Некоммерческое акционерное общество

АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ

Кафедра «Математика и математическое моделирование»

МАТЕМАТИКА

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В070400 - Вычислительная техника и программное обеспечение

Часть 2

Алматы 2019

СОСТАВИТЕЛИ: Н.Ж. Айнакеева, Ж.С. Абдулланова. Математика. Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических
работ для студентов специальности 5В070400 - Вычислительная техника и программное обеспечение, часть 2. - Алматы: АУЭС, 2019. - 22 с.

Методические указания содержит раздел «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» для студентов 5В070400 - «Вычислительная техника и программное обеспечение»

Методические указания для студентов специальности 5В070400 - Вычислительная техника и программное обеспечение составлены в соответствии с программой дисциплины «Математика».

Ил. 2, табл. 26, библиогр.-7 назв.

Рецензент: доцент Искакова А.К.

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2019 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи», 2019 г.

Введение

Данное методическое указание представляет собой 2-часть типового расчета по курсу «Математика», который изучается студентами специальности 5B070400 - «Вычислительная техника и программное обеспечение»всех форм обучения АУЭС.

Это методическое указание написано в соответствии с действующей программой по курсу «Математика» для студентов специальности 5B070400.

В РГР №2 приведены задачи на свойства производных функции, на производные от сложных, параметрически и неявно заданные функции, а также даны способы исследования функции.

Данный РГР состоит из 12 расчетных заданий по 30 вариантов каждый. В конце приведено решение типового варианта, где дано подробное решение каждого задания. Также приводятся основные теоретические вопросы, которые должны освоить студенты по этому разделу математики.

Номер варианта каждого студента определяется по списку группы. Расчетно - графическая работа должна выполняться четко и разборчиво в ученической тетради.

1 Расчетно-графическая работа № 2. Дифференциальные исчисления функции от одной переменной

Цель: научить студентов применять теоретические знания и основные формулы и правила для вычисления производных, дифференциалов. Уметь применять навыки нахождения кризисной точки функции, промежутков возрастания и убывания функции, а также нахождение промежутков выпуклости и вогнутости для исследования и построения графиков различных функции.

1.1 Теоретические вопросы

1. Понятие производной, ее геометрический и физический смысл.
2. Производная суммы, произведения, частного.
3. Производные сложной и взаимообратной функции.
4. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.
5. Логарифмическое дифференцирование.
6. Производные высших порядков.
7. Производные от неявно и параметрически заданных функции.
8. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
9. Дифференциал, его применение к приближенным вычислениям. Правило Лопиталя.
10. Возрастание и убывание функции. Экстремум. Наибольшее и наименьшее значение функции в промежутке.
11. Выпуклость и вогнутость графика функции и точка перегиба.
12. Асимптоты графика функции.
13. Полное исследование функции и построение ее графика.

1.2 Расчетные задания

1. Найти производную и дифференциал функции.

1.1 а) $y = x^2 - \sqrt[9]{x^4} + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^8}$ б) $y = x^8 \cdot \cos x$ в) $y = \frac{3x^4}{\arccos(x+1)}$	1.2 а) $y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4} + \frac{6}{x}$ б) $y = x^9 \cdot ctgx$ в) $y = \frac{\arcsin x}{3x^4}$	1.3а) $y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}$ б) $y = ctgx \cdot x^6$ в) $y = \frac{4x^3}{\arcsin x}$

1.4 а) $y=7\sqrt{x}-\frac{2}{x^5}-3x^2+\frac{4}{x}$ б) $y=\sin x\cdot x^6$ в) $y=\frac{5x^7}{arcctgx}$	1.5 а) $y=\frac{3}{x}+\sqrt[5]{x^2}-4x^3+\frac{2}{x^4}$ б) $y=x^5\cdot tgx$ в) $y=\frac{arctgx}{3x}$	1.6 а) $y=5x^2-\sqrt[3]{x^4}+\frac{4}{x}-\frac{5}{x^3}$ б) $y=x^8\cdot\cos x$ в) $y=\frac{3x^4}{\arccos x}$
1.7 а) $y=3x^5-\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x}+3\sqrt{x^3}$ б) $y=x^3\cdot\cos x$ в) $y=\frac{\arcsin x}{9x^5}$	1.8 а) $y=\frac{3}{x}+\sqrt[5]{x^7}-4x^6+\frac{2}{x^5}$ б) $y=x^7\cdot ctgx$ в) $y=\frac{arcctgx}{3x^4}$	1.9 а) $y=8x^4+\sqrt[3]{x^4}-\frac{2}{x}-\frac{4}{x^3}$ б) $y=x^7\cdot ctgx$ в) $y=\frac{7x^3}{\arccos x}$
1.10 а) $y=4\sqrt{x}-\frac{2}{x^5}+2x^2+\frac{7}{x}$ б) $y=\cos x\cdot x^6$ в) $y=\frac{4x^7}{arctgx}$	1.11 а) $y=2x+\frac{5}{x^2}-\sqrt[5]{x^4}+\frac{3}{x}$ б) $y=x^9\cdot tgx$ в) $y=\frac{\arccos x}{5x^4}$	1.12 а) $y=9x^2-\sqrt[3]{x^7}+\frac{4}{x}-\frac{6}{x^3}$ б) $y=x^8\cdot\sin x$ в) $y=\frac{6x^4}{\arcsin x}$
1.13 а) $y=4x^5-\frac{6}{x^3}+\frac{1}{x}+7\sqrt{x}$ б) $y=2x^4\cdot Sinx$ в) $y=\frac{\arccos x}{x^7}$	1.14 а) $y=\frac{5}{x}+\sqrt[5]{x^2}-x^3+\frac{3}{x^4}$ б) $y=2x^6\cdot tgx$ в) $y=\frac{arctgx}{x^5}$	1.15 а) $y=x^4+\sqrt[3]{x^5}-\frac{7}{x}-\frac{8}{x^2}$ б) $y=ctgx\cdot x^4$ в) $y=\frac{x^5}{\arcsin x}$
1.16 а) $e=4\sqrt{x}-\frac{7}{x^5}-6x^2+\frac{4}{x}$ б) $y=\sin x\cdot x^7$ в) $y=\frac{3x^8}{arcctgx}$	1.17 а) $y=6x+\frac{4}{x^2}-\sqrt[7]{x^4}+\frac{2}{x}$ б) $y=x^9\cdot ctgx$ в) $y=\frac{\arcsin x}{7x^4}$	1.18 а) $y=x^2-\sqrt[3]{x^4}+\frac{1}{x}-\frac{7}{x^3}$ б) $y=x^9\cdot\cos x$ в) $y=\frac{8x^4}{\arccos x}$

