

**Коммерциялық емес
акционерлік қоғамы**



**АЛМАТЫ
ЭНЕРГЕТИКА
ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС
УНИВЕРСИТЕТІ**

Математика және
математикалық үлгілеу
кафедрасы

МАТЕМАТИКА

5B070400-Есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету мамандығы бойынша оқитын студенттер үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулықтар мен тапсырмалар

3 бөлім

Алматы 2018

ҚҰРАСТЫРҒАНДАР: Василина Г.Қ., Сарсенбаева А.Ж. Математика. 5В070400 – Есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету мамандығы бойынша оқитын студенттер үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулықтар мен тапсырмалар. 3 бөлім. – Алматы: АУЭС, 2018. – 20 б.

Ұсынылған жұмыста «Математика» пәні бойынша «5В070400 – Есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету» мамандығының студенттері үшін (ЕСЖ) №3 есептеу-сызба жұмыстың тапсырмалары берілген. Тапсырмалар «Бір айнымалы функцияның интегралдық есептеулері» бөліміне сәйкес.

Атап кеткен бөлімнің негізгі теориялық сұрақтары келтірілген. Типтік нұсқаның шешімі келтірілген.

Кестелер – 13, әдебиеттер көрсеткіші – 4.

Рецензент: ф.-м.ғ.к., доцент А.Қ. Искакова

«Алматы энергетика және байланыс университетінің» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2018 ж. баспа жоспары бойынша басылады.

© «Алматы энергетика және байланыс университеті» КЕАҚ, 2018 ж.

Кіріспе

Математика іргелі пән ретінде маманның түйінді құзыреттілігін қалыптастыру үшін үлкен мүмкіндіктерге ие. Берілген оқу құралы өздігінен білім алуға қабілеттілікті, жаңа ақпараттарды іздеу және меңгеруді, жоспарлай білуді және өзінің іс-әрекетін сәйкесінше бағалауды, стандарт және стандарт емес жағдайларда шешім қабылдауды, ұжымда және командада жұмыс істеуді, күш және ақыл-ойдың икемділігін жетілдіруді, заманауи маманға қажетті дәлелдемелерге және басқа да сапаларға қабілеттілігін қалыптастырады.

Ұсынылған жұмыста «Математика» пәні бойынша «5В070400 – Есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету» мамандығының студенттері үшін (ЕСЖ) №3 есептеу-сызба жұмыстың тапсырмалары берілген. Тапсырмалар «Бір айнымалы функцияның интегралдық есептеулері» бөліміне сәйкес.

Негізгі теориялық сұрақтар келтірілген. Есепті шығаруға формулалар түрінде негізгі әдістемелік нұсқаулар берілген. Типтік нұсқаның шешімі келтірілген.

Әрбір студенттің нұсқасының нөмірі топтың тізімі бойынша анықталады. Есептеу-сызба жұмыс жеке дәптерде орындалады. Әрбір тапсырманың нөміріндегі нүктеден кейін тұрған сан нұсқаның нөмірін көрсетеді. Мысалы, 1.5 «бірінші тапсырма, 5 нұсқа» дегенді білдіреді.

Есептеу-сызба жұмыс №3. Бір айнымалы функцияның интегралдық есептеулері

Мақсаты: алғашқы функция түсініктерін, интегралды және интегралдау әдістерін меңгеру; жазық фигуралардың аудандарын есептеуге анықталған интегралдарды қолдануды білу; меншіксіз интегралдау туралы түсінік алу, меншіксіз интегралдардың негізгі қасиеттерін және олардың жинақталу белгілерін зерттеу.

1 Теориялық сұрақтар

1. Комплекс сандар. Олардың жазықтықтағы бейнелері. Комплекс санының модулі және аргументі. Комплекс санының алгебралық, тригонометриялық және көрсеткіштік формалары. Комплекс сандарына қолданылатын амалдар. Муавр формуласы.

2. Алғашқы функция. Анықталмаған интеграл және оның қасиеттері. Интегралдаудың негізгі формулаларының кестесі. Тікелей интегралдау. Бөліктеп және айнымалыны алмастырудың көмегімен интегралдау.

3. Қарапайым бөлшектерге жіктеу жолымен рационал функцияларды интегралдау. Тригонометриялық функциялары бар өрнектерді интегралдау. Кейбір иррационал өрнектерді интегралдау.

4. Анықталған интегралдар түсінігіне келтірілетін есептер. Анықталған интегралдардың негізгі қасиеттері.

5. Анықталған интегралды есептеу: бөліктеп және айнымалыны алмастыру бойынша интегралдау.

6. Шектері шексіз болып келген меншіксіз интегралдар. Шектелмеген функциялардан меншіксіз интегралдар. Меншіксіз интегралдардың негізгі қасиеттері. Жинақтылық белгілері.

7. Жазық фигуралардың аудандарын есептеуге анықталған интегралдардың қосымшалары. Анықталған интегралдың физикалық қосымшалары.

2 Есептеу-сызба жұмыстың тапсырмалары

1 тапсырма. z_1 и z_2 комплекс сандары берілген. Табу керек:

- 1) z_1 комплекс санының модулін.
- 2) z_1 комплекс санының аргументін.
- 3) z_1 комплекс санының тригонометриялық және көрсеткіштік формаларындағы түрлерін.
- 4) z_1 және z_2 комплекс сандарының қосындысын.
- 5) z_2^5 .
- 6) $z_1 \cdot z_2$ көбейтіндісінің тригонометриялық формадасын.
- 7) Муавр формуласы бойынша $z^3 = z_2$ теңдеуінің барлық комплекс түбірлерін.

1.1	$z_1 = 8i,$ $z_2 = 8 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$	1.2	$z_1 = -8i,$ $z_2 = 8 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
1.3	$z_1 = 27,$ $z_2 = 27 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$	1.4	$z_1 = -27,$ $z_2 = 27 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$
1.5	$z_1 = 3 - i\sqrt{3},$ $z_2 = 2\sqrt{3} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$	1.6	$z_1 = 3 + i\sqrt{3},$ $z_2 = 2\sqrt{3} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$
1.7	$z_1 = 3 + i\sqrt{3},$ $z_2 = 2\sqrt{3} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$	1.8	$z_1 = -3 - i\sqrt{3},$ $z_2 = 2\sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$
1.9	$z_1 = -4 + 4i,$ $z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$	1.10	$z_1 = 4 - 4i,$ $z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$
1.11	$z_1 = -4 - 4i,$ $z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + \right.$ $\left. + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$	1.12	$z_1 = 4 + 4i,$ $z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \left(-\frac{2\pi}{3} \right) + \right.$ $\left. + i \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \right)$

