



**Некоммерческое
акционерное общество**

**АЛМАТИНСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ**

Кафедра высшей
математики

МАТЕМАТИКА 1

Методические указания и задания по выполнению
расчетно-графических работ для студентов специальностей
5В071700 — Теплоэнергетика, 5В071800 — Электроэнергетика,
5В071900- Радиотехника, электроника и телекоммуникации.
Часть 3.

Алматы 2015

СОСТАВИТЕЛИ: С. Е. Базарбаева, Б.Ж. Толеуова. Математика 1. Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальностей 5В071700 – Теплоэнергетика, 5В071800 – Электроэнергетика, 5В071900 – Радиотехника, электроника и телекоммуникации. Часть 3. – Алматы: АУЭС, 2015. – 25 с.

Представлены методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ № 3 дисциплины «Математика 1» для студентов специальностей 5В071700 – Теплоэнергетика, 5В071800 – Электроэнергетика, 5В071900 – Радиотехника, электроника и телекоммуникации. Представленный материал соответствует разделу «Интегральное исчисление функции одной переменной» курса «Математика 1», предусмотренного учебными планами для студентов указанных специальностей.

Табл.22, библиогр. – 4 назв.

РЕЦЕНЗЕНТ: старший преподаватель кафедры ИС Альмуратова К.Б.

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2015 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи», 2015 г.

Введение

В представленной методической разработке даны задания расчетно-графической работы (РГР), или, как принято в терминологии математиков, типового расчета. Задания соответствуют программе раздела «Интегральное исчисление функции одной переменной» дисциплины «Математика 1». Необходимые теоретические знания приведены в конспекте лекций [6], лекции 3-8, с. 12-35.

Даны основные методические указания в виде формул к решению задач первого уровня сложности. Приводится решение типового варианта.

Вариант задания контрольной работы для студентов, обучающихся по заочной форме, определяется аналогично предыдущим контрольным работам как остаток от деления номера зачетной книжки на число 30.

Расчетно-графическая работа, равно как и контрольная работа, должна быть решена в отдельной тетради. Все объяснения должны быть лаконичными и ясными для понимания.

1 Теоретические вопросы

1. Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства.
2. Таблица интегралов.
3. Разложение дробно-рациональной функции на простейшие дроби. Интегрирование дробно-рациональной функции.
4. Интегрирование иррациональной функции.
5. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная подстановка. Частные подстановки и правила их применения.
6. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла.
7. Метод замены переменной в неопределенном и определенном интегралах.
8. Метод интегрирования по частям в определенном и неопределенном интегралах.

2 Задания расчетно-графической работы

1. Вынести функцию $f(x)$ из под знака дифференциала.

№	$d(f(x))$	№	$d(f(x))$	№	$d(f(x))$
1.1	$d\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$	1.2	$d(\sqrt[4]{2x+5})$	1.3	$d(\ln(2-x))$
1.4	$d(\cos(3x-1))$	1.5	$d(2^{\sin 2x})$	1.6	$d(\sin(4x-5))$

1.7	$d(\arcsin(2x - 1))$	1.8	$d\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^7}}\right)$	1.9	$d(\operatorname{arctg}(2x + 5))$
1.10	$d(e^{\cos 2x})$	1.11	$d\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}\right)$	1.12	$d(\sqrt[3]{x + 35})$
1.13	$d(\ln(2x + 7))$	1.14	$d(2 \cos(4x + 1))$	1.15	$d(3^{\sin 5x})$
1.16	$d(2 \sin(x + 6))$	1.17	$d(e^{\operatorname{tg} 2x})$	1.18	$d(\arcsin(x - 2))$
1.19	$d(\operatorname{arctg}(3x + 15))$	1.20	$d(\arccos(2x - 1))$	1.21	$d\left(\frac{25}{\sqrt[3]{x^{10}}}\right)$
1.22	$d(\arcsin(2x + 5))$	1.23	$d(e^{x^2 + 2})$	1.24	$d\left(\frac{2}{\sqrt{x^2 - 16}}\right)$
1.25	$d(\sqrt[5]{3x - 5})$	1.26	$d(\ln(2 - 3x))$	1.27	$d(3 \sin(4x + 25))$
1.28	$d(5^{\sin 2x})$	1.29	$d(4 \cos(5x - 2))$	1.30	$d(\arccos(x + 3))$

2. Внести функцию $f(x)$ под знак дифференциала.