1.19 а) $y=3x^7-\frac{5}{x^4}+\frac{1}{x}+3\sqrt{x}$ б) $y=x^3\cdot tgx$ в) $y=\frac{\arccos x}{9x^5}$	1.20 а) $y=\frac{4}{x}+\sqrt[5]{x^3}-4x+\frac{2}{x^7}$ б) $y=x^7\cdot\cos x$ в) $y=\frac{arctgx}{3x^4}$	1.21 а) $y=8x^6+\sqrt[3]{x}-\frac{2}{x}-\frac{4}{x^9}$ б) $y=ctgx\cdot x^6$ в) $y=\frac{7x^3}{\arcsin x}$
1.22 а) $y=4\sqrt{x}-\frac{2}{x^8}+2x^3+\frac{7}{x}$ б) $y=ctgx\cdot x^6$ в) $y=\frac{4x^7}{\arccos x}$	1.23 а) $y=2x+\frac{5}{x^9}-\sqrt[6]{x}+\frac{3}{x}$ б) $y=x^4\cdot tgx$ в) $y=\frac{\arcsin x}{5x^4}$	1.24 а) $y=9x-\sqrt[3]{x^4}+\frac{4}{x}-\frac{6}{x^5}$ б) $y=x^9\cdot\sin x$ в) $y=\frac{6x^4}{\arccos x}$
1.25 а) $y=2x-\frac{8}{x^3}+\frac{1}{x}+9\sqrt{x}$ б) $y=(x+2)^3\cdot Sinx$ в) $y=\frac{arctgx}{6x^5}$	1.26 а) $y=\frac{6}{x}+\sqrt[5]{x^2}-x^9+\frac{2}{x^4}$ б) $y=(x-1)^5\cdot tgx$ в) $y=\frac{arcctgx}{x^2}$	1.27 а) $y=x^4+\sqrt[3]{x^5}-\frac{2}{x}-\frac{4}{x^9}$ б) $y=ctgx\cdot(x+1)^6$ в) $y=\frac{x^4}{\arccos x}$
1.28 а) $y=\sqrt{x}+\frac{2}{x^6}-x^9+\frac{7}{x}$ б) $y=\sin x\cdot x^6$ в) $y=\frac{5x^7}{arcctg(x+2)}$	1.29 а) $y=x^7+\frac{5}{x^3}-\sqrt[9]{x^4}+\frac{6}{x}$ б) $y=x^9\cdot ctgx$ в) $y=\frac{\arcsin(x-1)}{3x^4}$	1.30 а) $y=2x^5-\frac{4}{x^3}+\frac{1}{x}+3\sqrt{x}$ б) $y=x^3\cdot Sinx$ в) $y=\frac{\arccos x}{2x^5}$

2. Найти производную функции.

2.1 а) $y=5\sqrt{3x+2}+\frac{2}{\sqrt{x^3+x^2-11}}$ б) $y=\left(3^{\sin 2x}+5\right)^3$	2.2 а) $y=(x^3-4x)\sqrt{x^2+5x-2}$ б) $y=2tg^3\left(x^2+1\right)$
2.3 а) $y=(5+\cos x)\sqrt{5x^3+x}$ б) $y=(\log_3(1+x^2)+3^{tgx})^4$	2.4 а) $y=\sqrt{x^2+\sin 3x}+\sqrt[3]{2-\cos x^3}$ б) $y=\left(e^{tg2x}+\ln 4x\right)^5$

2.5 а) $y=(2+\sin 3x)\sqrt{x^3+2x^5}$ б) $y=(\log_2(x+3x^2)+2^{ctgx})^3$	2.6 а) $y=\sqrt{x^2+\cos 4x}+\sqrt[3]{5+tgx^3}$ б) $y=\left(e^{2x}+\ln(4x+2)\right)^3$
2.7 а) $y=\dfrac{x+\cos 3x}{2-\cos 3x}$ б) $y=(\sqrt{x+x^2}+\ln 3x)^3$	2.8 а) $y=\dfrac{2x+5}{\sqrt{x^3+6x-3}}$ б) $y=[2^{tgx}+\ln(1-3x^3)]^5$
2.9 а) $y=\dfrac{4x-5}{\sqrt{x^2+2x+3}}$ б) $y=5^x\ln(e^{-2x}+1)$	2.10 а) $y=\dfrac{3-2x}{\sqrt{5-2x+x^2}}$ б) $y=\cos 2x-x^2\sin 3x$
2.11 а) $y=\dfrac{x^2-8x}{\sqrt{x^3+6x+2}}$ б) $y=(2^{\sin 2x}+tg^2x)^4$	2.12 а) $y=\dfrac{3x+4}{\sqrt{x^5+3x^2}}$ б) $y=(2^{ctg(x+1)}+\sqrt{x-2})^4$
2.13 а) $y=\dfrac{x^2+x+2}{\sqrt{x^3-8}}$ б) $y=(5^{\sin 4x}+ctg^3x)^2$	2.14 а) $y=\dfrac{3x^2+4x}{\sqrt{x^3+3x}}$ б) $y=(3^{tg\sqrt{x}}+\sqrt[3]{\sin x})^4$
2.15 а) $y=\dfrac{4x-1}{\sqrt{x^3+x-6}}$ б) $y=(e^{\cos 2x}+x^2)^3$	2.16 а) $y=\dfrac{x^2+2x-5}{\sqrt{x^2+3}}$ б) $y=(3^{\ln 4x}-\cos\sqrt{x})^3$
2.17 а) $y=\dfrac{\sqrt{x^3+4x+1}}{x^2-4}$ б) $y=(e^{\cos 4x}-x^4)^3$	2.18 а) $y=\dfrac{2x^4-3x^3-6}{\sqrt{9x+x^2}}$ б) $y=(\ln(\cos 2x+3)+tg^3x)^2$
2.19 а) $y=\ln\sqrt{\dfrac{2^x+6}{2^x-6}}$ б) $y=(\sqrt{x^2+3}\cdot\sin^2 4x)^3$	2.20 а) $y=\dfrac{3x-2}{\sqrt{x^4+3x^2-6}}$ б) $y=\sqrt[5]{1+e^{-5x}}\cdot\cos^2 3x$
2.21 а) $y=\dfrac{3x+4}{\sqrt{x^2+8x-5}}$ б) $y=(3^{\cos x}+\sqrt{2-x^3})^7$	2.22 а) $y=\dfrac{3x-4}{\sqrt{x^3+x+3}}$ б) $y=3^x\ln(e^{2x^2}+x)$
2.23 а) $y=x^4\sqrt{1+3x^2}$ б) $y=\dfrac{5ctgx}{\sin^3 x}$	2.24 а) $y=\dfrac{x^3-5x}{\sqrt{x^2+5x+1}}$ б) $y=(e^{\sin 2x}+ctgx)^2$
2.25 а) $y=\dfrac{2x+3}{\sqrt{x^4+2x+5}}$ б) $y=(3^{tg(x+1)}\sqrt{x^2-3})^5$	2.26 а) $y=\dfrac{x^2+5x-2}{\sqrt{x^2-8x}}$ б) $y=(4^{\sin 3x}+tgx)^3$
2.27 а) $y=\dfrac{2x^3+5x}{\sqrt{x^2+3x}}$ б) $y=(2^{ctg\sqrt{x}}+\sqrt[5]{\cos x})^3$	2.28 а) $y=\dfrac{5x-2}{\sqrt{x^3+x^2-3}}$ б) $y=(3^{tg2x}+x^4)^3$

