Коммерциялық емес акционерлік қоғам

АЛМАТЫ ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС УНИВЕРСИТЕТІ

Математикалық модельдеу және бағдарламалық қамтамасыз ету кафедрасы

ДИСКРЕТТІ МАТЕМАТИКА

5В070300- Ақпараттық жүйелер мамандығы студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар мен тапсырмалар

Алматы 2017

ҚҰРАСТЫРУШЫЛАР: Астраханцева Л.Н., Байсалова М.Ж. Дискретті математика. 5В070300 –Ақпараттық жүйелер мамандығы студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар мен тапсырмалар. - Алматы: АЭжБУ, 2017. - 40 б.

5В070300 – Ақпараттық жүйелер мамандығы студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар мен тапсырмалар «Дискретті математика» пәнінің «Жиындар, қатынастар» және «Математикалық логика элементтері» тараулары бойынша №1, №2 есептеу-сызба жұмыстарынан тұрады. Бағдарламаның теориялық сұрақтары енгізілген. Типтік нұсқаның шешімі келтірілген.

Кестелер- 14, без.- 10, әдеб.көрсеткіші – 11 атау.

Рецензент: ЭР кафедрасының доценті Елеукулов Е.О.

«Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2017 ж. жоспары бойынша басылды

Кіріспе

«Дискретті математика» пәні ақырлы жиындар мен олардың әртүрлі құрылымдарын оқып-үйренетін математика саласына арналған. Ол кең салалы қолданысқа ие, әсіресе ақпараттық жүйелер мен компьютерлермен байланысты салаларда. Пәнді оқып-үйрену нәтижесінде студенттер пайымдауды қалыптандыру (формализации рассуждений) негізгі әдістерін меңгеру керек, модельдеу дағдыларын алу керек, оларды бағдарламалауда қолдану керек, жасанды интелект есептерін шығаруда, бағдарламалардың дұрыстығын дәлелдеу үшін, математикалық модельдер құру үшін қолдану керек.

1 Есептеу-сызба жұмыс №1. Жиындар, қатынастар

Мақсаты: жиындар және қатынастар ұғымдарын оқып үйрену. Олардың қасиеттері мен классификацияларымен таныстыру.

1.1 Теориялық сұрақтар

1 Жиындар, олардың берілу жолдары. Ішкі жиындар, булеан. Жиындарға қолданылатын қисаптар.

2 Жиындарға қолданылатын қисаптардың қасиеттері. Жиынның бөліктеуі мен бүркеуі.

3 Жиындардың тура көбейтіндісі. Қатынастар. Бинарлы қатынастардың берілу жолдары. Кері қатынас, қатынастың толықтауышы, тепе-тең қатынас. Бинарлы қатынастардың композициясы.

4 Бинарлы қатынастың матрицаларының негізгі қасиеттері. Бинарлы қатынастың қасиеттері.

5 Эквивалентті қатынас. Эквиваленттілік кластары, фактор-жиын.

6 Реттік қатынас. Лексигографиктік реттілік.

7 Функционалдық қатынас. Инъекция, сюръекция, биекция. Жиынның қуаты.

1.2 Есептік тапсырмалар

1. Берілген жиынды:

а) элементтерін тізу арқылы;

б) жалпы қасиеті бойынша жазу керек.

№	а)	б)
1.1	$\{x : x^3 - 3x^2 + 2x = 0, x \in N\}$	$\{2,4,6,\ldots,100\}$
1.2	$\{x : x = 5y, y \in N, y \le 4\}$	$\left\{-\frac{3}{2},+\frac{5}{4},-\frac{7}{6},\ldots\right\}$
1.3	$\{x : x = y - z,\ y, z \in \{1,2\}\}$	$\{4,8,12,16,\ldots\}$

1.4	$\{x : x = 3n + 2,\ n \in N, x < 20\}$	$\{2^2, 3^2, 4^2, \ldots\}$
1.5	$\{x : x = 2n + 1,\ n \in N, x < 10\}$	$\left\{+\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, +\frac{1}{9}, \ldots\right\}$
1.6	$\{x : 3x = x + 8\}$	$\{-4, +5, -6, +7, -8, +9\}$
1.7	$\{x : 3x + 5 = 2(x + 6)\}$	$\left\{\pm\frac{1}{3}, \pm\frac{1}{6}, \pm\frac{1}{9}, \ldots\right\}$
1.8	$\{x : x = 5y + 2,\ 3 < y < 6, y \in Z\}$	$\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \ldots, 9^2\}$
1.9	$\{x : x^2 - 3x + 2 = 0, x \in R\}$	$\{-2, +4, -6, +8 \ldots\}$
1.10	$\{x : x = 4y, y \in N, y \le 5\}$	$\left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \ldots, \frac{19}{20}\right\}$
1.11	$\{x : x = y - z,\ y, z \in \{5, 2\}\}$	$\{4, 8, 12, 16, \ldots, 60\}$
1.12	$\{x : x = n + 2,\ n \in N, x < 10\}$	$\{2^2, 3^2, 4^2, \ldots, 12^2\}$
1.13	$\{x : x = 2n - 1,\ n \in N, x < 15\}$	$\left\{\frac{2^2}{3}, \frac{3^2}{6}, \frac{4^2}{9}, \ldots\right\}$
1.14	$\{x : 2x = x + 6\}$	$\{4^3, 5^3, 6^3, 7^3, 8^3, 9^3\}$
1.15	$\{x : x + 5 = 2(x + 5)\}$	$\left\{\pm\frac{1}{3}, \pm\frac{1}{6}, \pm\frac{1}{9}, \ldots, \pm\frac{1}{30}\right\}$
1.16	$\{x : x^3 \le 100, x \in Z\}$	$\{3, 6, 9, 12, \ldots\}$
1.17	$\{x : x = 4n + 2,\ n \in N\}$	$\{0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots, \pm7\}$
1.18	$\{x : x = y + z,\ y, z \in \{1, 2, 3\}\}$	$\left\{\frac{3}{2^2}, \frac{5}{3^2}, \frac{7}{4^2}, \ldots\right\}$
1.19	$\{x : x^2 - 9x + 20 = 0, x \in C\}$	$\{1^2, 3^2, 5^2, 7^2 \ldots\}$
1.20	$\{x : x(x + 3) = 0\}$	$\left\{\frac{2}{1^3}, \frac{4}{2^3}, \frac{6}{3^3}, \ldots\right\}$
1.21	$\{x : 5x + 10 = 30x + 15\}$	$\{3, 6, 9, 12, \ldots, 30\}$
1.22	$\{x : -1 \le x \le 10, x \in N\}$	$\left\{\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{6}, \ldots\right\}$
1.23	$\{x : -1 \le x \le 10, x \in Z\}$	$\{2^3, 4^3, 6^3, \ldots\}$
1.24	$\{x : x \in Z, x^2 \le 50\}$	$\{3, 6, 9, 12, \ldots, 99\}$
1.25	$\{x : x = 8n - 2,\ n \in N\}$	$\{2, 4, 8, \ldots, 32\}$
1.26	$\{x : x = y + z,\ y, z \in \{2, 3, 4\}\}$	$\left\{-\frac{2}{2^2}, +\frac{2}{3^2}, -\frac{2}{4^2}, \ldots\right\}$
1.27	$\{x : x^2 + 6x + 8 = 0, x \in N\}$	$\{2^2, 4^2, 6^2 \ldots\}$
1.28	$\{x : (x + 4)(x - 3) = 0\}$	$\left\{\frac{2}{1^3}, \frac{4}{2^3}, \frac{6}{3^3}, \frac{8}{4^3}, \frac{10}{5^3}\right\}$
1.29	$\{x : x + 9 = 3x + 15\}$	$\{0, \pm3, \pm6, \pm9, \ldots, \pm30\}$

1.30	$\{x : -1 \le x \le 8, x \in N\}$	$\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \ldots, \frac{1}{22}\right\}$

2. U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} – универсалды жиын болсын. Берілген *A, B, C* жиындары үшін табу керек:

а) $A \cup C$;
б) $A \cap B$;
в) $A \setminus B$;
г) $A \oplus B$;
д) $\overline{A \cap B}$;
е) $\overline{A} \cap \overline{B}$;
ж) $(A \cup C) \setminus B$;
и) $(A \cap B) \cup C$.

№	*A*	*B*	*C*
2.1	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}
2.2	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}
2.3	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}
2.4	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}
2.5	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}
2.6	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}
2.7	{1,2,3,5,7,9,10}	{3,4,5,6,7,8}	{2,4,6,7,8,9}
2.8	{6,7,8,9,10}	{1,2,3,4,5,6,7}	{3,4,5,6,7,8}
2.9	{1,3,5,7,8,9}	{2,4,6,8,10}	{7,8,9,1,2,3}
2.10	{2,4,6,7,8,9}	{1,3,5,6,7,8}	{8,9,10,1,2,3}
2.11	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}
2.12	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}
2.13	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}
2.14	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}
2.15	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}
2.16	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}
2.17	{2,4,6,7,8,9}	{1,2,3,5,7,9,10}	{3,4,5,6,7,8}
2.18	{3,4,5,6,7,8}	{6,7,8,9,10}	{1,2,3,4,5,6,7}
2.19	{7,8,9,1,2,3}	{1,3,5,7,8,9}	{2,4,6,8,10}
2.20	{8,9,10,1,2,3}	{2,4,6,7,8,9}	{1,3,5,6,7,8}
2.21	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}
2.22	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}
2.23	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}
2.24	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}
2,25	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}
2.26	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}
2.27	{3,4,5,6,7,8}	{2,4,6,7,8,9}	{1,2,3,5,7,9,10}
2.28	{1,2,3,4,5,6,7}	{3,4,5,6,7,8}	{6,7,8,9,10}

2.29	{2,4,6,8,10}	{7,8,9,1,2,3}	{1,3,5,7,8,9}
2.30	{1,3,5,6,7,8}	{8,9,10,1,2,3}	{2,4,6,7,8,9}

3. U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} – универсалды жиын болсын. Берілген A және B жиындары үшін табу керек:

а) $A\times B$;

б) $B\times A$;

в) A^2;

г) A жиынының булеанын (яғни ішкі жиындар жиынын);

д) A жиынының қандай да бір бүркеуін;

е) A жиынының қандай да бір бөліктеуін;

ж) ішкі жиындардың кез келген A жиынын (булеан да емес, бүркеу де емес, бөліктеу де емес).

№	A	B	№	A	B
3.1	{1,2,3}	{4,5}	3.2	{3,4,5}	{7,8}
3.3	{7,8,9}	{1,2,3}	3.4	{7,8,9}	{3,4,5}
3.5	{4,5,8}	{2,3,5}	3.6	{4,7,8}	{9,0}
3.7	{3,4,9}	{6,7,8}	3.8	{2,6,8}	{1,2,3}
3.9	{3,5,7}	{1,4,6}	3.10	{8,9,0}	{1,2,4}
3.11	{1,3,5}	{6,7,8}	3.12	{0,1,2}	{8,9}
3.13	{6,7,8}	{4,5}	3.14	{4,5,6}	{1,2}
3.15	{3,4,8}	{1,9}	3.16	{2,9,5}	{3,4}
3.17	{4,6,8}	{1,2,3}	3.18	{1,2,3}	{4,7,9}
3.19	{1,5,6}	{2,3}	3.20	{1,3,5}	{2,7,8}
3.21	{6,7,9}	{5,8}	3.22	{6,7,8}	{5,9}
3.23	{2,4,6}	{3,5}	3.24	{3,4,7}	{8,9}
3.25	{5,6,0}	{1,2}	3.26	{5,6,8}	{2,3,7}
3.27	{1,3,4}	{7,8}	3.28	{1,3,5}	{6,7}
3.29	{2,7,8}	{4,6,9}	3.30	{3,4,6}	{1,9}

4. Теңдікті Эйлер-Венн диаграммасы көмегімен дәлелдеу керек.

4.1	$A \setminus (B\cup C)=(A \setminus B)\cap(A \setminus C)$	4.2	$(A\cup B) \setminus (C\cap A)=(A \setminus C) \cup(B \setminus A)$
4.3	$A \setminus (B\cap C)=(A \setminus B) \cup(A \setminus C)$	4.4	$(A\cup B)\setminus(C\cap B)=(A\setminus B)\cup(B\setminus C)$
4.5	$(A \setminus B)\cap C=(A\cap C) \setminus (B\cap C)$	4.6	$(B\setminus C)\setminus(A\cup C)=(B\setminus A)\cap(B\setminus C)$
4.7	$(A \setminus B)\cup C=(A\cup C) \setminus (B\setminus C)$	4.8	$A\cup(B\setminus C)=(A\cup B)\setminus(C\setminus A)$
4.9	$A\cap(B \setminus C)=(A\cap B) \setminus (A\cap C)$	4.10	$(A\cap B)\setminus C=(A\cap B)\setminus(A\cap C)$
4.11	$(A \setminus B) \setminus C=(A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$	4.12	$(A\cup B)\setminus C=(A\setminus C)\cup(B\setminus C)$
4.13	$(A \setminus C)\cup(A\cap B)=A \setminus (C \setminus B)$	4.14	$B \setminus (A\cap C)=(B \setminus A) \cup(B \setminus C)$
4.15	$(A\cap B) \setminus C =A\cap(B\setminus C)$	4.16	$(B\cap C)\setminus(A\cap C)=(C\setminus A)\cap(B\setminus A)$
4.17	$(A\cup C) \setminus (B\setminus A)=A\cup(C \setminus B)$	4.18	$(A\cap B)\setminus(A\cap C)=(A\setminus C)\cap(B\setminus C)$
4.19	$(A\cap B) \setminus (A\cap C)= (A\cap B) \setminus C$	4.20	$(A\bigcap B)\setminus C=(A\setminus C)\bigcap(B\setminus C)$

4.21	$(A\cup B)\setminus C=(A\setminus C)\cup(B\setminus C)$	4.22	$(A\setminus B)\setminus C=(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$
4.23	$A\setminus(B\setminus C)=(A\setminus B)\cup(A\cap C)$	4.24	$(C\setminus A)\cup(C\setminus B)=C\setminus(A\cap B)$
4.25	$A\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\setminus C$	4.26	$(B\setminus A)\cup(B\setminus C)=B\setminus(A\cap C)$
4.27	$(A\setminus B)\cap C=(A\cap C)\setminus B$	4.28	$(B\setminus C)\cup(A\cap B)=B\setminus(C\setminus A)$
4.29	$(A\setminus B)\cup(C\setminus B)=(A\cup C)\setminus B$	4.30	$(B\setminus A)\setminus C=(B\setminus C)\setminus(A\setminus C)$

5. $[P]$ және $[Q]$ қандай да бір бинарлық қатынастардың матрицалары болсын. Табу керек $[P\cup Q]$, $[P\cap Q]$, $[P\circ Q]$, $[P^{-1}]$, $[\overline{P}]$. $P\subseteq Q$ және $Q\subseteq P$ енулерін тексеру керек.

