



**AUES**  
Since 1975

**Некоммерческое  
акционерное общество**

**АЛМАТИНСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
ЭНЕРГЕТИКИ И  
СВЯЗИ**

Кафедра математики и  
математического моделирования

## **МАТЕМАТИКА 3**

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В070300 «Информационные системы»

Часть 3

Алматы 2019

СОСТАВИТЕЛИ: Толеуова Б.Ж., Василина Г.К. Математика 3. Методические указания и задания к выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В070300 - Информационные системы. Часть 3. - Алматы: АУЭС, 2019. - 18 стр.

Методические указания и задания к расчетно-графической работе содержат типовые расчеты №3 «Элементы математической статистики» для студентов специальности 5В070300 - Информационные системы. Приведены основные теоретические вопросы и решение типового варианта.

Ил.5, табл.37, библиогр. назв.- 6.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент А.К.Искакова

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2019 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи», 2019 г.

## Введение

Математическая модель изучаемого объекта никогда не бывает тождественна рассматриваемому объекту, не передает его свойств, особенностей, а лишь является его приближенным отражением. Но благодаря замене реального объекта соответствующей ему моделью, появляется возможность математически сформулировать задачу его изучения и воспользоваться для анализа его свойств математическим аппаратом, который не зависит от природы данного объекта, провести детальный анализ. Математические модели успешно применяются в различных отраслях науки. Часто приходится изучать явления, для которых трудно или невозможно учесть все причины, порождающие их.

В разделе «Элементы математической статистики» изучаются методы сбора, систематизации, обработки результатов наблюдений с целью выявления закономерностей.

Методические указания содержат расчетно-графические работы по разделу «Элементы математической статистики». Приведены теоретические вопросы и расчетные задания. Дано решение типового варианта.

### **1 Расчетно-графическая работа №3. Элементы математической статистики**

*Цели:* ознакомиться с понятиями многомерной случайной величины, двумерной случайной величины, ее функцией распределения и плотностью распределения, числовыми характеристиками, а также точечными и интервальными оценками параметров.

#### **1.1 Теоретические вопросы**

1. Генеральная совокупность и выборочная совокупность. Выборочный метод.
2. Эмпирическая функция распределения, полигон, гистограмма.
3. Оценка характеристик генеральной совокупности по выборке. Генеральная дисперсия и выборочная дисперсия.
4. Точечные оценки параметров распределения.
5. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал.
6. Критерий Пирсона для проверки гипотез.

#### **1.2 Расчетные задания**

1. Для данного статистического ряда:
  - а) составить вариационный ряд;

б) интервальный статистический ряд (минимальную и максимальную варианты, размах варьирования, эмпирические частоты интервалов);

в) построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;

г) найти выборочную среднюю, выборочную и исправленную выборочную дисперсии;

д) исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение;

е) выборочные моду и медиану;

ж) выборочные начальные моменты третьего и четвертого порядков;

и) выборочный эксцесс;

к) коэффициент асимметрии.

1.1.

17,1	21,4	15,9	19,1	22,4	20,7	17,9	18,6	21,8	16,1
19,1	20,5	14,2	16,9	17,8	18,1	19,1	15,8	18,8	17,2
16,2	17,3	22,5	19,9	21,1	15,1	17,7	19,8	14,9	20,5
17,5	19,2	18,5	15,7	14,0	18,6	21,2	16,8	19,3	17,8
18,8	14,3	17,1	19,5	16,3	20,3	17,9	23,0	17,2	15,2
15,6	17,4	21,3	22,1	20,1	14,5	19,3	18,4	16,7	18,2
16,4	18,7	14,3	18,2	19,1	15,3	21,5	17,2	22,6	20,4
22,8	17,5	20,2	15,5	21,6	18,1	20,5	14,0	18,9	16,5
20,8	16,6	18,3	21,7	17,4	23,0	21,1	19,8	15,4	18,1
18,9	14,7	19,5	20,9	15,8	20,2	21,8	18,2	21,2	20,1

1.2.

16,8	17,9	21,4	14,1	19,1	18,1	15,1	18,2	20,3	16,7
19,5	18,5	22,5	18,4	16,2	18,3	19,1	21,4	14,5	16,1
21,5	14,9	18,6	20,4	15,2	18,5	17,1	22,4	20,8	19,8
17,2	19,7	16,3	18,7	14,4	18,8	19,5	21,6	15,3	17,3
22,8	17,4	22,3	16,5	21,7	15,4	21,3	14,3	20,5	16,4
20,6	15,5	19,4	17,5	20,9	23,0	18,9	15,9	18,2	20,7
17,9	21,8	14,2	21,2	16,1	18,4	17,5	19,3	22,7	19,6
22,1	17,6	16,7	20,4	15,7	18,1	16,6	18,3	15,5	17,7
19,2	14,8	19,7	17,7	16,5	17,8	18,5	14,0	21,9	16,9
15,8	20,8	17,1	20,1	22,6	18,9	15,6	21,2	20,2	15,1

1.3.

