения для решения задачи.

4. Проведение экспериментов на компьютере.

5. Обработка полученных результатов, их анализ и выводы.

Основные требования к математической модели при проведении вычислительного эксперимента заключаются в том, что модель должна быть адекватной, устойчивой и чувствительной.

Адекватность (от лат. *adaequatus* — приравненный) — соответствие модели моделируемому объекту (оригиналу) или процессу.

Проверка адекватности модели – это оценка степени соответствия модели реальному объекту или системе.

Способы сравнения результатов:

1) по средним значениям откликов модели и системы;

2) по дисперсиям отклонений откликов модели от среднего значения откликов системы;

3) по максимальному значению относительных отклонений откликов модели от откликов системы.

Первый способ заключается в следующем. В результате N опытов на реальной системе получают множество значений (выборку) Y^* . Выполнив N экспериментов на модели, также получают множество значений наблюдаемой переменной Y . Затем вычисляются оценки математического ожидания и дисперсии откликов модели и системы, после чего выдвигается гипотеза о близости средних значений величин Y^* и Y (в статистическом смысле). Основой для проверки гипотезы является t -статистика (распределение Стьюдента).

Устойчивость модели – это ее способность сохранять адекватность при исследовании эффективности системы на всем возможном диапазоне рабочей нагрузки, а также при внесении изменений в конфигурацию системы.

Для проверки гипотезы об устойчивости результатов может быть использован критерий Уилкоксона, который служит для проверки того, относятся ли две выборки к одной и той же генеральной совокупности (т. е. обладают ли они одним и тем же статистическим признаком).

Чувствительность математической модели означает степень изменения выходных параметров модели (Y), или откликов, в зависимости от входящих характеристик (x):

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Контрольные вопросы:

1. Что называется вычислительным экспериментом?

1. Какие цели и задачи ставятся перед вычислительным экспериментом?

2. Назовите основные этапы вычислительного эксперимента.
3. Адекватность модели и способы ее оценки.
4. Устойчивость и чувствительность модели.

Лекция 14. Моделирование случайной величины (часть 1)

Цель лекции: ознакомление докторантов с вопросами моделирования случайных величин.

Содержание:

- а) основные понятия и определения;
- б) законы распределения случайных величин;
- в) способы задания дискретных случайных величин;
- г) способы задания непрерывных случайных величин;
- д) свойства функции распределения;
- е) свойства плотности распределения.

Случайной величиной называется величина, которая может принимать то или иное значение, *неизвестное заранее*.

Случайные величины могут быть двух типов:

- **дискретные**, принимающие только отделённые друг от друга значения, которые можно пронумеровать;
- **непрерывные**, которые могут принимать любое значение из некоторого промежутка.

Закон распределения дискретной случайной величины X (*дискретный закон распределения*), принимающей значения x_1, x_2, \dots, x_n , может быть задан одним из следующих способов:

- **аналитически** – в виде математического выражения, отражающего зависимость вероятности от значения случайной величины;
- **таблично** – в виде ряда распределения случайной величины, в котором перечислены возможные значения случайной величины и соответствующие им вероятности;
- **графически** – в виде многоугольника распределения, где по оси абсцисс откладываются возможные значения случайной величины, а по оси ординат – вероятности этих значений.

Функция распределения вероятностей (или просто функция распределения) $F(x)$ случайной величины X представляет собой вероятность того, что случайная величина X примет значение меньшее, чем некоторое заданное значение x :

$$F(x) = P(X < x).$$

Функция распределения непрерывной случайной величины X , принимающей любые значения из некоторого интервала, может быть представлена:

- **аналитически** – в виде математического выражения, отражающего зависимость вероятности от значения случайной величины;

- **графически** – в виде непрерывной функции, отображающей зависимость, или в виде *гистограммы функции распределения*, полученной экспериментально и представляющей собой дискретный график, в котором по оси абсцисс откладываются частотные интервалы, охватывающие все возможные значения случайной величины, а по оси ординат – накопленная частота попадания случайной величины в эти частотные интервалы

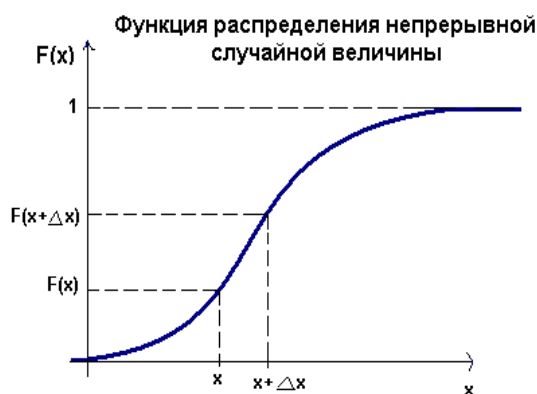


Рисунок 14.1 – Функция распределения непрерывной случайной величины

Накопленная частота попадания в i -й частотный интервал определяется отношением количества случайных величин, значения которых находятся в интервале $(-\infty; x_i)$, к общему количеству случайных величин, полученных в процессе экспериментов (рисунок 14.2).



Рисунок 14.2 – Накопленная частота

Контрольные вопросы:

1. Какая величина называется случайной?
2. Как задается закон распределения случайных величин?
3. Назовите способы задания дискретной случайной величины.
4. Назовите способы задания непрерывной случайной величины.
5. Что такое накопленная частота?

Лекция 15. Моделирование случайной величины (часть 2)

Цель лекции: ознакомление докторантов с вопросами моделирования случайных величин.

Содержание:

- а) основные понятия и определения;
- б) законы распределения случайных величин;
- в) способы задания дискретных случайных величин;
- г) способы задания непрерывных случайных величин;
- д) свойства функции распределения;
- е) свойства плотности распределения.

Свойства функции распределения непрерывной случайной величины:

1) Функция распределения $F(x)$ есть неубывающая функция своего аргумента, то есть если $x_j > x_i$, то $F(x_j) \geq F(x_i)$;

2) $F(-\infty) = 0$;

3) $F(+\infty) = 1$.

Вероятность того, что случайная величина примет значение из некоторого интервала (a, b) , определяется через функцию распределения как:

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a).$$

Функция распределения $F(x)$ является универсальной характеристикой случайной величины и существует как для непрерывных, так и для дискретных величин.

Функция распределения дискретной случайной величины X , принимающей значение x_1, \dots, x_n, \dots определяется как:

$$F(x_m) = P(X < x_m) = \sum_{i=1}^{m-1} p_i,$$

где p_i – вероятность того, что величина X примет значение x_i .

Плотность распределения вероятностей $f(x)$ определяется как производная от функции распределения $F(x)$ по x :

$$f(x) = F'(x) = dF(x)/dx.$$

Плотность распределения непрерывной случайной величины X , как и функция распределения, может быть представлена:

- аналитически в виде математического выражения $y = f(x)$;
- графически в виде непрерывной функции (графика), отображающей зависимость $y = f(x)$, или в виде гистограммы плотности распределения, в которой в отличие от гистограммы функции распределения по оси ординат откладывается частота (или число) попаданий случайной величины в каждый из частотных интервалов.

Свойства плотности распределения:

- плотность распределения есть функция *неотрицательная*:
 $f(x) \geq 0$;

- интеграл в бесконечных пределах от плотности распределения равен *единице*:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

Связь между функцией и плотностью распределения выражается в виде:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx.$$

Вероятность того, что случайная величина примет значение из некоторого интервала (a, b):

$$P(a < x < b) = \int_{-\infty}^b f(x) dx - \int_{-\infty}^a f(x) dx.$$

Таким образом, закон распределения непрерывной случайной величины (непрерывный закон распределения) может быть задан в виде:

- функции распределения $F(x)$ случайной величины X , называемой также интегральным законом распределения;

- плотности распределения $f(x)$ случайной величины X , называемой дифференциальным законом распределения.

Контрольные вопросы:

1. Назовите свойства функции распределения непрерывной случайной величины.

3. Назовите свойства плотности распределения непрерывной случайной величины.

4. Что такое плотность распределения дискретной случайной величины?

5. Что называется законом распределения случайной величины?

6. Какие существуют способы задания закона распределения случайной величины?

Лекция 16. Моделирование случайной величины (3 часть)

Цель дисциплины: ознакомление докторантов с вопросами моделирования случайных величин.

Содержание:

а) законы распределения случайных величин;

б) числовые характеристики случайных величин;

в) типовые распределения случайных величин;

г) метод моделирования случайных величин.

Для описания случайной величины используется бесконечное множество начальных и центральных моментов [2].

Начальные моменты рассматриваются относительно начала координат, а центральные моменты – относительно среднего значения (математического ожидания), то есть центра распределения.