№	[P]	[Q]	№	[P]	[Q]
5.1	$\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$	5.2	$\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$
5.3	$\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$	5.4	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}$
5.5	$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$	5.6	$\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$
5.7	$\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	5.8	$\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$
5.9	$\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}$	5.10	$\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$
5.11	$\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$	5.12	$\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$
5.13	$\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$	5.14	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}$
5.15	$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$	5.16	$\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$
5.17	$\begin{pmatrix}1&1\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	5.18	$\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$
5.19	$\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}$	5.20	$\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$
5.21	$\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$	5.22	$\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$
5.23	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\0&1\end{pmatrix}$	5.24	$\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$

5.25	$\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}$	5.26	$\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{pmatrix}$
5.27	$\begin{pmatrix}0 & 0\\1 & 0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & 1\end{pmatrix}$	5.28	$\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$
5.29	$\begin{pmatrix}0 & 1\\0 & 0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}$	5.30	$\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0 & 0\\1 & 1\end{pmatrix}$

6. $A=\{a,b,c\}$ және $B=\{1,2,3,4\}$ жиындары мен $P_1 \subseteq A\times B$, $P_2 \subseteq B^2$ қатынастары үшін:

а) $[P_1]$ және $[P_2]$ қатынастарының матрицасын құру керек;

б) қатынастарды графиктік түрде кескіндеу керек;

в) табу керек $P_1^{-1}, \overline{P_1}, P_1 \circ P_2$;

г) P_2 қатынасы үшін рефлексивтік, симметриялық, антисимметриялық, транзитивтілік қасиеттері орындалатынын тексеру керек.

№	P_1	P_2
6.1	$\{(a,1),(a,2),(b,3),(c,2),(c,3),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(4,4)\}$
6.2	$\{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
6.3	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(c,2),(c,3),(c,4)\}$	$\{(2,1),(3,1),(3,2),(4,1),(4,3)\}$
6.4	$\{(a,1),(a,2),(b,2),(b,4),(c,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,2),(2,2),(4,3),(3,3),(4,4)\}$
6.5	$\{(a,1),(a,4),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(4,3),(3,4),(4,1)\}$
6.6	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,1),(b,4),(c,3)\}$	$\{(1,1),(2,4),(2,1),(3,3),(4,1),(4,2)\}$
6.7	$\{(a,1),(b,1),(b,3),(b,4),(c,3),(c,2)\}$	$\{(1,3),(1,4),(2,2),(4,3),(3,3),(4,4)\}$
6.8	$\{(a,1),(b,3),(c,1),(c,3),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),$ $(3,2),(3,3),(3,4),(4,1),(4,3),(4,4)\}$
6.9	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,3),(c,1),(c,4)\}$	$\{(1,3),(1,2),(2,3),(3,2),(3,4),(4,1)\}$
6.10	$\{(a,2),(a,3),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(2,2),(4,1),(3,3),(4,4)\}$
6.11	$\{(a,2),(a,4),(b,3),(c,1),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,3),(2,4),(3,1),(3,4),(4,2),(4,3)\}$
6.12	$\{(b,1),(b,3),(c,1),(c,3),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),$ $(3,4),(4,2),(4,3),(4,4)\}$
6.13	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,2),(b,4),(c,3)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,4),(4,2)\}$
6.14	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(c,1),(c,4),(c,3)\}$	$\{(1,4),(2,3),(2,1),(3,4),(4,2)\}$

6.15	$\{(a,1),(a,2),(b,3),(b,4),(c,3),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3)\}$
6.16	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(b,2),(b,4)\}$	$\{(1,1),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(3,2),(4,3),(4,4)\}$
6.17	$\{(a,3),(b,4),(b,3),(b,1),(b,2),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,3),(2,4),(3,3),(3,1),(4,2)\}$
6.18	$\{(a,3),(b,4),(b,3),(c,1),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(4,3),(4,2)\}$
6.19	$\{(a,1),(b,2),(b,3),(c,1),(c,3),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,3),(3,4),(4,1),(4,4)\}$
6.20	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(c,1),(c,2),(b,3)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,3),(4,1),(4,3),(4,4),(3,3)\}$
6.21	$\{(a,2),(a,4),(b,1),(b,2),(b,4),$ $(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,4),(4,1),(3,2),(1,3)\}$
6.22	$\{(a,3),(a,4),(b,1),(b,4),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,4),(2,3),(4,4),(4,2),(3,3),(3,4)\}$
6.23	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(c,4),$ $(c,2),(c,3)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,2),(3,3),$ $(3,4),(4,3),(4,4)\}$
6.24	$\{(a,3),(b,2),(b,1),(b,4),(c,1),$ $(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,2),(2,4),(3,3),(3,2),(3,4),(4,4)\}$
6.25	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,4),(c,1)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(1,4),(3,4),(4,2),(2,4)\}$
6.26	$\{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
6.27	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(c,3),(c,2),(c,4)\}$	$\{(2,1),(3,1),(3,2),(4,1),(4,2)\}$
6.28	$\{(a,1),(a,2),(b,2),(b,4),(c,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,2),(2,2),(4,3),(3,3),(4,4)\}$
6.29	$\{(a,1),(a,4),(b,2),(b,3),(c,1),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(4,3),(3,4),(4,1)\}$
6.30	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,1),(b,4),(c,2)\}$	$\{(1,1),(2,4),(2,1),(3,3),(4,1),(4,3)\}$

7. A={a,d,c,d,e} немесе A={a,d,c,d} жиынында P қатынасының реттік қатынас ($P = \prec$) болатындығын дәлелдеу керек. Бұл қандай реттілік (бөліктеп қатаң емес, қатаң, сызықты)? Реттелген $(A,\prec)$ жиыны үшін Хассе диаграммасын құру керек.

№	P	№	P
7.1	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c)\}$	7.2	$\{(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)\}$
7.3	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c),(c,d),$ $(a,d),(b,d)\}$	7.4	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c),$ $(a,e), (d,b),(e,b)\}$
7.5	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,b),(a,c),(b,c),$ $(b,d),(c,d),(a,d)\}$	7.6	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(c,a),(c,b),$ $(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)\}$
7.7	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(d,a),(d,b),$ $(d,c),(e,a),(e,b),(e,c),(e,d)\}$	7.8	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c),$ $(e,d), (e,c)\}$
7.9	$\{(a,b),(c,a),(c,b,),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)\}$	7.10	$\{(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)\}$

7.11	$\{(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)\}$	7.12	$\{(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)\}$
7.13	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)\}$	7.14	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,a),(c,b),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)\}$
7.15	$\{(a,b),(a,c),(a,e),(d,b),(e,b)\}$	7.16	$\{(a,b),(c,b),(a,c),(e,d),(e,c),(e,b)\}$
7.17	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c)\}$	7.18	$\{(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)\}$
7.19	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c),(c,d),(a,d),(b,d)\}$	7.20	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c),(a,e),(d,b),(e,b)\}$
7.21	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)\}$	7.22	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)\}$
7.23	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(d,a),(d,b),(d,c),(e,a),(e,b),(e,c),(e,d)\}$	7.24	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c),(e,d),(e,c)\}$
7.25	$\{(a,b),(c,a),(c,b,),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)\}$	7.26	$\{(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)\}$
7.27	$\{(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)\}$	7.28	$\{(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)\}$
7.29	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)\}$	7.30	$\{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,a),(c,b),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)\}$

8. $A=\{1,2,3,4\}$ жиынында P қатынасының эквиваленттік қатынас болатындығын дәлелдеу керек. Эквиваленттік кластарын және фактор-жиынды құру керек.

№	P	№	P
8.1	$\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.2	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$
8.3	$\{(1,1),(4,2),(2,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.4	$\{(1,1),(2,3),(3,2),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.5	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.6	$\{(1,1),(4,3),(3,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.7	$\{(1,1),(1,4),(4,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.8	$\{(1,1),(3,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
8.9	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,4),(3,3),(4,2),(4,3),(4,4)\}$	8.10	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$
8.11	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,2),(4,4)\}$	8.12	$\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.13	$\{(1,1),(2,3),(3,2),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.14	$\{(1,1),(4,2),(2,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.15	$\{(1,1),(4,3),(3,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.16	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.17	$\{(1,1),(3,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,1),(4,4)\}$	8.18	$\{(1,1),(1,4),(4,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.19	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,2),(4,4)\}$	8.20	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,4),(3,3),(4,2),(4,3),(4,4)\}$
8.21	$\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.22	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$
8.23	$\{(1,1),(4,2),(2,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.24	$\{(1,1),(2,3),(3,2),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.25	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.26	$\{(1,1),(4,3),(3,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.27	$\{(1,1),(1,4),(4,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.28	$\{(1,1),(3,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,1),(4,4)\}$

8.29	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,4),(3,3),$ $(4,2),(4,3),(4,4)\}$	8.30	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,2),(4,4)\}$

9. A={1,2,3,4,5,6} жиынының бөліктеуі үшін сәйкес эквиваленттілік қатынасын құру керек. Ол неге эквиваленттілік қатынасы болады? Эквиваленттілік кластар мен фактор – жиындарды жазу керек.

№	A	№	A
9.1	{{1,2},{3,4},{5,6}}	9.2	{{1},{2},{3},{4,5},{6}}
9.3	{{1},{2,3},{4,5,6}}	9.4	{{1},{2,3,4},{5,6}}
9.5	{{1,2,3},{4},{5,6}}	9.6	{{1},{2,3},{4},{5,6}}
9.7	{{1},{2},{3,4},{5,6}}	9.8	{{1,2},{3},{4,5},{6}}
9.9	{{1,2,3,4},{5},{6}}	9.10	{{1,2,3,4},{5,6}}
9.11	{{1,2},{3},{4},{5,6}}	9.12	{{1},{2,3,4,5},{6}}
9.13	{{1},{2,3,4},{5},{6}}	9.14	{{1},{2},{3},{4},{5,6}}
9.15	{{1,2},{3,4}{5},{6}}	9.16	{{1},{2},{3,4},{5},{6}}
9.17	{{1},{2},{3},{4,5,6}}	9.18	{{1},{2},{3},{4},{5},{6}}
9.19	{{1},{2},{3,4,5},{6}}	9.20	{{1},{2},{3,4,5,6}}
9.21	{{1,2,3,4,5},{6}}	9.22	{{1,2,3},{4},{5},{6}}
9.23	{{1,2,3},{4,5,6}}	9.24	{{1},{2,3},{4,5},{6}}
9.25	{{1,2},{3,4,5,6}}	9.26	{{1},{2,3,4,5,6}}
9.27	{{1,2},{3},{4},{5},{6}}	9.28	{{2},{1,3,4,5},{6}}
9.29	{{1,2,3},{4,5},{6}}	9.30	{{3},{1,2,4,5},{6}}

10. P және Q қатынастары берілген. Бұл қатынастардың функция болатындығын дәлелдеу керек. $P\circ Q$, $Q\circ P$ композицияларын табу керек. Бұл қатынастарға инъективтілік, сюръективтілік, биективтілік қасиеттерінің орындалуын тексеру керек.