№	$f(x)$	№	$f(x)$	№	$f(x)$
2.1	$\frac{5}{x^3}$	2.2	$\sin(3x + 5)$	2.3	3^{2x+1}
2.4	$\cos(3 - 2x)$	2.5	$\frac{1}{x \ln x}$	2.6	$\operatorname{tg}(6x - 2)$
2.7	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	2.8	$\operatorname{ctg}(x + 2)$	2.9	$\frac{2}{\sqrt[3]{3-x}}$
2.10	$(2x - 1)^7$	2.11	$\frac{15}{(x + 2)^3}$	2.12	5^{-2x+1}
2.13	$3 \sin(5x + 9)$	2.14	$\frac{1}{(x + 1) \ln(x + 1)}$	2.15	$5 \cos(3 + 4x)$
2.16	$(2 + 12x)^4$	2.17	$\operatorname{tg}(6 - 2x)$	2.18	$\frac{1}{\sqrt{2x + 1}}$
2.19	$-\operatorname{ctg}(x - 2)$	2.20	$\frac{2}{\sqrt[3]{3 + 2x}}$	2.21	$\frac{3}{(2x - 1)^2}$
2.22	$\frac{1}{\sqrt{4 - 2x}}$	2.23	4^{2x-15}	2.24	$-\sin(2x - 5)$
2.25	$(2x + 4)^9$	2.26	$\frac{1}{(2x - 1) \ln(2x - 1)}$	2.27	$7 \cos(5x - 1)$
2.28	3^{5-x}	2.29	$-\operatorname{tg}(x - 2)$	2.30	$\operatorname{ctg}(5x + 2)$

3. Найти неопределенный интеграл.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
3.1	$\int 2^x \cdot 5^x dx$	3.2	$\int 3^x(5 - 7^{-x})dx$	3.3	$\int 7^{-x}(\sqrt{7^{2x}} + 5^x)dx$
3.4	$\int e^{-x}(2^x - 3 \cdot e^{x+3})dx$	3.5	$\int 5^{-x}(4 - 3^{x+1})dx$	3.6	$\int (4 \cdot e^x \cdot 5^x - \pi^{2x})dx$
3.7	$\int 3^{-x}(7 + 2^{x+1})dx$	3.8	$\int (e^x + e^{2x})^2 dx$	3.9	$\int (e^x - 2 \cdot e^{-x})dx$
3.10	$\int e^x \cdot \sqrt{2^x} dx$	3.11	$\int 5^x \cdot 3^{1-x} dx$	3.12	$\int \pi^x \cdot e^{x+1} dx$
3.13	$\int (5^x - 5^{-x})^2 dx$	3.14	$\int 3^{-x}(4 - 5^{x+2})dx$	3.15	$\int (5^{x+1} + 5^{-x})^2 dx$
3.16	$\int \frac{2^x + 3^x}{2^{x+1}} dx$	3.17	$\int \frac{3^{-x} + 2^{x+3}}{2^{x+1}} dx$	3.18	$\int \left(3^{2 - \frac{x}{2}} - 3^{\frac{-x}{2}} \right)^2 dx$
3.19	$\int 4^x(7 + 2^{-x})dx$	3.20	$\int e^x(1 - 5 \cdot e^{3-x})dx$	3.21	$\int 2^{-x}(3 - 5^{x+2})dx$
3.22	$\int \pi^{2x} \left(\frac{1}{2^x} - 3^{x+1} \right) dx$	3.23	$\int \frac{1}{3^x} (e^x + 2 \cdot e^{-x}) dx$	3.24	$\int (e^x - 2)^2 dx$
3.25	$\int (e^{-x} - e^x)^3 dx$	3.26	$\int (e^x + 2^{-x})^2 dx$	3.27	$\int 3^x(7 + 2^{-x})dx$
3.28	$\int \frac{3^{-x} + 2^{x+3}}{2^{x+1}} dx$	3.29	$\int (e^x + e^{2x})^3 dx$	3.30	$\int \frac{1}{e^x} (e^{x+1} + 2 \cdot e^{-x}) dx$