189	207	213	208	186	210	198	219	231	227
202	211	220	236	227	220	210	183	213	190
197	227	187	226	213	191	209	196	202	235
211	214	220	195	182	228	202	207	192	226
193	203	232	202	215	195	220	233	214	185
234	215	196	220	203	236	225	221	193	215
204	184	2174	193	216	205	197	203	229	204

225	216	233	223	208	204	207	182	216	191
210	190	207	205	232	222	198	217	211	201
185	217	225	201	208	211	189	205	207	199

1.4.

9,4	7,9	0,3	6,8	4,2	11,9	7,8	1,7	5,1	8,8
8,7	11,1	7,7	1,8	5,5	10,5	4,3	3,8	1,4	11,2
1,1	7,3	3,7	4,4	11,8	8,6	1,9	5,6	10,1	8,4
10,0	11,6	5,2	2,1	5,7	4,8	7,4	0,8	4,7	3,6
8,3	7,6	0,7	7,3	3,41	11,4	5,7	9,9	2,2	7,2
2,3	4,7	9,7	11,3	5,8	4,9	3,3	0,5	7,5	4,6
5,0	0,4	8,9	7,1	9,6	11,5	5,9	9,0	5,3	2,4
9,25	5,9	1,0	9,1	2,5	6,0	8,2	3,2	10,9	6,1
10,2	2,6	4,25	3,1	6,2	11,7	6,3	0,2	7,0	9,2
1,2	6,4	11,9	6,9	8,1	6,5	2,9	6,2	4,4	10,3

1.5.

1,6	4,4	10,9	6,4	4,0	2,8	5,2	1,2	7,6	3,4
2,9	5,3	1,7	7,7	6,9	10,1	5,4	4,1	8,8	6,5
6,6	4,2	5,5	0,5	8,9	4,5	1,8	5,6	7,8	3,0
1,9	10,2	7,9	2,5	5,7	3,1	6,7	4,3	0,6	9,0
6,8	3,2	4,4	9,1	10,3	6,0	7,9	6,9	8,0	2,0
7,0	10,7	8,1	2,1	5,8	6,4	0,3	4,5	9,2	3,3
7,6	9,3	3,4	4,6	5,0	3,8	5,9	8,2	2,2	7,1
2,3	0,8	7,2	8,3	11,1	6,5	3,5	9,4	10,8	4,7
4,8	6,1	3,6	9,5	8,4	2,4	6,2	7,3	5,7	0,9
7,4	8,5	5,8	1,1	5,9	4,9	3,7	9,6	2,6	6,1

1.6.

20	26	32	34	26	28	22	30	17	24
30	28	18	22	24	26	34	28	22	20
34	24	28	20	32	17	22	24	26	30
30	22	26	35	28	24	30	32	28	18
20	30	17	24	32	28	22	26	24	30
34	26	24	28	22	30	35	32	20	17
28	22	36	30	20	26	28	23	24	32
20	26	30	24	32	17	22	28	35	26
28	35	32	22	26	24	26	24	30	24
18	24	26	28	35	30	26	22	26	28

1.7.

57	46	33	49	29	50	38	41	27	34
37	49	51	26	55	42	59	43	46	30
31	43	58	41	35	47	33	45	49	37

47	34	54	39	60	49	25	50	31	53
38	41	30	51	37	55	47	43	35	42
35	46	27	45	41	34	50	29	51	39
42	59	43	31	38	58	54	37	26	43
29	42	33	41	24	39	53	45	3,3	51
45	25	54	50	37	30	41	60	42	46
38	53	34	47	35	49	57	39	55	31

1.8.

37	49	43	31	44	38	40	31	28	43
32	44	47	29	51	25	43	38	41	32
38	24	49	40	32	34	31	28	37	46
41	35	43	25	37	46	38	24	41	50
38	29	41	32	34	49	44	37	31	47
50	34	25	37	40	32	35	28	44	43
46	37	41	35	29	43	38	31	26	34
49	32	46	26	38	35	40	51	37	46
37	25	40	34	24	44	32	28	34	38
44	34	29	47	37	49	43	35	47	50

1.9.

70	95	75	85	60	77	55	63	80	67
90	78	57	76	84	82	75	68	73	62
62	81	77	72	97	68	85	56	92	71
73	78	98	63	83	85	70	90	66	91
86	68	55	93	71	96	77	81	86	72
82	62	70	78	67	87	91	99	78	87
91	58	81	97	75	83	71	66	61	76
73	85	65	90	86	61	54	75	78	93
87	58	72	92	66	98	65	81	76	63
95	83	65	57	80	87	61	92	56	71

1.10.

57,3	75,1	78,1	69,3	60,1	77,3	66,1	69,5	72,1	68,7
81,1	69,4	63,1	67,4	77,1	82,6	64,8	72,5	62,5	80,7
77,6	65,8	78,3	57,7	80,7	64,4	82,8	67,3	83,1	70,6
75,3	58,0	60,7	81,3	67,1	69,6	82,4	62,3	66,9	80,6
62,7	73,8	68,9	83,8	57,0	72,6	65,6	78,7	59,5	70,0
73,5	58,1	64,0	83,9	84,0	63,5	74,1	77,7	68,5	80,5
66,3	73,0	79,1	71,1	80,4	62,1	66,7	83,7	76,8	59,3
71,3	63,7	71,2	78,96	65,2	77,9	74,9	69,1	70,8	74,8
71,6	72,9	61,9	71,5	75,4	71,7	59,9	74,3	76,1	70,9
61,3	71,4	71,8	65,0	67,8	75,5	71,9	64,9	74,7	62,9