10.1	$P=\{(x,x^2+1):x\in R\}$ $Q=\{(x,x+3):x\in R\}$	10.2	$P=\{(x,\sqrt{x^2+2}):x\in R\}$ $Q=\{(x,x^2+3):x\in R\}$
10.3	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x-2):x\in R\}$	10.4	$P=\left\{\left(x,3x^2+4\right):x\in R\right\}$ $Q=\left\{\left(x,x-6\right):x\in R\right\}$
10.5	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x+1):x\in R\}$	10.6	$P=\{(x,\sin x):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x):x\in R\}$
10.7	$P=\left\{\left(x,\sqrt[3]{x}\right):x\in R\right\}$ $Q=\left\{\left(x,x^2-6\right):x\in R\right\}$	10.8	$P=\{(x,\cos x):x\in R\}$ $Q=\{(x,1-x):x\in R\}$
10.9	$P=\{(x,x^2+3):x\in R\}$ $Q=\{(x,7x-2):x\in R\}$	10.10	$P=\{(x,x^3):x\in R\}$ $Q=\{(x,6x+2):x\in R\}$

10.11	$P=\{(x,x^2+4):x\in R\}$ $Q=\{(x,8x):x\in R\}$	10.12	$P=\{(x,x^2+4):x\in R\}$ $Q=\{(x,6x+2):x\in R\}$
10.13	$P=\{(x,x^4):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x+5):x\in R\}$	10.14	$P=\{(x,x^2+7):x\in R\}$ $Q=\{(x,x-3):x\in R\}$
10.15	$P=\{(x,x^2+6):x\in R\}$ $Q=\{(x,4x+3):x\in R\}$	10.16	$P=\{(x,x^2+4):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x-8):x\in R\}$
10.17	$P=\{(x,\sin x):x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+3):x\in R\}$	10.18	$P=\{(x,x^2-5):x\in R\}$ $Q=\{(x,7x+1):x\in R\}$
10.19	$P=\{(x,x^2+6):x\in R\}$ $Q=\{(x,x+1):x\in R\}$	10.20	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+2):x\in R\}$
10.21	$P=\{(x,x^2+8):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x-5):x\in R\}$	10.22	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x+1):x\in R\}$
10.23	$P=\{(x,x^2-4):x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+6):x\in R\}$	10.24	$P=\{(x,x^3):x\in R\}$ $Q=\{(x,7x+8):x\in R\}$
10.25	$P=\{(x,x^2+4):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x-8):x\in R\}$	10.26	$P=\{(x,\cos x):x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+1):x\in R\}$
10.27	$P=\{(x,x^2+7):x\in R\}$ $Q=\{(x,\frac{x+9}{4}):x\in R\}$	10.28	$P=\{(x,x^2+3):x\in R\}$ $Q=\{(x,7x-2):x\in R\}$
10.29	$P=\{(x,x^4):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x+5):x\in R\}$	10.30	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x-2):x\in R\}$

1.3 Типтік варианттың шешуі

1 а) $A=\{x:-3<x<4, x\in N\}$ жиынын элементтерін тізу арқылы жазу керек.

Шешуі: N={1,2,3,4,…} болғандықтан A={1,2,3}.

1б) $A=\left\{+\frac{2}{1},-\frac{4}{3},+\frac{6}{5},-\frac{8}{7}\right\}$ жиынын жалпы қасиеті бойынша арқылы жазу керек.

Шешуі:

$$A=\left\{x:x=(-1)^{n+1}\frac{2n}{2n-1},\ n\in N,\ n\le 4\right\}.$$

2 U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} – универсал жиыны берілген болсын. Берілген A={1,2,3,8,9,10}, B={1,3,5,6,7,8}, C={2,4,6,7,8,9} жиындары үшін табу керек

а) $A\cup C$;
б) $A\cap B$;
в) $A\setminus B$;
г) $A\oplus B$;

д) $\overline{A \cap B}$;

е) $\overline{A} \cap \overline{B}$;

ж) $(A \cup C) \setminus B$;

и) $(A \cap B) \cup C$.

Шешуі:

а) $A \cup C = \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\}$;

б) $A \cap B = \{1,3,8\}$;

в) $A \setminus B = \{2,9,10\}$;

г) $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{2,9,10\} \cup \{5,6,7\} = \{2,5,6,7,9,10\}$;

д) $\overline{A \cap B} = U \setminus (A \cap B) = \{2,4,5,6,7,9,10\}$;

е) $\overline{A} \cap \overline{B} = \{4,5,6,7\} \cap \{2,4,9,10\} = \{4\}$;

ж) $(A \cup C) \setminus B = \{2,4,9,10\}$;

и) $(A \cap B) \cup C = \{1,2,3,4,6,7,8,9\}$.

3 U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} – универсал жиыны берілген болсын. Берілген A={3,4,5} және B={6,7,9} жиындары үшін:

а) $A \times B$;

б) $B \times A$;

в) A^2;

г) A жиынының булеанын (яғни ішкі жиындар жиынын);

д) A жиынының қандай да бір бүркеуін;

е) A жиынының қандай да бір бөліктеуін;

ж) ішкі жиындардың кез келген A жиынын (булеан да емес, бүркеу де емес, бөліктеу де емес).

Шешуі:

а) $A \times B = \{(a,b) : a \in A,\ b \in B\} =$
$= \{(3,6),(3,7),(3,9),(4,6),(4,7),(4,9),(5,6),(5,7),(5,9)\}$;

б) $B \times A = \{(6,3),(6,4),(6,5),(7,3),(7,4),(7,5),(9,3),(9,4),(9,5)\}$;

в) $A^2 = A \times A = \{(3,3),(3,4),(3,5),(4,3),(4,4),(4,5),(5,3),(5,4),(5,5)\}$;

г) A жиыны үш элементтен тұрғандықтан, оның $\mathscr{P}(A)$ булеаны $2^3 = 8$ элементтен тұрады: $\mathscr{P}(A) = \{\varnothing, A, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}\}$;

д) мысалы, $A_1 = \{\{3,4\}, \{4,5\}, \{5\}\}$ - A-ның бүркеуі;

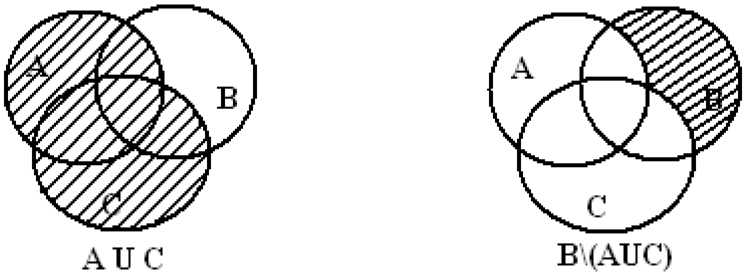
е) мысалы, $A_2 = \{\{3\}, \{4,5\}\}$- A-ның бөліктеуі;

ж) мысалы, $A_3 = \{\{4\}, \{5\}\}$ - булеан да емес, бөліктеу де емес, бүркеу де емес.

4 $B \setminus (A \cup C) = (B \setminus A) \cap (B \setminus C)$ теңдігін Эйлер-Венн диаграммасы көмегімен дәлелдеу керек.

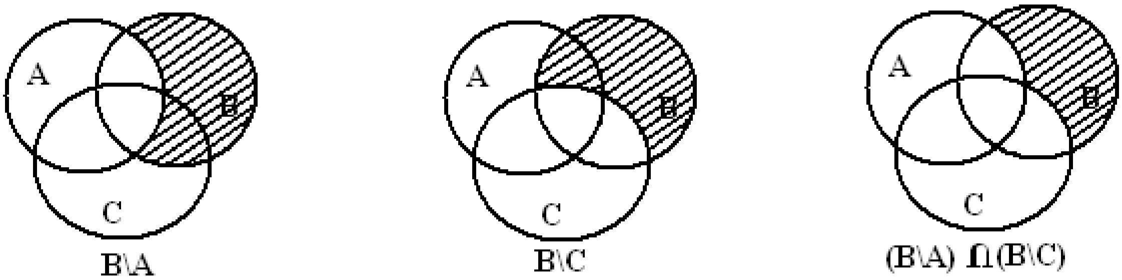
Шешуі: теңдіктің сол және оң жақтарын Эйлер-Венн диаграммасында бейнелейміз.

Сол жағы:



1 сурет- Эйлер –Венн диаграммасы

Оң жағы:



2 сурет- Эйлер –Венн диаграммасы

Сол және оң жақтарды бейнелейтін суреттерде жиындардың бірдей бөліктері белгіленген, бұл теңдікті дәлелдейді.

5 [P] $=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ және [Q] = $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ матрицалары қандай да бір бинарлық қатынастың матрицалары болсын. Табу керек [P$\cup$Q], [P$\cap$Q], [P$\circ$Q], [P^{-1}], [$\overline{P}$] . P$\subseteq$Q және Q$\subseteq$ P енулерінің орындалуын тексеру керек.

Шешуі: егер [P] = (p_{ij}), [Q] = (q_{ij}), онда [P$\cup$Q] =$(p_{ij}+q_{ij})$= [P]+[Q], мұндағы матрицалардың элементтері келесі ережелермен қосылады: 0+0=0, 1+0 = 0+1 = 1+1 =1; [P$\cap$Q] = =$(p_{ij}\cdot q_{ij})$= [P]*[Q], яғни сәйкес элементтер кәдімгі ереже бойынша көбейтіледі: $0\cdot 0=0\cdot 1=1\cdot 0=0$, $1\cdot 1=1$; [P$\circ$Q]=$[P]\cdot[Q]$ - матрицалар кәдімгідей көбейтіледі, бірақ [P] және [Q] матрицаларының элементтері жоғарыда келтірілген ереже бойынша қосылып, көбейтіледі; [P^{-1}]=[P]^{T}, мұндағы P^{-1} қатынасы P қатынасына кері қатынас; $\overline{P}$ - P қатынасының толықтауышы және оның [$\overline{P}$] матрицасы P қатынасының матрицасына тең, тек нөлдер бірмен, ал бірлер нөлдермен алмастырылған; егер P$\subseteq$Q, онда $p_{ij}\le q_{ij}\ \forall i,j$.

Біздің жағдайда

$[P\cup Q]=\begin{pmatrix}1+0 & 0+1\\ 1+1 & 0+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$;

$[P\cap Q]=\begin{pmatrix}1\cdot 0 & 0\cdot 1\\ 1\cdot 1 & 0\cdot 0\end{pmatrix}==\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$;

$[P\circ Q]=\begin{pmatrix}1\cdot 0+0\cdot 1 & 1\cdot 1+0\cdot 0\\ 1\cdot 0+0\cdot 1 & 1\cdot 1+0\cdot 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$;

$[P^{-1}]=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$;

$[\overline{P}]=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$; $\left.\begin{matrix}p_{11}=1; & q_{11}=0\\ p_{12}=0; & q_{12}=1\\ p_{21}=1; & q_{21}=1\\ p_{22}=0; & q_{22}=0\end{matrix}\right\}\rightarrow$ мысалы, p_{11} элементінің мәні q_{11} элементінің мәнінен кіші не тең емес болғандықтан, $P\subseteq Q$ енуі орынды емес;

q_{12} элементінің мәні p_{12} элементінің мәнінен кіші не тең емес болғандықтан, $Q\subseteq P$ енуі де орынды емес.

6 A={a,b,c,d} эәне B={1,2,3,4} жиындары мен $P_1=\{(a,1),(a,2),(c,1),(c,2),(c,4),(d,4)\}$ және $P_2=\{(1,1),(2,1),(2,4),(3,3),(4,1),(4,3)\}$ $P_1\subseteq A\times B$, $P_2\subseteq B^2$ қатынастары үшін:

а) $[P_1]$ және $[P_2]$ қатынастарының матрицасын құру керек;

б) қатынастарды графиктік түрде кескіндеу керек;

в) табу керек $P_1^{-1},\overline{P_1},P_1\circ P_2$;

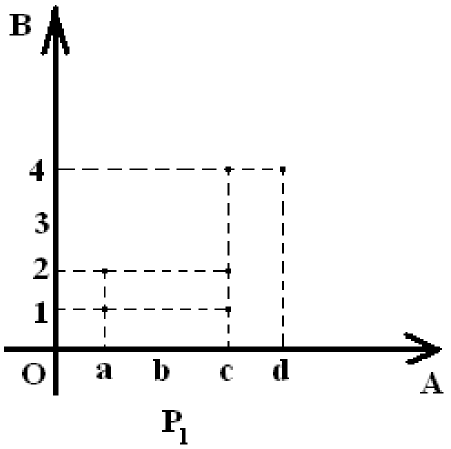
г) P_2 қатынасы үшін рефлексивтік, симметриялық, антисимметриялық транзитивтілік қасиеттері орындалатынын тексеру керек.

Шешуі:

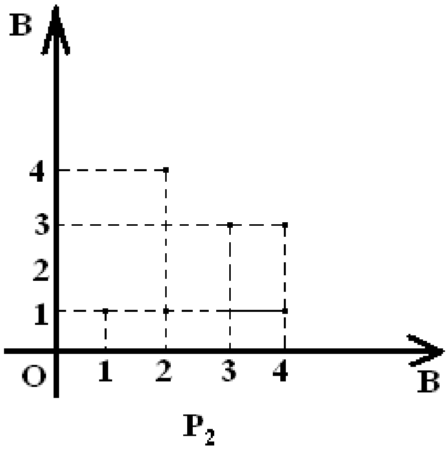
а) егер $p_{ij}=\begin{cases}1,(a_i,b_j)\in P\\ 0,(a_i,b_j)\notin P\end{cases}$, $i=1,2,...,m,\ j=1,2,...n$ болса, онда анықтама бойынша $[P]=(p_{ij})$- P қатынасының матрицасы

Сонымен, $[P_1]=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $[P_2]=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$;

б) P_1 және P_2 қатынастарының графиктік түрде кескінделуі 3 және 4 суреттерінде көрсетілген.