1.13	$z_1 = 8,$ $z_2 = 8 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$	1.14	$z_1 = -8,$ $z_2 = 8 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$
1.15	$z_1 = -27i,$ $z_2 = 27 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + \right.$ $\left. + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$	1.16	$z_1 = 27i,$ $z_2 = 27 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$
1.17	$z_1 = \sqrt{3} - 3i,$ $z_2 = 2\sqrt{3} \left(\cos \left(-\frac{3\pi}{4} \right) + \right.$ $\left. + i \sin \left(-\frac{3\pi}{4} \right) \right)$	1.18	$z_1 = -\sqrt{3} + 3i,$ $z_2 = 2\sqrt{3} \left(\cos \left(-\frac{5\pi}{6} \right) + \right.$ $\left. + i \sin \left(-\frac{5\pi}{6} \right) \right)$
1.19	$z_1 = \sqrt{3} + 3i,$ $z_2 = 2\sqrt{3} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + \right.$ $\left. + i \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right)$	1.20	$z_1 = -\sqrt{3} - 3i,$ $z_2 = 2\sqrt{3} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + \right.$ $\left. + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$
1.21	$z_1 = 64,$ $z_2 = 64 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$	1.22	$z_1 = -64,$ $z_2 = 64 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$
1.23	$z_1 = 64i,$ $z_2 = 64 \left(\cos \left(-\frac{2\pi}{3} \right) + \right.$ $\left. + i \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \right)$	1.24	$z_1 = -64,$ $z_2 = 64 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + \right.$ $\left. + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$
1.25	$z_1 = -8 + 8i,$ $z_2 = 8\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$	1.26	$z_1 = 8 - 8i,$ $z_2 = 8\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$
1.27	$z_1 = -8 + 8i,$ $z_2 = 8\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$	1.28	$z_1 = -8 - 8i,$ $z_2 = 8\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$
1.29	$z_1 = 1 + i,$ $z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$	1.30	$z_1 = -1 + i,$ $z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$

2 тапсырма. Анықталмаған интегралды табу керек.

2.1	а) $\int \frac{1-5x^3}{x^4} dx,$ б) $\int 2^x \cdot 5^x dx,$ в) $\int \frac{5}{9+x^2} dx$	2.2	а) $\int \frac{\sqrt{x-3x^3}\sqrt{x+x^5}}{x^2} dx,$ б) $\int 3^x(5-7^{-x})dx,$ в) $\int \frac{4}{5+x^2} dx,$
-----	---	-----	--

2.3	a) $\int x^3 \sqrt{ax} dx,$ б) $\int 5^{-x}(4 - 3^{x+1})dx,$ B) $\int \frac{dx}{x^2+2}$	2.4	a) $\int \frac{(\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x})^2}{x} dx,$ б) $\int 7^{-x}(\sqrt{72x} + 5^x)dx,$ B) $\int \frac{dx}{1-x^2}$
2.5	a) $\int \left(\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{x+2}{\sqrt[4]{x}} \right) dx,$ б) $\int e^{-x}(2^x - 3e^{x+3})dx,$ B) $\int \frac{dx}{3+x^2}$	2.6	a) $\int \left(a^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}} \right)^3 dx,$ б) $\int (4e^x \cdot 5^x - \pi^{2x})dx,$ B) $\int \frac{dx}{x^2-3}$
2.7	a) $\int \left(5x^3 - \frac{a}{\sqrt[3]{x^5}} \right) dx,$ б) $\int 3^{-x}(7 + 2^{x+1})dx,$ B) $\int \frac{dx}{x^2-5}$	2.8	a) $\int \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{a}{x^4} - x \right) dx,$ б) $\int (e^x - 2e^{-x})dx,$ B) $\int \frac{dx}{x^2+25}$
2.9	a) $\int \frac{(\sqrt{x^3} - 2x^2 + 3x^4)}{x} dx,$ б) $\int (e^x + e^{2x})dx,$ B) $\int \frac{dx}{25-x^2}$	2.10	a) $\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx,$ б) $\int \pi^x \cdot e^{x+1}dx,$ B) $\int \frac{7dx}{x^2+3}$
2.11	a) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^3 dx,$ б) $\int e^x \cdot \sqrt{2^x} dx,$ B) $\int \frac{2dx}{x^2+2}$	2.12	a) $\int \left(ax - \frac{4\sqrt{x}}{x^2} \right) dx,$ б) $\int 5^x \cdot 3^{1-x} dx,$ B) $\int \frac{7dx}{\sqrt{x^2+9}}$
2.13	a) $\int \left(\frac{x}{a} - \sqrt[3]{x} \right)^3 dx,$ б) $\int (5^x - 5^{-x})^2 dx,$ B) $\int \frac{5dx}{\sqrt{x^2-9}}$	2.14	a) $\int \frac{x^3 - 3\sqrt{x^5} - \sqrt[6]{x}}{\sqrt{x}} dx,$ б) $\int (5^{x+1} + 5^{-x})dx,$ B) $\int \frac{5dx}{\sqrt{x^2-16}}$
2.15	a) $\int x^2 \cdot \sqrt[4]{bx} dx,$ б) $\int \frac{2^x+3^x}{2^{x+1}} dx,$ B) $\int \frac{5dx}{\sqrt{x^2+16}}$	2.16	a) $\int \frac{x^4 - 2x - \sqrt{x}}{x^2} dx,$ б) $\int \frac{3^{-x} + 2^{x+3}}{2^{x+1}} dx,$ B) $\int \frac{5dx}{\sqrt{x^2-49}}$
2.17	a) $\int \frac{(\sqrt{bx} - \frac{x}{b})^2}{x} dx,$ б) $\int 4^x (7 + 2^{-x})dx,$ B) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+49}}$	2.18	a) $\int \frac{(x-1)^3}{x\sqrt{x}} dx,$ б) $\int 3^{-x}(4 - 5^{x+2}) dx,$ B) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+81}}$
2.19	a) $\int \frac{(2x+a)^3}{x^2} dx,$ б) $\int \left(3^{\frac{x}{2}} - 3^{-\frac{x}{2}} \right)^2 dx,$ B) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-36}}$	2.20	a) $\int \frac{(x-\frac{a}{x})^2}{\sqrt{x}} dx,$ б) $\int e^x(2^{x+1} - 5e^{3-x})dx,$ B) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