4. Найти неопределенный интеграл.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
4.1	$\int \frac{dx}{3\sqrt{9 - x^2}}$	4.2	$\int \frac{7dx}{\sqrt{x^2 + 9}}$	4.3	$\int \frac{5dx}{\sqrt{x^2 - 9}}$
4.4	$\int \frac{dx}{\sqrt{3x - x^2}}$	4.5	$\int \frac{dx}{\sqrt{5+x^2}}$	4.6	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 7}}$
4.7	$\int \frac{dx}{3x^2 + 1}$	4.8	$\int \frac{dx}{3x^2 - 1}$	4.9	$\int \frac{dx}{1 - 3x^2}$
4.10	$\int \frac{dx}{4 - 5x^2}$	4.11	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 9}}$	4.12	$\int \frac{dx}{\sqrt{16 - x^2}}$
4.13	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 3}}$	4.14	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 16}}$	4.15	$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 9x^2}}$
4.16	$\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 - 27}}$	4.17	$\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 8}}$	4.18	$\int \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$
4.19	$\int \frac{dx}{\sqrt{4 + x^2}}$	4.20	$\int \frac{dx}{\sqrt{1 + 9x^2}}$	4.21	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 5}}$
4.22	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 5}}$	4.23	$\int \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x^2 - 3} dx$	4.24	$\int \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x^2 + 6} dx$

4.25	$\int \frac{x^2 + \sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 4} dx$	4.26	$\int \frac{\sqrt{x^2 + 9} - x^2}{x^2 + 9} dx$	4.27	$\int (x^2 - 5)^{-\frac{1}{2}} dx$
4.28	$\int (x^2 + 5)^{-\frac{1}{2}} dx$	4.29	$\int (3 - x^2)^{-\frac{1}{2}} dx$	4.30	$\int (x^2 + 25)^{\frac{1}{2}} dx$

5. Найти неопределенный интеграл.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
5.1	$\int \left(\frac{5}{9 + x^2} \right) dx$	5.2	$\int \left(\frac{7}{3 - x^2} - \frac{4}{5 + x^2} \right) dx$	5.3	$\int \frac{dx}{1 - 7x^2}$
5.4	$\int \frac{dx}{3x^2 + 2}$	5.5	$\int \frac{dx}{2x^2 - 3}$	5.6	$\int \frac{dx}{3 + 7x^2}$
5.7	$\int \frac{2}{2x^2 - 1} dx$	5.8	$\int \frac{dx}{5 - 3x^2}$	5.9	$\int \frac{dx}{3x^2 - 2}$
5.10	$\int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^2 + 2} \right) dx$	5.11	$\int \left(\frac{3}{x^2} - \frac{4}{x^2 - 2} \right) dx$	5.12	$\int \left(\frac{5}{x^2 - 3} - \frac{7}{x^2 + 3} \right) dx$
5.13	$\int \frac{dx}{4x^2 + 1}$	5.14	$\int \left(\frac{3}{x^2 - 5} - \frac{2}{x^2 + 3} \right) dx$	5.15	$\int \frac{dx}{4x^2 - 1}$
5.16	$\int \left(\frac{3}{4 - x^2} - \frac{4}{1 + x^2} \right) dx$	5.17	$\int \left(\frac{7}{9 - x^2} + \frac{4}{25 + x^2} \right) dx$	5.18	$\int \frac{dx}{4x^2 + 25}$
5.19	$\int \frac{dx}{16 - 27x^2}$	5.20	$\int \frac{2}{25x^2 - 1} dx$	5.21	$\int \frac{dx}{63 + 7x^2}$
5.22	$\int \frac{dx}{25x^2 - 36}$	5.23	$\int \left(\frac{5}{x^2 + 36} \right) dx$	5.24	$\int \frac{6dx}{36x^2 - 25}$
5.25	$\int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^2 + 4} \right) dx$	5.26	$\int \left(\frac{2}{9 + x^2} + \frac{4}{4 - x^2} \right) dx$	5.27	$\int \frac{dx}{49x^2 + 16}$
5.28	$\int \frac{dx}{4x^2 - 1}$	5.29	$\int \frac{dx}{64x^2 + 1}$	5.30	$\int \left(\frac{7}{81 - x^2} \right) dx$