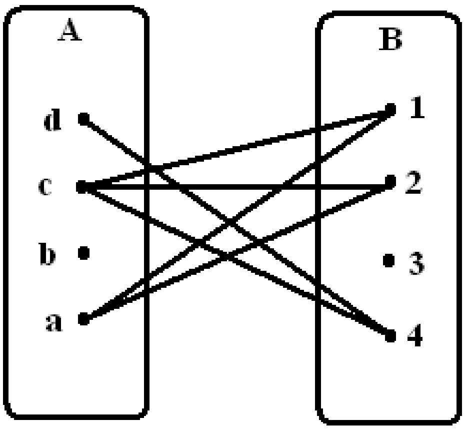


3 сурет - P_1 графигі

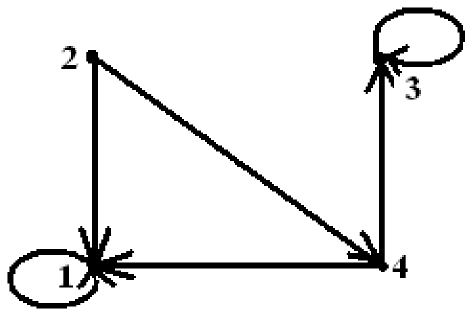


4 сурет - P_2 графигі

Қатынастардың графиктік түрде кескінделуінің басқа да тәсілдері бар. Мысалы, P_1 графиктік түрде кескінделуі 5 суретте, ал P_2 қатынасынықі – 6 суретте көрсетілген (яғни бағытталған граф ретінде);



5 сурет - P_1 графигі



6 сурет - P_2 графигі

в) $P^{-1}=\{(b,a)/(a,b)\in P\}$ болғандықтан, онда $P_1^{-1}=\{(1,a),(2,a),(1,c),(2,c),\ (4,c),(4,d)\}$, $P_1^{-1}\subseteq B\times A$.

$\overline{P}=\{(a,b)/(a,b)\notin P\},\overline{P}\subseteq A\times B$ және

$A\times B=\{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(b,1),(b,2),(b,3),(b,4)(c,1),(c,2),(c,3),(c,4),$ $(d,1),(d,2),(d,3),(d,4)\}$ ескерсек, онда P_1 -дің толықтауышы

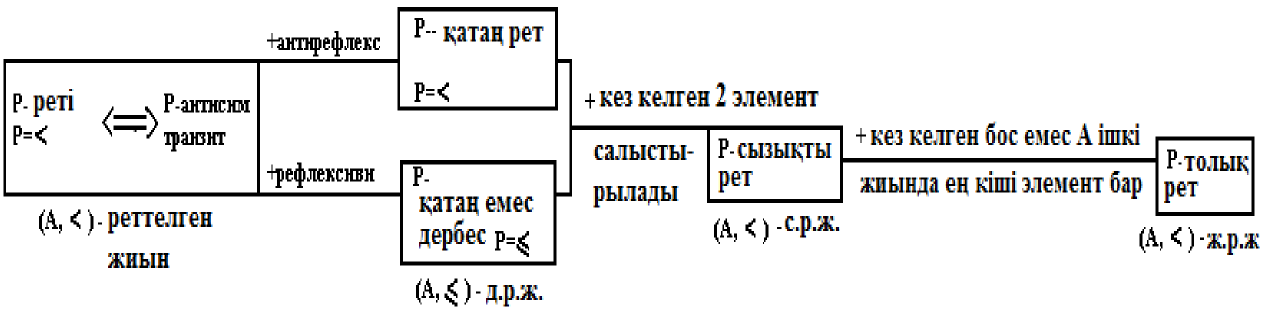
$\overline{P_1}=\{(a,3),(a,4),(b,1),(b,1),(b,2),(b,3),(b,4),(c,3),(d,1),(d,2),(d,3)\}$ болады.

Анықтама бойынша $P_1\circ P_2$ = {(a,c)| $a\in A$, $c\in C$ және $\exists b\in B$: $(a,b)\in P_1$ және $(b,c)\in P_2$}, мұндағы $P_1\subseteq A\times B$, $P_2\subseteq B\times C$ онда $P_1\circ P_2=\{(a,1),(a,4),(c,1),(c,4),(c,3),(d,1),(d,3)\}$;

г) P_2 қатынасының қасиеттерін оның матрицасы арқылы анықтаған қолайлы $[P_2]=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$. Бұл матрицаның бас диагоналінде тек бірлер ғана емес болғандықтан, P_2 қатынасы рефлексивті емес; $[P_2]\neq[P_2]^T$ болғандықтан, ол симметриялы емес. $[P_2]*[P_2]^T$ матрицасының бас диагоналден басқа элементтердің бәрі нөлдер болғандықтан, P_2 қатынасы антисимметриялы; мысалы, $(2,4)\in P_2,(4,3)\in P_2$, бірақ $(2,3)\notin P_2$, онда P_2 транзитивті емес.

7 A={a,d,c,d,e} жиынында $P=\{(a,b),(a,c),(a,d),(a,e),(b,e),(c,e)\}$ қатынасының реттік қатынас $(P=\prec)$ болатындығын дәлелдеу керек. Бұл қандай реттілік (бөліктеп қатаң емес, қатаң, сызықты)? Реттелген $(A,\prec)$ жиыны үшін Хассе диаграммасын құру керек.

Шешуі: қатынас ретінің терминологиясы мен классификациясы әр оқулықта әртүрлі екенін айта кетелік. Біз төменде келтірілген сұлбаны ұстанамыз. 7 суретте $P\subseteq A^2$ қатынасы қарастырылған. Д,р,ж,, с.р.ж., ж.р.ж қысқартулары дербес, сызықты, жақсы реттелген жиындпрды белгілеу үшін қолданылды. Сонымен қатар, егер A ақырлы жиын болса, онда сызықты реттелген жиын жақсы реттелген жиын да болады.



7 сурет

Біздің қатынас үшін рефлексивті, симметриялы, антисимметриялы және транзитивті қасиеттерінің орындалуын тексереміз. Оны қатынастың матрица - сы арқылы тексерген қолайлы.

$$[P]=\begin{pmatrix}0&1&1&1&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$ – берілген қатынастың матрицасы.

Бұл матрицаның бас диагоналінде тек бірлер емес болғандықтан, P қатынасы рефлексивті емес; $[P]^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq [P]$, яғни P симметриялы емес; $[P]*[P]^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, матрицасының бас диагоналден басқа элементтердің бәрі нөлдер болғандықтан, P қатынасы антисимметриялы; P қатынастың транзитивті болуы үшін, $P \circ P \subseteq P$ енуі немесе егер $[P \circ P] = (a_{ij})$, $[P] = (p_{ij})$, онда $a_{ij} \le p_{ij}$. Ол үшін $[P \circ P] =$

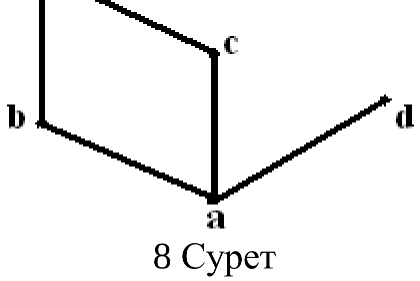
$$= [P] \cdot [P] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Бұдан $a_{ij} \le p_{ij}$ $\forall i, j$, бұл P-ның транзитивтілігіне көз жеткізеді.

Сонымен, P рефлексивті емес, антисимметриялы және транзитивті, сондықтан бұл қатынас қатаңретті болады. b және c, c және d, b және d элементтері салыстырылмайтын болғандықтан, P сызықты ретті емес. Егер ақырлы жиында анықталған реттілік сызықты болмаса, онда ол толық емес.

$(A, \prec)$- реттелген жиын болсын. Егер А ақырлы болса, онда $(A, \prec)$ жиынын сұлба ретінде (Хассе диаграммасы) бейнелеуге болады. Егер $x \prec y$ болса, онда x және y нүктелермен бейнеленеді, егер x ниже y-тен төмен болса, сызықпен қосылады.

Хассе диаграммасын құрайық. Реттік қатынастың транзитивтілігін ескерсек, мысалы, a және e элементтерін сызықпен қосудың қажеті жоқ, себебі егер $a \prec b$ және $b \prec e$, онда $a \prec e$.



8 Сурет

P рефлексивті болған жағдайда, яғни P дербес ретті немесе қатаң емес ретті болса, Хассе диаграммасында әрбір төбеде тұзақ пайда болады.

8 $A=\{1,2,3,4\}$ жиынында $P=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\}$ қатынасының эквиваленттік қатынас болатындығын дәлелдеу керек. Эквиваленттік кластарын және фактор-жиынды құру керек.

Шешуі: егер E қатынасы рефлексивті, симметриялы, транзитивті болса, онда ол эквивалентті болады. P қатынасының матрицасын құрып, ол бойынша қасиеттерін анықтаймыз.

$$[P]=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&1&1\end{pmatrix}.$$

Бұл матрицаның бас диагоналінде тек бірлер болғандықтан, P қатынасы рефлексивті; $[P]=[P]^T$ болғандықтан, ол симметриялы.

$$[P\circ P]=[P]\cdot[P]=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&1&1\end{pmatrix}.$$

Сонымен, $[P\circ P]=[P]$, бұл P-ның транзитивтілігін дәлелдейді.

P – рефлексивті, симметриялы, транзитивті, сондықтан ол эквивалентті қатынас болады.

$a\in A$ элементінің эквивалентті класы деп $[a]_E=[a]=\{x:(x,a)\in E\}$ жиыны айтылады. Барлық эквиваленттік кластар жиыны $A/E=\{[a]_E : a\in A\}$ A жиынының E-ге қатысты фактор-жиыны деп аталады.

A/E жиыны A жиынының бөліктеуі болып табылады.

$A=\{1,2,3,4\}$ жиынының әрбір элементі үшін эквивалентті кластары:

$[1]=\{x:(x,1)\in P\}=\{1;2\}$,

$[2]=\{x:(x,2)\in P\}=\{1;2\}$,

$[3]=\{x:(x,3)\in P\}=\{3;4\}$,

$[4]=\{x:(x,4)\in P\}=\{3;4\}$.

Сонымен, $[1]=[2], [3]=[4]$.

A жиынының P-ге қатысты фактор-жиыны: $A/P=\{\{1,2\},\{3,4\}\}$.

9 A={1,2,3,4,5,6} жиынының {{1,3},{2,4,5},{6}} бөліктеуі үшін сәйкес эквиваленттілік қатынасын құру керек. Ол неге эквиваленттілік қатынасы болады? Эквиваленттілік кластар мен фактор – жиындарды жазу керек.

Шешуі: A=$\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ – A жиынының бөліктеуі болсын, мұндағы $A_i\,(i=1,2,\ldots,n)$ – A жиынының ішкі жиындары. Сонда $E=\{(x,y): x,y\in A_i, i=1,2,\ldots,n\}$ – осы бөліктеуге сәйкес эквиваленттік қатынасы.

Сонымен, біздің жағдайда E ={(1,1),(1,3),(3,1),(3,3),(2,2)(2,4),(2,5),(4,2),(4,4)(4,5),(5,2),(5,4),(5,5),(6,6)} – берілген бөліктеуге сәйкес эквиваленттік қатынасы. Бұл эквиваленттік қатынас екендігіне көз жеткізу үшін, оның матрицасын табамыз:

$$[E]=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица бойынша E рефлексивті екендігін анықтаймыз (бас диагоналда бәрі нөлдер), симметриялы ($[E]=[E]^T$), транзитивті ($[E\circ E]=[E]$). Сондықтан, E – эквиваленттік қатынас. Эквиваленттік кластары: [1]=[3]={1,3}, [2]=[4]=[5]={2,4,5}, [6]={6}. A жиынының E-ге қатысты фактор-жиыны берілген бөліктеу A/E = ={{1,3},{2,4,5},{6}} болып табылады.

10 $P=\{(x,x^2+4)/x\in R\}$ және $Q=\{(x,x^3+6)/x\in R\}$ қатынастары берілген:

а) бұл қатынастардың функция болатындығын дәлелдеу керек;

б) $P\circ Q,\quad Q\circ P$ композицияларын табу керек;

в) бұл қатынастарға инъективті, сюръективті, биективті қасиеттерінің орындалуын тексеру керек

Шешуі:

а) егер $[(x,y_1)\in P,(x,y_2)\in P]\Rightarrow y_1=y_2$ немесе кез келген $x\in A$ үшін $(x,y)\in P$ орындалатындай y жалғыз табылатын болса, $P\subseteq A\times B$ қатынасы функция болады.

Біздің жағыдайда P және Q функциялар болады, себебі кез келген нақты x саны үшін, (x^2+4) және (x^3+6) сандары табылып, олар жалғыз болады;

б) $P\circ Q=\{(x,(x^2+4)^3+6)/x\in R\}$, $Q\circ P=\{(x,(x^3+6)^2+4)/x\in R\}$;

в) берілген функцияларды инъективтілікке тексереміз. Егер $[(x_1,y)\in P,(x_2,y)\in P]\Rightarrow x_1=x_2$ немесе $x_1\neq x_2\Rightarrow y(x_1)\neq y(x_2)$ болса, онда P функциясы инъективті деп аталады. $P=\{(x,x^2+4)/x\in R\}$ функциясы үшін инъективтілік шарттары орындалмайды себебі x-тің екі мәніне ($x_1\neq x_2$) y-тің жалғыз мәні сәйкес келеді. Мысалы, $x_1 = 1,\ x_2 = -1\ (x_1 \neq x_2)$, бірақ $y(1) = (1)^2 + 4 = 5$ және $y(-1) = (-1)^2 + 4 = 5$, яғни $y(1) = y(-1)$.

$Q = \{(x, x^3 + 6) / x \in R\}$ инъективті, себебі кез келген нақты x_1, x_2 $(x_1 \neq x_2)$ саны үшін $(x_1^3 + 6) \neq (x_2^3 + 6)$ орындалады.