2.21	а) $\int \frac{(bx + \frac{a}{x})^2}{\sqrt[3]{x}} dx,$ б) $\int \pi^{2x} (\frac{1}{2^x} - 3^{x+1}) dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$	2.22	а) $\int \frac{(2x+b)^3}{x^3} dx,$ б) $\int \frac{1}{3^x} (e^{x+1} + 2e^{-x}) dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{25-x^2}}$
2.23	а) $\int \frac{(1-b\sqrt[3]{x})^3}{x^2} dx,$ б) $\int (e^{-x} - e^x) dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}}$	2.24	а) $\int \frac{(2-a\sqrt{x^3})^2}{x^2} dx,$ б) $\int (e^x - 2) dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{81-x^2}}$
2.25	а) $\int \frac{x^3 - 2\sqrt{x} + x^3\sqrt{x}}{x} dx,$ б) $\int (e^x + 2^{-x}) dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{12-x^2}}$	2.26	а) $\int \frac{(2x+5)^3}{x^2} dx,$ б) $\int 3^x (7 + 2^{-x}) dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{24-x^2}}$
2.27	а) $\int \frac{(x+\frac{1}{x})^2}{\sqrt[4]{x}} dx,$ б) $\int 2^{-x} (3 - 5^{x+2}) dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$	2.28	а) $\int \frac{(2-\sqrt{x^3})^3}{x^2} dx,$ б) $\int \frac{3^{-x} + 2^{x+3}}{2^{x+1}} dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{36+x^2}}$
2.29	а) $\int \frac{(1-b\sqrt{x})^2}{x^3} dx,$ б) $\int (e^x + e^{2x}) dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{27-x^2}}$	2.30	а) $\int \frac{x^4 - 2\sqrt{x} + x\sqrt{x}}{x^2} dx,$ б) $\int \frac{1}{e^x} (e^{x+1} + 2e^{-x}) dx,$ в) $\int \frac{dx}{\sqrt{27+x^2}}$

3 тапсырма. Анықталмаған интегралды табу керек.

3.1	$\int (\cos 2x - 3\sin 5x) dx$	3.2	$\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$
3.3	$\int \frac{dx}{1 - \sin^2 5x}$	3.4	$\int \cos^2 2x dx$
3.5	$\int (e^{5x} - 4e^{\frac{x}{2}}) dx$	3.6	$\int (e^{4x} - 2e^{-3x})^2 dx$
3.7	$\int \sin(2x + 3) dx$	3.8	$\int \frac{2^{3x} - 3^x}{3^{2x}} dx$
3.9	$\int \frac{(e^{-x} + 5)^2}{e^x} dx$	3.10	$\int (\sqrt[3]{e^x} - x \cdot e^2) dx$
3.11	$\int \frac{dx}{\sqrt{e^{3x}}}$	3.12	$\int \frac{dx}{\sqrt{6e^{5x-1}}}$
3.13	$\int (\cos x + \sin x)^2 dx$	3.14	$\int (\cos x - \sin 2x)^2 dx$
3.15	$\int (\cos 3x + \sin 3x)^2 dx$	3.16	$\int (\cos x - \sin x)^2 dx$

3.17	$\int \frac{dx}{\sin^2 5x}$	3.18	$\int \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{x}{3}\right)}$
3.19	$\int \cos(1 - 5x) dx$	3.20	$\int \sin^2 x dx$
3.21	$\int \cos^2 x dx$	3.22	$\int \left(\cos \frac{x}{3} - 5\sin \frac{x}{2}\right) dx$
3.23	$\int \cos x(1 - 5\cos x) dx$	3.24	$\int \frac{5^{2x} - 3^{-x}}{2^x} dx$
3.25	$\int \frac{5^{2x-1} - 5^{2-2x}}{4^x} dx$	3.26	$\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^{2x}} dx$
3.27	$\int \frac{e^{x+1} + e^{1-x}}{e^x} dx$	3.28	$\int \left(\cos \frac{x}{3} - 5\sin \frac{x}{2}\right)^2 dx$
3.29	$\int \cos x(1 - 5\cos x) dx$	3.30	$\int \sin^2 x dx$

4 тапсырма. Анықталмаған интегралды табу керек.

4.1	$\int e^{x^2} \cdot x dx$	4.2	$\int e^{-x^2} \cdot x dx$
4.3	$\int e^{5x^2} \cdot x dx$	4.4	$\int e^{\frac{x^2}{2}} \cdot x dx$
4.5	$\int e^{x^2+3} \cdot x dx$	4.6	$\int e^{1-3x^2} \cdot x dx$
4.7	$\int x \cdot \sqrt{x^2 + 1} dx$	4.8	$\int x \cdot \sqrt[3]{(x^2 + 3)^4} dx$
4.9	$\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 9}}$	4.10	$\int \frac{xdx}{x^2 + 10}$
4.11	$\int \frac{e^x dx}{e^x + 5}$	4.12	$\int e^x \cdot \sqrt{3e^x - 7} dx$
4.13	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x} - 5}}$	4.14	$\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 10}$
4.15	$\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$	4.16	$\int \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$
4.17	$\int \frac{dx}{x \cdot \ln x}$	4.18	$\int \operatorname{tg} x dx$
4.19	$\int \operatorname{ctg} x dx$	4.20	$\int \cos x \cdot \sqrt{\sin x} dx$
4.21	$\int e^{-x^3} \cdot x^2 dx$	4.22	$\int \frac{e^x dx}{e^{2x} - 4}$
4.23	$\int \frac{dx}{x \cdot (\ln^2 x + 1)}$	4.24	$\int x \cdot \sqrt{(x^2 + 3)^5} dx$

4.25	$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$	4.26	$\int 4^{\cos x} \sin x dx$
4.27	$\int \frac{\cos x}{2 + 3 \sin x} dx$	4.28	$\int \frac{x^2}{1 - x^3} dx$
4.29	$\int \frac{6^x}{1 - 6^x} dx$	4.30	$\int \frac{e^x}{(e^x - 1)^1} dx$

5 тапсырма. Анықталмаған интегралды табу керек (квадрат үшмүшені интегралдау).

5.1	$\int \frac{dx}{x^2 + 8x + 5}$	5.2	$\int \frac{dx}{x^2 - x + 1}$	5.3	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 10}}$
5.4	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 11}}$	5.5	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3x + 1}}$	5.6	$\int \frac{dx}{\sqrt{1 + 2x - x^2}}$
5.7	$\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 2x - x^2}}$	5.8	$\int \frac{x dx}{x^2 + 2x + 5}$	5.9	$\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 5}$
5.10	$\int \frac{dx}{x^2 - x + 1}$	5.11	$\int \frac{dx}{x^2 + x + 2}$	5.12	$\int \frac{dx}{x + (x + 1)^2}$
5.13	$\int \frac{dx}{x^2 + 6x - 1}$	5.14	$\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}$	5.15	$\int \frac{dx}{x + x^2 + 3}$
5.16	$\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$	5.17	$\int \frac{dx}{x^2 - x - 2}$	5.18	$\int \frac{dx}{2x^2 + x - 1}$
5.19	$\int \frac{dx}{x^2 + 6x - 1}$	5.20	$\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 1}$	5.21	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 6x - 5}}$
5.22	$\int \frac{1 - 2x}{x^2 - 6x + 10} dx$	5.23	$\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 3x - x^2}}$	5.24	$\int \frac{dx}{2x^2 - 3x + 1}$
5.25	$\int \frac{dx}{5x - x^2 - 6}$	5.26	$\int \frac{dx}{4 + 3x - x^2}$	5.27	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$
5.28	$\int \frac{dx}{x^2 + x + 3}$	5.29	$\int \frac{dx}{x^2 + x - 3}$	5.30	$\int \frac{dx}{x^2 + 8x + 7}$

6 тапсырма. Бөліктеп интегралдау әдісінің көмегімен анықталмаған интегралды табу керек.