## 1.11.

181	141	162	103	136	124	41	117	69	153
101	24	67	154	172	110	62	59	197	121
135	58	199	159	81	39	142	87	179	85
171	107	125	192	163	200	133	150	178	98
148	56	113	169	73	138	104	31	90	109
127	116	190	20	111	94	57	119	53	76
66	132	166	9	44	115	72	26	128	149
46	75	105	137	82	64	186	96	176	97
156	33	188	58	112	139	86	174	106	77
152	130	43	108	119	129	37	71	96	114

## 1.12.

32	105	48	80	144	128	64	112	18	81
66	129	113	17	94	78	90	51	104	34
110	149	36	103	82	53	93	130	68	150
114	84	55	131	70	38	102	77	16	135
41	19	142	61	85	159	115	57	72	101
56	100	86	146	73	40	141	25	87	126
151	71	94	15	125	76	54	99	39	140
17	124	52	98	13	37	147	88	69	109
35	158	67	30	93	123	50	138	21	97
96	121	49	137	89	145	91	65	92	33

## 1.13.

0,053	0,026	0,037	0,056	0,041	0,035	0,031	0,046	0,021	0,054
0,035	0,039	0,043	0,031	0,038	0,023	0,045	0,026	0,037	0,042
0,030	0,041	0,021	0,047	0,026	0,046	0,033	0,038	0,053	0,035
0,049	0,054	0,039	0,034	0,051	0,029	0,046	0,023	0,038	0,043
0,026	0,039	0,033	0,020	0,042	0,050	0,025	0,037	0,041	0,029
0,029	0,038	0,027	0,043	0,035	0,030	0,049	0,055	0,039	0,034
0,022	0,045	0,034	0,055	0,037	0,025	0,033	0,051	0,027	0,045
0,041	0,051	0,027	0,046	0,029	0,038	0,042	0,020	0,039	0,031
0,025	0,047	0,030	0,050	0,023	0,039	0,035	0,049	0,030	0,047
0,034	0,022	0,042	0,031	0,049	0,033	0,056	0,037	0,050	0,025

## 1.14.

0,026	0,034	0,028	0,036	0,030	0,038	0,041	0,038	0,030	0,028
0,028	0,030	0,034	0,038	0,040	0,036	0,034	0,023	0,032	0,026
0,034	0,032	0,024	0,036	0,032	0,026	0,030	0,028	0,038	0,034
0,038	0,041	0,028	0,026	0,030	0,034	0,032	0,040	0,036	0,032
0,030	0,036	0,034	0,032	0,023	0,032	0,028	0,032	0,026	0,038
0,026	0,032	0,028	0,040	0,038	0,030	0,032	0,024	0,036	0,030
0,024	0,032	0,030	0,036	0,028	0,041	0,032	0,038	0,034	0,026

0,041	0,034	0,023	0,038	0,026	0,030	0,028	0,036	0,040	0,028
0,030	0,026	0,034	0,028	0,024	0,036	0,032	0,030	0,038	0,034
0,028	0,034	0,040	0,036	0,030	0,038	0,023	0,034	0,032	0,026

1.15.

0,86	1,04	1,45	1,31	1,22	1,09	0,73	1,11	0,95	0,84
0,96	0,78	1,23	1,13	1,04	1,44	1,32	1,29	0,68	0,86
1,33	1,08	0,87	0,67	1,28	0,97	1,14	0,83	1,33	1,40
1,24	1,43	0,98	1,34	0,81	0,88	1,10	0,70	1,15	1,23
1,34	1,09	0,80	1,16	1,24	0,75	0,99	1,41	0,88	0,79
1,36	1,25	0,89	1,26	1,42	1,35	0,80	1,17	0,90	1,00
1,11	0,69	1,18	0,82	1,01	0,90	1,36	1,25	0,67	0,91
1,37	1,02	0,92	1,27	1,19	1,38	1,46	0,93	1,27	0,83
1,04	1,11	1,47	1,07	0,72	0,93	1,26	0,77	1,20	1,28
0,77	1,10	0,95	1,05	1,08	1,11	1,10	1,48	1,07	0,92

1.16.

0,76	0,82	0,70	0,86	0,78	0,96	0,68	0,83	0,92	0,86
0,86	0,84	0,66	0,92	0,76	0,95	0,84	1,91	0,78	0,70
0,78	0,70	0,82	0,99	0,83	0,86	0,67	0,91	0,75	0,86
0,83	0,75	0,95	0,79	0,65	0,84	0,78	0,88	0,70	0,95
0,87	0,71	0,92	1,00	0,75	0,87	0,80	0,79	0,66	0,90
0,79	0,82	0,65	0,83	0,88	0,96	0,75	0,91	0,71	0,87
0,76	0,90	0,71	0,87	0,74	0,94	0,80	1,00	0,95	0,79
0,96	0,98	0,84	0,79	0,91	0,71	0,65	0,90	0,88	0,74
0,74	0,67	0,94	0,72	1,01	0,82	0,80	0,83	0,99	0,83
0,88	0,80	0,72	0,91	0,84	0,74	0,94	0,72	0,83	0,87

1.17.