Положим, что случайная величина X описывается вероятностями p_1, p_2, \dots, p_n появления значений x_1, x_2, \dots, x_n . Рассмотрим случаи, когда X – дискретная величина с плотностью распределения $f(x) \in (-\infty, +\infty)$, и когда X – непрерывная величина.

Начальный момент s -го порядка для дискретной случайной величины X определяется следующим образом:

$$\alpha_s[X] = \sum_{i=1}^n x_i^s p_i,$$

где $s = 1, 2, \dots$

Начальный момент s -го порядка для непрерывной случайной величины:

$$\alpha_s[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x^s f(x) dx.$$

Первый начальный момент случайной величины X называется математическим ожиданием:

$$\alpha_1[X] = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

для дискретной случайной величины и обозначается $M[X]$.

Для непрерывной случайной величины первый начальный момент или математическое ожидание определяется как:

$$M[X] = \alpha_1[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx.$$

Центральный момент s -го порядка случайной величины X определяется следующим образом:

$$\beta_s[X] = \sum_{i=1}^n (x_i - M[X])^s p_i$$

для дискретной случайной величины.

Центральный момент S -го порядка для непрерывной случайной величины X определяется как:

$$\beta_s[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[X])^s f(x) dx.$$

Второй центральный момент называется дисперсией случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины:

$$\beta_2[X] = D[X] = \sum_{i=1}^n (x_i - M[X])^2 p_i.$$

Дисперсия непрерывной случайной величины определяется как:

$$D[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[X])^2 f(x) dx.$$

Вторая формула для дисперсии:

$$D[X] = \alpha_2[X] - (M[X])^2.$$

Среднеквадратическое отклонение случайной величины X:

$$\sigma[X] = \sqrt{D[X]}.$$

Коэффициент вариации: $V[X] = \sigma[X]/M[X]$.

Контрольные вопросы:

1. Чем отличается начальный момент от центрального?
2. Чему равно математическое ожидание дискретной случайной величины?
3. Чему равно математическое ожидание непрерывной случайной величины?
4. Чему равна дисперсия дискретной случайной величины?
5. Чему равна дисперсия непрерывной случайной величины?

Лекция 17. Моделирование случайных величин (часть 4)

Цель дисциплины: ознакомление докторантов с вопросами моделирования случайных величин.

Содержание:

- а) законы распределения случайных величин;
- б) числовые характеристики случайных величин;
- в) типовые распределения случайных величин;
- г) метод моделирования случайных величин.

Непрерывная случайная величина X называется распределенной равномерно на отрезке [a,b], если её плотность распределения вероятностей постоянна на данном отрезке:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [a, b] \\ \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b] \end{cases}$$

Функция распределения в этом случае примет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b \\ 1, & x \geq b \end{cases}$$

Непрерывная случайная величина x имеет нормальное распределение с параметрами: m , $s > 0$, если плотность распределения вероятностей имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}},$$

где: m – математическое ожидание, σ – среднеквадратическое отклонение.

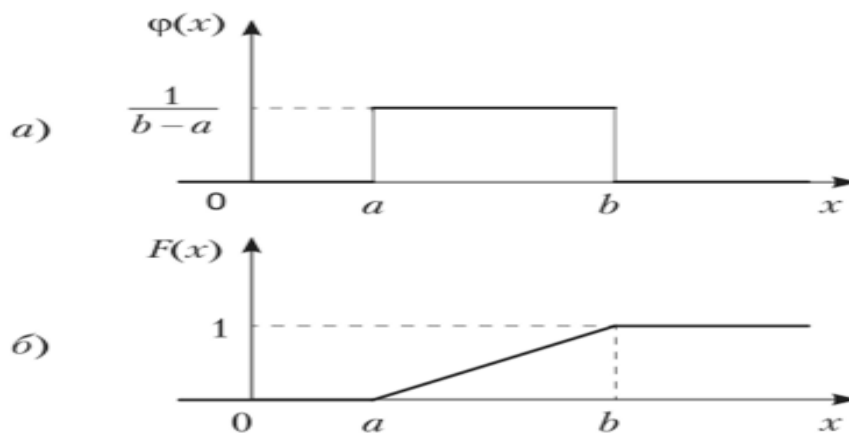


Рисунок 17.1 – Равномерный закон распределения

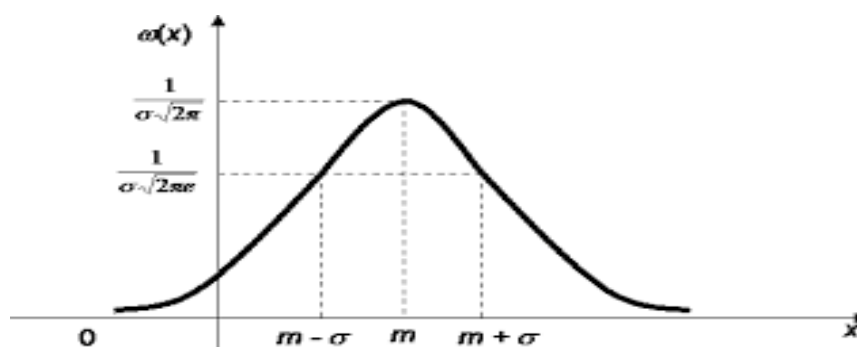


Рисунок 17.2 – Нормальный закон распределения

Мы говорим, что случайная величина x имеет *экспоненциальное распределение*, если *плотность* экспоненциального распределения имеет вид:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

где $\lambda > 0$ — положительная постоянная, называемая параметром экспоненциального распределения

Функция распределения случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

Вероятность попадания случайной величины, распределенной по экспоненциальному закону, в интервал (a, b) равна:

$$P(a < X < b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}.$$

Экспоненциальная случайная величина принимает положительные значения.

Математическое ожидание равно:

$$M(X) = 1/\lambda.$$

Дисперсия равна:

$$D(X) = 1/\lambda^2.$$

Для того чтобы получить последовательность случайных чисел с заданным законом распределения, необходимо:

а) получить равномерно распределенные случайные числа R в промежутке $(0, 1)$. В состав стандартных функций многих алгоритмических языков входят стандартные функции, генерирующие $R \in (0, 1)$;

б) подставив в соответствующую формулу преобразования полученные числа, смоделировать случайные числа с заданным законом распределения. $V = f(R)$.

Формулы преобразования:

а) для равномерного закона распределения:

$$V = a + (b - a) * R,$$

где V – случайное число;

(a, b) – интервал, в котором моделируется случайное число;

$R \in (0, 1)$;

б) для показательного закона распределения:

$$V = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - R)$$

где λ – параметр, $R \in (0, 1)$;

в) для нормального закона распределения:

$$V = M + \sigma \sqrt{\frac{12}{n}} \left(\sum_{i=1}^n R_i - \frac{n}{2} \right),$$

где M – математическая ожидание;

σ – среднеквадратическое отклонение;

n – любое целое положительное число, при этом $n < 12$.

Контрольные вопросы:

1. Как можно получить на компьютере случайные числа, распределенные по заданному закону?
2. Формула преобразования для равномерного закона.
3. Формула преобразования для экспоненциального закона.
4. Формула преобразования для нормального закона.

Лекция 18. Моделирование систем массового обслуживания (1 часть)

Цель лекции: ознакомить докторантов с основными положениями теории систем массового обслуживания (СМО), с видами СМО, применяемыми при моделировании систем телекоммуникаций.

Содержание:

- а) структура СМО и характеристики эффективности работы;
- б) типы СМО.

Основы теории телетрафика, как вам известно из первой лекции, были заложены датским ученым А.К. Эрлангом в начале XX века, когда появилась необходимость в специальных методах оценки качества функционирования телефонных систем. В дальнейшем развитии теории принимали участие ученые многих стран (Энгсет, Пальм, Якобеус, Молина и др). Методы теории нашли применение во многих отраслях экономики, таких как транспорт, логистика, торговля, банковское дело. В середине XX века русский ученый А.Я. Хинчин, обобщив методы теории телетрафика, заложил основы раздела прикладной математики, который назвал «теорией систем массового обслуживания». В англоязычной литературе данная теория получила название «теория очередей» (Queueing Theory). Таким образом, теория телетрафика является разделом теории массового обслуживания, применяемым в телекоммуникациях [3, 4, 6].

Далее, при аналитическом моделировании различных систем телекоммуникации будем использовать формулы из теории СМО.

Основными элементами СМО являются: каналы обслуживания, поток поступающих заявок, очереди, поток обслуженных заявок и поток необслуженных заявок (рисунок 18.1).