6.1	$\int x \cdot e^{2x} dx$	6.2	$\int (x - 1) \cdot e^{-x} dx$	6.3	$\int (2x + 5) \cdot e^3 dx$
6.4	$\int x^2 \cdot e^x dx$	6.5	$\int x \cdot 3^x dx$	6.6	$\int x \cdot \ln x dx$
6.7	$\int x \cdot \ln 5x dx$	6.8	$\int \sqrt{x} \cdot \ln x dx$	6.9	$\int (\ln x - 2 \ln^2 x) dx$
6.10	$\int \frac{\ln x}{x^2} dx$	6.11	$\int x \cdot \arctg x dx$	6.12	$\int x \cdot \cos x dx$

6.13	$\int x \cdot \sin x dx$	6.14	$\int x \cdot \cos 3x dx$	6.15	$\int x \cdot \sin \frac{x}{2} dx$
6.16	$\int x \cdot \cos \frac{x}{3} dx$	6.17	$\int x \cdot \sin 5x dx$	6.18	$\int x^2 \cdot e^{-x} dx$
6.19	$\int x \cdot 5^x dx$	6.20	$\int \frac{x}{2^x} dx$	6.21	$\int x^2 \sqrt{e^x} dx$
6.22	$\int x \cdot e^{-3x} dx$	6.23	$\int x \cdot \sin \frac{x}{3} dx$	6.24	$\int x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx$
6.25	$\int \sqrt[3]{x} \ln x dx$	6.26	$\int (x + 5) 3^x dx$	6.27	$\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$
6.28	$\int x \cdot \sin 3x dx$	6.29	$\int \frac{x}{7^x} dx$	6.30	$\int x \sqrt{e^x} dx$

7 тапсырма. Бұрыс бөлшек-рационал функцияның бүтін бөлігін айырып алу арқылы анықталмаған интегралды табу керек.

7.1	$\int \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 25} dx$	7.2	$\int \frac{x^2 + 2x + 6}{x^2 - 9} dx$	7.3	$\int \frac{x^3}{x^2 + 9} dx$
7.4	$\int \frac{x^3}{x^2 + 9} dx$	7.5	$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5} dx$	7.6	$\int \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 16} dx$
7.7	$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 25} dx$	7.8	$\int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} dx$	7.9	$\int \frac{x^2 + 2x + 4}{x^2 + 2x - 1} dx$
7.10	$\int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} dx$	7.11	$\int \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 6x + 25} dx$	7.12	$\int \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 8x + 20} dx$
7.13	$\int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 6x + 10} dx$	7.14	$\int \frac{x^2 + 7}{x^2 + 4} dx$	7.15	$\int \frac{x^4}{x^2 + 9} dx$
7.16	$\int \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 8x + 25} dx$	7.17	$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 4x + 5} dx$	7.18	$\int \frac{x^2 + 2}{x^2 - 4x + 13} dx$
7.19	$\int \frac{x^3}{x^2 - 1} dx$	7.20	$\int \frac{x^4}{x^2 + 1} dx$	7.21	$\int \frac{x^3}{x^3 + 8} dx$
7.22	$\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 9} dx$	7.23	$\int \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^2 + 25} dx$	7.24	$\int \frac{x^2 - 4x + 2}{x^2 - 1} dx$
7.25	$\int \frac{x^2 + 2}{x^2 + 6x - 1} dx$	7.26	$\int \frac{x^2 + 2x + 16}{x^2 - 9} dx$	7.27	$\int \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 5} dx$
7.28	$\int \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2x + 26} dx$	7.29	$\int \frac{x^3 + 2x}{x^2 + 49} dx$	7.30	$\int \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 9} dx$

8 тапсырма. Дұрыс бөлшек-рационал функциядан анықталмаған интегралды табу керек.

8.1	$\int \frac{dx}{(x - 2)^2(x + 3)}$	8.2	$\int \frac{(x + 1)dx}{(x - 3)^2(x + 4)}$	8.3	$\int \frac{(x - 1)dx}{(x + 2)^2(x - 3)}$
-----	------------------------------------	-----	---	-----	---

8.4	$\int \frac{(x+1)dx}{x^2(x+3)}$	8.5	$\int \frac{(x-7)dx}{(x-4)^2(x+5)}$	8.6	$\int \frac{(x-14)dx}{(x+2)^2(x+3)}$
8.7	$\int \frac{(2x+1)dx}{(x+3)^2(x+4)}$	8.8	$\int \frac{(2x-1)dx}{(x+2)^2(2x-3)}$	8.9	$\int \frac{(2x+11)dx}{x^2(x+3)}$
8.10	$\int \frac{(x-1)dx}{(x-2)^3(x+3)}$	8.11	$\int \frac{dx}{x^2(x+2)}$	8.12	$\int \frac{dx}{(x+1)^2x}$
8.13	$\int \frac{(3x+1)dx}{(x-2)^2(x+1)}$	8.14	$\int \frac{(x^2+7)dx}{(x^2+4)(x-1)}$	8.15	$\int \frac{dx}{x(x^2+3)}$
8.16	$\int \frac{(x^2+1)dx}{x(x^2+3)}$	8.17	$\int \frac{dx}{x^3+1}$	8.18	$\int \frac{dx}{x^3-8}$
8.19	$\int \frac{x^3dx}{x^4-1}$	8.20	$\int \frac{x^2dx}{(x^3+1)(x+1)}$	8.21	$\int \frac{(4x+1)dx}{x^2(x+3)}$
8.22	$\int \frac{(2x-7)dx}{(x-4)^3(x-5)}$	8.23	$\int \frac{(x+12)dx}{(x-3)^3(x+4)}$	8.24	$\int \frac{(2x+1)dx}{(x-2)^3(x+3)}$
8.25	$\int \frac{(3x-1)dx}{(x+2)^3(x-3)}$	8.26	$\int \frac{(x+1)dx}{(x+3)^2x}$	8.27	$\int \frac{(3x-7)dx}{(x+5)^5(x-4)}$
8.28	$\int \frac{(5x+1)dx}{x^3(x+3)}$	8.29	$\int \frac{(2x-1)dx}{(x+4)^2(x-3)}$	8.30	$\int \frac{(x-1)dx}{(x-3)^2(x+2)}$

9 тапсырма. Анықталған интегралды есептеу керек.