1,66	2,21	1,21	1,46	1,16	1,81	0,86	1,74	2,08	1,38
2,27	0,81	2,39	2,19	2,25	1,67	1,84	1,37	2,12	2,37
1,15	2,17	1,45	1,75	1,14	1,94	1,53	0,83	1,68	1,35
2,39	1,63	1,86	1,24	1,73	1,07	2,10	1,13	1,91	1,31
1,78	2,09	1,54	1,79	1,08	1,42	0,80	1,96	1,19	0,85
1,88	1,27	0,84	2,60	1,44	1,77	2,45	1,10	2,16	1,59
1,56	2,30	2,48	0,99	1,18	2,11	1,64	2,28	1,29	1,93
2,15	1,72	1,83	1,47	1,87	1,17	2,29	1,90	1,71	2,55
2,31	1,39	1,85	2,38	1,65	2,51	1,48	1,28	2,18	1,49
2,14	1,76	1,51	1,82	0,91	2,51	2,34	2,59	1,69	2,13

1.18.

2,1	2,3	1,5	3,1	2,7	1,9	2,4	0,9	2,5	1,1
1,3	2,3	2,3	3,9	2,4	3,6	1,6	3,2	2,9	2,0
2,1	3,3	0,8	3,5	1,7	2,6	4,1	2,8	1,2	2,5



1,1	2,4	1,5	3,2	2,7	1,5	3,7	1,9	3,1	4,0
4,1	2,9	2,0	2,0	1,1	0,7	3,3	2,5	1,6	2,4
2,1	3,2	0,9	2,8	4,2	2,8	1,9	1,2	1,7	3,5
2,1	3,9	2,4	1,7	3,6	2,5	0,8	3,1	2,1	1,3
3,2	1,6	0,7	2,6	1,3	2,0	3,7	2,9	4,0	3,1
2,8	4,1	1,9	3,6	3,3	2,9	0,6	1,5	1,2	2,4
1,1	3,5	1,6	2,4	3,9	2,7	2,5	1,9	2,6	3,2

1.19.

19,3	44,5	49,9	26,9	50,2	51,1	18,6	72,7	35,4	25,4
42,7	17,5	51,7	49,3	26,2	47,1	71,4	27,1	75,7	43,2
25,5	27,2	80,4	50,4	70,2	14,9	52,4	62,3	41,7	49,5
40,6	14,5	62,8	34,5	53,4	26,1	69,3	52,5	27,3	80,3
25,3	43,1	27,4	80,1	68,4	63,3	13,4	55,4	39,5	33,1
38,4	19,7	63,8	40,4	80,8	56,4	66,1	27,5	79,1	24,6
28,6	47,9	78,4	57,4	66,5	37,3	23,4	67,6	11,1	64,3
22,7	64,8	36,2	58,7	10,8	47,7	58,4	29,2	46,7	77,2
51,9	31,3	44,7	66,3	20,1	65,3	45,5	76,3	67,8	35,1
66,9	18,9	42,9	50,7	34,9	43,5	32,5	48,4	53,1	65,8

1.20.

56,5	47,3	23,1	38,6	92,5	50,9	74,9	67,5	47,5	83,9
11,8	70,1	57,1	39,9	54,7	70,9	47,4	28,1	39,1	76,2
32,3	92,1	20,7	48,6	87,1	66,3	45,8	41,4	56,9	22,6
45,8	58,4	53,4	51,4	11,6	30,9	31,4	37,4	65,8	19,3
45,3	74,4	21,2	25,7	56,7	20,3	48,3	60,1	46,2	64,1
15,1	47,7	12,7	92,6	29,5	52,0	60,2	32,1	74,5	54,2
36,1	47,2	26,1	65,3	42,0	50,1	72,1	56,4	25,1	75,1
83,8	38,7	81,2	65,1	87,4	35,3	92,4	85,6	83,5	20,5
76,3	69,4	41,6	35,9	29,7	80,9	49,9	59,5	83,4	76,5
24,4	55,9	74,2	27,3	76,7	29,9	69,1	30,1	65,4	18,4

1.21.

15,2	23,1	27,1	18,6	25,1	27,5	16,0	28,8	22,7	18,8
24,9	26,3	21,2	28,0	25,5	27,7	20,9	31,9	16,8	29,1
26,8	17,4	31,5	21,4	24,8	17,2	30,8	23,7	29,7	21,1
20,4	24,5	26,0	28,7	20,0	33,0	27,9	24,5	20,6	32,1
26,9	19,7	21,5	19,8	16,8	21,7	26,4	23,2	22,9	26,6
25,3	25,8	16,6	23,6	15,0	22,3	24,0	22,4	32,5	19,1
24,7	29,8	18,2	29,6	23,4	18,1	16,9	24,2	24,1	32,2
24,4	18,4	22,1	30,1	22,0	17,8	28,0	25,7	30,9	22,5
30,7	22,5	30,0	27,3	25,4	26,2	20,7	28,1	19,3	28,9
20,3	30,4	24,3	31,6	30,0	22,6	29,2	32,7	26,7	15,8