Рассматриваемые в задачах характеристики эффективности работы СМО включают в себя:

– среднее число заявок A , обслуживаемой СМО в единицу времени, или абсолютная пропускная способность СМО;

- вероятность обслуживания поступившей заявки Q , или относительная пропускная способность СМО $Q = A/\lambda$, где λ – интенсивность входящего потока;
- вероятность отказа $P_{отк}$, т. е. вероятность того, что поступившая заявка не будет обслужена, получит отказ $P_{отк} = 1 - Q$;
- среднее число заявок в СМО (обслуживаемых или ожидающих в очереди) N ;
- среднее число заявок в очереди r ;
- среднее время пребывания заявки в СМО (в очереди или на обслуживании) T ;
- среднее время пребывания заявки в очереди $T_{ож}$;
- среднее число занятых каналов k .

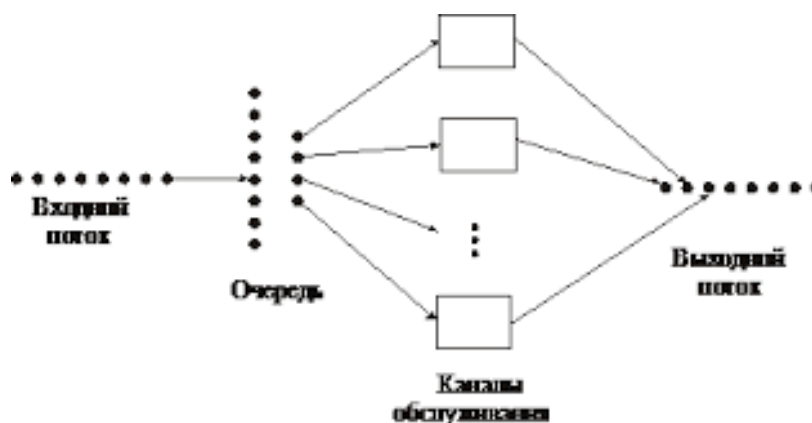


Рисунок 18.1 – Структура СМО

Для любой открытой СМО в предельном стационарном режиме среднее время пребывания заявки в системе T выражается через среднее число заявок в системе N (среднее число заявок в очереди r) с помощью формулы Литтла:

$$T = N/\lambda,$$

$$T_{ож} = r/\lambda,$$

где λ – интенсивность поступающего потока.

Универсальное значение для открытых СМО имеет формула, выражающая среднее число занятых каналов \bar{k} через абсолютную пропускную способность A :

$$\bar{k} = A/\mu,$$

где $\mu = 1/T_{об}$ – интенсивность потока обслуживаний.

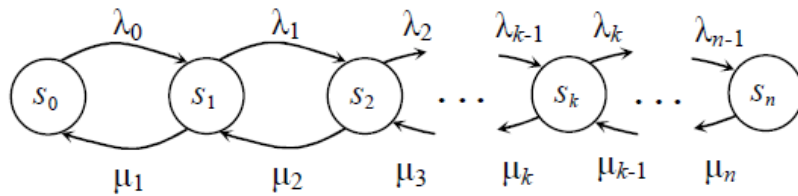


Рисунок 18. 2 – Диаграмма переходов СМО

Очень многие задачи теории массового обслуживания, касающиеся простейших СМО, решаются при помощи схемы гибели и размножения. Если граф состояний (диаграмма переходов) СМО может быть представлен в виде, показанном на рисунке 18.1, то финальные вероятности состояний выражаются формулами:

$$p_0 = \left\{ 1 + \frac{\lambda_0}{\mu_1} + \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\mu_1 \mu_2} + \dots + \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{k-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_k} + \dots + \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} \right\}^{-1};$$

$$p_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} p_0; \quad p_2 = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\mu_1 \mu_2} p_0; \quad \dots; \quad p_k = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{k-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_k} p_0;$$

$$p_n = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} p_0.$$

Рассмотрим основные виды СМО, применяемые в телекоммуникациях.

Одноканальная СМО с отказами

СМО содержит один канал обслуживания; заявка, поступившая на вход системы и заставшая канал занятым, получает отказ. Граф переходов:

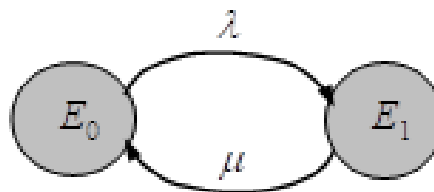


Рисунок 18.3 – Одноканальная СМО с отказами

Вероятность отказа, заявка получит отказ, если канал занят:

$$P_{\text{отк}} = P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}.$$

Относительная пропускная способность (Q) равна среднему числу обслуженных заявок к общему числу поступивших заявок (показывает долю обслуженных заявок):

$$Q = \frac{\mu}{\lambda + \mu}.$$

Абсолютная пропускная способность (А) – число, обслуженных заявок в единицу времени:

$$A = \frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu}.$$

Среднее время обслуживания заявки:

$$T_{\text{обс}} = 1/\mu.$$

Контрольные вопросы:

1. Назовите характеристики эффективности работы СМО.
2. Формула Литтла.
3. Среднее число занятых каналов СМО.
4. Схема гибели и размножения.

Лекция 19. Моделирование систем массового обслуживания

(часть 2)

Цель лекции: ознакомить докторантов с основными положениями теории систем массового обслуживания (СМО), с видами СМО, применяемыми при моделировании систем телекоммуникаций.

Содержание:

- а) структура СМО и характеристики эффективности работы;
- б) типы СМО.

1. Многоканальная СМО с отказами (задача Эрланга).

На n -канальную СМО с отказами поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ , время обслуживания – экспоненциальное с параметром $\mu = 1/T_{\text{обс}}$. Состояния СМО нумеруются по числу заявок, находящихся в СМО (в силу отсутствия очереди, оно совпадает с числом занятых каналов):

- s_0 – СМО свободна;
- s_1 – занят один канал, остальные свободны;
- s_k – занято k каналов, остальные свободны ($1 \leq k \leq n$); . . . ;
- s_n – заняты все n каналов.

Имеем СМО вида М/М/п/Loss.

Нами эта СМО рассмотрена в виде полностью доступной системы с явными потерями. Вероятность потери поступившего вызова определяется по первой формуле Эрланга.

Пусть μ – интенсивность времени обслуживания, тогда $T_{\text{обс}} = 1/\mu$. Загрузкой системы называется отношение $\rho = \lambda/\mu$.

В принятых обозначениях первая формула Эрланга выглядит как:

$$p_n = \frac{\rho^n}{\sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!}},$$

где n – число каналов в СМО; p_n – вероятность потери заявки или вероятность отказа в обслуживании, при этом $P_{\text{отк}} = p_n$; абсолютная пропускная способность СМО $A = \lambda(1 - P_{\text{отк}})$; относительная пропускная способность СМО $Q = 1 - P_{\text{отк}}$; среднее число занятых каналов $k = \rho(1 - P_{\text{отк}})$.

2. Одноканальная СМО с неограниченной очередью.

На одноканальную СМО поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ , время обслуживания распределено по экспоненциальному закону с параметром $\mu = 1/T_{\text{об}}$. Длина очереди не ограничена. Финальные вероятности существуют только при $\rho = \lambda/\mu < 1$ (при $\rho > 1$ очередь растет неограниченно). Состояния СМО нумеруются по числу заявок в СМО, находящихся в очереди или обслуживаемых:

s_0 – СМО свободна;

s_1 – канал занят, очереди нет;

s_2 – канал занят, одна заявка стоит в очереди;

s_k – канал занят, k заявок стоят в очереди;

Имеем СМО вида $M/M/1/\infty$.

Финальные вероятности состояний выражаются формулами:

$$p_0 = 1 - \rho, \quad p_k = \rho^k(1 - \rho), \quad k = 1, 2, \dots, \quad \text{где } \rho = \lambda/\mu < 1.$$

Характеристики эффективности СМО:

$$A = \lambda; \quad Q = 1; \quad P_{\text{отк}} = 0.$$

$$N = \rho/(1 - \rho); \quad r = \rho^2/(1 - \rho); \quad T = \rho/(\lambda(1 - \rho)); \quad T_{\text{ож}} = \rho^2/(\lambda(1 - \rho));$$

среднее число занятых каналов (или вероятность того, что канал занят):

$$k = \lambda/\mu.$$

Контрольные вопросы:

1. Какую СМО называют многоканальной СМО с отказами?
2. Какую величину можно вычислить с помощью первой формулы Эрланга?

Эрланга?

3. Какие характеристики эффективности функционирования СМО вы знаете?

Лекция 20. Моделирование систем массового обслуживания (3 часть)

Цель лекции: ознакомить докторантов с основными положениями теории систем массового обслуживания (СМО), с видами СМО, применяемыми при моделировании систем телекоммуникаций.