2.29 а) $y=\dfrac{x^2+3x-7}{\sqrt{x^2+3x+2}}$ б) $y=(4^{\ln 2x}-3\sin\sqrt{x})^2$	2.30 а) $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+1}}{x^2-4x+3}$ б) $y=(3^{\sin 2x}-x^3)^4$

3. Найти производную логарифмическим дифференцированием.

3.1 а) $y=x^{\sin x}$ б) $y=\dfrac{\sqrt[8]{x-7}}{(x+1)^5(x+4)}$	3.2 а) $y=x^{\frac{2}{x}}$ б) $y=\dfrac{(x-3)^5(x+2)^3}{\sqrt[4]{(x-1)^3}}$
3.3 а) $y=x^{-x}$ б) $y=\dfrac{\sqrt{x+1}(x+3)^5}{(x+2)^5}$	3.4 а) $y=\left(arctgx^{\ln x}\right)$ б) $y=\dfrac{(x+3)\sqrt[5]{(x-2)^2}}{(x+1)^7}$
3.5 а) $y=\left(arctgx^{2x}\right)$ б) $y=\dfrac{(x+2)^7(x-3)^3}{\sqrt[4]{(x+1)^5}}$	3.6 а) $y=\left(1-x^2\right)^x$ б) $y=\dfrac{(x-1)^4(x+2)^5}{\sqrt[3]{(x-4)^2}}$
3.7 а) $y=(tgx)^{\sin x}$ б) $y=\dfrac{\sqrt{x+4}(x-3)^2}{(x+2)^7}$	3.8 а) $y=(\sin x)^x$ б) $y=\dfrac{(x-7)\sqrt[5]{(x-2)^3}}{(x+1)^8}$
3.9 а) $y=(\sin x)^{x^3}$ б) $y=\dfrac{\sqrt[7]{x-1}(x-3)^4}{(x+2)^9}$	3.10 а) $y=(x+2)^{\ln x}$ б) $y=\dfrac{(x-7)^4(x+2)^3}{\sqrt[5]{(x-1)^3}}$
3.11 а) $y=\left(1+x^2\right)^x$ б) $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{(x+2)^4(x+4)}$	3.12 а) $y=(ctg3x)^{\sin 3x}$ б) $y=\dfrac{\sqrt[5]{(x-2)^2}}{(x+1)^7(x-4)}$
3.13 а) $y=(\ln x)^{tgx}$ б) $y=\dfrac{(x+2)^9(x+3)^3}{\sqrt[8]{(x+1)^5}}$	3.14 а) $y=\left(x^2+\ln x\right)^{\cos x}$ б) $y=\dfrac{(x-1)(x+2)^5}{\sqrt[3]{(x-4)^2}}$
3.15 а) $y=(\cos x)^{\sin x}$ b) $y=\dfrac{\sqrt{x+4}(x+3)^6}{(x-2)^4}$	3.16 а) $y=(tgx)^{\sin 2x}$ b) $y=\dfrac{(x-7)}{(x+1)^8\sqrt{x-4}}$
3.17 а) $y=\left(x^2+\ln x\right)^{\cos x}$	3.18 а) $y=\left(x+x^2\right)^{\sin x}$

б) $y=\frac{\sqrt[7]{(x-2)^4}}{(x+2)^5(x-6)}$	б) $y=\frac{(x+3)\sqrt[3]{(x+2)^2}}{(x+1)^2}$
3.19 а) $y=(x^3+1)^x$ б) $y=\frac{(x+2)(x-3)^3}{\sqrt[4]{(x+1)^5}}$	3.20 а) $y=(1-\sqrt{x})^{arctgx}$ б) $y=\frac{(x+1)^4(x+2)}{\sqrt[3]{(x-4)^2}}$
3.21 а) $y=(\arccos x)^{3x}$ б) $y=\frac{(x-3)^2}{(x+2)\sqrt{x-9}}$	3.22 а) $y=(\cos x)^{\sqrt{x}}$ б) $y=\frac{\sqrt[5]{(x-2)^3}}{(x+1)^8(x+7)}$
3.23 а) $y=(\cos 2x)^{\sin x}$ б) $y=\frac{\sqrt[7]{x-1}(x-3)}{(x+2)^9}$	3.24 а) $y=(1+x)^{x^2}$ б) $y=\frac{(x-7)^4(x-2)}{\sqrt[5]{(x-1)^3}}$
3.25 а) $y=(\ln x)^{x^2}$ б) $y=\frac{\sqrt{x+1}}{(x-8)^4(x+4)}$	3.26 а) $y=(\arcsin x)^x$ б) $y=\frac{\sqrt{(x-2)}}{(x+1)^8(x+4)}$
3.27 а) $y=(1-x^2)^{\sin x}$ б) $y=\frac{\sqrt[7]{x+1}(x-3)}{(x-2)^3}$	3.28 а) $y=(\ln x+2)^x$ б) $y=\frac{(x+8)^4(x-1)}{\sqrt[5]{(x-4)^3}}$
3.29 а) $y=(x)^{tg\,2x}$ б) $y=\frac{\sqrt{x+2}}{(x-5)(x+4)^3}$	3.30 а) $y=(tg4x)^{\sin 4x}$ б) $y=\frac{\sqrt{x+7(x-3)^4}}{(x+2)^5}$

4. Продифференцировать данную функцию.