6. Найти неопределенный интеграл, используя таблицу интегралов и свойство о линейном аргументе подынтегральной функции.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
6.1	$\int (\cos 2x - 3 \sin x) dx$	6.2	$\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$	6.3	$\int \frac{dx}{1 - \sin^2 5x}$
6.4	$\int tg^2 2x dx$	6.5	$\int \left(e^{5x} - 3e^{-x} + 4e^{\frac{x}{2}} \right) dx$	6.6	$\int (e^{4x} - 2e^{-3x})^2 dx$
6.7	$\int \sin(2x + 3) dx$	6.8	$\int \frac{2^{3x} - 3^x}{3^{2x}} dx$	6.9	$\int \frac{(e^{-x} + 5)^2}{e^x} dx$

6.10	$\int (\sqrt[3]{e^x} - x) dx$	6.11	$\int \frac{dx}{\sqrt{e^{3x}}}$	6.12	$\int \frac{dx}{\sqrt{6e^{5x-1}}}$
6.13	$\int (\cos x + \sin x)^2 dx$	6.14	$\int (\cos x - \sin x)^2 dx$	6.15	$\int (\cos 3x + \sin 3x)^2 dx$
6.16	$\int (\cos 2x - \sin 2x)^2 dx$	6.17	$\int \frac{dx}{\sin^2 5x}$	6.18	$\int \frac{dx}{\cos^2(x/3)}$
6.19	$\int \cos(1-5x) dx$	6.20	$\int \sin^2 x dx$	6.21	$\int \cos^2 x dx$
6.22	$\int \left(\cos \frac{x}{3} - \sin \frac{x}{2} \right) dx$	6.23	$\int \sin^2 x dx$	6.24	$\int \frac{5^{2x} - 3^{-x}}{2^x} dx$
6.25	$\int \frac{5^{2x-1} - 5^{2-2x}}{4^x} dx$	6.26	$\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^{2x}} dx$	6.27	$\int \frac{e^{x+1} + e^{1-x}}{e^x} dx$
6.28	$\int \left(\cos \frac{x}{3} - 5 \sin \frac{x}{2} \right)^2 dx$	6.29	$\int \cos x(1-25 \cos x) dx$	6.30	$\int \frac{3 \operatorname{tg} x - 4}{5 \sin 2x} dx$

7. Найти неопределенный интеграл.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
7.1	$\int \frac{dx}{x-5}$	7.2	$\int \frac{x}{(x+3)^2} dx$	7.3	$\int \frac{dx}{3x+1}$
7.4	$\int \frac{dx}{5-7x}$	7.5	$\int \frac{dx}{\sqrt{x+9}}$	7.6	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2-x}}$
7.7	$\int (x-a)^4 dx$	7.8	$\int \sqrt[5]{(x+3)^4} dx$	7.9	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+2)^4}}$
7.10	$\int \frac{dx}{(x+1) \cdot \sqrt{2x+2}}$	7.11	$\int \sqrt[3]{(x+2)^5} dx$	7.12	$\int \sqrt{\frac{7}{(x-2)^5}} dx$
7.13	$\int \left(\sqrt[3]{\frac{1}{x+1}} \right)^5 dx$	7.14	$\int \sqrt{\frac{5}{(x-2)^7}} dx$	7.15	$\int \sqrt[4]{(x+a)^5} dx$
7.16	$\int \frac{x}{(x-3)^5} dx$	7.17	$\int \frac{x}{\sqrt{x+2}} dx$	7.18	$\int \frac{1-2x}{\sqrt{x+1}} dx$
7.19	$\int \frac{x}{(x-2)^3} dx$	7.20	$\int \frac{x}{\sqrt{x+2}} dx$	7.21	$\int \frac{x}{(x-3)^5} dx$
7.22	$\int \frac{dx}{x-5}$	7.23	$\int \frac{x}{(x-3)^2} dx$	7.24	$\int \frac{dx}{3x+1}$
7.25	$\int \frac{dx}{(x+25) \cdot \sqrt{x+25}}$	7.26	$\int \sqrt[3]{(x+2)^5} dx$	7.27	$\int \sqrt{\frac{1}{(x-21)^5}} dx$
7.28	$\int \frac{dx}{(25x+1) \cdot \sqrt{25x+1}}$	7.29	$\int \sqrt[3]{(x+25)^7} dx$	7.30	$\int \frac{3dx}{(x-5)^3}$