9.1	$\int_{-1}^2 x^4 dx$	9.2	$\int_0^1 (\sqrt{x}-1)^3 dx$	9.3	$\int_3^{10} \sqrt[3]{x-2} dx$
9.4	$\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$	9.5	$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$	9.6	$\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 \frac{dx}{\cos^2 2x}$
9.7	$\int_0^1 \frac{x+2}{x+1} dx$	9.8	$\int_{0,5}^1 e^{-2x+1} dx$	9.9	$\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$
9.10	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x)^2 dx$	9.11	$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+5}$	9.12	$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^2}$
9.13	$\int_{0,5}^1 \frac{dx}{(x+1)^2}$	9.14	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x)^2 dx$	9.15	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2}}$

9.16	$\int_0^{\pi} \left[\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right]^2 dx$	9.17	$\int_{-1}^{-0,5} \frac{x^2 - 1}{x^4} dx$	9.18	$\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$
9.19	$\int_{\frac{\pi}{4}}^0 \sin^2 x dx$	9.20	$\int_0^7 \sqrt[3]{x+1} dx$	9.21	$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{(x-1)^3}$
9.22	$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{\sin^2 \frac{x}{2}}$	9.23	$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x^2 + 1}{x^4} dx$	9.24	$\int_0^{16} \sqrt[4]{x^5} dx$
9.25	$\int_{\pi}^{4\pi} \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{4}}$	9.26	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{x}{2} dx$	9.27	$\int_{0,5}^1 \frac{dx}{(2x+1)^3}$
9.28	$\int_{0,25}^1 \frac{dx}{(4x+1)^3}$	9.29	$\int_{-2}^2 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$	9.30	$\int_{\frac{1}{3}}^2 \frac{x^2 + 1}{x^4} dx$

10 тапсырма. Көрсетілген айнымалыны ауыстыруды пайдаланып интегралдарды есептеу керек.

10.1	$\int_0^2 x^3 \cdot e^{x^2} dx, (x^2 = t)$	10.2	$\int_0^{0,5} x^3 \cdot e^{-x^4} dx, (x^4 = t)$
10.3	$\int_1^{\sqrt{2}} x^3 \cdot e^{-x^2} dx, (x^2 = t)$	10.4	$\int_2^3 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x-1}}, (2x-1 = t^2)$
10.5	$\int_1^e \frac{dx}{x(\ln^2 x + 1)}, (\ln x = t)$	10.6	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3 + 2 \cos x}, (\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t)$
10.7	$\int_1^6 \frac{dx}{x + \sqrt{3x-2}}, (3x-2 = t^2)$	10.8	$\int_4^9 e^{-2\sqrt{x}} dx, (x = t^2)$
10.9	$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx, (t = 2 \sin x)$	10.10	$\int_1^{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx, (x = \frac{1}{\cos t})$

10.11	$\int_{\ln 1}^{\frac{\ln 3}{2}} \frac{dx}{e^x + e^{-x}}, (e^x = t)$	10.12	$\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5+4x}}, (5+4x = t^2)$
10.13	$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln^3 x}, (\ln x = t)$	10.14	$\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx, (x = 3 \sin t)$
10.15	$\int_0^1 \frac{e^{-\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}, (\sqrt{x} = t)$	10.16	$\int_1^{\ln^2 2} e^{-\sqrt{x}} dx, (\sqrt{x} = t)$
10.17	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4+3\cos x}, (\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t)$	10.18	$\int_0^4 \sqrt{x} \cdot e^{-\sqrt{x}} dx, (\sqrt{x} = t)$
10.19	$\int_0^1 x^3 \cdot e^{x^2} dx, (x^2 = t)$	10.20	$\int_0^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{x^4 + 2x^2 + 25}, (x^2 = t)$
10.21	$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}, (\frac{1}{x} = t)$	10.22	$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \sqrt{\ln^3 x}}, (\ln x = t)$
10.23	$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 1}}, (\frac{1}{x} = t)$	10.24	$\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x}}, (e^x = t)$
10.25	$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx, (x = \sin t)$	10.26	$\int_0^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{x^4 + 12x^2 + 225}, (x^2 = t)$
10.27	$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 4}}, (\frac{1}{x} = t)$	10.28	$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \sqrt{\ln^5 x}}, (\ln x = t)$
10.29	$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \sqrt{\ln^5 x}}, (\ln x = t)$	10.30	$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2}, (\frac{1}{x} = t)$

11 тапсырма. Сызықтармен шектелген (D аймағының ауданы) фигуралардың ауданын есептеу керек.

11.1	$D: \begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq 4 \end{cases}$	11.2	$D: \begin{cases} y = \sqrt{x}, y = 0 \\ y = 1, x = 4 \end{cases}$	11.3	$D: \begin{cases} y = \frac{1}{x}, y = 0 \\ y = 1, x = 2 \end{cases}$
------	---	------	--	------	---

11.4	$D: \begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y + x = -4 \end{cases}$	11.5	$D: \begin{cases} y = e^{-x} \\ y = 1 \\ x = \ln 3 \end{cases}$	11.6	$D: \begin{cases} y = \cos x \\ y = 0 \\ -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$
11.7	$D: \begin{cases} y = \sin^2 x \\ y = 0 \\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$	11.8	$D: \begin{cases} y = x^2 \\ y = x \end{cases}$	11.9	$D: \begin{cases} y = x^2 \\ y = x^4 \end{cases}$
11.10	$D: \begin{cases} y = x^2 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$	11.11	$D: \begin{cases} y = x^2 \\ y = -x^2 \\ y = 1 \end{cases}$	11.12	$D: \begin{cases} y = \operatorname{tg} x \\ y = 1 \\ x = 0 \end{cases}$
11.13	$D: \begin{cases} y = \operatorname{tg} 2x \\ y = 1, x = 0 \end{cases}$	11.14	$D: \begin{cases} y = \operatorname{ctg} x \\ y = 1 \\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$	11.15	$D: \begin{cases} y = \operatorname{tg} x \\ y = -1 \\ y = 0 \end{cases}$
11.16	$D: \begin{cases} y = \operatorname{arctg} x \\ y = \frac{\pi}{4}, x = 0 \end{cases}$	11.17	$D: \begin{cases} y \leq \cos^2 x \\ y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$	11.18	$D: \begin{cases} y = \operatorname{tg} x \\ y = \sqrt{3} \\ x = 0 \end{cases}$
11.19	$D: \begin{cases} y = \frac{5}{1+x^2} \\ y = 1 \end{cases}$	11.20	$D: \begin{cases} y = \cos^2 x \\ y = -\cos x \\ x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$	11.21	$D: \begin{cases} y = 9x \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$
11.22	$D: \begin{cases} y = x^3 \\ y = 2\sqrt{x} \end{cases}$	11.23	$D: \begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = x \end{cases}$	11.24	$D: \begin{cases} y = 2 - x^2 \\ y = x \end{cases}$
11.25	$D: \begin{cases} y = \ln x \\ y = -\ln x \\ x = e \end{cases}$	11.26	$D: \begin{cases} y \leq \cos^2 x \\ y \geq 0, x \geq 0 \\ x \leq \pi \end{cases}$	11.27	$D: \begin{cases} y = \cos^2 x \\ y = 0 \\ -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$
11.28	$D: \begin{cases} y = \operatorname{ctg} x \\ y = 1 \\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$	11.29	$D: \begin{cases} y = \operatorname{ctg} x \\ y = 1 \\ x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$	11.30	$D: \begin{cases} y = \operatorname{arcsin} x, \\ y = \frac{\pi}{4}, x = 0 \end{cases}$

12 тапсырма. Меншіксіз интегралды есептеу (немесе оның жинақсыздығын дәлелдеу) керек.