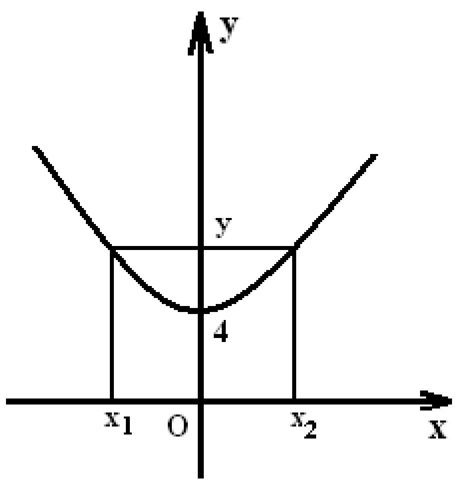
Функцияны сюръективтілікке тексереміз. Егер кез келген $y \in B$ үшін $(x, y) \in P$ орындалатындай $x \in A$ табылса, онда $P \subseteq A \times B$ функциясы сюръективті деп аталады немесе P қатынасының мәндерінің жиыны B $(E_p = B)$ жиынымен беттеседі.

$P = \{(x, x^2 + 4) / x \in R\}$, $P \subseteq R \times R$ функциясы сюръективті емес, себебі мәндерінің жиыны $E_p = [4; +\infty) \neq R$.

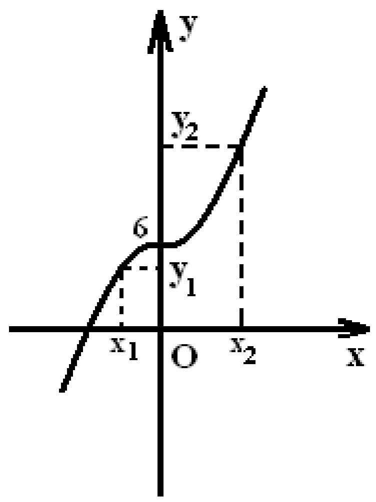
$Q = \{(x, x^3 + 6) / x \in R\}$, $Q \subseteq R \times R$ функциясы сюръективті, себебі $E_Q = R$

Егер функция әрі инъективті, әрі сюръективті болса, онда ол биективті деп аталады. Сондықтан $P-$ биективті емес функция, Q – биективті.

Инъективті, сюръективті және биективті қасиеттерді функцияның графигі бойынша анықтауға болады. Берілген функционалдық қатынастарды кәдімгі функция етіп жазамыз: $P: y = x^2 + 4$; $Q: y = x^3 + 6$. Бұл функциялардың графиктері 9 және 10 суреттерде кескінделген.



9 сурет - P графигі



10 сурет - Q графигі

2 Есептеу-сызба жұмыс №2. Математикалық логика элементтері

Мақсаты: математикалық логиканың негізгі ұғымдарымен таныстыру, олардың қасиеттері мен кейбір қолдануларын қарастыру.

2.1 Теориялық сұрақтар

1 Тұжырымдар логикасының негізгі ұғымдары. Тұжырымдар, негізгі логикалық қисаптар (операциялар).

2 Логикалық айнымалылар және формулалар. Логикалық қисаптар мен формулалардың ақиқаттық кестесі.

3 Логика алгебрасының функциялары. Логика функцияларының берілу тәсілдері.

4 Формулалардың эквиваленттілігі. Логика алгебрасының негізгі эквивалентті қарым қатынастар.

5 Логикалық функциялардың толық жүйесі. Логикалық функцияларды ДҚФ, КҚФ келтіру.

6 Мүлтіксіз ДҚФ және КҚФ (МДҚФ және МКҚФ).

7 ДҚФ класында минимизациялау. Карно картасы.

8 Коммутациялық сұлбалар.

9 Екі жақтылық. Буль алгебрасы және жиындар теориясы.

2.2 Есептік тапсырмалар

1. Формуламен берілген *f(x,y)* функциясын:

а) ақиқаттық кестесімен;

б) бірлік және нөлдік жиынтықтармен;

в) мәндерінің векторымен жазу керек.

№	*f*(*x*,*y*)	№	*f*(*x*,*y*)
1.1	$(x \to y) \leftrightarrow (x \downarrow \bar{y})$	1.2	$(x \leftrightarrow \bar{y}) \vee (x \downarrow y)$
1.3	$(x \vee \bar{y}) \leftrightarrow (x \downarrow y)$	1.4	$(x \wedge \bar{y}) \leftrightarrow (x \oplus y)$
1.5	$(x \vee \bar{y}) \to (x \oplus y)$	1.6	$(x \oplus \bar{y}) \leftrightarrow (x \vee y)$
1.7	$(x \mid y) \leftrightarrow (x \wedge \bar{y})$	1.8	$(x \wedge \bar{y}) \downarrow (y \to x)$
1.9	$(x \oplus \bar{y}) \to (x \downarrow y)$	1.10	$(x \to y) \leftrightarrow (x \downarrow \bar{y})$
1.11	$x \leftrightarrow (y \to (x \downarrow \bar{y}))$	1.12	$\bar{x} \downarrow (y \to (x \mid y))$
1.13	$x \leftrightarrow (\bar{y} \to (x \oplus y))$	1.14	$x \to (\bar{y} \mid (x \oplus y))$
1.15	$x \downarrow (\bar{y} \to (x \vee y))$	1.16	$x \oplus (\bar{y} \to (x \leftrightarrow y))$
1.17	$x \oplus (y \to (x \leftrightarrow \bar{y}))$	1.18	$x \leftrightarrow (y \wedge (\bar{y} \to x))$
1.19	$(x \downarrow y) \mid (\bar{x} \vee y)$	1.20	$(x \mid y) \to (\bar{x} \oplus y)$
1.21	$(x \vee y) \to (\bar{x} \downarrow y)$	1.22	$(x \vee y) \downarrow (y \to \bar{x})$
1.23	$(x \oplus y) \mid (\bar{x} \downarrow y)$	1.24	$(x \wedge y) \leftrightarrow (\bar{x} \downarrow y)$
1.25	$x \downarrow (\bar{y} \oplus (y \to x))$	1.26	$x \mid (\bar{y} \oplus (x \vee y))$
1.27	$x \oplus (y \mid (\bar{x} \leftrightarrow y))$	1.28	$(x \vee \bar{y}) \mid (x \oplus y)$
1.29	$x \leftrightarrow (\bar{y} \vee (x \to y))$	1.30	$y \to (\bar{x} \mid (x \oplus y))$

2. Логикалық қисаптардың орындалу реті туралы келісуді қолданып *f(x,y)* формуласында жақшаларды қою керек. Формуланы тек теріске шығару, конъюнкция және дизъюнкция қисаптары көмегімен жазу керек; осы формуланы қысқарту керек.

№	$f(x,y)$	№	$f(x,y)$
2.1	$x \vee \bar{y} \leftrightarrow x \oplus y$	2.2	$x \oplus \bar{y} \to x \downarrow y$
2.3	$x \to \bar{y} \mid x \oplus y$	2.4	$x \leftrightarrow \bar{y} \to x \oplus y$
2.5	$x \to y \wedge x \downarrow \bar{y}$	2.6	$x \leftrightarrow y \to x \downarrow \bar{y}$
2.7	$x \oplus y \vee \bar{x} \to y$	2.8	$y \to \bar{x} \mid y \oplus x$
2.9	$x \leftrightarrow y \wedge x \to \bar{y}$	2.10	$x \mid y \to \bar{x} \oplus y$
2.11	$x \downarrow \bar{y} \oplus x \vee y$	2.12	$x \wedge y \leftrightarrow \bar{x} \downarrow y$
2.13	$x \downarrow y \mid \bar{x} \vee y$	2.14	$x \vee y \to \bar{x} \downarrow y$
2.15	$x \oplus \bar{y} \leftrightarrow x \vee y$	2.16	$x \mid y \leftrightarrow x \wedge \bar{y}$
2.17	$\bar{x} \downarrow y \vee x \mid y$	2.18	$x \vee \bar{y} \mid x \oplus y$
2.19	$x \leftrightarrow \bar{y} \wedge x \to y$	2.20	$x \to \bar{y} \downarrow x \vee y$
2.21	$x \oplus \bar{y} \to x \leftrightarrow y$	2.22	$x \oplus y \to x \leftrightarrow \bar{y}$
2.23	$x \wedge \bar{y} \downarrow y \to x$	2.24	$x \oplus y \mid \bar{x} \wedge y$
2.25	$x \vee \bar{y} \leftrightarrow x \downarrow y$	2.26	$x \wedge y \leftrightarrow x \downarrow \bar{y}$
2.27	$x \vee \bar{y} \downarrow x \to y$	2.28	$x \leftrightarrow \bar{y} \wedge x \downarrow y$
2.29	$x \mid \bar{y} \oplus x \vee y$	2.30	$x \wedge \bar{y} \leftrightarrow x \downarrow y$

3. $f_1(x,y,z)$ және $f_2(x,y,z)$ формулаларын эквиваленттілікке тексеру керек:

а) ақиқаттық кестесі көмегімен;

б) формулаларды эквивалентті түрлендіру көмегімен МДҚФ немесе МКҚФ-ке келтіру арқылы.

№	$f_1(x,y,z)$	$f_2(x,y,z)$
3.1	$x \to (y \oplus z)$	$(x \to y) \oplus (x \to z)$
3.2	$x \mid (y \to z)$	$(x \mid y) \to (x \mid z)$
3.3	$x \wedge (y \oplus z)$	$(x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$
3.4	$x \wedge (y \to z)$	$(x \wedge y) \to (x \wedge z)$
3.5	$x \wedge (y \leftrightarrow z)$	$(x \wedge y) \leftrightarrow (x \wedge z)$
3.6	$x \wedge (y \mid z)$	$(x \wedge y) \mid (x \wedge z)$
3.7	$x \vee (y \to z)$	$(x \vee y) \to (x \vee z)$
3.8	$x \vee (y \mid z)$	$(x \vee y) \mid (x \vee z)$
3.9	$x \vee (y \leftrightarrow z)$	$(x \vee y) \leftrightarrow (x \vee z)$
3.10	$x \oplus (y \leftrightarrow z)$	$(x \oplus y) \leftrightarrow (x \oplus z)$
3.11	$x \oplus (y \to z)$	$(x \oplus y) \to (x \oplus z)$
3.12	$x \oplus (y \mid z)$	$(x \oplus y) \mid (x \oplus z)$

3.13	$x\downarrow(y\leftrightarrow z)$	$(x\downarrow y)\leftrightarrow(x\downarrow z)$
3.14	$x\,\vert\,(y\oplus z)$	$(x\,\vert\,y)\oplus(x\,\vert\,z)$
3.15	$x\to(y\,\vert\,z)$	$(x\to y)\,\vert\,(x\to z)$
3.16	$x\to(y\leftrightarrow z)$	$(x\to y)\leftrightarrow(x\to z)$
3.17	$x\vee(y\oplus z)$	$(x\vee y)\oplus(x\vee z)$
3.18	$x\,\vert\,(y\leftrightarrow z)$	$(x\,\vert\,y)\leftrightarrow(x\,\vert\,z)$
3.19	$x\downarrow(y\oplus z)$	$(x\downarrow y)\oplus(x\downarrow z)$
3.20	$x\leftrightarrow(y\oplus z)$	$(x\leftrightarrow y)\oplus(x\leftrightarrow z)$
3.21	$x\to(y\downarrow z)$	$(x\to y)\downarrow(x\to z)$
3.22	$x\downarrow(y\,\vert\,z)$	$(x\downarrow y)\,\vert\,(x\downarrow z)$
3.23	$x\leftrightarrow(y\,\vert\,z)$	$(x\leftrightarrow y)\,\vert\,(x\leftrightarrow z)$
3.24	$x\to(y\leftrightarrow z)$	$(x\to y)\leftrightarrow(x\to z)$
3.25	$x\wedge(y\leftrightarrow z)$	$(x\wedge y)\leftrightarrow(x\wedge z)$
3.26	$x\wedge(y\,\vert\,z)$	$(x\wedge y)\,\vert\,(x\wedge z)$
3.27	$x\vee(y\to z)$	$(x\vee y)\to(x\vee z)$
3.28	$x\vee(y\,\vert\,z)$	$(x\vee y)\,\vert\,(x\vee z)$
3.29	$x\vee(y\leftrightarrow z)$	$(x\vee y)\leftrightarrow(x\vee z)$
3.30	$x\oplus(y\leftrightarrow z)$	$(x\oplus y)\leftrightarrow(x\oplus z)$

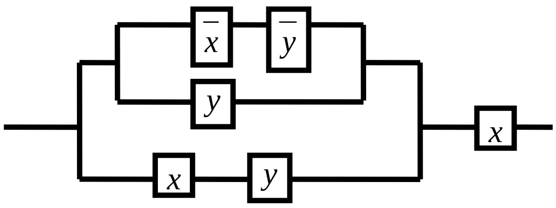
Берілген *f(A,B,C)* функциясы үшін:

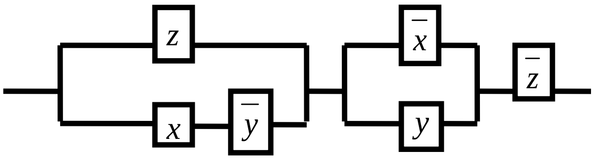
4. Ақиқаттық кестесін.
5. ДҚФ-ке келтіру.
6. МДҚФ құру керек.
7. Карно картасы көмегімен минималды ДҚФ.
8. Минималды ДҚФ-тан КҚФ-ке көшу керек.
9. МКҚФ табу керек.
10. Карно картасы бойынша минималды КҚФ табу керек.