## 1.22.

19,1	23,5	19,6	27,5	33,3	31,2	27,7	21,4	27,3	20,5
21,9	20,7	15,2	27,3	23,0	31,7	18,9	23,7	33,1	27,9
23,9	18,5	24,1	28,1	22,0	16,4	30,8	27,1	19,9	30,4
20,5	30,9	31,9	26,9	19,8	28,3	22,7	15,6	22,4	18,3
28,5	16,2	22,5	18,1	28,4	33,9	30,8	19,6	26,7	32,5
21,1	24,3	26,5	15,4	24,5	26,4	28,7	17,9	30,6	23,1
32,1	23,2	17,7	28,9	22,9	20,1	30,4	26,3	16,0	25,4
26,1	15,8	30,2	19,4	25,1	25,3	17,5	24,7	21,7	29,1
21,2	21,8	17,3	33,5	29,3	24,9	30,0	15,0	25,2	25,8
33,7	24,5	25,6	23,3	29,8	17,2	25,1	22,4	29,6	19,3

## 1.23.

81	106	135	170	206	60	181	178	154	103
78	176	31	204	145	85	229	47	108	234
110	207	241	168	133	68	174	143	89	182
203	153	172	93	48	228	255	134	112	58
144	235	114	77	208	183	59	170	95	154
104	202	39	164	247	226	110	67	121	193
123	91	164	57	209	30	185	162	250	225
201	160	239	211	131	142	101	153	76	125
137	54	127	87	66	190	158	241	33	221
100	195	156	146	231	220	129	83	151	56

## 1.24.

76	28	151	91	60	204	177	102	128	217
120	66	207	126	124	152	27	221	131	51
241	77	250	134	123	147	184	195	47	160
159	74	169	178	79	129	250	223	182	96
135	199	56	25	82	116	44	229	145	203
88	209	146	224	239	103	201	245	130	163
71	165	176	194	78	154	99	78	127	69
171	173	31	181	117	84	73	161	240	149
247	107	140	53	205	155	29	132	185	179
180	128	42	114	93	191	174	210	133	226

## 1.25.

157,2	137,1	136,0	131,1	142,1	152,0	150,2	125,74	146,6	141,6
138,3	143,4	143,7	144,2	158,3	146,0	140,8	135,8	150,9	156,4
145,1	122,4	139,1	155,5	150,2	146,2	159,6	146,2	164,1	140,5
156,4	141,6	134,4	149,2	145,3	128,4	150,6	133,7	142,1	136,9
127,2	138,2	160,8	155,2	121,8	150,5	144,5	150,5	141,4	128,0
136,2	145,9	162,5	136,9	142,9	146,4	153,2	161,4	150,8	141,6
149,8	154,1	148,4	144,8	150,8	129,3	145,3	141,2	146,4	135,5

134,8	147,1	137,5	159,7	142,7	145,7	150,3	123,5	139,6	153,6
138,4	166,8	148,8	152,5	151,6	133,4	145,6	144,5	144,4	140,8
152,1	137,4	132,1	149,7	166,2	151,1	145,1	139,5	130,1	145,6

1.26.

2,85	5,92	3,06	2,47	6,28	3,86	2,19	5,81	3,88	3,01
3,91	3,11	1,46	4,67	3,95	5,76	3,08	3,99	6,38	1,51
2,34	4,19	5,72	4,14	3,03	4,08	6,47	4,05	5,96	4,01
4,23	2,16	6,55	3,14	4,26	4,31	1,48	4,45	2,71	5,69
6,60	4,69	2,93	7,68	0,65	6,68	3,18	5,64	4,56	3,36
2,64	3,23	6,75	4,57	5,61	3,29	7,08	2,91	4,59	2,59
4,61	1,98	6,21	3,39	4,62	2,28	4,64	3,45	5,56	4,07
3,58	4,73	3,61	2,24	4,31	3,81	5,52	4,26	4,17	7,49
1,29	4,45	4,78	5,01	7,85	5,49	2,01	4,89	0,98	4,84
2,26	5,47	4,63	4,98	5,42	4,60	5,10	4,96	4,63	5,05

1.27.

76,23	45,29	92,41	35,48	56,81	45,67	54,01	45,88	25,56	65,91
48,11	6,32	26,31	74,27	27,82	88,04	36,12	56,97	4,97	46,31
55,78	46,85	57,31	37,28	66,41	28,53	72,48	29,34	38,34	62,35
46,82	39,47	81,04	54,06	48,64	61,22	40,56	30,11	78,45	48,53
86,24	47,51	66,92	42,74	4,83	47,83	64,02	57,84	41,63	53,75
65,21	43,82	58,31	33,71	44,95	68,91	32,84	45,21	84,47	31,27
49,29	83,09	55,11	94,75	49,85	58,86	55,30	69,44	50,41	35,07
67,24	41,78	50,56	34,05	37,91	71,25	17,84	14,51	18,23	51,93
50,89	9,41	16,31	51,33	70,58	15,91	51,84	59,31	25,01	60,31
85,52	59,77	75,26	52,22	95,73	19,04	60,85	22,91	53,84	15,02

1.28.