8. Найти неопределенный интеграл методом подведения под знак дифференциала.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
8.1	$\int e^{x^2} \cdot x dx$	8.2	$\int e^{-x^2} \cdot x dx$	8.3	$\int e^{5x^2} \cdot x dx$
8.4	$\int e^{\frac{x^2}{2}} \cdot x dx$	8.5	$\int e^{x^2+3} \cdot x dx$	8.6	$\int e^{1-3x^2} \cdot x dx$
8.7	$\int x \cdot \sqrt{x^2+1} dx$	8.8	$\int x \cdot \sqrt[3]{(x^2+3)^4} dx$	8.9	$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+9}}$
8.10	$\int \frac{x dx}{x^2+10}$	8.11	$\int \frac{e^x dx}{e^x+5}$	8.12	$\int e^x \cdot \sqrt{3e^x-7} dx$
8.13	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}-5}}$	8.14	$\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+10}$	8.15	$\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$
8.16	$\int \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$	8.17	$\int \frac{dx}{x \cdot \ln x}$	8.18	$\int \operatorname{tg} x dx$
8.19	$\int \operatorname{ctg} x dx$	8.20	$\int \cos x \cdot \sqrt{\sin x} dx$	8.21	$\int e^{-x^3} \cdot x^2 dx$
8.22	$\int \frac{e^x dx}{e^{2x}-4}$	8.23	$\int \frac{dx}{x \cdot (\ln^2 x + 1)}$	8.24	$\int x \cdot \sqrt{(x^2+3)^5} dx$
8.25	$\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$	8.26	$\int 4^{\cos x} \sin x dx$	8.27	$\int \frac{\cos x}{2+3 \sin x} dx$
8.28	$\int \frac{x^2}{1-x^3} dx$	8.29	$\int \frac{6^x}{1-6^x} dx$	8.30	$\int \frac{e^x}{(e^x-1)^2} dx$

9. Найти неопределенный интеграл (интегрирование квадратного трехчлена).

№	Задание	№	Задание	№	Задание
9.1	$\int \frac{dx}{x^2+8x+5}$	9.2	$\int \frac{dx}{x^2-x+1}$	9.3	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+10}}$
9.4	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+11}}$	9.5	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x+1}}$	9.6	$\int \frac{dx}{\sqrt{1+2x-x^2}}$
9.7	$\int \frac{dx}{\sqrt{2-2x-x^2}}$	9.8	$\int \frac{x dx}{x^2+2x+5}$	9.9	$\int \frac{(x-1) dx}{x^2-2x+5}$
9.10	$\int \frac{1-x}{x^2-x+1} dx$	9.11	$\int \frac{dx}{x^2+x+2}$	9.12	$\int \frac{dx}{x+(x+1)^2}$
9.13	$\int \frac{3x+1}{(x-2)^2+(x+1)} dx$	9.14	$\int \frac{x^2+7}{x^2+4} dx$	9.15	$\int \frac{dx}{x+x^2+3}$

9.16	$\int \frac{x+1}{x+(x^2+3)} dx$	9.17	$\int \frac{dx}{x^3+1}$	9.18	$\int \frac{dx}{x^3-8}$
9.19	$\int \frac{x}{x^2+6x-1} dx$	9.20	$\int \frac{x}{x^2-4x+1} dx$	9.21	$\int \frac{3x+5}{\sqrt{x^2+6x-5}} dx$
9.22	$\int \frac{1-2x}{x^2-6x+10} dx$	9.23	$\int \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$	9.24	$\int \frac{dx}{2x^2-3x+1}$
9.25	$\int \frac{dx}{5x-x^2-6}$	9.26	$\int \frac{(2x-3)dx}{4+3x-x^2}$	9.27	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4x+5}}$
9.28	$\int \frac{dx}{x^2+x-3}$	9.29	$\int \frac{2x+1}{x^2+x-3} dx$	9.30	$\int \frac{dx}{x^2+8x+7}$