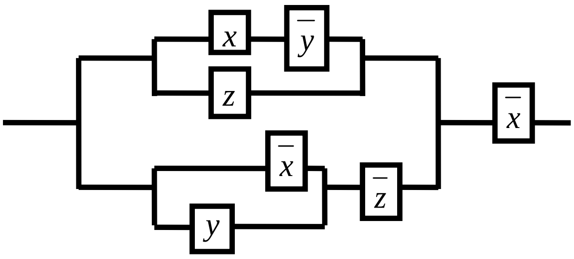
№	f(A,B,C)	№	f(A,B,C)
1	$(A\vee\overline{B})\to(\overline{C}\oplus\overline{A})$	2	$\overline{(A\vee\overline{B})\to(C\oplus\overline{A})}$
3	$((A\downarrow B)\to\overline{C})\leftrightarrow B$	4	$(\overline{A}\vee\overline{B})\to\overline{(C\oplus A)}$
5	$(A\vee\overline{B})\to\overline{(C\leftrightarrow\overline{A})}$	6	$\overline{(A\vee\overline{B})\to(C\leftrightarrow\overline{A})}$
7	$\overline{(A\,\vert\,\overline{B})\oplus(C\to\overline{A})}$	8	$(A\,\vert\,\overline{B})\to(C\oplus\overline{A})$
9	$(A\,\vert\,B)\oplus(\overline{C}\to B)$	10	$\overline{(C\to A)\leftrightarrow(B\,\vert\,A)}$
11	$(A\,\vert\,\overline{B})\oplus(\overline{C}\to A)$	12	$(\overline{C}\to A)\leftrightarrow(\overline{A}\,\vert\,B)$
13	$(C\to A)\oplus(A\,\vert\,\overline{B})$	14	$((A\downarrow B)\to C)\oplus B$
15	$\overline{((A\,\vert\,B)\to C)}\oplus B$	16	$(A\vee B)\to(\overline{C}\leftrightarrow B)$

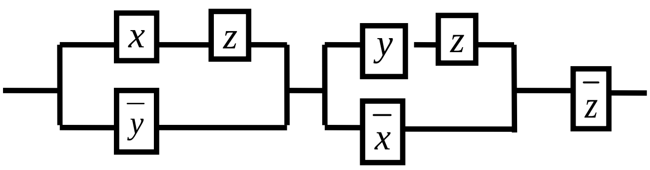
17	$\overline{\left(\left(A\downarrow B\right)\to\overline{C}\right)\oplus B}$	18	$\left(\overline{\left(A\downarrow B\right)}\to\overline{C}\right)\leftrightarrow B$
19	$((A\leftrightarrow B)\mid\overline{C})\oplus B$	20	$(A\downarrow B)\to(C\leftrightarrow\overline{A})$
21	$\left(\overline{\left(A\leftrightarrow B\right)}\to\overline{C}\right)\mid B$	22	$\overline{A\vee\overline{\overline{B}}}\to\left(\overline{C}\leftrightarrow B\right)$
23	$\overline{\left(\left(A\downarrow B\right)\to\overline{C}\right)\leftrightarrow B}$	24	$\left(\overline{\left(A\downarrow B\right)}\to\overline{C}\right)\oplus B$
25	$\overline{(A\vee B)\to(\overline{C}\leftrightarrow B)}$	26	$\overline{(A\mid B)\oplus(\overline{C}\to B)}$
27	$\overline{((A\downarrow B)\to C)\leftrightarrow A}$	28	$(\overline{A}\vee B)\to\overline{\overline{C}\leftrightarrow A)}$
29	$\overline{\left(\left(A\leftrightarrow B\right)\mid\overline{C}\right)\oplus B}$	30	$\overline{\left(A\downarrow B\right)}\to\left(C\leftrightarrow\overline{B}\right)$

11. Берілген сұлба бойынша ауыстырып-қосқыш функциясын құрып, оны қысқарту керек. Қысқартылған функцияның сұлбасын салу керек.

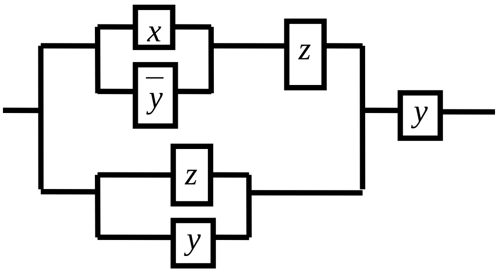
11.1 

11.2 

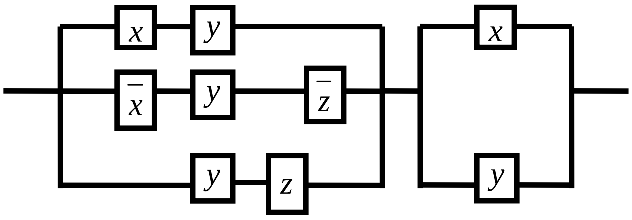
11.3 

11.4 

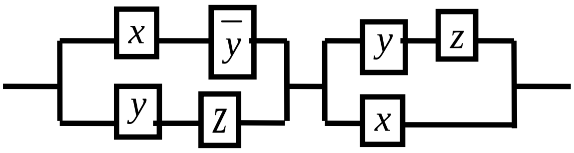
11.5



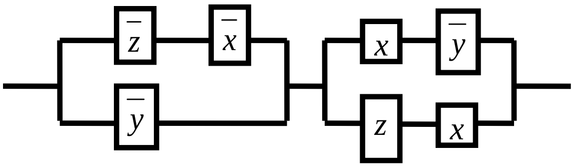
11.6



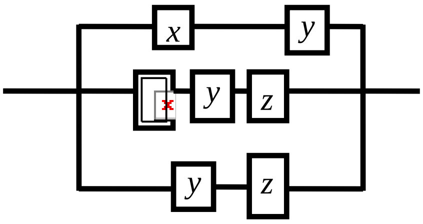
11.7



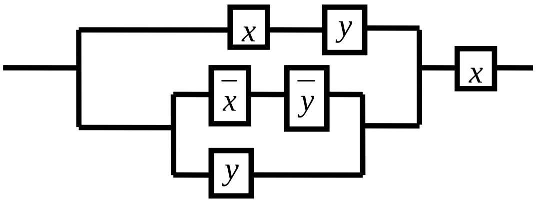
11.8



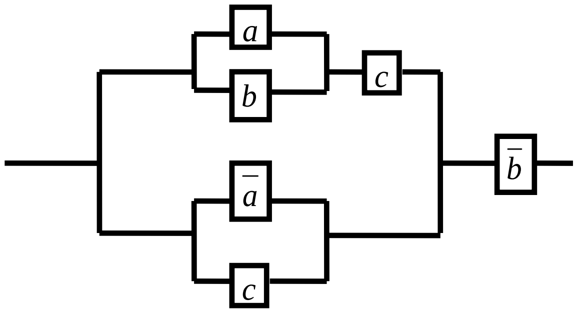
11.9



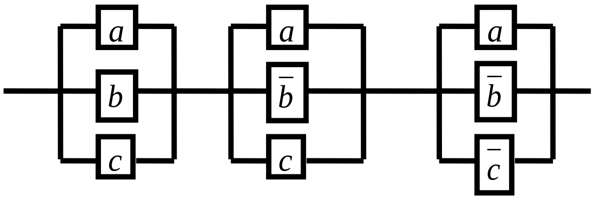
11.10



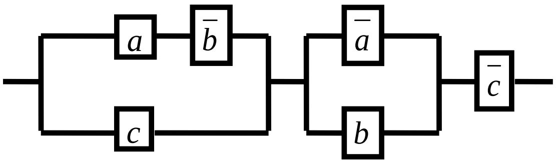
11.11



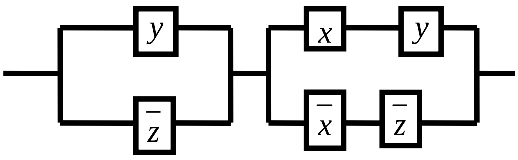
11.12



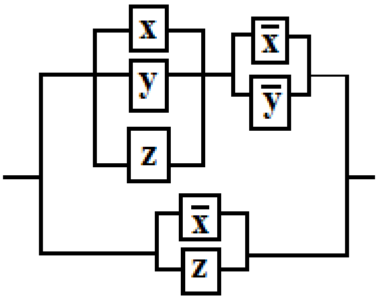
11.13



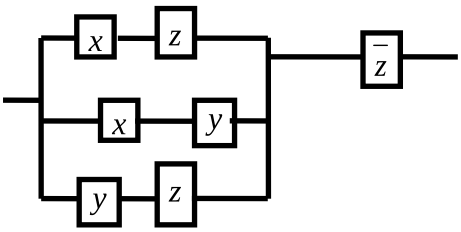
11.14



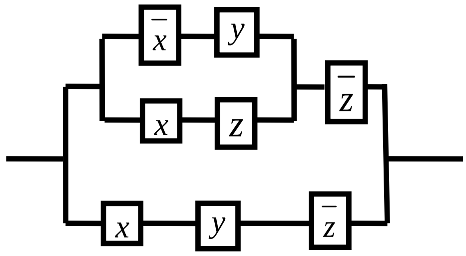
11.15



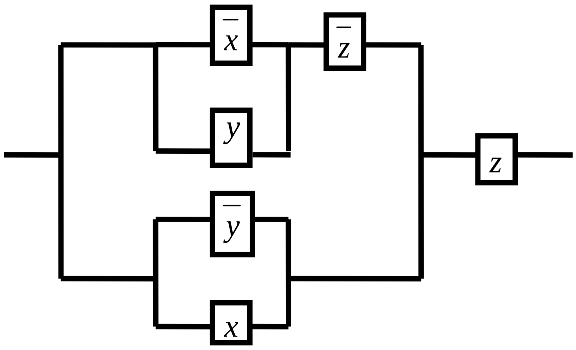
11.16



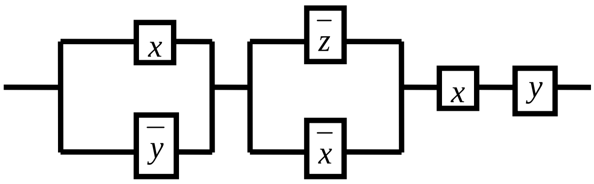
11.17



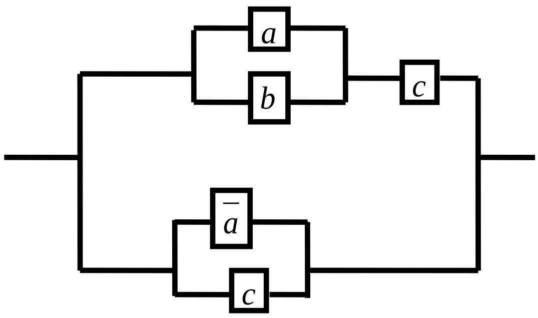
11.18



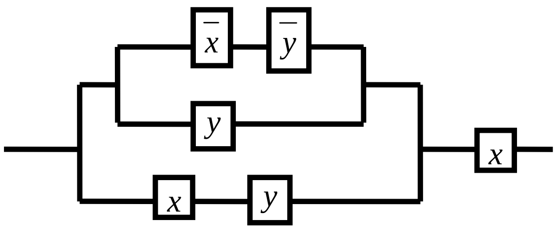
11.19



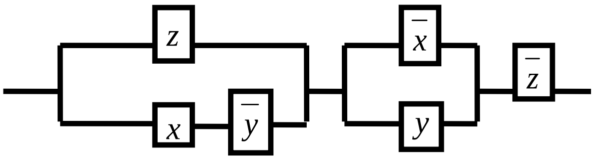
11.20



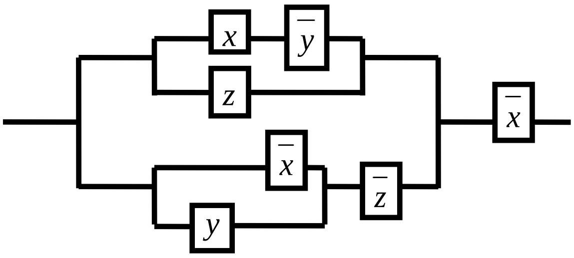
11.21



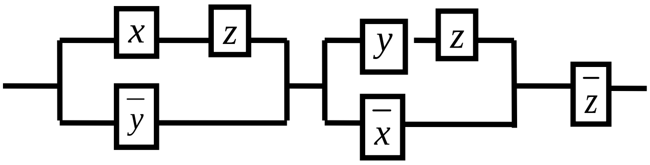
11.22



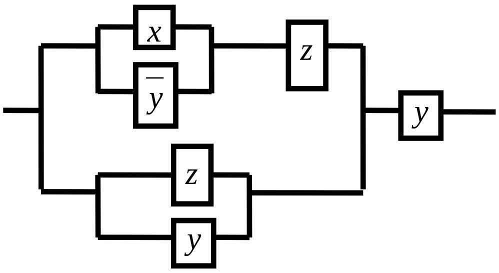
11.23



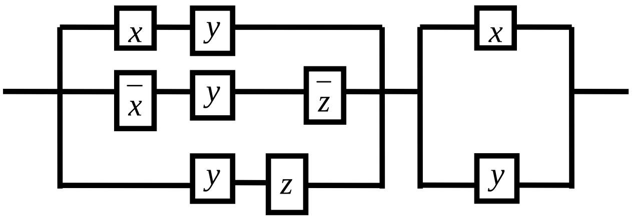
11.24



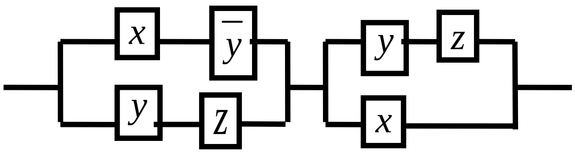
11.25

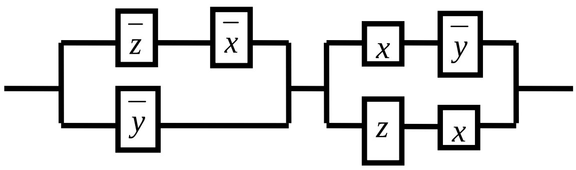


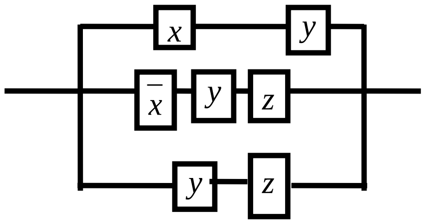
11.26

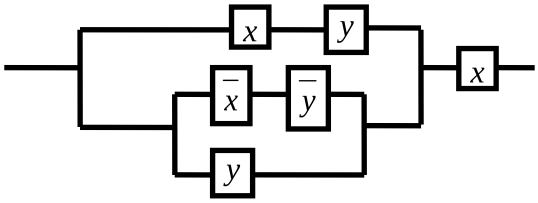


11.27



11.28 

11.29 

11.30 

2.3 Типтік варианттың шешуі

1. Берілген $f(x,y) = \bar{x} \leftrightarrow \left(y \to (x \downarrow y)\right)$ функциясын:

а) ақиқаттық кестесімен;
б) бірлік және нөлдік жиынтықтармен;
в) мәндерінің векторымен жазу керек.