1,58	1,95	0,89	1,76	1,54	2,18	1,13	2,59	1,91	1,60
1,19	1,70	2,58	1,31	2,54	1,90	2,20	1,49	2,69	1,51
1,77	1,93	1,48	2,21	1,64	2,92	1,25	1,97	0,90	1,78
1,12	2,48	1,38	1,79	1,75	0,67	2,22	1,62	1,82	1,09
1,61	1,71	0,95	2,23	1,46	1,99	2,24	1,72	2,03	1,25
1,28	2,04	1,83	1,69	1,81	1,22	2,05	1,07	1,74	1,88
1,80	0,69	2,07	1,29	2,27	2,75	1,41	2,08	2,30	2,18
1,34	1,84	1,73	2,31	1,86	1,40	2,46	0,73	2,33	1,85
1,02	2,13	1,66	2,84	1,16	2,34	1,44	2,89	2,09	2,90
1,87	1,43	2,11	0,84	1,91	2,44	2,10	1,75	2,60	1,68

1.29.

30,2	51,9	43,1	58,9	34,1	55,2	47,9	43,7	53,2	34,9
47,8	65,7	37,8	68,6	48,4	67,5	27,3	66,1	52,0	55,6
54,1	26,9	53,6	42,5	59,3	44,8	52,8	42,3	55,9	48,1

44,5	69,8	47,3	35,6	70,1	39,5	70,3	33,7	51,8	56,1
28,4	48,7	41,9	58,1	20,4	56,3	46,5	41,8	59,5	38,1
41,4	70,4	31,4	52,5	45,2	52,3	40,2	60,4	27,6	57,4
29,3	53,8	46,3	40,1	50,3	48,9	35,8	61,7	49,2	45,8
45,3	71,5	35,1	57,8	28,1	57,6	49,6	45,5	36,2	63,2
61,9	25,1	65,1	49,7	62,1	46,1	39,9	62,4	50,1	33,1
33,3	49,8	39,8	45,9	37,3	78,0	64,9	28,8	62,5	58,7

1.30.

88	72	100	60	116	74	36	143	114	70
56	75	30	76	89	53	117	90	135	103
35	128	71	86	43	76	61	113	34	83
62	84	50	69	120	91	102	47	119	99
33	76	91	37	85	17	85	63	121	74
46	85	63	104	77	92	54	78	42	105
85	79	49	80	93	32	106	81	64	79
73	19	80	65	107	123	51	94	80	108
52	83	124	81	96	82	109	20	95	68
66	41	82	98	111	67	125	97	112	58

2. Используя интервальный ряд из задания 2, требуется:

а) вычислить теоретические частоты, предполагая по нулевой гипотезе, что генеральная совокупность имеет нормальный закон распределения;

б) пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , сравнить теоретические и эмпирические частоты. Вычислить  $\chi^2_{набл}$  и

сравнить с  $\chi^2_{\alpha, k}$ ;

в) найти доверительные интервалы для математического ожидания и для среднего квадратичного отклонения при надежности  $\gamma = 0,95$ .

### 1.3 Решение типового варианта

1. Для данного статистического ряда:

а) составить вариационный ряд;

б) интервальный статистический ряд (минимальную и максимальную варианты, размах варьирования, эмпирические частоты интервалов);

в) построить полигон частот, гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения;

г) найти выборочную среднюю, выборочную и исправленную выборочную дисперсии;

д) исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение;

е) выборочные моду и медиану;

- ж) выборочные начальные моменты третьего и четвертого порядков;  
 и) выборочный эксцесс;  
 к) коэффициент асимметрии.

20	15	17	19	23	18	21	15	16	13
20	16	19	20	14	20	16	14	20	19
15	19	17	16	15	22	21	12	10	21
18	14	14	18	18	13	19	18	20	23
16	20	19	17	19	17	21	17	19	17
13	17	11	18	19					

Решение:

а) объём выборки  $n = 55$ . Данные вариационного ряда вводятся через задание матрицы  $X$  размером  $(55 \times 1)$ ;

$Y^T$  - выборка в порядке возрастания:

$$Y^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10	11	12	13	13	14	14	14	14	...

б) для построения интервального статистического ряда необходимы следующие данные:

– наибольшие и наименьшие варианты:  $a = x_{\min} = 10$ ,  $b = x_{\max} = 23$ ;

– размах выборки:  $R = b - a = 13$ ;

– величина интервалов (округляем до целого и найдём по формуле Стерджеса):

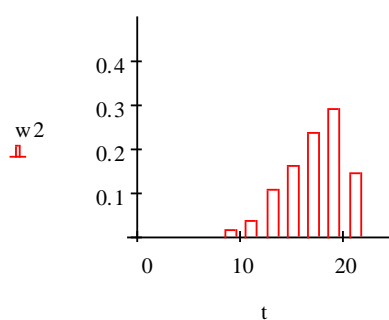
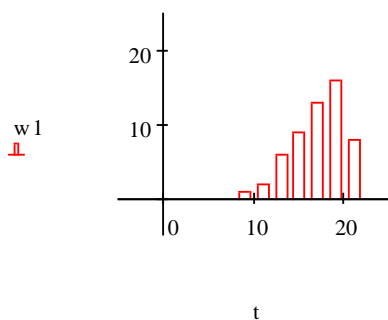
$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + \log_2 55} \approx 2 \rightarrow m = \frac{13}{2} = 6,781 \approx 7;$$

– начало первого интервала:  $x_{нач} = x_{\min} - \frac{h}{2} = 10 - \frac{h}{2} = 9,041 \approx 9$ ;