4.1	$tg\frac{x}{y}+2x-y=0$	4.2	$3x+y+\arccos y=0$
4.3	$ctgx+xy^3-2x=0$	4.4	$(e^x-1)(e^y-1)=0$
4.5	$\ln(y^2+x)=e^{\frac{x}{y}}$	4.6	$x^2-y^3-2xy=0$
4.7	$x^2-y^2+5\sin(x+y)=0$	4.8	$x^3y^2-3\ln(x+y)=5$
4.9	$x^3-y^2+2^y tgx=0$	4.10	$y+\sin 3x=tg(x+y)$
4.11	$3x+ye^x-2e^x=0$	4.12	$\ln(x^2-y^2)+tgy=0$
4.13	$x\cos 2y-tgx=0$	4.14	$x^2+y^2+\ln(2x+3y)=0$
4.15	$e^x+x\ln y-3y=0$	4.16	$\ln x+ytgx=0$
4.17	$e^{2x}-e^{2y}-xy^2=0$	4.18	$3x+2y+\sin(x-y)=0$

4.19	$x+\ln y+\sqrt{3x-4y}=0$	4.20	$x^2+\ln y+e^{-x}-e^{2x}=0$
4.21	$\ln(y+x^2)=e^{\frac{y}{x}}$	4.22	$x^3+y^2+5xy=0$
4.23	$3x^2+2y^2+3\sin(x-2y)=0$	4.24	$x^3+y^2+\ln(xy)=0$
4.25	$x^2+2y^2+e^y\sin x=0$	4.26	$x+\sin 2y=ctg(x+y)$
4.27	$3y+e^x-e^{2y}=0$	4.28	$\ln(x^2+y^2)+ctgy=0$
4.29	$x\sin(2+y)+ctgx=0$	4.30	$x^3-y^2+\ln(x-2y)=0$

5. Продифференцировать данную функцию.

5.1	$\begin{cases} x=t^2+tg2t \\ y=3t+\ln t \end{cases}$	5.2	$\begin{cases} x=t-2t^2 \\ y=2t^2+t^4+2 \end{cases}$
5.3	$\begin{cases} x=\sin t \\ y=t^2\ln t \end{cases}$	5.4	$\begin{cases} x=\sqrt{t^3-2} \\ y=\dfrac{t+3}{\sqrt{t^3-2}} \end{cases}$
5.5	$\begin{cases} x=\dfrac{t-3}{t+2} \\ y=\dfrac{t^2+3}{t-5} \end{cases}$	5.6	$\begin{cases} x=arctg2t \\ y=\dfrac{3}{1+4t^2} \end{cases}$
5.7	$\begin{cases} x=t^3+\ln t \\ y=t^2+2t^4 \end{cases}$	5.8	$\begin{cases} x=2t-t^2 \\ y=tgt^2 \end{cases}$
5.9	$\begin{cases} x=\sin^3(3+t) \\ y=\cos(3-t) \end{cases}$	5.10	$\begin{cases} x=t^2+\ln t \\ y=3t+4t^3 \end{cases}$
5.11	$\begin{cases} x=t+\cos t \\ y=1+\sin t \end{cases}$	5.12	$\begin{cases} x=t^2-2t \\ y=t^2+3\sin t \end{cases}$
5.13	$\begin{cases} x=\ln^2 t \\ y=\cos^2 t \end{cases}$	5.14	$\begin{cases} x=\ln(2+t^3) \\ y=\cos 2t \end{cases}$
5.15	$\begin{cases} x=t^4+2t \\ y=t^2+\ln t \end{cases}$	5.16	$\begin{cases} x=3^t+\sin t \\ y=3^t-\cos t \end{cases}$
5.17	$\begin{cases} x=3\cos 2t \\ y=4\sin 3t \end{cases}$	5.18	$\begin{cases} x=\sqrt{2+t^3} \\ y=2\cos t \end{cases}$
5.19	$\begin{cases} x=\sqrt{e^t+t^2} \\ y=\sin 5t \end{cases}$	5.20	$\begin{cases} x=\sin(t^2+1) \\ y=tg2t \end{cases}$
5.21	$\begin{cases} x=\dfrac{t^2-3}{t+2} \\ y=\dfrac{t+3}{t^2-5} \end{cases}$	5.22	$\begin{cases} x=tg2t \\ y=\dfrac{4}{1+3t^2} \end{cases}$

5.23	$\begin{cases} x = t^2 - \ln t \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases}$	5.24	$\begin{cases} x = 2t^2 + 3t^2 \\ y = arctgt^2 \end{cases}$
5.25	$\begin{cases} x = \sin(2 + t^3) \\ y = \cos(4 - t^2) \end{cases}$	5.26	$\begin{cases} x = t^3 + \sqrt{t} \\ y = t - 4t^3 \end{cases}$
5.27	$\begin{cases} x = t \cos t \\ y = \sin 2t \end{cases}$	5.28	$\begin{cases} x = t^2 \ln t \\ y = t^2 - 2\sin t \end{cases}$
5.29	$\begin{cases} x = \ln^3 t \\ y = \sin^2 t \end{cases}$	5.30	$\begin{cases} x = \sin(2 + t^3) \\ y = \cos(2 + t^3) \end{cases}$

6. Найти значение второй производной в точке x_0.

№	$y = f(x)$	x_0	№	$y = f(x)$	x_0
6.1	$y = \sin\left(x^3 + \pi\right)$	$x_0 = \sqrt[3]{\pi}$	6.2	$y = arctgx$	$x_0 = 1$
6.3	$y = \ln\left(2 + x^2\right)$	$x_0 = 0$	6.4	$y = e^x \cos x$	$x_0 = 0$
6.5	$y = e^x \sin 2x$	$x_0 = 0$	6.6	$y = e^{-x} \cos x$	$x_0 = 0$
6.7	$y = \sin 2x$	$x_0 = \pi$	6.8	$y = (2x + 1)^5$	$x_0 = 1$
6.9	$y = \ln(1 + x)$	$x_0 = 2$	6.10	$y = \frac{1}{2} e^x x^2$	$x_0 = 0$
6.11	$y = \arcsin x$	$x_0 = 0$	6.12	$y = (5x - 4)^5$	$x_0 = 2$
6.13	$y = x \sin x$	$x_0 = \frac{\pi}{2}$	6.14	$y = x^2 \ln x$	$x_0 = \frac{1}{3}$
6.15	$y = x \sin 2x$	$x_0 = -\frac{\pi}{4}$	6.16	$y = x \cos 2x$	$x_0 = \frac{\pi}{12}$
6.17	$y = x^4 \ln x$	$x_0 = 1$	6.18	$y = x + arctgx$	$x_0 = 1$
6.19	$y = \cos^2 x$	$x_0 = \frac{\pi}{4}$	6.20	$y = \ln\left(x^2 - 4\right)$	$x_0 = 3$
6.21	$y = x^2 \cos x$	$x_0 = \frac{\pi}{2}$	6.22	$y = x \arccos x$	$x_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
6.23	$y = (x + 1)\ln(1 + x)$	$x_0 = -\frac{1}{2}$	6.24	$y = \ln^3 x$	$x_0 = 1$
6.25	$y = 2^{x^2}$	$x_0 = 1$	6.26	$y = (4x - 3)^5$	$x_0 = 1$
6.27	$y = x \arcsin x$	$x_0 = 2$	6.28	$y = (7x - 4)^6$	$x_0 = 1$
6.29	$y = x \sin 2x$	$x_0 = \frac{\pi}{4}$	6.30	$y = \sin^2 x$	$x_0 = \frac{\pi}{2}$

7. Составить уравнение касательной и нормали с абсциссой в точке x_0.