Шешуі:
а) $f(x,y) = \bar{x} \leftrightarrow \left(y \to (x \downarrow y)\right)$ функциясының ақиқаттық кестесі:

x	y	$\bar{x}$	$x \downarrow y$	$y \to (x \downarrow y)$	$f(x,y)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

б) бірлік жиынтығы: *1=f(0,0)=f(1,1)*; нөлдік жиынтығы: *0=f(0,1)=f(1,0);*
в) мәндерінің векторы: *(1001).*

2. Логикалық қисаптардың орындалу реті туралы келісуді қолданып *f(x,y)*= $x\wedge\bar{y}\rightarrow x\downarrow y$ формуласында жақшаларды қою керек. Алынған формуланы тек теріске шығару, конъюнкция және дизъюнкция қисаптары көмегімен жазу керек; осы формуланы қысқарту керек.

Шешуі: логикалық қисаптардың орындалу реті сұлбасы бойынша: $\{\neg,(\wedge,|,\downarrow),\vee,\rightarrow,(\leftrightarrow,\oplus)\}$, біздің формулада жақшалар былай қойылу керек:

$$x\wedge\bar{y}\rightarrow x\downarrow y=(x\wedge\bar{y})\rightarrow(x\downarrow y).$$

Алынған формуланы қысқартамыз: $(x\wedge\bar{y})\rightarrow(x\downarrow y)$ = | 15, 16 | = $\overline{x\wedge\bar{y}}\vee\overline{x\vee y}$= | 6 | = $(\bar{x}\vee y)\vee(\bar{x}\wedge\bar{y})$= | 1 | = $y\vee\bar{x}\vee\bar{x}\,\bar{y}$= | 5 | = $y\vee\bar{x}$. Түрлендіруде 40 беттегі анықтама материалдағы формула нөмірі көрсетілген. Формуланы қысқарту деп айнымалы саны аз енетін формуланы алуды түсінеміз.

3. $f_1(x,y,z)=x\rightarrow(y\wedge z)$ және $f_2(x,y,z)=(x\rightarrow y)\wedge(x\rightarrow z)$ формулаларын эквиваленттілікке тексеру керек:

а) ақиқаттық кестесі көмегімен;

б) формулаларды эквивалентті түрлендіру көмегімен МДҚФ немесе МКҚФ-ке келтіру арқылы.

Шешуі:

а) $f_1(x,y,z)$ және $f_2(x,y,z)$ ақиқаттық кестесі:

x	y	z	$y\wedge z$	f_1	$x\rightarrow y$	$x\rightarrow z$	f_2
0	0	0	0	**1**	1	1	**1**
0	0	1	0	**1**	1	1	**1**
0	1	0	0	**1**	1	1	**1**
0	1	1	1	**1**	1	1	**1**
1	0	0	0	**0**	0	0	**0**
1	0	1	0	**0**	0	1	**0**
1	1	0	0	**0**	1	0	**0**
1	1	1	1	**1**	1	1	**1**

$f_1(x,y,z)$ және $f_2(x,y,z)$ формулаларының баған мәндері тең болғандықтан, бұл формулалар эквивалентті;

б) логикалық қисаптардың белгілі қасиеттерін қолданып, алдымен формуланы ДҚФ – дизъюнктивті қалыпты формаға, содан соң тарқату заңын пайдаланып мүлтіксіз дизъюнктивті қалыпты формаға (МДҚФ) келтіреміз:

$$f_1(x,y,z)=x\rightarrow(y\wedge z)=|\,15\,|=\bar{x}\vee yz=|\,\text{ДҚФ},10\ a\,|=$$

$$=\bar{x}y\vee\bar{x}\,\bar{y}\vee xyz\vee\bar{x}yz=\bar{x}yz\vee\bar{x}y\bar{z}\vee\bar{x}\,\bar{y}z\vee\bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z}\vee xyz\vee\bar{x}yz=|\,4\,|=$$

$$=\bar{x}yz\vee\bar{x}y\bar{z}\vee\bar{x}\,\bar{y}z\vee\bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z}\vee xyz\ \text{- МДҚФ};$$

$$f_2(x,y,z)=(x\rightarrow y)\wedge(x\rightarrow z)=|\,15\,|=(\bar{x}\vee y)\wedge(\bar{x}\vee z)=|\,3\,|=$$

$$=\bar{x}\,\bar{x}\vee\bar{x}z\vee y\bar{x}\vee yz=|\,4{,}10\ a\,|=\bar{x}y\vee\bar{x}\,\bar{y}\vee\bar{x}zy\vee\bar{x}z\bar{y}\vee y\bar{x}z\vee y\bar{x}\,\bar{z}\vee yzx\vee yz\bar{x}=$$

$$= |1{,}10a| = \bar{x}yz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\,\bar{y}z \vee \bar{x}\,\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}zy \vee \bar{x}z\bar{y} \vee y\bar{x}z \vee y\bar{x}\,\bar{z} \vee yzx \vee yz\bar{x} = |1{,}4| =$$

$$= \bar{x}yz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\,\bar{y}z \vee \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z} \vee xyz \text{ - МДҚФ.}$$

Егер ауыстырымдылық заңды басқаша қолдансақ – «жақшаны ашпай», ал «жақша сыртына шығарсақ», онда түрлендіру қысқа болады:

$$f_2(x,y,z) = (x \to y) \wedge (x \to z) = |15| =$$

$$= (\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee z) = |3| = \bar{x} \vee yz = |10a| = \ldots = \bar{x}yz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\,\bar{y}z \vee \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z} \vee xyz\,.$$

Екі формуланың МДҚФ-ы тең болғандықтан, бұл формулалар эквивалентті.

4-10. Берілген $f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \overline{B}) \downarrow (C \oplus B)$ функциясы үшін

4. Ақиқаттық кестесін құру керек.
5. ДҚФ-ке келтіру.
6. Ақиқаттық кестесі көмегімен МДҚФ табу керек.
7. Карно картасын құру керек және минималды ДҚФ табу керек.
8. Минималды ДҚФ-тан КҚФ-ке көшу керек.
9. МКҚФ табу керек.
10. Карно картасы бойынша минималды КҚФ табу керек.

4. Берілген $f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \overline{B}) \downarrow (C \oplus B)$ функциясы үшін ақиқаттық кестесін құру керек.

Шешуі:

$f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \overline{B}) \downarrow (C \oplus B)$ функциясы үшін ақиқаттық кестесі:

A	B	C	$\overline{B}$	$A \leftrightarrow \overline{B}$	$C \oplus B$	f
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1

5. Берілген $f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \overline{B}) \downarrow (C \oplus B)$ функцияны ДҚФ-ке келтіру келтіру керек.

Шешуі:

$$f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \overline{B}) \downarrow (C \oplus B) = |15{,}16| = \overline{(A\overline{B} \vee \overline{A}B) \vee (\overline{CB \vee \overline{C}\,\overline{B}})} = |6| =$$

$$= \overline{A\overline{B} \vee \overline{A}B} \wedge (CB \vee \overline{C}\,\overline{B}) = \overline{A\overline{B}} \wedge \overline{\overline{A}B} \wedge (CB \vee \overline{C}\,\overline{B}) =$$

$$= (\overline{A} \vee B) \wedge (A \vee \overline{B}) \wedge (CB \vee \overline{C}\,\overline{B}) = |3| = (\overline{A}A \vee \overline{A}\overline{B} \vee AB \vee B\overline{B}) \wedge (CB \vee \overline{C}\overline{B}) =$$

= | 9,3 | = $\bar{A}\bar{B}CB \vee \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{B} \vee ABCB \vee AB\bar{C}\bar{B}$ = | 4,9 | = $\bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee ABC$ - ДҚФ (әрі МДҚФ).

6. Берілген $f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \bar{B}) \downarrow (C \oplus B)$ функциясы үшін МДҚФ табу керек.

Шешуі: функцияның ақиқаттық кестесі бойынша оның бірлік жиынтығын жазамыз: $1 = f(0,0,0) = f(1,1,1)$. Енді $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ функциясының баған мәнінде қанша бір болса, МДҚФ-да сонша конъюнкт бар болатындығы белгілі. Әрбір бірлік жиынтығының нөлдері мен бірлеріне $(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n)$ барлық айнымалылардың конъюнктасы сәйкес келеді, мұнда егер $\delta_i = 0$ болса, онда x_i терістеуімен, ал егер $\delta_i = 1$ болса, онда өзгеріссіз жазылады. Сонымен, біздің формуланың МДҚФ-ы екі конъюнкттың дизъюнкциясынан тұрады: $f = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee ABC$ ($\wedge$ таңбасы алынып тасталынған). Айта кетелік, МДҚФ алдыңғы пунктте элементар түрлендіру әдісімен де алынған болатын.

7. Берілген $f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \bar{B}) \downarrow (C \oplus B)$ функциясы үшін Карно картасын құру керек; Карно картасы көмегімен минималды ДҚФ табу керек.

Шешуі: үш айнымалылы функцияның Карно картасы $2^3 = 8$ ұяшықтан тұратын кесте болады (үш айнымалылы функцияның 0 мен 1 мүмкін жиынтықтар санына тең). Көрші ұяшықтар бір айнымалы мәніне ерекшеленетіндей жолдар мен бағандар айнымалының мәніне немесе терісіне сәйкес келеді. Минималды ДҚФ алу үшін функцияның МДҚФ-ң әрбір конъюнктасы Карно картасының сәйкес ұяшығында бірмен белгіленеді:

	B		$\bar{B}$	
A	1			
$\bar{A}$			1	
	C	$\bar{C}$		C

Минималды ДҚФ алу үшін тік және көлденең жолдарда қатар тұрған бірлерді блоктарға біріктіру керек, олар 2, 4 және т.б. ұяшықтардан тұрады (блокқа бұрышта тұрған бірлерді де біріктіруге болады). Біздің Карно картасында тек екі бірлік бар, олар блокқа бірікпейді, сондықтан минималды ДҚФ МДҚФ-қа тең: $f = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee ABC$.

8. Берілген $f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \bar{B}) \downarrow (C \oplus B)$ функциясы үшін минималды ДҚФ-тан КҚФ-ке көшу керек.

Шешуі: элементар түрлендіру көмегімен, логикалық қисаптар қасиеттерін пайдаланып (тік жақшада формула нөмірі көрсетілген), формуланы КҚФ-ке түрлендіреміз:

$f = \bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee ABC$ = | 7 | = $\overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} \vee ABC}}$ = | 6 | = $\overline{\overline{ABC} \wedge \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}}}$ =

$$\overline{(\bar A \vee \bar B \vee \bar C) \wedge (A \vee B \vee C)} = |\,3\,| =$$
$$= \overline{\bar A A \vee \bar A B \vee \bar A C \vee \bar B A \vee \bar B B \vee \bar B C \vee \bar C A \vee \bar C B \vee \bar C C} = |\,9,\ 8,\ 6\,| =$$
$$= \overline{\bar A B} \wedge \overline{\bar A C} \wedge \overline{\bar B A} \wedge \overline{\bar B C} \wedge \overline{\bar C A} \wedge \overline{\bar C B} = |\,6\,| =$$
$$= (A \vee \bar B) \wedge (A \vee \bar C) \wedge (\bar A \vee B) \wedge (B \vee \bar C) \wedge (\bar A \vee C) \wedge (\bar B \vee C) \text{- КНФ.}$$

9. Берілген $f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \bar B) \downarrow (C \oplus B)$ функциясы үшін МКҚФ табу керек.