Таким образом, искомый интервальный ряд имеет вид:

интервалы	[9,11)	[11,13)	[13,15)	[15,17)	[17,19)	[19,21)	[21,23]
$n_i$	1	2	6	9	13	16	8
$p_i = \frac{n_i}{n}$	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

в) по интервальному статистическому ряду построим гистограмму частот и относительных частот:



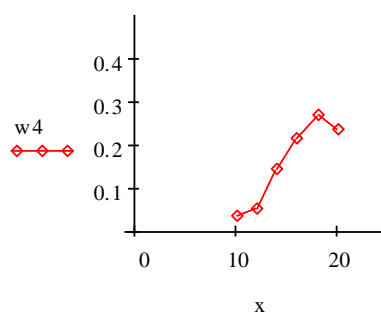
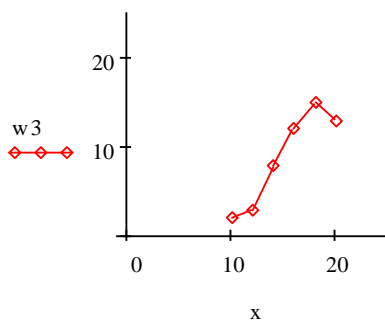
Для построения соответствующего дискретного статистического ряда найдём середины интервалов по формуле  $x^T = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$ :

$$x^T = (10 \quad 12 \quad 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22).$$

Искомый дискретный статистический ряд:

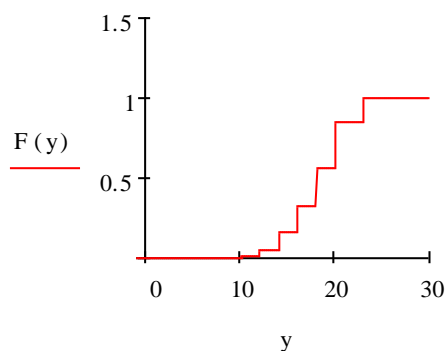
$x^T$	10	12	14	16	18	20	22
$n_i$	1	2	6	9	13	16	8
$p_i$	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

По данному дискретному статистическому ряду строится полигон частот  $w_3$  и относительных частот  $w_4$ , где  $w_4 = w_3/n$ :



Эмпирическая функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 10 \\ 0,018, & \text{при } 10 < x \leq 12 \\ 0,054, & \text{при } 12 < x \leq 14 \\ 0,163, & \text{при } 14 < x \leq 16 \\ 0,327, & \text{при } 16 < x \leq 18 \\ 0,563, & \text{при } 18 < x \leq 20 \\ 0,854, & \text{при } 20 < x \leq 23 \\ 1, & \text{при } x > 23 \end{cases}$$



$$\Gamma) \bar{x}_e = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n} = 17,564 \text{ – выборочная средняя;}$$

$$D_e = \frac{\sum n_i \cdot x_i^2}{n} - (\bar{x}_e)^2 = 8,428 \text{ – выборочная дисперсия;}$$

$$S^2 = \frac{n}{n-1} (D_e) = 8,584 \text{ – исправленная выборочная дисперсия;}$$

д)  $\sigma = \sqrt{s} = 2,93$  – исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение;

е) мода  $M_0 = 19$  определяет варианту, имеющую наибольшую частоту, медиана  $M_e = 18$  определяет середину вариационного ряда и зависит от чётности объёма выборки;

ж) выборочные центральные моменты третьего и четвертого порядков вычисляются по формулам:

$$\mu_3 = \frac{\sum n_i \cdot (x_i - x_e)^3}{n} = -14,73; \quad \mu_4 = \frac{\sum n_i \cdot (x_i - x_e)^4}{n} = 196,112;$$

$$\text{и) } E = \frac{\mu_4}{\sigma_e^4} - 3 = \frac{196,112}{2,93^4} - 3 = -0,19552 \text{ – выборочный эксцесс;}$$

к) коэффициент асимметрии:

$$A = \frac{\mu_3}{\sigma_e^3} = \frac{-14,73}{2,93^3} = -0,6091.$$

3. Дан интервальный ряд с объёмом выборки  $n=300$ :

Номер i	1	2	3	4	5	6	7
Интервал	[-20;-10)	[-10;0)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]
частота	20	47	80	89	40	16	8

Требуется:

а) вычислить теоретические частоты, предполагая по гипотезе  $H_0$  о нормальном распределении;

б) пользуясь критерием Пирсона при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , сравнить теоретические и эмпирические частоты. Вычислить  $\chi_{набл}^2$  и

сравнить с  $\chi_{крит}^2 = \chi_{\alpha, k}^2$ ;

в) найти доверительные интервалы для математического ожидания и для среднего квадратичного отклонения при надежности  $\gamma = 0,95$ .