№	$y = f(x)$	x_0	№	$y = f(x)$	x_0

7.1	$y=\frac{x^2-2x-3}{4}$	4	7.2	$y=2x^2+3x-1$	-2
7.3	$y=x-x^3$	-1	7.4	$y=x^2+8\sqrt{x}-32$	4
7.5	$y=x+\sqrt{x^3}$	1	7.6	$y=\sqrt[3]{x^2}-20$	-8
7.7	$y=\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$	4	7.8	$y=8\sqrt[4]{x}-70$	16
7.9	$y=2x^2-3x+1$	1	7.10	$y=\frac{x^2+3x+6}{x^2}$	3
7.11	$y=\frac{x^{29}+6}{x^4+1}$	1	7.12	$y=\frac{x^3+2}{x^{3-2}}$	2
7.13	$y=2x^2+3$	-1	7.14	$y=\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}$	64
7.15	$y=2x+\frac{1}{x}$	1	7.16	$y=-2\frac{x^8+2}{3(x^4+1)}$	1
7.17	$y=\frac{x^5+1}{x^{4+1}}$	1	7.18	$y=\frac{x^{16}+9}{1-5x^2}$	1
7.19	$y=3\left(\sqrt[3]{x}-2\sqrt{x}\right)$	1	7.20	$y=\frac{1}{3x+2}$	2
7.21	$y=\frac{x}{x^2+1}$	-2	7.22	$y=\frac{x^2-3x+3}{3}$	3
7.23	$y=\frac{2x}{x^2+1}$	1	7.24	$y=\frac{1+3x^2}{3+x^2}$	1
7.25	$y=-2\left(\sqrt[3]{x}+3\sqrt{x}\right)$	1	7.26	$y=14\sqrt{x}-15\sqrt[3]{x}+2$	1
7.27	$y=3\sqrt[4]{x}-\sqrt{x}$	1	7.28	$y=\frac{3x-2x^3}{3}$	1
7.29	$y=\frac{x^2}{10}+3$	2	7.30	$y=\frac{4x-x^2}{4}$	2

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в данном промежутке.

№	$y=f(x)$	$[a;b]$	№	$y=f(x)$	$[a;b]$
8.1	$y=\frac{10x+10}{x^2+2x+2}$	[1;4]	8.2	$y=2-x-\frac{4}{x^2}$	[1;4]
8.3	$y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)}$	[0;6]	8.4	$y=\frac{2(x^2+3)}{x^2-2x+5}$	[3;3]

8.5	$y=2\sqrt{x}-x$	[0;4]	8.6	$y=1+\sqrt[3]{2(x-1)^2(x-2)}$	[-1;5]
8.7	$y=x-4\sqrt{x}+5$	[1;9]	8.8	$y=\dfrac{10x}{1+x^2}$	[0;3]
8.9	$y=\sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)}$	[-3;3]	8.10	$y=2x^2+\dfrac{108}{x}-59$	[2;4]
8.11	$y=3-x-\dfrac{4}{(x+2)^2}$	[-1;2]	8.12	$y=\sqrt[3]{2x^2(x-3)}$	[-1;6]
8.13	$y=\dfrac{2(-x^2+7x-7)}{x^2-2x+2}$	[1;4]	8.14	$y=\dfrac{4x}{4+x^2}$	[-4;2]
8.15	$y=x-4\sqrt{x+2}+8$	[-1;7]	8.16	$y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}$	[1;5]
8.17	$y=-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{8}{x}+8$	[-4;-1]	8.18	$y=\dfrac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}$	[-2;1]
8.19	$y=\sqrt[3]{2x^2(x-6)}$	[-2;4]	8.20	$y=\sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}$	[0;4]
8.21	$y=x^2-2x+\dfrac{16}{x-1}$	[-2;5]	8.22	$y=\sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}$	[-2;5]
8.23	$y=2\sqrt{x-1}-x+2$	[1;5]	8.24	$y=\sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}$	[-3;4]
8.25	$y=-\dfrac{x^2}{2}+2x+\dfrac{8}{x-2}$	[-2;1]	8.26	$y=8x+\dfrac{4}{x^2}-15$	[$\frac{1}{2}$;2]
8.27	$y=\sqrt[3]{2(x+2)(x-4)}$	[-4;2]	8.28	$y=x^2+4x+\dfrac{16}{x+2}$	[-1;2]
8.29	$y=\dfrac{4}{x^2}-8x-15$	[-2;-$\frac{1}{2}$]	8.30	$y=x^2+\dfrac{16}{x}-16$	[-1;2]

9. Исследовать функцию и построить ее график.

9.1 $y=\dfrac{x^2+2}{x}$	9.2 $y=\dfrac{x^3}{x^2-3}$	9.3 $y=\dfrac{x^2}{x^2-1}$
9.4 $y=\dfrac{x}{4-x^2}$	9.5 $y=\dfrac{x^2}{2-x}$	9.6 $y=\dfrac{x^2-3}{x-2}$
9.7 $y=x-\dfrac{x}{2x+1}$	9.8 $y=\dfrac{x^2+7}{x-3}$ 9	9.9 $y=\dfrac{x^3-x}{x^2-4}$
9.10 $y=\dfrac{2x}{x^2+2}$	9.11 $y=\dfrac{3x}{4+x^2}$	9.12 $y=\dfrac{x^2-4}{x^2+4}$
9.13 $y=\dfrac{2x}{x^2-1}$	9.14 $y=\dfrac{x^2+6}{x}$	9.15 $y=\dfrac{x^2-3}{x+2}$
9.16 $y=\dfrac{2x}{x^2-2}$	9.17 $y=\dfrac{x^2-2x-1}{x-3}$	9.18 $y=\dfrac{x^2+2x+3}{x}$

9.19 $y=\frac{x^2+1}{x^2-4}$	9.20 $y=\frac{x^2-2x+1}{x+1}$	9.21 $y=\frac{x^2}{x-2}$
9.22 $y=\frac{x+2}{x^2-2}$	9.23 $y=x-\frac{2x}{x+2}$	9.24 $y=\frac{x^2+3}{x-3}$
9.25 $y=\frac{x^2-x}{x^2-1}$	9.26 $y=\frac{x}{x^2-2}$	9.27 $y=\frac{2x}{4-x^2}$
9.28 $y=\frac{x^2+3}{x^2-3}$	9.29 $y=\frac{x}{x^2-4}$	9.30 $y=\frac{x^2+3}{x^2}$

10. Найти предел с помощью правила Лопиталя.