Содержание:

- а) структура СМО и характеристики эффективности работы;
- б) типы СМО.

3. Одноканальная СМО с ограничением по длине очереди.

На одноканальную СМО поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ , время обслуживания – экспоненциальное с параметром $\mu = 1/T_{об}$. Буфер имеет m мест для заявок. Если заявка приходит в момент, когда все эти места заняты, она получает отказ и покидает СМО. Состояния СМО:

s_0 – СМО свободна;

s_1 – канал занят, очереди нет;

s_2 – канал занят, одна заявка стоит в очереди;

s_k – канал занят, $k - 1$ заявок стоят в очереди;

s_{m+1} – канал занят, m заявок стоят в очереди.

Имеем СМО вида М/М/1/м.

Финальные вероятности существуют при любых $\rho = \lambda/\mu$ и выражаются формулами:

$$p_0 = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{m+2}}; \quad p_k = \rho^k p_0 \quad (k = 1, 2, \dots, m+1).$$

Характеристики эффективности СМО:

$$A = \lambda(1 - p_{m+1}); \quad Q = 1 - p_{m+1}; \quad P_{отк} = p_{m+1}.$$

Среднее число занятых каналов (или вероятность того, что канал занят):

$$k = 1 - p_0.$$

Среднее число заявок в очереди:

$$r = \frac{\rho^2 [1 - \rho^m (m + 1 - m\rho)]}{(1 - \rho^{m+2})(1 - \rho)};$$

Среднее число заявок в СМО:

$$N = r + k.$$

По формуле Литтла:

$$T = N/\lambda; \quad T_{ож} = r/\lambda.$$

4. n -канальная СМО с неограниченной очередью

На n -канальную СМО поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ , время обслуживания – показательное с параметром $\mu=1/T_{об}$. Финальные вероятности существуют только при $\rho/n=\rho_n < 1$, где $\rho=\lambda/\mu$. Состояния СМО нумеруются по числу заявок в СМО:

s_0 – СМО свободна;

s_1 – занят один канал, очереди нет;

s_k – занято k каналов ($1 \leq k \leq n$), очереди нет;

s_n – заняты все n каналов, очереди нет;

s_{n+1} – заняты все n каналов, одна заявка стоит в очереди;

s_{n+r} – заняты все n каналов, r заявок стоят в очереди.

Имеем СМО вида $M/M/n/\infty$.

Финальные вероятности состояний выражаются формулами:

$$p_0 = 1 / \left\{ 1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} \cdot \frac{1}{1 - \rho_n} \right\}$$

$$p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0 \quad (k = 1, 2, \dots, n), \quad p_{n+r} = \frac{\rho^{n+r}}{n^r \cdot n!} p_0 \quad (r \geq 1)$$

Характеристики эффективности СМО:

$$\bar{r} = \frac{\rho^{n+1} p_0}{n \cdot n! (1 - \rho_n)^2} = \frac{\rho_n p_n}{(1 - \rho_n)^2};$$

$$\bar{N} = \bar{r} + \bar{k} = \bar{r} + \rho;$$

$$\bar{T} = \bar{N} / \lambda; \quad \bar{T}_{ож} = \bar{r} / \lambda.$$

5. Простейшая n -канальная СМО с ограничением по длине очереди.

Условия и нумерация состояний те же, что в п. 4, с той разницей, что число мест в очереди m ограничено. Имеем СМО вида $M/M/n/m$.

Финальные вероятности существуют при любых λ и μ и выражаются формулами:

$$p_0 = \left\{ 1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!} \cdot \frac{1 - \rho_n^m}{1 - \rho_n} \right\}^{-1};$$

$$p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0 \quad (k = 1, 2, \dots, n), \quad p_{n+r} = \frac{\rho^{n+r}}{n^r \cdot n!} p_0 \quad (1 \leq r \leq m),$$

где $\rho_n = \rho/n = \lambda/(n\mu)$.

Характеристики эффективности СМО:

$$A = \lambda(1 - p_{n+m}); \quad Q = 1 - p_{n+m}; \quad P_{ОТК} = p_{n+m}; \quad \bar{k} = \rho(1 - p_{n+m});$$

$$\bar{r} = \frac{\rho^{n+1} p_0}{n \cdot n!} \cdot \frac{1 - (m+1)\rho_n^m + m\rho_n^{m+1}}{(1 - \rho_n)^2};$$

$$\bar{N} = \bar{r} + \bar{k};$$

$$\bar{T} = \bar{N} / \lambda; \quad \bar{T}_{ож} = \bar{r} / \lambda.$$

Контрольные вопросы:

1. Опишите многоканальную СМО с неограниченной очередью.
2. Финальные вероятности состояний в СМО вида М/М/п/∞.
3. Характеристики эффективности системы М/М/п/∞.
4. Опишите многоканальную СМО с ограниченной длиной очереди.
5. Характеристики эффективности СМО вида М/М/п/п.

Лекция 21. Моделирование поступающего потока вызовов (часть 1)

Цель лекции: ознакомление с потоками вызовов, с их основными свойствами, простейший поток, самоподобие потоков в пакетных сетях, моделирование самоподобных потоков.

Содержание:

- а) свойства потоков вызовов;
- б) простейший поток вызовов и его свойства;
- в) самоподобие потоков в пакетных сетях;
- г) моделирование самоподобных потоков.

Сообщение – это форма представления информации, имеющая признаки начала и конца и предназначенная для передачи через сеть связи или систему коммутации.

Вызов – это требование источника на установление соединения, поступившее в сеть связи или коммутационную систему с целью передачи или обслуживания сообщения.

Множество последовательных моментов поступления вызовов образует *поток вызовов*.

Поток вызовов называется детерминированным (неслучайным), если эта последовательность моментов заранее predetermined. Если данная последовательность является случайной, то поток вызовов называется случайным.

Для задания случайных потоков используются вероятностные законы распределения следующих случайных величин: моментов поступления вызовов (t_n), промежутков между соседними вызовами (z_k) и числа поступающих вызовов в промежутке $[0, t]$.

Случайные потоки вызовов классифицируются в зависимости от наличия или отсутствия следующих трех свойств: стационарности, последствия и ординарности.

Стационарность означает, что с течением времени вероятностные характеристики потока не меняются, иначе говоря, для стационарного потока вероятность поступления i вызовов за промежуток времени t зависит только от длины этого промежутка и не зависит от расположения его на оси времени.

Ординарность означает невозможность группового поступления вызовов, то есть вероятность поступления двух и более вызовов за любой бесконечно малый промежуток есть величина бесконечно малая. В сетях связи потоки вызовов ординарны.

Последствие означает зависимость вероятностных характеристик вызовов от предыдущих событий.

Стационарный, ординарный поток без последствия называется **простейшим**.

Задается простейший поток семейством вероятностей $P_i(t)$ поступления i вызовов в промежутке t .

Вероятность $P_i(t)$ вычисляется по формуле:

$$P_i(t) = \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t},$$

где λ – параметр потока, постоянная величина, поскольку поток стационарный;

$\lambda = \mu$, поскольку поток ординарный.

Формула (1) называется формулой Пуассона или распределением Пуассона.

Рассмотрим свойства и характеристики простейшего потока.

1. Промежутки между поступлениями вызовов распределены по показательному закону:

$$F(t) = P(z > t) = 1 - P_0(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

2. Математическое ожидание величины промежутка между соседними вызовами z равно среднеквадратическому отклонению этой величины:

$$Mz = \sigma z = 1/\lambda.$$

Совпадение этих величин используют для проверки того, что случайная величина z распределяется по показательному закону.

3. Математическое ожидание числа вызовов i за промежуток времени t равно дисперсии, то есть:

$$Mi = Di = \lambda t.$$

Совпадение этих величин используют на практике при проверке соответствия реального потока простейшему.

4. При объединении нескольких независимых простейших потоков образуется также простейший поток с параметром, равным сумме параметров входных потоков:

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n.$$

5. При разъединении поступающего простейшего потока с параметром λ на n направлений образуются n простейших потоков.

Контрольные вопросы

1. Дайте определения терминам «сообщение», «вызов».
2. Что мы понимаем под потоком вызовов?
3. Назовите способы задания случайных потоков.
4. Назовите свойства случайных потоков вызовов.
5. Какой поток вызовов называется простейшим?

Лекция 22. Моделирование поступающего потока вызовов (2 часть)

Цель лекции: ознакомление докторантов с потоками вызовов, с их основными свойствами, простейший поток, самоподобие потоков в пакетных сетях, моделирование самоподобных потоков.

Содержание:

- а) свойства потоков вызовов;
- б) простейший поток вызовов и его свойства;
- в) самоподобие потоков в пакетных сетях;
- г) моделирование самоподобных потоков.