Шешуі: тарқату заңын қолданып, алдыңғы пунктте алынған КҚФ-ты МКҚФ-ке келтіреміз:

$$f = (A \vee \bar B) \wedge (A \vee \bar C) \wedge (\bar A \vee B) \wedge (B \vee \bar C) \wedge (\bar A \vee C) \wedge (\bar B \vee C) = |\,10а\,| =$$
$$(A \vee \bar B \vee C) \wedge (A \vee \bar B \vee \bar C) \wedge (A \vee \bar C \vee B) \wedge (A \vee \bar C \vee \bar B) \wedge (\bar A \vee B \vee C) \wedge$$
$$\wedge (\bar A \vee B \vee \bar C) \wedge (B \vee \bar C \vee A) \wedge (B \vee \bar C \vee \bar A) \wedge (\bar A \vee C \vee B) \wedge (\bar A \vee C \vee \bar B) \wedge$$
$$\wedge (\bar B \vee C \vee A) \wedge (\bar B \vee C \vee \bar A) = |1,4| = (A \vee \bar B \vee C) \wedge (A \vee \bar B \vee \bar C) \wedge (A \vee B \vee \bar C) \wedge$$
$$\wedge (\bar A \vee B \vee C) \wedge (\bar A \vee B \vee \bar C) \wedge (\bar A \vee \bar B \vee C) \text{- МКҚФ.}$$

Енді, ереже бойынша ақиқаттық кестесінде f мәндер бағанында қанша нөлдер болса, сонша МКҚФ-те дизъюнкт болады. Әрбір нөлдік жиынтықтың $(\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n)$ нөлдері мен бірлерінің орнына келесі дизъюнкт сәйкес келеді: егер $\delta_i = 1$ болса, онда айнымалы терісімен, ал егер $\delta_i = 0$ болса, онда теріске шығарылмай айнымалының өзі алынады. Алынған МКҚФ:

$$f = (A \vee \bar B \vee C) \wedge (A \vee \bar B \vee \bar C) \wedge (A \vee B \vee \bar C) \wedge (\bar A \vee B \vee C) \wedge$$
$$\wedge (\bar A \vee B \vee \bar C) \wedge (\bar A \vee \bar B \vee C).$$

10. Берілген $f(A,B,C) = (A \leftrightarrow \bar B) \downarrow (C \oplus B)$ функциясы үшін Карно картасы бойынша екі әдіспен минималды КҚФ табу керек.

Шешуі: бірінші әдіс: минималды КҚФ алу үшін минималды ДҚФ алған сияқты Карно картасын қолдануға болады. Бұл картада айнымалыларды олардың терістеріне айырбастау керек және керісінше; бос жерлерге 0 қойып, 1 алып тастау керек. Содан соң картада 2 немесе 4-тен тұратын көрші нөлдік ұяшықтарды максималды блоктарға біріктіру керек. Біздің жағдайда екі айнымалылы қысқартылған дизъюнкттерге 2 ұяшықтан 3 блок сәйкес келеді. Айта кетелік, ұяшықтарды қалауымызшы таңдауымызға болады. Біз варианттардың бірін таңдап алдық.

	B		$\bar B$	
A		0	0	0
$\bar A$	0	0		0
	C	$\bar C$		C

Бұл карта бойынша формуланың минималды КҚФ:

$f = (\overline{A} \vee C) \wedge (A \vee \overline{B}) \wedge (B \vee \overline{C})$.

Екінші әдіс: кәдімгі Карно картасында МКҚФ-тың дизъюнкттарына сәйкес келетін ұяшықтарға нөлдерді қойып шығамыз. Содан соң 2 немесе 4-тен тұратын көрші нөлдік ұяшықтарды максималды блоктарды белгілеу керек Функцияның МКҚФ-ы

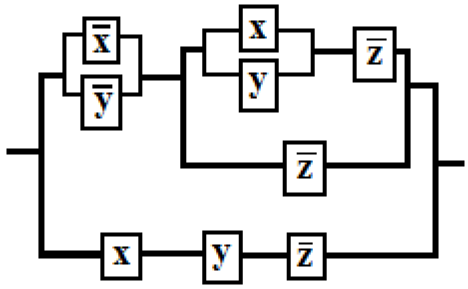
$$f = (A \vee \overline{B} \vee C) \wedge (A \vee \overline{B} \vee \overline{C}) \wedge (A \vee B \vee \overline{C}) \wedge (\overline{A} \vee B \vee C) \wedge$$

$\wedge (\overline{A} \vee B \vee \overline{C}) \wedge (\overline{A} \vee \overline{B} \vee C)$ болғандықтан, Карно картасында белгіленген блоктар мына түрде болады

	B		$\overline{B}$	
A		0	0	0
$\overline{A}$	0	0		0
	C	$\overline{C}$		C

Сонымен, Функцияның МКҚФ-ы: $f = (\overline{A} \vee C) \wedge (A \vee \overline{B}) \wedge (B \vee \overline{C})$. Бұл блоктарды бірінші жағдайдағы МКҚФ түрінде алу үшін топтастырдық. Басқа блоктарды топтастырсақ, басқа МКҚФ алар едік.

11. Берілген сұлба бойынша ауыстырып-қосқыш функциясын құрып, оны қысқарту керек. Қысқартылған сұлбаны салу керек.



Шешуі: берілген сұлба бойынша ауыстырып-қосқыш функциясын құрамыз

$$f(x, y, z) = (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (((x \vee y) \wedge \bar{z}) \vee \bar{z}) \vee (x \wedge y \wedge \bar{z}).$$

Бұл функцияны қысқарту үшін екі әдіс қолданамыз. Элементар түрлендіру әдісі бойынша:

$$f(x, y, z) = |\,3\,| = (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge ((x\bar{z} \vee y\bar{z}) \vee \bar{z}) \vee xy\bar{z} = |\,5\,| = (\bar{x} \vee \bar{y})\bar{z} \vee xy\bar{z} =$$

$$= |3| = (\bar{x} \vee \bar{y} \vee xy)\bar{z} = |12| = (\bar{x} \vee \bar{y} \vee x)\bar{z} = |8{,}9| = 1 \wedge \bar{z} = |8| = \bar{z}.$$

Көрнекілік үшін $\wedge$ таңбасы алынып тасталынған.

Карно картасы көмегімен минимизациялау үшін алдымен МДҚФ алу керек:

$f = (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (x\bar{z} \vee y\bar{z} \vee \bar{z}) \vee xy\bar{z} = |\,5\,| = (\bar{x} \vee \bar{y})\bar{z} \vee xy\bar{z} = |\,3\,| = \bar{x}\,\bar{z} \vee \bar{y}\,\bar{z} \vee xy\bar{z} =$

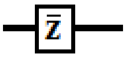
$= |\,10а\,| = \bar{x}\,\bar{z}y \vee \bar{x}\,\bar{z}\bar{y} \vee \bar{y}\,\bar{z}x \vee \bar{y}\bar{z}\bar{x} \vee xy\bar{z} = |\,1, 4\,| = \bar{x}\,y\bar{z} \vee \bar{x}\,\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}\,\bar{z} \vee xy\bar{z}$ - МДҚФ.

Карно каптасында конъюнкттарды бірлермен белгілейміз, қатар тұрған бірлерді блоктарға біріктіріп минималды ДҚФ аламыз.

	y		$\bar{y}$	
x		1	1	
$\bar{x}$		1	1	
	z	$\bar{z}$		z

Минималды ДҚФ: $f = \bar{z}$.

Қысқартылған формулаға келесі сұлба сәйкес келеді:



2.4 Анықтама материалы. Логикалық операциялар және олардың ақиқаттық кестесі

1. Конъюнкция – ($x \wedge y$), оқылуы «х және у».
2. Дизъюнкция – ($x \vee y$), оқылуы «х немесе у».
3. Отрицание (инверсия) – ($\bar{x}$), оқылуы « х емес».
4. Импликация - ($x \to y$), оқылуы я «если х, то у».
5. Эквиваленция – ($x \leftrightarrow y$), оқылуы «тек егер у болғанда ғана х».
6. Шеффер штрихы – ($x|y$), конъюнкцияның терісі ретінде анықталады, оқылуы «х және у емес».
7. Пирс стрелкасы – ($x \downarrow y$), дизъюнкцияның терісі ретінде анықталады, оқылуы «х немесе у емес».
8. Сақиналы қосынды – ($x \oplus y$), эквиваленцияның терісі ретінде анықталады, оқылуы «немесе х, немесе у».

x	y	$\bar{x}$	$x \wedge y$	$x \vee y$	$x \to y$	$x \leftrightarrow y$	$x\|y$	$x \downarrow y$	$x \oplus y$
0	0	1	0	0	1	1	1	1	0
0	1		0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
1	1		1	1	1	1	0	0	0

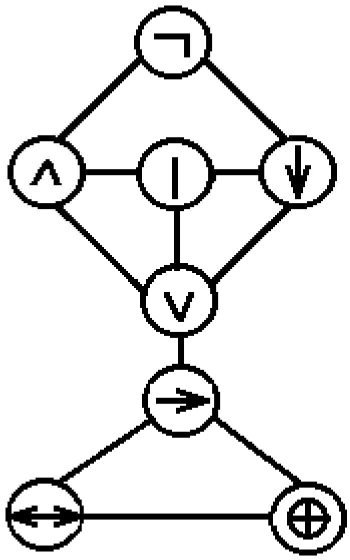
Негізгі эквивалентті қарым-қатынастар (заңдар)

1	Ауыстырымдылық (коммутативтік)	$x \wedge y = y \wedge x$	$x \vee y = y \vee x$
2	Ассоциативтік	$(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$	$(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$
3	Үлестірімділік (дистрибутивтік)	$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$	$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$
4	Идемпотенттік	$x \wedge x = x$	$x \vee x = x$
5	Сіңіру заңы	$x \wedge (x \vee y) = x$	$x \vee (x \wedge y) = x$
6	Де-Морган заңы	$\overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}$	$\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}$
7	Екі рет теріске шығару	$\bar{\bar{x}} = x$	
8	Константалар қасиеті	$x \wedge 1 = x$ $x \wedge 0 = 0$	$x \vee 1 = 1$ $x \vee 0 = x$
9	$x \wedge \bar{x} = 0$ - карама-қайшылық заңы		$x \vee \bar{x} = 1$- жойылған үшінші заңы

Басқа да пайдалы эквивалентті қарым-қатынастар

10	Жапсыру заңы	$(x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y}) = x$
10a	Тарқату заңы	$x = (x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y})$
11	Жалпыланған жапсыру	$(x \wedge z) \vee (y \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge y) = (x \wedge z) \vee (y \wedge \bar{z})$
12	$x \vee (\bar{x} \wedge y) = x \vee y$	$\bar{x} \vee (x \wedge y) = \bar{x} \vee y$
13	$x \wedge (\bar{x} \vee y) = x \wedge y$	$\bar{x} \wedge (x \vee y) = \bar{x} \wedge y$
14	$(x \to y) = \bar{x} \vee y$	$x \leftrightarrow y = (x \to y) \wedge (y \to x) = (\bar{x} \vee y) \wedge (x \vee \bar{y}) = xy \vee \bar{x}\bar{y}$
15	$x \vert y = \overline{x \wedge y}$	$x \downarrow y = \overline{x \vee y}$
16	$x \oplus y = \overline{x \leftrightarrow y}$	

Логикалық қисаптардың орындалу ретінің сұлбасы: $\{\neg, (\wedge, |, \downarrow), \vee, \to, (\leftrightarrow, \oplus)\}$. Бұл сұлбада қисаптардың таңбасы кему ретімен орналасқан, ал дөңгелек жақшаларда бірдей мәнділері көрсетілген. Логикалық қисаптардың орындалу ретінің сұлбасын былай құруға болады:



Бұл сұлбада жоғары орналасқан таңба төмен орналасқан таңбаға қарағанда күші басым, бір деңгейдегілер – күштері бірдей.

Әдебиеттер тізімі

1 Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. Элементы дискретной математики. – М.: ИНФРА-М, Новосибирск: изд-во НГТУ, 2002.

2 Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Учебник для вузов. 2-е изд. – СПб.: Питер, 2004. – 364 с.: ил. (серия «Учебник для вузов»).

3 Андерсон Д. Дискретная математика и комбинаторика.: Пер. с англ. – М.: Издатель- ский дом «Вильямс», 2004. – 960 с.: ил.–Парал. тит. англ.

4 Шапорев С.Д. Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006.

5 Палий И.А. Дискретная математика. Курс лекций. – М.: Эксмо, 2008. – 352. (Техническое образование).

6 Жетпісов Қ. Математикалық логика және дискретті математика. - Алматы, 2011.

7 Галушкина Ю.И., Марьямов А.Н. Конспект лекций по дискретной математике. – М.: Айрис – пресс, 2007. – 176 с. (Высшее образование).

8 Досанбай П.Т. Математикалық логика. Оқулық. - Алматы, 2011.

9 Байсалова М.Ж. Дискрет математика: оқу құралы – Алматы, АЭжБИ. 2007. - 76 бет.

10 Астраханцева Л.Н., Байсалова М.Ж. Дискрет математика. 5В070400 – Есептеу техникасы мен бағдарламалық қамтамасыз ету, 5В070300 – Ақпараттық жүйелер мамандықтарының барлық оқу түрінің студенттері үшін есептеу- графиктік жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулар мен тапсырмалар. - Алматы: АЭжБУ, 2012. -1 бөлім.-24 б.

11 Астраханцева Л.Н., Байсалова М.Ж. Дискрет математика. Есептеу-сызба жұмыстарға әдістемелік нұсқаулар мен тапсырмалар (5В070400 – Есептеу техникасы мен бағдарламалық қамтамасыз ету мамандығына арналған). 2 бөлім - Алматы: АЭжБУ, 2014.- 23 б.

Мазмұны

2017 ж. жиынтық жоспары, реті 130

Астраханцева Людмила Николаевна
Байсалова Мәншүк Жұмамұратқызы

ДИСКРЕТТІ МАТЕМАТИКА

5В070300- Ақпараттық жүйелер мамандығы бойынша оқитын студенттер үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулар мен тапсырмалар

Редактор Ж.Изтелеуова
Стандарттау бойынша маман Н.Қ.Молдабекова

Басуға_________ қол қойылды Пішімі 60х84 1/16
Таралымы 25 дана Баспаханалық қағаз №1
Көлемі 2,56 баспа табақ Тапсырыс Бағасы 1280 тг.

«Алматы энергетика және байланыс университеті»
коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірме-көбейткіш бюросы
050013, Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126