12.1	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{3x^2 + 1}$	12.2	$\int_3^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$	12.3	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$
12.4	$\int_{-1}^{+\infty} \frac{x dx}{x^2 + 9}$	12.5	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(1 + \ln x)}$	12.6	$\int_1^{+\infty} \frac{x dx}{x^4 + 2x^2 + 5}$
12.7	$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$	12.8	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{9x^2 + 1}$	12.9	$\int_0^{+\infty} x e^x dx$
12.10	$\int_{-\infty}^0 x e^x dx$	12.11	$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$	12.12	$\int_{-1}^{+\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx$

12.13	$\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$	12.14	$\int_{-\infty}^0 x^2 e^{x^3} dx$	12.15	$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$
12.16	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$	12.17	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt{3x^2 + 1}}$	12.18	$\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{x^2 + 2x + 2}$
12.19	$\int_{-\infty}^0 xe^{3x} dx$	12.20	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(x+1)}$	12.21	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 10}$
12.22	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{9x^2 + 2}} dx$	12.23	$\int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-\frac{x^2}{2}} dx$	12.24	$\int_{-\infty}^{-1} xe^{2x} dx$
12.25	$\int_0^{+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{4+x^2}} dx$	12.26	$\int_{-\infty}^0 xe^{3x} dx$	12.27	$\int_1^{+\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$
12.28	$\int_2^{+\infty} x \ln x dx$	12.29	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x}$	12.30	$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$

13 тапсырма. Меншіксіз интегралды есептеу (немесе жинақсыздығын орнату) керек.

13.1	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$	13.2	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$	13.3	$\int_0^2 \frac{dx}{x^2}$
13.4	$\int_0^1 \frac{dx}{x\sqrt{x}}$	13.5	$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x}}$	13.6	$\int_{-3}^1 \frac{dx}{\sqrt{x+3}}$
13.7	$\int_0^1 \ln x dx$	13.8	$\int_0^{e/2} \ln 2x dx$	13.9	$\int_{-2}^0 \frac{dx}{3x+2}$
13.10	$\int_{-1}^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$	13.11	$\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$	13.12	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^4}}$
13.13	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^4}}$	13.14	$\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^4}}$	13.15	$\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2}}$
13.16	$\int_0^{0,5} x \ln x dx$	13.17	$\int_0^1 e^{-\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$	13.18	$\int_0^1 2^{-\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$
13.19	$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{4-x}}$	13.20	$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$	13.21	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3}$
13.22	$\int_0^1 e^{\frac{1}{2}\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$	13.23	$\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^3}$	13.24	$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$
13.25	$\int_0^1 \frac{dx}{x^3 - 5x^2}$	13.26	$\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}$	13.27	$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 2x}$
13.28	$\int_0^{1/2} \frac{dx}{x \ln x}$	13.29	$\int_0^{\pi/2} tg^2 x dx$	13.30	$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$

3 Типтік нұсқаның шешімі

1 тапсырма.

$$z_1 = 9 - 9i \text{ және } z_2 = 9 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

комплекс сандары берілген.

Табу керек:

- 1) z_1 комплекс санының модулін.
- 2) z_1 комплекс санының аргументін.
- 3) z_1 комплекс санының тригонометриялық және көрсеткіштік формаларындағы түрлерін.
- 4) z_1 және z_2 комплекс сандарының қосындысын.
- 5) z_2^5 .
- 6) $z_1 \cdot z_2$ көбейтіндісінің тригонометриялық формасын.
- 7) Муавр формуласы бойынша $z^3 = z_2$ теңдеуінің барлық комплекс түбірлерін.

Шешімі:

- 1) егер комплекс саны алгебралық формада мынадай түрде болса:
 $z = \alpha + i\beta = (\alpha, \beta) \Rightarrow z_1 = 9 - 9i = (9, -9)$, мұндағы $\alpha = 9, \beta = -9$, онда z_1 комплекс санының модулі келесі формула бойынша есептелінеді:

$$|z| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \text{ яғни } |z_1| = \sqrt{9^2 + (-9)^2} = 9\sqrt{2}.$$

- 2) z_1 комплекс санының аргументі:

$$\varphi = \arg(z) = \arctg \frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow \varphi_1 = \arg(z_1) = \arctg \frac{-9}{9} = -\arctg 1 = -\frac{\pi}{4}.$$

- 3) тригонометриялық және көрсеткіштік формаларда комплекс саны келесі түрде болады

$$z = \alpha + i\beta = |z|(\cos \varphi + i \sin \varphi) = |z|e^{i\varphi} \Rightarrow \\ z_1 = 9 - 9i = 9\sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right) = 9\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}.$$

- 4) z_1 және z_2 комплекс сандарын қосындысы:

$$z_2 = 9 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) = 9 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right), \\ z_1 + z_2 = 9 - 9i + 9 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \left(9 + 9 \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + i \left(-9 + 9 \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \approx \\ \approx 15,36 - 2,63i.$$

- 5) z_2^5 есептеу үшін Муавр формуласын пайдаланамыз:

$$z^n = |z|^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi) = |z|^n e^{in\varphi}; \\ z_2^5 = (9\sqrt{2})^5 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right) = (9\sqrt{2})^5 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

- 6) $z_1 \cdot z_2$ көбейтіндісі тригонометриялық формада келесі үлгі бойынша есептелінеді:

$$z_1 \cdot z_2 = |z_1||z_2|(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)), \\ z_1 \cdot z_2 = 9\sqrt{2} \cdot 9 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) \right) = \\ = 81\sqrt{2}(\cos 0 + i \sin 0) = 81\sqrt{2}.$$

7) $z^3 = z_2$ теңдеуінің барлық $z = \sqrt[3]{z_2}$ комплекс түбірлері Муавр формуласы бойынша

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right), k = 0, 1, 2, \dots, n-1,$$

$$\sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{9\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi k}{3} \right), k = 0, 1, 2.$$

$k = 0, 1, 2$ үшін алынған түбірлерді жазамыз:

$$k = 0: z_2 = \sqrt[3]{9\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt[3]{9\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right);$$

$$k = 1: z_2 = \sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{9\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi}{3} + i \sin \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi}{3} \right) = \sqrt[3]{9\sqrt{2}} \left(\cos \frac{9\pi}{12} + i \sin \frac{9\pi}{12} \right);$$

$$k = 2: \sqrt[3]{z_2} = \sqrt[3]{9\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\frac{\pi}{4} + 4\pi}{3} + i \sin \frac{\frac{\pi}{4} + 4\pi}{3} \right) = \sqrt[3]{9\sqrt{2}} \left(\cos \frac{17\pi}{12} + i \sin \frac{17\pi}{12} \right).$$

2, 3 тапсырмаларды тікелей интегралдаудың, яғни интегралдау ережелерін, интеграл астындағы функцияларды үйлесімді түрлендірулерді және негізгі интегралдардың кестелерін пайдаланудың көмегімен шешеміз.