В 1993 году группа американских исследователей W. Leland, M. Taqqu, W. Willinger и D. Wilson опубликовали результаты своей новой работы, которая в корне изменила существующие представления о процессах, происходящих в телекоммуникационных сетях с коммутацией пакетов. Эти исследователи изучили трафик в информационной сети корпорации Bellcore и обнаружили, что потоки в ней нельзя аппроксимировать простейшими и, как следствие, они уже имеют совершенно иную структуру, чем принято в классической теории телетрафика [4, 6].

Понятие **фрактал** было впервые введено Бенуа Мандельбротом в 1975 году. Слово образовано от латинского слова *fractus* – состоящий из фрагментов.

Свойства фрактала:

- а) фрактал обладает свойством самоподобия;
- б) фрактал обладает дробной размерностью.

Важное свойство фрактала – *свойство самоподобия* (масштабная инвариантность). Фрактал можно разбить на сколь угодно малые части так, что каждая часть окажется просто уменьшенной частью целого.

Самоподобие и фрактальность часто используют как синонимы (самоподобный, или фрактальный сетевой трафик).

Впервые на самоподобие процессов, описывающих трафик в пакетных сетях, обратили внимание специалисты компании Bellcore. Они получили и опубликовали экспериментальные данные, где показано, что распределение числа пакетов в единицу времени хорошо описывается самоподобным случайным процессом.

При моделировании самоподобного потока промежутки между поступлениями пакетов являются случайными. Во многих работах утверждается, что это случайная величина распределена по закону Парето.

Функция закона распределения Парето имеет вид:

$$F(t) = 1 - \left(\frac{k}{t}\right)^\alpha, k > 0, t > 0, \alpha > 0.$$

Контрольные вопросы:

1. Что такое фрактал?
2. В чем заключается свойство самоподобия?
3. Как отражается свойство самоподобия в сетевом пакетном трафике?
4. Какими законами распределения моделируются промежутки времени между поступлениями пакетов?

Лекция 23. Имитационное моделирование СМО в системе GPSS World (часть 1)

Цель лекции: ознакомление с системой GPSS World, предназначенной для имитационного моделирования систем массового обслуживания.

Содержание:

- а) блоки, составляющие модель одноканальной системы массового обслуживания;
- б) статистический отчет о процессах в системе;
- в) объекты GPSS World;
- г) блоки и операторы, составляющие модель многоканальной системы массового обслуживания.

GPSS World – General Purpose Simulation System, имитационная система общего назначения [5, 7, 8, 9].

GPSS World разработана компанией Minuteman (США), работает в операционной системе Windows.

Учебную версию **GPSS World** можно бесплатно получить по адресу:
www.minutemansoftware.com/download.

GPSS World – это язык моделирования СМО.

Сообщения поступают в систему в случайные моменты времени, становятся в очередь и ожидают момента начала обслуживания.

Сообщения будут называться **транзактами**. Транзакты являются движущимися элементами **GPSS**-модели. Работа **GPSS** модели заключается в перемещении транзакта.

Следующими обязательными элементами **GPSS**-модели являются блоки. Каждый блок является подпрограммой, выполняющей определенные операции. Число блоков в системе более 50.

Метка (имя блока). Последовательность символов, начинающаяся с буквы. В некоторых блоках данное поле является обязательным.

Операция. Название операции совпадает с названием блока и является глаголом, указывающим, какую функцию выполняет блок.

Операнды. Блоки могут иметь операнды. Операнды блоков задают информацию, необходимую для выполнения действия. В блоках не может быть использовано более 7 операндов. В общем случае операнды обозначаются символами A, B, C, D, E, F, G

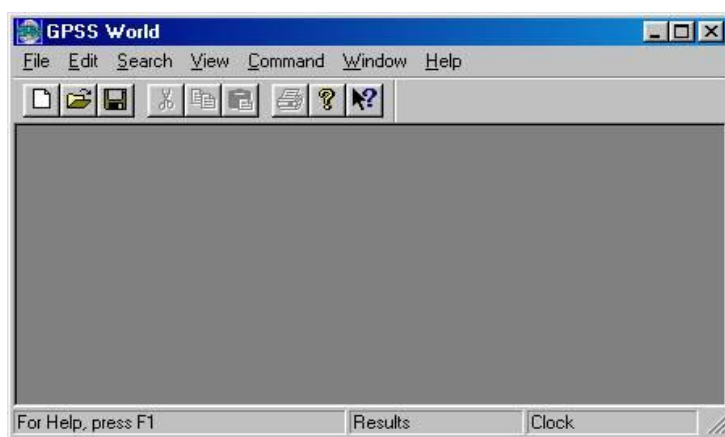


Рисунок 23.1 – Главное окно

ADOPT	ASSEMBLE	ALTER
ADVANCE	CLOSE	COUNT
ASSIGN	GATE	DISPLACE
BUFFER	JOIN	EXAMINE
DEPART	LINK	EXECUTE
ENTER	LOGIC	FAVAIL
GENERATE	LOOP	FUNAVAIL
LEAVE	MATCH	GATHER
MARK	OPEN	INDEX
MSAVEVALUE	PREEMPT	INTEGRATION
PLUS	PRIORITY	SAVAIL
QUEUE	READ	SCAN
RELEASE	REMOVE	SELECT
SAVEVALUE	RETURN	SUNAVAIL
SEIZE	SEEK	TABULATE
SPLIT	TEST	TRACE
TERMINATE	UNLINK	UNTRACE
TRANSFER	WRITE	

Рисунок 23.2 – Окно блоков

Блок **GENERATE** (*генерировать*) – это блок, через который транзакты поступают в модель. В модели может быть несколько таких блоков.

Формат записи:

GENERATE A, B,

здесь A – среднее время между последовательными приходами транзактов, B – половина поля допуска при равномерном распределении.

Блок SEIZE (*занять*) – блок моделирует занятие прибора, переводит его в состояние «занято».

Формат записи:

SEIZE A,

здесь A – символическое или числовое имя прибора.

Блок RELEASE (*освободить*) – освобождает обслуживающий прибор, переводит его в состояние «незанято».

Формат записи:

RELEASE A,

здесь A – символическое или числовое имя прибора.

Блок ADVANCE (*задержать*) – моделирует задержку транзакта в течение некоторого модельного времени.

Формат записи:

ADVANCE A, [B],

где A – задержка на время обслуживания, B – половина допуска равномерно распределенного интервала времени задержки.

Транзакт всегда может войти в этот блок. Вычисляется время пребывания в нем транзакта. В блоке может одновременно находиться несколько транзактов.

Если время пребывания равно нулю, то вместо задержки транзакт сразу перемещается в следующий блок.

Блок QUEUE (*стать в очередь*) – организует очереди и осуществляет сбор статистики.

Формат записи:

QUEUE A, [B],

где A – имя или номер очереди;

B – число единиц, на которое необходимо увеличить длину очереди.

Счетчик числа транзактов увеличивается на единицу, запоминается текущее модельное время.

Блок DEPART (*покинуть очередь*) – моделирует выход транзакта из очереди.

Формат записи:

DEPART A, [B],

где A – имя или номер очереди;

B – число единиц, на которое необходимо уменьшить длину очереди.

Счетчик длины очереди уменьшается на единицу или на величину B.

В конце моделирования автоматически распечатывается статистика, содержащая информацию о значении счетчика входов, среднем значении

длины очереди, максимальном времени пребывания в очереди и т.д.

Блок TERMINATE (завершить) – моделирует выход транзакта из модели.

Формат записи:

TERMINATE A,

где A – величина, которая должна вычитаться из счетчика завершений.

Транзакты удаляются из модели, попадая в блок TERMINATE. Счетчик завершений задается с помощью оператора START.

Формат записи:

START A, [B],

где A – число завершений, или число транзактов, необходимых в модели;
B – операнд вывода статистики, по умолчанию выводится стандартная статистика.

Моделирование идет до тех пор, пока содержимое A не будет равно 0. Счетчик уменьшает блок TERMINATE.

Управление продолжительностью процесса моделирования.

В языке GPSS продолжительностью процесса моделирования можно управлять двумя способами:

а) завершить моделирование после того, как модель покинет заданное число транзактов:

```
GENERATE 40,5  
TERMINATE 1  
START 100
```

б) завершить моделирование по истечении заданного интервала времени, например 3 минут:

```
GENERATE 40,5  
TERMINATE 0  
GENERATE 180  
TERMINATE 1  
START 1
```

Контрольные вопросы:

1. Что такое транзакт в GPSS World?
2. Что представляет собой блок в GPSS World?
3. Какую функцию выполняет блок Generate?
4. Какие функции выполняют блоки Seize и Release?
5. Какие результаты моделирования отражаются в отчете GPSS World?