10.1	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1-6x}-1+2x}{x^2}$	10.2	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{2e^{\frac{x}{2}}-2-x}{x^2}$	10.3	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{6\sin 2x-12x}{x^3}$
10.4	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-6x}-1-2x}{x^2}$	10.5	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{3tg2x-6x}{x^3}$	10.6	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1-3x)+3x}{x^2}$
10.7	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{-5x}-1+5x}{x^2}$	10.8	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin 4x-4x}{x^3}$	10.9	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\sin 3x-6x}{x^3}$
10.10	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\ln\left(1+\frac{1}{2}x\right)-x}{x^2}$	10.11	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{\ln x}$	10.12	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{4+x}-2}{x}$
10.13	$\lim\limits_{x\to -2}\frac{arctg(x+2)}{(x+2)}$	10.14	$\lim\limits_{x\to 3}\frac{(x-3)^2}{\sin^2(x-3)}$	10.15	$\lim\limits_{x\to -1}\frac{x+1}{\sqrt[3]{x-7}+2}$
10.16	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{4^{\sin x}-1}{\sin 2x}$	10.17	$\lim\limits_{x\to -1}\frac{\cos(\pi x/2)}{x+1}$	10.18	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt{5-2x}-1}$
10.19	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}$	10.20	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx-x}{x-\sin x}$	10.21	$\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{x}{\ln x}\right)$
10.22	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx-x}{2\sin x+x}$	10.23	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^5}$	10.24	$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$
10.25	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{chx-1}{1-\cos x}$	10.26	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\pi/x}{ctg(\pi x/2)}$	10.27	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(\sin mx)}{\ln(\sin x)}$
10.28	$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{tgx}{tg5x}$	10.29	$\lim\limits_{x\to 0}(1-\cos x)ctgx$	10.30	$\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx-\sin x}{4x-\sin x}$

11. Записать формулу производной $n-$го порядка данной функции.

11.1	$y=\ln(5x-1)$	11.2	$y=\frac{1}{x}$	11.3	$y=2^x$
11.4	$y=\cos x$	11.5	$y=\sin x$	11.6	$y=\frac{1}{x+5}$
11.7	$y=e^{-2x}$	11.8	$y=\ln(x+3)$	11.9	$y=\sqrt{x}$
11.10	$y=xe^{3x}$	11.11	$y=\ln(x-3)$	11.12	$y=\ln(x+5)$
11.13	$y=e^{4x}$	11.14	$y=\frac{1}{x-7}$	11.15	$y=5^x$
11.16	$y=e^{-5x}$	11.17	$y=\ln(4+x)$	11.18	$y=\frac{1}{x-6}$
11.19	$y=10^x$	11.20	$y=7^x$	11.21	$y=\cos 3x$
11.22	$y=\ln(3x-5)$	11.23	$y=\sqrt{x+7}$	11.24	$y=xe^{6x}$
11.25	$y=\frac{x}{x+5}$	11.26	$y=\ln\frac{1}{4-x}$	11.27	$y=\frac{4}{x+3}$
11.28	$y=\frac{1+x}{\sqrt{x}}$	11.29	$y=\frac{1}{1+x}$	11.30	$y=\ln x$

1.3 Решение типового варианта расчетно-графической работы № 2

1. Найти производную и дифференциал данной функции:

а) $y=5x^6+\frac{3}{x^3}-\sqrt[4]{x^3}+\frac{7}{x}$; б) $y=x^5\cdot\cos x$; в) $y=\frac{arctgx}{4x^5}$.

Решение:

а) чтобы вычислить производную этой функции, нужно применить формулу производной от степенной функций $\left(x^n\right)^1=n\cdot x^{n-1}$ и правила дифференцирования $(u\pm v)'=u'\pm v', (cu)'=c\cdot u'$ (с-константа). Функцию запишем в таком виде: $y=5x^6+3\cdot x^{-3}-x^{\frac{3}{4}}+7\cdot x^{-1}$, потом возьмем производную:

$$y'=6\cdot 5x^5+3\cdot(-3)x^{-4}-\frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1}+7\cdot(-1)x^{-2}=30x^5-\frac{9}{x^4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt[4]{x}}-\frac{7}{x^2}.$$

По определению дифференциала вычисление дифференциала функции $y=f(x)$ производится по формуле $dy=f'(x)dx$. Поэтому для нахождения дифференциала достаточно подставить значение производной данной функции в формулу дифференциала:

$$dy=\left(30x^5-\frac{9}{x^4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt[4]{x}}-\frac{7}{x^2}\right)dx;$$

б) по формуле нахождения производной от произведения $(u\cdot v)' = u'v + uv'$ и по таблице производных элементарных функции находим $y' = (x^5)'\cos x + x^5(\cos x)' = 5x^4\cos x - x^5\sin x$.

А дифференциал будет равен $dy = (5x^4\cos x - x^5\sin x)dx$;

в) применяя таблицу производных и формулу производной от частного, получим:

$$y' = \frac{(arctgx)'\,4\cdot x^5 - (4x^5)'\,arctgx}{(4x^5)^2} = \frac{\frac{1}{1+x^2}\cdot 4x^5 - 5x^4 arctgx}{16x^{10}} =$$

$$= \frac{\frac{4x}{1+x^2} - 5arctgx}{16x^6} = \frac{4x - 5(1+x^2)arctgx}{16x^6(1+x^2)}.$$

Подставив в формулу дифференциала, найдем:

$$dy = \frac{4x - 5(1+x^2)arctgx}{16x^6(1+x^2)}dx.$$

.

2. Найти производную от сложных функции:

а) $y = tg(2x^3 + 5x - 4)$; б) $y = \left(e^{\sin x^2} - 6\right)^3$.

Решение:

а) применим формулу нахождения производной от сложной функции: если $\begin{cases} y = f(u) \\ u = \mu(x) \end{cases}$, тогда $y' = f'(u)\cdot u'(x)$.