Решение:

а) для данной выборки найдены выборочные среднее, дисперсия и среднеквадратическое отклонение:

$$\bar{x}_e = \frac{1}{300} \sum_i x_i \cdot n_i = 10,4;$$

$$D_e = \frac{\sum_i n_i \cdot x_i^2}{n} - (\bar{x}_e)^2 = 186,84; \quad \sigma = \sqrt{D_e} = 13,67.$$

Вычислим теоретические частоты, учитывая  $n=300$ ,  $h=10$ ,  $\sigma = 13,67$  по формуле:

$$nt_i = \frac{nh}{\sigma} \varphi(z_i) = \frac{300 \cdot 10}{13,67} \varphi(z_i);$$

$$z_i = \frac{xx_i - x_e}{\sigma};$$

$$xx_i = \frac{x_{i+1} + x_i}{2}.$$

б) для сравнения эмпирических ( $ne$ ) и теоретических ( $nt$ ) частот с помощью критерия Пирсона необходимо далее вычислить наблюдаемое значение критерия:

$$\chi_H^2 = \sum_i \frac{(ne_i - nt_i)^2}{nt_i} = \sum_i \frac{(ne_i)^2}{nt_i} - n = 9,23.$$

При заданном уровне значимости  $\alpha=0,05$  найдем число степеней свободы  $k=m-3=7-3=4$ , где  $m=7$  – число групп выборки, и определим критическое значение  $\chi_{крит}^2 = \chi_{\alpha, k}^2 = \chi_{0,05, 4}^2 = 9,5$ .

*Критерий Пирсона.* Если  $\chi_n^2 < \chi_{крит}^2$ , то нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу  $H_0$  о нормальном распределении, т.е. теоретические и эмпирические частоты отличаются незначительно. Если  $\chi_n^2 > \chi_{крит}^2$ , то нулевую гипотезу  $H_0$  отвергают, т.е. различие эмпирических и теоретических значимо.

Сравним полученные данные:  $\chi_n^2 = 9,23 < \chi_{крит}^2 = 9,5$  – гипотеза  $H_0$  о нормальном распределении принимается;

в) если генеральная совокупность распределена нормально, то с надежностью  $\gamma = 0,95$  можно утверждать, что математическое ожидание  $a$  случайной величины  $X$  покрывается доверительным интервалом:

$$x_e - \frac{\sigma_e}{\sqrt{n}} t_\gamma < a < x_e + \frac{\sigma_e}{\sqrt{n}} t_\gamma,$$



где  $t_\gamma$  определяется через функцию Лапласа:

$$\Phi(t_\gamma) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,95}{2} \Rightarrow t_\gamma = 1,984 .$$

В нашем случае доверительный интервал:

$$10,4 - \frac{13,67}{\sqrt{300}}1,984 < a < 10,4 + \frac{13,67}{\sqrt{300}}1,984 \quad \text{или} \quad 8,8341 < a < 11,9658 .$$

$(\sigma_s(1 - q) < \sigma < \sigma_s(1 + q))$  – доверительный интервал, покрывающий среднее квадратичное отклонение с надежностью  $\gamma = 0,95$  .

При  $\gamma = 0,95$  и  $n=300$  имеем  $q=0,079$ . В нашем случае доверительный интервал для  $\sigma$ :

$$13,67 \cdot (1 - 0,079) < \sigma < 13,67 \cdot (1 + 0,079)$$

или

$$12,59 < \sigma < 14,75 .$$

## Список литературы

- 1 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.- Учебное пособие для вузов. - М.: ВШ, 2013. - 479 с.
- 2 Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика.- Учебное пособие для вузов. - М.: Юнити, 2007. - 551 с.
- 3 Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: /А.П. Рябушко, В.В. Бархатов и др. /Под ред. А.П. Рябушко. –Минск: Высшэйшая школа, 2007. - 356 с.
- 4 Масанова А.Ж., Толеуова Б.Ж. Компьютерное решение задач операционного исчисления и теории вероятностей. Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ №1,2 для студентов специальности 5В071900 - Радиотехника, электроника и телекоммуникации. – Алматы: АУЭС, 2014. -37 с.
- 5 Масанова А.Ж., Толеуова Б.Ж. Компьютерное решение задач операционного исчисления и теории вероятностей. Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ №3,4 для студентов специальности 5В071900 - Радиотехника, электроника и телекоммуникации. – Алматы: АУЭС, 2015. - 40 с.
- 6 Астраханцева Л.Н., Байсалова М.Ж. Теория вероятностей и математическая статистика. Конспект лекций для студентов специальностей 5В070400 – Вычислительная техника и программное обеспечение, 5В070300 – Информационные системы. – Алматы: АУЭС, 2013. - 49 с.

## Содержание

Введение.....	3
1 Расчётно-графическая работа №3. Элементы математической статистики.....	3
1.1 Теоретические вопросы.....	3
1.2 Расчётные задания.....	3
3.3 Решение типового варианта.....	12
Список литературы.....	18

Толеуова Багила Жаксылыковна  
Василина Гулмира Кажымуратовна

### МАТЕМАТИКА 3

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В070300 – Информационные системы  
Часть 3

Редактор Л.Т.Сластикина  
Специалист по стандартизации Г.И.Мухаметсариева

Подписано в печать \_\_\_\_\_  
Тираж 25 экз.  
Объем 1,05 уч.-изл.

Формат 60x84 1/16  
Бумага типографская №1  
Заказ \_\_\_\_\_ цена 550 тг.

Копировально-множительное бюро  
некоммерческого акционерного общества  
«Алматинский университет энергетики и связи»  
050013, Алматы, ул.Байтурсынова, 126/1