2 тапсырма.

а) $\int \frac{(a - \sqrt[3]{x})^2}{x^3} dx$ анықталмаған интегралды табу керек.

Шешімі:

$$\begin{aligned} \int \frac{(a - \sqrt[3]{x})^2}{x^3} dx &= \int \frac{a^2 - 2a\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}{x^3} dx = \int \left(\frac{a^2}{x^3} - \frac{2a\sqrt[3]{x}}{x^3} + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x^3} \right) dx = \\ &= \int \left(a^2 x^{-3} - 2a x^{-\frac{8}{3}} + x^{-\frac{7}{3}} \right) dx = a^2 \int x^{-3} dx - 2a \int x^{-\frac{8}{3}} dx + \int x^{-\frac{7}{3}} dx = \\ &= -\frac{a^2 x^{-2}}{2} + \frac{6a x^{-\frac{5}{3}}}{5} - \frac{3x^{-\frac{4}{3}}}{4} + C; \end{aligned}$$

б) $\int \frac{5^{2x} - 3^x}{5^x} dx$ анықталмаған интегралды табу керек.

Шешімі:

$$\int \frac{5^{2x} - 3^x}{5^x} dx = \int \left(\frac{5^{2x}}{5^x} - \frac{3^x}{5^x} \right) dx = \int 5^x dx - \int \left(\frac{3}{5} \right)^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} - \frac{\left(\frac{3}{5} \right)^x}{\ln \frac{3}{5}} + C;$$

в) $\int \left(\frac{6}{2x^2 + 9} + \frac{12}{2x^2 - 9} \right) dx$ анықталмаған интегралды табу керек.

Шешімі:

$$\int \left(\frac{6}{2x^2 + 9} + \frac{12}{2x^2 - 9} \right) dx = \int \frac{6 dx}{2 \left(x^2 + \frac{9}{2} \right)} + \int \frac{12 dx}{2 \left(x^2 - \frac{9}{2} \right)} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{2}}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{\frac{9}{2}}} + \frac{1}{2\sqrt{\frac{9}{2}}} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{9}{2}} - x}{\sqrt{\frac{9}{2}} + x} \right| + C = \frac{\sqrt{2}}{6} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}x}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} \ln \left| \frac{3 - \sqrt{2}x}{3 + \sqrt{2}x} \right| + C.$$

3 тапсырма. Егер $\int f(x)dx = F(x) + C$ болса, $\int f(kx + b)dx = \frac{1}{k}F(kx + b) + C$ формуласын қолдана отырып интегралды есептейміз.

$\int \cos(3x + 8) dx$ анықталмаған интегралды табу керек.

Шешімі: $\int \cos(3x + 8) dx = \frac{1}{3} \sin(3x + 8) + C.$

4 тапсырмада айнымалыны ауыстыру әдісін қолданамыз. $\int e^{x^5} x^4 dx$ анықталмаған интегралды табу керек.

Шешімі: айнымалыны ауыстыру әдісін (орнына қою әдісі) қолданамыз.

$$\int e^{x^5} x^4 dx = \left| \begin{array}{l} \text{Ауыстыру: } x^5 = t, \quad d(x^5) = dt, \\ 5x^4 dx = dt, \quad x^4 dx = \frac{dt}{5} \end{array} \right| = \int e^t \frac{dt}{5} = \frac{1}{5} e^t + C = \frac{1}{5} e^{x^5} + C.$$

5 тапсырма. $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 10}$ анықталмаған интегралды табу керек.

Шешімі: квадрат үшмүшені интегралдау.

$$\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 10} = \int \frac{dx}{(x + 1)^2 + 9} = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{x + 1}{3} + C.$$

6 тапсырма. $\int (2x - 7) \sin 5x dx$.

Шешімі: бөліктеп интегралдау тәсілін қолданамыз.

$$\int (2x - 7) \sin 5x dx = \left| \begin{array}{l} \text{Бөліктеп интегралдау формуласы бойынша} \\ u dv = uv - \int v du, \quad \text{где } u = 2x - 7, \\ du = 2 dx, \quad dv = \sin 5x dx, \quad v = -\frac{1}{5} \cos 5x \end{array} \right| =$$

$$= -\frac{1}{5} (2x - 7) \cos 5x + \frac{2}{5} \int \cos 5x dx = -\frac{1}{5} (2x - 7) \cos 5x + \frac{2}{25} \sin 5x + C.$$

7 тапсырма. $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2x - 3} dx$ анықталмаған интегралды табу керек.

Шешімі: интеграл астындағы функция бұрыс рационал бөлшек болғандықтан, бөлшектің алымын бөліміне бөлу арқылы оны көпмүшелердің қосындысы ретінде және дұрыс бөлшек түріне келтіреміз. Содан кейін дұрыс бөлшектегі бөлшектің бөлімін көпмүшелерге жіктейміз:

$$\frac{x^2 + 3}{x^2 + 2x - 3} = 1 + \frac{-2x + 6}{x^2 + 2x - 3} = 1 + \frac{-2x + 6}{(x - 1)(x + 3)}.$$

Енді анықталмаған коэффициенттер әдісін қолданамыз:

$$\frac{-2x + 6}{x^2 + 2x - 3} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3}.$$

Теңдікті ортақ бөлшек бөліміне келтіріп, және бөлшектің алымдарын теңестіріп, кез келген x сандық мәндерінде дұрыс тепе-теңдікті аламыз $-2x + 6 = A(x + 3) + B(x - 1)$. Бөлшектің түбірлерімен сәйкес келетін x –ке мән беру арқылы, A немесе B белгісіз бір тұрақтысымен теңдеу аламыз:

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 \quad | \quad 4A = 4 \\ x = -3 \quad | \quad -4B = 12 \end{array} \right\}, \text{ мұндағы } A = 1, B = -3.$$

Сонымен,

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 2x - 3} dx &= \int \left(1 + \frac{1}{x - 1} - \frac{3}{x + 3} \right) dx = \\ &= x + \ln|x - 1| - 3 \ln|x + 3| + C = x + \ln \left| \frac{x - 1}{(x + 3)^3} \right| + C. \end{aligned}$$

8 тапсырма. $\int \frac{(x-5)dx}{x^2(x+3)}$ анықталмаған интегралды табу керек.