Нашу функцию можно разложить на последовательность основных элементарных функции: $\begin{cases} y = tgu \\ u = 2x^3 + 5x - 4 \end{cases}$. Применив вышеизложенную формулу, получим:

$$y' = (tgu)'_u\cdot(2x^3+5x-4)'_x = \frac{1}{\cos^2 u}\cdot(6x+5) = \frac{6x+5}{\cos^2(2x^3+5x-4)};$$

б) так как разложение данной функции на последовательность основных элементарных функции выглядит так: $\begin{cases} y = u^3 \\ u = e^{\sin v} - 6 \\ v = x^2 \end{cases}$, то, применяя таблицу производных и правила дифференцирования, получим:

$$y' = (u^3)'_u\cdot(e^{\sin v})'_v\cdot(x^2)' = 3u^2\cdot e^{\sin v}\cdot\cos v\cdot 2x = 3\left(e^{\sin x^2} - 6\right)^2\cdot e^{\sin x^2}\cdot\cos x^2\cdot 2x.$$

2. Найти производную с помощью логарифмического дифференцирования.

а) $y = \left(x^2 + 3\right)^{cos\, 2x}$;

б) $y = \dfrac{\sqrt[4]{(3x+4)^5}}{(x-5)^2(x+7)^6}$.

Решение:

а) обе части выражения прологарифмируем по основанию e:

$$\ln y = \cos 2x \cdot \ln\left(x^2 + 3\right).$$

Теперь продифференцируем обе части равенства:

$$(\ln y)' = (\sin 4x \cdot \ln(\cos x))';$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = (\cos 2x)' \ln\left(x^2 + 3\right) + \left(\ln(x^2 + 3)\right)' \cdot \cos 2x = -2\sin 2x \cdot \ln(x^2 + 3) + \frac{x\cos 2x}{x^2 + 3}.$$

Производную от показательно-степенной функции можно найти по формуле:

$$(U^v)' = V \cdot U^{v-1} \cdot U' + U^v \cdot \ln U \cdot V';$$

$$y' = \cos 2x \cdot \left(x^2 + 3\right)^{\cos 2x - 1} \cdot 2x + \left(x^2 + 3\right)^{\cos 2x} \cdot \ln\left(x^2 + 3\right) \cdot (-2\sin 2x);$$

$$y' = 2\left(x^2 + 3\right)^{\cos 2x - 1}\left(x\cos 2x - (x^2 + 3) \cdot \ln\left(x^2 + 3\right) \cdot \sin 2x\right).$$

б) применим метод логарифмического дифференцирования:

$$\ln y = \ln\frac{\sqrt[4]{(3x+4)^5}}{(x-5)^2(x+7)^6}; \qquad \ln y = \frac{5}{4}\ln(3x+4) - 2\ln(x-5) - 6\ln(x+7);$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{3x+4} - \frac{2}{x-5} - \frac{6}{x+7}; \qquad y' = y\left(\frac{15}{3x+4} - \frac{2}{x-5} - \frac{6}{x+7}\right);$$

$$y = \frac{\sqrt[4]{(3x+4)^5}}{(x-5)^2(x+7)^6}\left(\frac{15}{3x+4} - \frac{2}{x-5} - \frac{6}{x+7}\right).$$

4. Найти прозводную данной функции: $\sin(x^3 + y^3) - 3x + 2y = 0$.

Решение:функция задана в неявном виде. Чтобы найти ее производную, нужно вычислить производную с обеих частей равенства, учитывая, что у - это функция от х. Затем из полученного уравнения выразим y' .

Итак, $(3x^2 + 3y^2 \cdot y')\cos(x^3 + y^3) - 3 + 2y' = 0$.

Из полученного равенства получим:

$$y'(3y^2\cos(x^3 + y^3) + 2) - 3(1 - x^2\cos(x^3 + y^3)) = 0.$$

Отсюда

$$y' = \frac{3(1 - x^2\cos(x^3 + y^3))}{2 + 3y^2\cos(x^2 + y^3)}.$$

5. Найти производную $\frac{dy}{dx}$ от функций $\begin{cases} x = \ln(2t - t^3) \\ y = arctg\, 2t \end{cases}$.

Решение:зависимость между x и y задана параметрическими уравнениями. Чтобы найти искомый y', надо вначале найти производные от x, y по переменной t и применить $y_x' = \frac{y_t'}{x_t'}$, где $x_t' = \frac{2 - 3t^2}{2t - t^3}$, $y_t' = \frac{2}{1 + 4t^2}$.

Подставив в данную формулу, получим:

$$y_x' = \frac{y_t'}{x_t'} = \frac{1 + \frac{2}{4t^2}}{\frac{3t^2 - 2}{t^3 - 2t}} = \frac{2\left(t^3 - 2t\right)}{\left(3t^2 - 2\right)\left(4t^2 + 1\right)}.$$

6. Вычислить $y''(x_0)$ для функции $y = x^2\cos 2x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Решение:

$$y' = 2x\cos 2x - 2x^2\sin 2x;$$

$$y'' = 2\cos 2x - 4x\sin 2x - 4x\sin 2x - 4x^2\cos 2x;$$

$$y''(x_0) = y''\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(2 - 4\cdot\frac{\pi^2}{16}\right)\cos\frac{\pi}{2} = 8\cdot\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{2} = 0 - 2\pi = -2\pi.$$

7. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y = \frac{x^3 + 1}{2x^2 + 1}$ с абсциссой в точке $x_0 = 1$.

Решение: уравнение касательной функции $y = (x)$ в точке x_0 имеет вид: $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$, а нормали: $y - f(x_0) = \frac{-1}{f'(x_0)}(x - x_0)$.

Для данной функции:

$$f'(x) = \frac{3x^2\left(2x^2 + 1\right) - 4x\left(x^3 + 1\right)}{\left(2x^2 + 1\right)^2};$$

$$f'(1) = \frac{9 - 8}{9} = \frac{1}{9};\ f(x_0) = \frac{1 + 1}{2 + 1} = \frac{2}{3}.$$

Поэтому уравнение касательной: $y - \frac{2}{3} = -\frac{1}{9}(x - 1)$, уравнение нормали: $y - \frac{2}{3} = -9(x - 1)$.

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \dfrac{x+1}{x^2+2x+2}$ в промежутке $[-2;1]$.

Решение:найдем кризисные точки функции в промежутке $[-2;1]$.

$$y' = \left(\frac{x+1}{x^2+2x+2}\right)' = \frac{x^2+2x+2-2x^2-2x-2}{\left(x^2+2x+2\right)^2} = -\frac{x^2+2x}{\left(x^2+2x+2\right)^2};$$

$$x^2+2x=0,\ x_1=0;\ \ x_2=-1.$$

Найденные кризисные точки принадлежат данному промежку. Поэтому надо вычислить значение функции в кризисных точках и на концах отрезка:

$$y(-2) = -\frac{1}{2};\ y(-1)=0;\ y(0)=\frac{1}{2};\ y(1)=\frac{1}{2}.$$

Сравнивая эти значения, выберем наибольшее и наименьшее значения:

$$Y_{наим..знач} = -\frac{1}{2};\ Y_{наиб.\ знач} = \frac{1}{2}.$$

9. Исследовать функцию и построить ее график $y = \dfrac{x}{1-x^2}$.