10. Найти неопределенный интеграл с помощью формулы интегрирования по частям.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
10.1	$\int x \cdot e^{2x} dx$	10.2	$\int (x-1) \cdot e^{-x} dx$	10.3	$\int (2x+5) \cdot e^{\frac{x}{3}} dx$
10.4	$\int x^2 \cdot e^x dx$	10.5	$\int x \cdot 3^x dx$	10.6	$\int x \cdot \ln x dx$
10.7	$\int x \cdot \ln 5x dx$	10.8	$\int \sqrt{x} \cdot \ln x dx$	10.9	$\int (\ln x - 2 \ln^2 x) dx$
10.10	$\int \frac{\ln x}{x^2} dx$	10.11	$\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx$	10.12	$\int x \cdot \cos x dx$
10.13	$\int x \cdot \sin x dx$	10.14	$\int x \cdot \cos 3x dx$	10.15	$\int x \cdot \sin \frac{x}{2} dx$
10.16	$\int x \cdot \cos \frac{x}{3} dx$	10.17	$\int x \cdot \sin 5x dx$	10.18	$\int x^2 \cdot e^{-x} dx$
10.19	$\int x \cdot 5^x dx$	10.20	$\int \frac{x}{2^x} dx$	10.21	$\int x^2 \sqrt{e^x} dx$
10.22	$\int x \cdot e^{-3x} dx$	10.23	$\int x \cdot \sin \frac{x}{3} dx$	10.24	$\int x \cdot e^2 dx$
10.25	$\int \sqrt[3]{x} \ln x dx$	10.26	$\int (x+5) 3^x dx$	10.27	$\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} dx$
10.28	$\int x \cdot \sin 3x dx$	10.29	$\int \frac{x}{7^x} dx$	10.30	$\int x \sqrt{e^x} dx$

11. Найти неопределенный интеграл, выделив целую часть неправильной дробно-рациональной функции.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
11.1	$\int \frac{3x^2+1}{x^2+25} dx$	11.2	$\int \frac{x^2-3+2x+6}{x^2-9} dx$	11.3	$\int \frac{x^3}{x^2+9} dx$

11.4	$\int \frac{x^3}{x^2+9} dx$	11.5	$\int \frac{x^2+1}{x^2+5} dx$	11.6	$\int \frac{2x^2-2}{x^2-16} dx$
11.7	$\int \frac{x^2+1}{x^2-25} dx$	11.8	$\int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx$	11.9	$\int \frac{x^2+2x+4}{x^2+2x-1} dx$
11.10	$\int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx$	11.11	$\int \frac{3x^2+1}{x^2+6x+25} dx$	11.12	$\int \frac{x^2+x-2}{x^2-8x+20} dx$
11.13	$\int \frac{x^2+2}{x^2-6x+10} dx$	11.14	$\int \frac{x^2+7}{x^2+4} dx$	11.15	$\int \frac{x^4}{x^2+9} dx$
11.16	$\int \frac{x^2+2x}{x^2-8x+25} dx$	11.17	$\int \frac{x^2+1}{x^2+4x+5} dx$	11.18	$\int \frac{x^2+2}{x^2-4x+13} dx$
11.19	$\int \frac{x^3}{x^2-1} dx$	11.20	$\int \frac{x^4}{x^2+1} dx$	11.21	$\int \frac{x^3}{x^3+8} dx$
11.22	$\int \frac{x^2+3}{x^2+9} dx$	11.23	$\int \frac{3x^2+2x+1}{x^2+25} dx$	11.24	$\int \frac{x^2-4x+2}{x^2-1} dx$
11.25	$\int \frac{x^2+2}{x^2+6x-1} dx$	11.26	$\int \frac{x^2+2x+16}{x^2-9} dx$	11.27	$\int \frac{x^2+x+1}{x^2+5} dx$
11.28	$\int \frac{3x^2+1}{x^2-2x+26} dx$	11.29	$\int \frac{x^3+2x}{x^2+49} dx$	11.30	$\int \frac{x^2-3+2x}{x^2-9} dx$