Лекция 24-25. Имитационное моделирование СМО в системе GPSS World (части 2,3)

Цель лекции: ознакомление с системой GPSS World, предназначенной для имитационного моделирования систем массового обслуживания.

Содержание:

- а) блоки, составляющие модель одноканальной системы массового обслуживания;
- б) статистический отчет о процессах в системе;
- в) объекты в GPSS World;
- г) блоки и операторы, составляющие модель многоканальной системы массового обслуживания.

Модель в GPSS строится из отдельных элементов, называемых объектами, основные виды которых приведены на рисунке 6.1.

Состояние модели в любой момент времени определяется совокупностью состояний всех объектов. Состояние модели изменяется лишь тогда, когда динамический объект транзакт проходит через блок. Именно транзакт, двигаясь по модели, является инициатором смены состояний оборудования, статистических объектов и других транзактов.

Конкретный физический смысл в транзакт вкладывает пользователь. При помощи транзакта пользователь может имитировать состояние во времени таких динамических объектов в реальных системах, как клиенты в магазинах, в парикмахерских, как задания в вычислительных системах и, наконец, как вызовы в системах коммутации и сетях связи [7, 8, 9].

Перечислим основные объекты GPSS, необходимые для моделирования. Не обязательно, чтобы в модели участвовали все перечисленные объекты. Обязательно только присутствие в модели транзактов и блоков.

1. Транзакты – это динамические объекты GPSS. Они создаются в определенных точках модели, затем уничтожаются. Транзакт, продвигаемый в модели в данный момент времени, называется активным. Для изменения последовательности движения транзактов используются операторы TRANSFER, TEST, GATE.

2. Операторы (блоки и команды) – основные объекты GPSS-модели, которые определяют действия, которые должны быть выполнены в модели в соответствии с заданными в операторе параметрами, называемыми операндами.

Блоки – операционные объекты, в них выполняются операции модели. В блоках могут происходить события четырех основных типов:

- а) создание или уничтожение транзактов (GENERATE, TERMINATE);
- б) изменение числового атрибута объекта (QUEUE);
- в) задержка транзакта на определенный период времени (ADVANCE);
- г) изменение маршрута движения транзакта в модели (TRANSFER, TEST, GATE).

Операторы (команды) описания: FUNCTION, TABLE, QTABLE, STORAGE, VARIABLE.

Операторы (команды) управления: CLEAR, CONTINUE, HALT, INCLUDE, REPORT, RESET, SHOW, START, STEP, STOP.

Операторы (команды) описания: FUNCTION, TABLE, QTABLE, STORAGE, VARIABLE.

Операторы (команды) управления: CLEAR, CONTINUE, HALT, INCLUDE, REPORT, RESET, SHOW, START, STEP, STOP.



Рисунок 24.1 – Классификация объектов GPSS-модели

3. Одноканальные устройства – оборудование, которое в каждый момент времени может быть использовано только одним транзактом. К ним относятся каналы, линии связи и др. Если другой транзакт попытается захватить устройство, то он задерживается до тех пор, пока устройство не освободится. Автоматически подсчитывается общее время занятости устройства, общее число транзактов, занимавших устройство.

4. Многоканальные устройства – оборудование, которое может обслуживать несколько транзактов. Пользователь определяет емкость каждого многоканального устройства, а интерпретатор ведет учет числа многоканальных устройств, занятых в каждый момент времени.

Автоматически ведется подсчет числа транзактов, входящих в многоканальные устройства, среднее время пребывания транзакта в устройстве и другие статистические данные.

6. Арифметические переменные позволяют вычислять арифметические выражения, которые состоят из операций над СЧА объектами. В выражениях могут быть использованы функции (библиотечные или пользовательские).

Типы переменных:

- 1) арифметические переменные с фиксированной точкой;
- 2) арифметические переменные с плавающей точкой.

Переменная с фиксированной точкой задается оператором описания переменной **VARIABLE**.

Формат записи:

A VARIABLE B,

где A – имя переменной; B – выражение;

7. Булевы переменные позволяют проверять в одном блоке одновременно несколько условий. Булева переменная принимает два значения: 0 и 1.

8. Функции. Используя функции, пользователь может производить вычисления непрерывных или дискретных функциональных зависимостей. Все функции GPSS задаются табличным способом с помощью специальных операторов описания функции.

9. Очереди. В любой системе движение транзакта может быть задержано из-за недоступности оборудования. Требуемые устройства могут быть уже заняты или многоканальные устройства уже переполнены. В этом случае транзакты становятся в очередь. Интерпретатор GPSS автоматически собирает статистику об очередях (длину очереди, среднее время пребывания в очереди и т.д.).

10. Таблицы. Интерпретатор автоматически накапливает статистику относительно устройств, очередей. Но пользователь имеет возможность дополнительно собирать статистическую информацию. Например, нас интересует время пребывания вызова в системе. Таблица в GPSS состоит из частотных классов, куда заносится число попаданий исследуемой величины.

11. Групповые списки. Групповые списки предназначены для обеспечения продвижения транзактов в модели. Транзакты в GPSS-модели в любой момент времени соотносятся с определенным групповым списком. Транзакт может находиться в режиме ожидания продвижения или готовности к дальнейшему продвижению или же ожидания выполнения (невыполнения) определенных условий. Это зависит от того, какому списку он принадлежит.

Виды групповых списков:

- 1) списки пользователя;
- 2) числовые группы;
- 3) группы транзактов.

12. Генераторы случайных чисел подразделяются на три группы:

- 1) встроенные генераторы случайных чисел, равномерно распределенных в интервале (0; 1);
- 2) 24 библиотечных генератора случайных чисел, соответствующих определенным законам распределения;
- 3) табличные генераторы, позволяющие сформировать случайные числа с произвольными законами распределения с использованием оператора **FUNCTION**.

13. Ячейки сохраняемых величин и матрицы ячеек сохраняемых величин. Ячейки и матрицы в GPSS используются для сохранения некоторой

числовой информации. Любой транзакт может произвести запись информации в эти ячейки и матрицы. Затем эту информацию может считывать любой транзакт. Значения ячеек будут распечатаны в конце прогона модели.

14. Модельное время. Для того чтобы обеспечить правильную временную последовательность событий в модели, организованы часы, которые хранят значения текущего момента в модели. Все отрезки времени измеряются целыми значениями, т.е. время дискретно, в отличие от реального времени. Физический смысл одной единицы модельного времени (час, минута, секунда и т.д.) определяет пользователь. Следует помнить, что модельное время не есть время работы компьютера. Это время, продвигающееся вперед от одного момента смены состояния на другой.

Моделирование параллельно работающих каналов обслуживания в GPSS осуществляется с помощью следующих операторов и блоков.

Оператор описания многоканального устройства имеет следующий формат:

A_ STORAGE_ B,

где А – номер или имя многоканального устройства, а В – емкость устройства, положительное, целое.

Если разработчику необходимо несколько многоканальных устройств, то используется следующая формула:

STORAGE_ имя₁, С₁/имя₂, С₂.../имя_n, С_n,

где имя_і – число или символ;

С_і – емкость і-го устройства.

Для занятия устройства и его освобождения используется следующая пара блоков.

Блок ENTER (войти) – транзакт занимает многоканальное устройство.

Формат записи:

ENTER A, [B],

где А – имя многоканального устройства;

В – количество одновременно занимаемых устройств. По умолчанию В=1.

При моделировании МКУ события происходят в следующем порядке:

а) транзакт ожидает своей очереди, если это необходимо;

б) транзакт занимает устройство;

в) устройство осуществляет обслуживание на протяжении некоторого интервала времени;

г) транзакт освобождает устройство.

Итак, транзакт может войти в блок ENTER, если многоканальное устройство находится в доступном состоянии и достаточно емкости. В противном случае транзакт будет задержан в предшествующем ENTER блоке.

Блок LEAVE (выйти) – транзакт выходит из многоканального устройства.

Формат записи блока:

LEAVE A, [B],

где А – номер или имя многоканального устройства;

В – число освобожденных единиц многоканального устройства.

Текущее содержимое многоканального устройства уменьшается на В.

Контрольные вопросы:

1. Как моделируется одноканальное устройство в GPSS World?
2. Как моделируется многоканальное устройство в GPSS World?
3. Какую функцию выполняют логические ключи?
4. Что собой представляют таблицы?
5. Какие еще объекты GPSS World вы знаете?

Лекция 26-27. Планирование экспериментов

Цель лекции: ознакомление докторантов с вопросами планирования экспериментов с имитационными моделями.