Решение: исследование функции проведем по следующим пунктам:

а) область определения функции:

$$1-x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 1 \Rightarrow D(y) - (-\infty;1) \cup (-1;1) \cup (1;+\infty);$$

б) функция является нечетной, так как: $f(-x) = \dfrac{(-x)}{1-(-x)^2} = -\dfrac{x}{1-x^2} = -f(x).$

График нечетной функции симметричен относительно начала координат;

в) найдем точки пересечения графика функции с осями координат. $y=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow O(0,0)$- график функции проходит через начало координат;

г) исследуем функцию на экстремум, используя второй достаточный признак экстремума: если в критической точке x_0 вторая производная отлична от нуля, то в этой точке функция $f(x)$ имеет максимум при $f''(x_0)<0$ и минимум при $f''(x_0)>0$. Находим первую производную:

$$y' = \frac{1\cdot\left(1-x^2\right)-x(-2x)}{\left(1-x^2\right)^2} = \frac{x^2+1}{\left(1-x^2\right)^2}.$$

Отсюда критическими точками являются точки $x_1=1,\ \ x_2=-1$ (y'' не существует), но они не принадлежат области определения функции. Функция экстремумов не имеет;

д) исследуем функцию на выпуклость. Найдем вторую производную y'':

$$y'' = \left(\frac{x^2+1}{(1-x^2)^2}\right)' = \frac{2x(1-x^2)^2-(-2x)2(1-x^2)(x^2+1)}{(1-x^2)^2} = \frac{2x(x^2+3)}{(1-x^2)^3}.$$

Получили, что $y'' = \dfrac{2x(x^2+3)}{(1-x^2)^3}$.

Вторая производная равна нулю или не существует в точках $x_1 = 0,\ x_2 = -1,\ x_3 = 1$. При переходе через точку $x_1 = 0$ вторая производная меняет знак с минуса на плюс, поэтому точка О(0,0)-точка перегиба графика функции. Так как в точках $x_2 = -1,\ x_3 = 1$ функция не определена, то эти точки не являются точками перегиба. График выпуклый вверх на интервалах (-1;0) и (1; ∞); выпуклый вниз на интервалах (- ∞;-1) и (0; 1);

е) определим асимптоты графика функции. Вертикальные асимптоты:

$$x = 1,\ x = -1.\ \lim_{x\to 1-0}\frac{x}{1-x^2} = \infty,\ \lim_{x\to 1+0}\frac{x}{1-x^2} = -\infty,\ \lim_{x\to -1-0}\frac{x}{1-x^2} = +\infty,\ \lim_{x\to -1+0}\frac{x}{1-x^2} = -\infty.$$

Ищем наклонные асимптоты. Для этого находим следующие коэффициенты:

$$k = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{y}{x} = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{(1-x^2)\cdot x} = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{1-x^2} = 0;$$

$$b = \lim_{x\to\pm\infty}(y-kx) = \lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x}{1-x^2} - 0\cdot x\right) = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{1-x^2} = 0.$$

Следовательно, $y = 0$ - уравнение горизонтальной асимптоты;

ж) по результатам исследования построим график функции (рисунок 1).

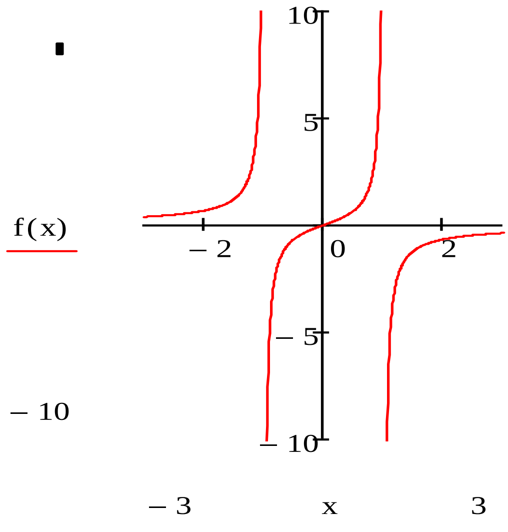

Рисунок 1

10. По правилу Лопиталя вычислить предел.

$$\lim_{x\to 0}\frac{2^{x}-2^{-x}}{\ln(1+2x)}.$$

Решение:по правилу Лопиталя:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{\alpha(x)}=\left|\frac{0}{0},\frac{\infty}{\infty}\right|=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{\alpha'(x)};$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2^{x}-2^{-x}}{\ln(1+2x)}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{2^{x}\ln 2+2^{-x}\ln 2}{\frac{2}{1+2x}}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(2^{x}+2^{-x}\right)\ln 2(1+2x)}{2}=\ln 2.$$

Список литературы

1 Хасеинов К.А. Задачи и упражнения по инженерной математике (с индивидуальными заданиями). Часть 1. – Алматы, 2008. – 423 с.

2 Хасеинов К.А. Задачи и упражнения по инженерной математике (с индивидуальными заданиями).Часть 2. – Алматы, 2009. – 631 с.

3 Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. 1 часть. –М.: Рольф, 2007. – 288 с.

4 Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.ч.1.и ч. 2–М.: ОНИКС 21 век. Мир и образование, 2003.-465 с, 2008.-489 с.

5 Индивидуальные задания по высшей математике: Учебное пособие. ч.1-2. Под ред. А.П. Рябушко.- Мн.: Высшая школа, 2007. -578 с.

6 Лунгу К.Н. и др. Сборник задач по высшей математике. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 576 с.

7 Хасеинов К.А. Каноны математики. – Алматы: Атамура, 2011. –686 с.

Содержание

Сводный план 2019г., поз. 156

Айнакеева Нурсауле Жуматкызы
Абдулланова Жанар Советкалиевна

МАТЕМАТИКА

Методические указания и задания по выполнению
расчетно-графических работ для студентов специальности
5В070400 - Вычислительная техника и программное обеспечение

Часть 2

Редактор Л.Т.Сластихина
Специалист по стандартизации Г.И.Мухаметсариева

Подписано в печать
Тираж 25 экз.
Объем 1.2 уч.-изд.л.

Формат 6084 1/16
Бумага типографская №1
Заказ__. Цена 600 тг.

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013 Алматы, ул. Байтурсынова, 126/1