Шешімі: интеграл астындағы функция дұрыс рационал бөлшек болғандықтан, оны қарапайым бөлшектер түріне келтіреміз:

$$\frac{x-5}{x^2(x+3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+3}.$$

Ортақ бөлімге келтіре отырып және бөлшектердің алымдарын теңестіріп келесі теңдікті аламыз $x - 5 = Ax(x + 3) + B(x + 3) + Cx^2$. Алынған теңдіктің екі жағындағы x -ің бірдей дәрежелерінің алдындағы коэффициенттерді теңестіріп мынадай теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\left. \begin{array}{l} A + C = 0 \\ 3A + B = 1 \\ 3B = -5 \end{array} \right\}, \text{ мұндағы } A = \frac{8}{9}, B = -\frac{5}{3}, C = -\frac{8}{9}.$$

Сонымен,

$$\begin{aligned} \int \frac{(x-5)dx}{x^2(x+3)} &= \int \left(\frac{8}{9x} - \frac{5}{3x^2} - \frac{8}{9(x+3)} \right) dx = \\ &= \frac{8}{9} \ln|x| - \frac{5}{3} \cdot \frac{x^{-1}}{-1} - \frac{8}{9} \ln|x + 3| + C = \frac{8}{9} \ln \frac{x}{x + 3} + \frac{5}{3x} + C. \end{aligned}$$

9 тапсырма. $\int_{-1}^2 \frac{dx}{(x+3)^3}$ анықталған интегралды есептеу керек.

$$\begin{aligned} \text{Шешімі: } \int_{-1}^2 \frac{dx}{(x+3)^3} &= \int_{-1}^2 \frac{d(x+3)}{(x+3)^3} = \int_{-1}^2 (x+3)^{-3} d(x+3) = \frac{(x+3)^{-2}}{-2} \Big|_{-1}^2 = \\ &= -\frac{1}{2} [(2+3)^{-2} - (-1+3)^{-2}] = -\frac{1}{2} [5^{-2} - 2^{-2}] = \frac{21}{200}. \end{aligned}$$

10 тапсырма. $x = 2 \cos t$ алмастыруды пайдаланып, $\int_0^1 \sqrt{4 - x^2} dx$ интегралын есептеу керек.

Шешімі:

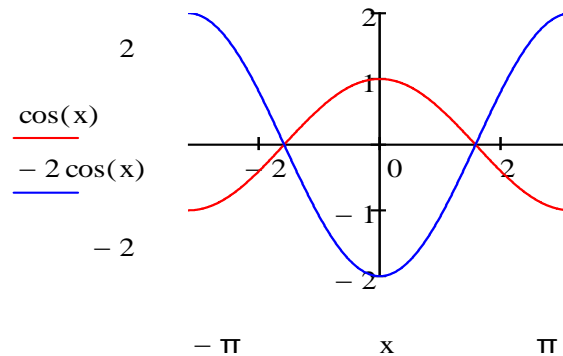
$$\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx = \left| \begin{array}{l} x = 2 \cos t, \quad dx = -2 \sin t dt, \\ x = 0 \rightarrow t = \frac{\pi}{2}, \\ x = 1 \rightarrow t = \frac{\pi}{3} \end{array} \right| = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{4-4\cos^2 t} (-2 \sin t) dt =$$

$$= -4 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} (\sin t)^2 dt = -4 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt = -2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} (1 - \cos 2t) dt =$$

$$= -2 \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} = -2 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{3} - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin \pi \right) \right) = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

11 тапсырма. Көрсетілген $D: \begin{cases} \cos x, \\ -2 \cos x, \end{cases} -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ сызықтарымен шектелген, D фигурасының ауданын есептеу керек.

Шешімі: D фигурасын тұрғызамыз (1 сурет).



1 сурет

$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos x - (-2 \cos x)] dx = 3 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 3 \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$= 3 \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) = 3 \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} \right) = 6 \sin \frac{\pi}{2} = 6.$$

12 тапсырма. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+8x+17}$ меншіксіз интегралын есептеу (немесе оның жинақсыздығын дәлелдеу) керек.

Шешімі: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+8x+17} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x+4)^2+1} =$

$$= \lim_{B \rightarrow -\infty} \int_B^C \frac{dx}{(x+4)^2+1} + \lim_{A \rightarrow +\infty} \int_C^A \frac{dx}{(x+4)^2+1} =$$

$$= \lim_{B \rightarrow -\infty} \arctg(x+4) \Big|_B^C + \lim_{A \rightarrow +\infty} \arctg(x+4) \Big|_C^A = \arctg C - \lim_{B \rightarrow -\infty} \arctg B +$$

$$+ \lim_{A \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} A - \operatorname{arctg} C = -\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2} = \pi.$$

13 тапсырма. $\int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$ меншіксіз интегралын есептеу (немесе жинақсыздығын орнату) керек.

Шешімі:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} &= \left| \begin{array}{l} \text{Интегралдау кесіндісінің ішінде жатқан } x = 1 \text{ нүктесі} \\ \text{интеграл астындағы функцияның 2 - ші ретті үзіліс нүктесі} \end{array} \right| = \\ &= \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} + \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} = 3 \lim_{\alpha \rightarrow 1-0} (x-1)^{\frac{1}{3}} \Big|_{-1}^{\alpha} + 3 \lim_{\beta \rightarrow 1+0} (x-1)^{\frac{1}{3}} \Big|_{\beta}^2 = \\ &= 3 \lim_{\alpha \rightarrow 1-0} \left[(\alpha-1)^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}} \right] + 3 \lim_{\beta \rightarrow 1+0} \left[1^{\frac{1}{3}} - (\beta-1)^{\frac{1}{3}} \right] = 3\sqrt[3]{2} + 3 = 3(\sqrt[3]{2} + 1). \end{aligned}$$

Әдебиеттер тізімі

- 1 Хасеинов К.А. Математика канондары. – Алматы, 2004. – 686 с.
- 2 Дүйсек А.К., Қасымбеков С.Қ. Жоғары математика. – Алматы: ҚБТУ, 2004. – 440 б.
- 3 Жоғары математика бойынша жеке тапсырмалар. 1, 2 бөлім. Құрастырған Рябушко А.П. (аударма Семқұл Б.М.). – Қарағанды, 2011. – 365 б.
- 4 Айдос Е.Ж. Жоғары математика (қысқаша курс). Оқулық. – Алматы: «Иль-Тех-Кітап» ЖШС, 2003. – 744 б.

Мазмұны

Кіріспе	3
Есептеу-сызба жұмыс №3. Бір айнымалы функцияның интегралдық есептеулері	3
1 Теориялық сұрақтар	3
2 Есептеу-сызба жұмыстың тапсырмалары	4
3 Типтік нұсқаның шешімі	16
Әдебиеттер тізімі	20

Василина Гульмира Қажымұратқызы
Сарсенбаева Айгуль Жорабекқызы

МАТЕМАТИКА

5B070400-Есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету мамандығы бойынша оқитын студенттер үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулықтар мен тапсырмалар
3 бөлім

Редактор Ж.Н. Изтелеуова
Стандарттау бойынша маман Н.К. Молдабекова

Басуға _____ қол қойылды
Таралымы 30 дана
Көлемі 1,5 есептік баспа табак

Пішіні 60x84 1/16
Баспаханалық қағаз №1
Тапсырыс _____ Бағасы 725 тг.

«Алматы энергетика және байланыс университеті»
коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшіру-көбейту бюросы
050013, Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126