Содержание:

- а) задача планирования экспериментов;
- б) понятия теории планирования эксперимента;
- в) стратегическое планирование эксперимента;
- г) тактическое планирование эксперимента.

Машинный эксперимент с моделью проводится с целью получения информации о характеристиках процесса функционирования исследуемого объекта. Эта информация может быть необходима как для анализа характеристик, так и для их оптимизации при заданных ограничениях, т.е. для синтеза структуры, алгоритмов и параметров моделируемой системы [7, 8, 9, 11].

В связи с этим основной задачей планирования машинных экспериментов является получение необходимой информации об исследуемой системе при ограничениях на ресурсы (затраты машинного времени, памяти и т.п.), отсюда частные задачи: уменьшение затрат машинного времени на моделирование; увеличение точности и достоверности результатов моделирования и т.д.

Эффективность машинных экспериментов с моделями существенно зависит от выбора плана эксперимента. План определяет объем и порядок проведения вычислений, способы накопления и статистической обработки результатов моделирования. Как обработать априорную информацию, сколько и каких опытов провести, как обработать результаты — вопросы планирования эксперимента, при этом одновременно решается и задача минимизации

машинных ресурсов (минимальное количество опытов) на реализацию процесса моделирования.

Рассмотрим основные понятия теории планирования эксперимента. Исследуемый объект, над которым проводится эксперимент, будем представлять в виде модели «черного ящика» с входами x_i и выходами y_i .

Цель эксперимента — изучение влияния переменных x_i на y_i . Входы x_i называются факторами (независимые, экзогенные переменные); выходы y_i — реакция/отклик. Фактор может принимать одно из нескольких значений-уровней. Фиксированный набор уровней факторов определяет одно из возможных состояний системы и представляет собой условия проведения одного из возможных опытов одного эксперимента — точка в факторном пространстве.

Факторное пространство — это координатное пространство, на осях которого откладывают значения исследуемых факторов. Если перебрать все возможные наборы состояний системы, то мы получим полное множество состояний — число возможных опытов. Математическая модель объекта — это функциональная зависимость:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

которая называется функцией отклика, а ее геометрический образ — поверхностью отклика.

Все факторы можно разделить на:

- 1) управляемые и неуправляемые. Для управляемых уровни выбираются в процессе эксперимента;
- 2) наблюдаемые и ненаблюдаемые. Наблюдаемые неуправляемые — *сопутствующие* (воздействия внешней среды — стохастические переменные при машинном моделировании);
- 3) изучаемые и неизучаемые. Фактор изучаемый, если включен в модель для изучения свойств системы, а не для вспомогательных целей (увеличение точности эксперимента);
- 4) количественные и качественные. Для качественных факторов можно построить условную порядковую шкалу, с помощью которой производится кодирование.

Стратегическое планирование (первая составляющая планирования машинных экспериментов с моделями систем) ставит целью решение задачи получения необходимой информации о системе с помощью модели, реализованной на ЭВМ, с учетом ограничения на ресурсы.

Тактическое планирование (вторая составляющая) — это определение способа проведения каждой серии испытаний модели, предусмотренных планом эксперимента.

Проблемы стратегического планирования:

- а) построение плана машинного эксперимента;
- б) наличие большого количества факторов;

- в) многокомпонентная функция реакции;
 - г) стохастическая сходимость результатов эксперимента;
 - д) ограниченность машинных ресурсов проведения эксперимента:
- Проблемы тактического планирования:

- а) определение начальных условий и их влияния на достижение установившегося результата при моделировании;
- б) обеспечение точности и достоверности результатов моделирования;
- в) уменьшение дисперсии оценок характеристик процесса функционирования моделируемых систем;
- г) выбор правил автоматической остановки имитационного эксперимента с моделями.

Контрольные вопросы:

1. Задача планирования экспериментов.
2. Какие величины называют фактором и откликом?
3. Факторное пространство и уровни.
4. Цель стратегического планирования эксперимента.
5. Цель тактического планирования.

Лекция 28-29. Планирование экспериментов в системе GPSS World

Цель лекции: ознакомить докторантов с проведением экспериментов с имитационной моделью на примере системы GPSS World.

Содержание:

- а) возможности GPSS World;
- б) отсеивающий эксперимент;
- в) пример проведения эксперимента в GPSS World.

Дисперсионный анализ – метод, позволяющий установить зависимости между полученными экспериментальными данными путем установления значимости различий в средних значениях. Метод также называется ANOVA (Analysis of Variance). Другими словами, дисперсионный анализ состоит в выделении и оценке отдельных факторов, вызывающих изменчивость среднего значения наблюдаемой случайной величины [7]. С этой целью производится разложение дисперсии наблюдаемой частичной совокупности на составляющие, порождаемые независимыми факторами. Каждая из этих составляющих получает свою оценку в общей совокупности. Для проверки значимости факторов оценивают значимость указанных составляющих дисперсии, сравнивая их с так называемой остаточной дисперсией, обусловленной случайным составом частичной совокупности. Проверка значимости оценок дисперсии производится с помощью критерия Фишера, использующего F-статистику [7, 11]. Если исследуется влияние одного фактора, то речь идет о простой группировке – однофакторном анализе или

One-Way ANOVA. При одновременном исследовании влияния нескольких факторов анализ называется многофакторным или Multi-Way ANOVA.

Дисперсионный анализ позволяет принять или опровергнуть гипотезу о значимости влияния исследуемого фактора на изменчивость среднего значения наблюдаемой случайной величины. Более точно речь идет о нулевой гипотезе – о том, что все значения в выборке распределены нормально и одинаково, то есть рассматриваемые факторы не оказывают на наблюдаемую величину существенного влияния. Как правило, после выбора значимых факторов осуществляется построение модели, обычно линейной регрессионной, связывающей значение наблюдаемой величины со значениями влияющих на нее факторов.

GPSS World имеет все необходимые средства, которые позволяют провести:

- дисперсионный анализ (отсеивающий эксперимент);
- регрессионный анализ (оптимизирующий эксперимент);
- собственный эксперимент пользователя.

Рассмотрим дисперсионный анализ. Сущность этого эксперимента состоит в проведении многофакторного *дисперсионного анализа* с целью выявления степени влияния различных факторов и их комбинаций (взаимодействий) на *значение* целевой функции (функции отклика, представленной в виде уравнения регрессии).

Для быстрого задания и проведения отсеивающих и оптимизирующих экспериментов GPSS World предоставляет автоматические генераторы этих экспериментов. Они позволяют быстро определить условия проведения эксперимента с помощью диалоговых окон.

Завершающий шаг любого эксперимента – это, как правило, анализ результатов. При использовании процедуры дисперсионного анализа ANOVA большая часть работы выполняется без участия пользователя. Она позволяет осуществлять многофакторный дисперсионный анализ, рассматривающий до 6 факторов и трехфакторные произведения всех основных факторов.

В GPSS World есть встроенная процедура ANOVA, которая выполняет дисперсионный анализ и устанавливает значимость факторов. Процедура ANOVA анализирует от 1 до 6 факторов [6]. При выполнении дисперсионного анализа необходимо осуществить несколько прогонов модели. При этом число прогонов зависит от задаваемой точности. В результате эксперимента процедура создает стандартную таблицу ANOVA, в которой отражается вся необходимая информация.

В среде GPSS World разрабатывается имитационная модель. Готовую программу следует загрузить в GPSS World. В главном меню программы набрать *Edit/Insert Experiment/Screening...*, в результате чего появится диалоговое окно *Screening Experiment Generator*. Далее алгоритм работы подробно представлен в [6].

Контрольные вопросы:

1. Какими возможностями обладает система GPSS World для проведения эксперимента с моделями?
2. Что такое дисперсионный анализ?

Лекция 30. Система MATLAB и пакет визуального моделирования Simulink. Моделирование устройств телекоммуникаций в системе MATLAB + Simulink

Цель лекции: ознакомление докторантов с системой Matlab, с ее возможностями в области автоматизации математических расчетов, с пакетом моделирования динамических систем Simulink, с вопросами моделирования устройств телекоммуникаций в системе MATLAB + Simulink.

Содержание:

- а) общие сведения о системе Matlab;
- б) возможности системы Matlab;
- в) о пакете моделирования динамических систем Simulink;
- г) моделирование устройств телекоммуникаций в системе MATLAB + Simulink.

Система MATLAB была разработана Молером (С. В. Moler) и с конца 70-х гг. широко использовалась на больших ЭВМ. В начале 80-х гг. Джон Литл (John Little) из фирмы MathWorks, Inc. разработал версии системы PC MATLAB для компьютеров класса IBM PC, VAX и Macintosh. В дальнейшем были созданы версии для рабочих станций Sun, компьютеров с операционной системой UNIX и многих других типов больших и малых ЭВМ. Сейчас свыше десятка популярных компьютерных платформ могут работать с системой MATLAB. К расширению системы были привлечены крупнейшие научные школы мира в области математики, программирования и естествознания [10].

Одной из основных задач системы было предоставление пользователям мощного языка программирования, ориентированного на математические расчеты и способного превзойти возможности традиционных языков программирования, которые многие годы использовались для реализации численных методов. При этом особое внимание уделялось как повышению скорости вычислений, так и адаптации системы к решению самых разнообразных задач пользователей.

Возможности MATLAB весьма обширны, а по скорости выполнения задач система нередко превосходит своих конкурентов. Она применима для расчетов практически в любой области науки и техники. Например, очень широко используется при математическом моделировании механических устройств и систем, в частности в динамике, гидродинамике, аэродинамике, акустике, энергетике и телекоммуникациях.

MATLAB – система автоматизации математических расчетов, построенная на расширенном представлении матричных операций. Название MATLAB – сокращение от MATrix LABoratory [10].

Перечислим коротко возможности системы.

В области математических вычислений:

- матричные, векторные, логические операторы;
- элементарные и специальные функции;
- полиномиальная арифметика;
- многомерные массивы;
- пользовательские структуры;
- массивы структур.

В области реализации численных структур:

- дифференциальные уравнения;
- вычисление одномерных и многомерных квадратур;
- поиск корней нелинейного алгебраического уравнения;
- оптимизация функций ряда переменных;
- одномерная и многомерная интерполяция.

В области программирования:

- свыше 500 встроенных математических функций;
- ввод/вывод двоичных и текстовых файлов;
- применение программ, написанных на С и Fortran;
- автоматическая перекодировка процедур MATLAB на языках С и С++;
- типовые управляющие структуры.

В области визуализации и графики:

- возможность создания двумерных и трехмерных графиков;
- проведение визуального анализа данных.

Перечисленные возможности дополнялись новыми с появлением каждой следующей версии.

Пакет Simulink

Пакет моделирования динамических систем Simulink является ядром интерактивного программного комплекса, предназначенного для математического моделирования линейных и нелинейных динамических систем и устройств, представленных своей функциональной блок-схемой, называемой моделью. Simulink входит в систему MATLAB.

Возможны различные варианты моделирования: во временной области, в частотной области, на основе спектральных преобразований Фурье, с использованием метода Монте-Карло.

Для построения функциональной блок-схемы моделируемых устройств Simulink имеет обширную библиотеку блочных компонентов и удобный редактор блок-схем. Он основан на графическом интерфейсе пользователя и по существу является типичным средством визуально-ориентированного программирования. Используя палитры компонентов (наборы), пользователь с помощью мыши переносит нужные блоки с палитр на рабочий стол пакета

Simulink и соединяет линиями входы и выходы блоков. Таким образом создается блок-схема системы или устройства, то есть модель.

Communications System Toolbox – один из первых пакетов расширения матричной системы MATLAB. В настоящее время он интенсивно развивается и его последняя версия является эффективным пакетом проектирования и моделирования современных коммуникационных устройств и систем с открытым программным кодом и четкой структурой. Пакет содержит достаточное число блоков моделей компонентов и устройств коммуникаций и радиоэлектроники.

Пакет расширения Communications System Toolbox обладает такими возможностями, как:

- обширный набор MATLAB-функций и системных объектов для проектирования, моделирования и анализа коммуникационных систем и поддержки их блочного имитационного моделирования на основе пакета расширения Simulink;

- обширный набор алгоритмов кодирования сигналов при разных видах модуляции;

- реализация методов моделирования прохождения сигналов по каналам связи с ослаблением и помехами;

- средства получения АЧХ и ФЧХ сигналов и обрабатывающих их устройств, создания виртуальных осциллографов и графопостроителей;

- средства построения специальных диаграмм («глазковых», звездных и др.), а также визуализации канальных характеристик и оценки битовых ошибок;

- библиотека с обширным набором блоков имитационного моделирования современных коммутационных и связанных систем и устройств с возможностью индивидуальной установки параметров каждого блока;

- поддержка адаптивных алгоритмов динамических коммутационных систем с использованием OFDM-, OFDMA- и MIMO-техники, а также поддержка операций с фиксированной точкой;

- обширный набор демонстрационных примеров из области проектирования и моделирования коммутационных систем различного назначения — проводных и беспроводных.

Контрольные вопросы:

1. Когда была разработана система MATLAB?
2. С какой целью была разработана система MATLAB?
3. Перечислите основные возможности системы MATLAB.
4. В системе MATLAB есть возможность программировать свои функции?
5. Какие функции выполняет пакет Simulink?
6. Для чего предназначен пакет Communications System Toolbox?

Список литературы

1. Васильев К.К., Служивый М.Н. Математическое моделирование инфокоммуникационных систем. Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2018.
2. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. – СПб: СПбГУ ИТМО. 2009. – 363 с.
3. Ложковский А.Г. Теория массового обслуживания в телекоммуникациях: Учебник. – Одесса: ОНАС им. А.С. Попова, 2012.– 112 с.
4. Карташевский В.Г. Основы теории массового обслуживания. – М.: «Горячая линия-Телеком», 2013.
5. Туманбаева К.Х., Лещинская Э. М. Моделирование систем телекоммуникаций/ Конспект лекций для студентов специальности 5В071900 – Радиотехника, электроника и телекоммуникации. – Алматы: АУЭС, 2021.
6. Шелухин О.И. Моделирование информационных систем. Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012.
7. Боев В.Д. Имитационное моделирование систем: Учебное пособие для прикладного бакалавриата. – Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 253 с.
8. Боев В.Д. Моделирование систем. Инструментальные средства GPSS World: Учеб. пособие. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012.
9. Лещинская Э.М., Калиева С.А. Применение пакета GPSS при моделировании систем телекоммуникаций /Учебное пособие – Алматы, АУЭС, 2010.
10. Дьяконов В.Н. MATLAB и SIMULINK для радиоинженеров. – М.: Горячая линия, 2013.
11. Научные основы моделирования в инфокоммуникационных системах. Методические указания по выполнению расчетно-графических работ для докторантов специальности 6D071900 – Радиотехника, электроника и телекоммуникации / Туманбаева К.Х., Лещинская Э.М. – Алматы, АУЭС, 2020.

Содержание

	Введение	3
1	Лекции 1–2. Современное состояние проблемы моделирования систем	4
2	Лекции 3–4. Имитационное моделирование	7
3	Лекции 5–6. Принципы системного подхода в моделировании	9
4	Лекция 7. Параметры и характеристики	13
5	Лекция 8. Классификация систем и процессов	14
6	Лекция 9. Принципы построения математических моделей	16
7	Лекция 10. Классификационные признаки и классификация моделей	17
8	Лекция 11. Моделирование внешних воздействий	20
9	Лекция 12. Основные этапы математического моделирования	23
10	Лекция 13. Вычислительный эксперимент	26
11	Лекция 14. Моделирование случайной величины (часть 1)	27
12	Лекция 15. Моделирование случайной величины (часть 2)	29
13	Лекция 16. Моделирование случайной величины (3 часть)	30
14	Лекция 17. Моделирование случайных величин (часть 4)	32
15	Лекция 18. Моделирование систем массового обслуживания (часть 1)	35
16	Лекция 19. Моделирование систем массового обслуживания (часть 2)	38
17	Лекция 20. Моделирование систем массового обслуживания часть 3)	40
18	Лекция 21. Моделирование поступающего потока вызовов (часть 1)	42
19	Лекция 22. Моделирование поступающего потока вызовов (часть 2)	44
20	Лекция 23. Имитационное моделирование СМО в системе GPSS World (часть 1)	45
21	Лекция 24-25. Имитационное моделирование СМО в системе GPSS World (части 2,3)	49
22	Лекция 26-27. Планирование экспериментов	53
23	Лекция 28-29. Планирование экспериментов в системе GPSS Word	55
24	Лекция 30. Система MATLAB и пакет визуального моделирования Simulink. Моделирование устройств телекоммуникаций в системе MATLAB + Simulink	57
	Список литературы	60

Кумысай Хасеновна Туманбаева

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ В
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Конспект лекций для докторантов специальности 6D071900 – Радиотехника,
электроника и телекоммуникации

Редактор:

Е. Б. Жанабаева

Специалист по стандартизации :

Ж.А. Ануарбек

Подписано в печать __. __. __.

Тираж 100 экз.

Объем 4.0 уч.-изд. л.

Формат 60×84 1/16

Бумага типографская № 1

Заказ __ Цена 2000 тг

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013 Алматы, Байтурсынова, 126/1