12. Найти неопределенный интеграл от правильной дробно-рациональной функции.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
12.1	$\int \frac{dx}{(x-2)^2(x+3)}$	12.2	$\int \frac{(x+1)}{(x-3)^2(x+4)} dx$	12.3	$\int \frac{(x-1)}{(x+2)^2(x-3)} dx$
12.4	$\int \frac{(x+1)}{x^2(x+3)} dx$	12.5	$\int \frac{x-7}{(x+5)(x-4)^3} dx$	12.6	$\int \frac{(x-14)dx}{(x+2)^2(x+3)}$
12.7	$\int \frac{(2x+1)}{(x+3)^2(x+4)} dx$	12.8	$\int \frac{(2x-1)}{(x+2)^2(2x-3)} dx$	12.9	$\int \frac{(2x+11)}{x^2(x+3)} dx$
12.10	$\int \frac{(x-1)dx}{(x-2)^3(x+3)}$	12.11	$\int \frac{dx}{x^2(x+2)}$	12.12	$\int \frac{dx}{x \cdot (x+1)^2}$
12.13	$\int \frac{3x+1}{(x-2)^2 \cdot (x+1)} dx$	12.14	$\int \frac{x^2+7}{(x^2+4)(x-1)} dx$	12.15	$\int \frac{dx}{x \cdot (x^2+3)}$
12.16	$\int \frac{x^2+1}{x \cdot (x^2+3)} dx$	12.17	$\int \frac{dx}{x^3+1}$	12.18	$\int \frac{dx}{x^3-8}$
12.19	$\int \frac{x^3}{x^4-1} dx$	12.20	$\int \frac{x^2}{(x^3+1)(x+1)} dx$	12.21	$\int \frac{(4x+1)}{x^2(x+3)} dx$

12.22	$\int \frac{2x-7}{(x-5)(x-4)^3} dx$	12.23	$\int \frac{(x+12)}{(x-3)^3(x+4)} dx$	12.24	$\int \frac{(2x+1)dx}{(x-2)^3(x+3)}$
12.25	$\int \frac{(3x-1)}{(x+2)^3(x-3)} dx$	12.26	$\int \frac{(x+1)}{x(x+3)^2} dx$	12.27	$\int \frac{3x-7}{(x+5)^2(x-4)} dx$
12.28	$\int \frac{(5x+1)}{x^3(x+3)} dx$	12.29	$\int \frac{(2x-1)}{(x-3)(x+4)^2} dx$	12.30	$\int \frac{(x-1)}{(x+2)(x-3)^2} dx$

13. Найти неопределенный интеграл от правильной дробно-рациональной функции.

№	Задание	№	Задание
13.1	$\int \frac{3x+13}{(x-1)(x^2+2x+5)} dx$	13.2	$\int \frac{5x+3}{(x+2)(x^2+2x+4)} dx$
13.3	$\int \frac{12-6x}{(x+1)(x^2-4x+13)} dx$	13.4	$\int \frac{2x^2+2x+20}{(x-1)(x^2+2x+10)} dx$
13.5	$\int \frac{3x-6}{(x+1)(x^2+6x+13)} dx$	13.6	$\int \frac{x^2+3x+20}{(x-1)(x^2+x+1)} dx$
13.7	$\int \frac{36}{(x+2)(x^2-2x+10)} dx$	13.8	$\int \frac{3x+13}{(x+3)(x^2+6x+13)} dx$
13.9	$\int \frac{6}{(x-2)(x^2+4x+13)} dx$	13.10.	$\int \frac{4x^2+2x+17}{(x-1)(x^2+2x+5)} dx$
13.11	$\int \frac{3x+13}{(x-1)(x^2+2x+5)} dx$	13.12	$\int \frac{x^2+2x+40}{(x+2)(x^2-2x+10)} dx$
13.13	$\int \frac{4x-x^2-12}{(x-1)(x^2+2x+10)} dx$	13.14	$\int \frac{x^2-13x+40}{(x+1)(x^2-4x+13)} dx$
13.15	$\int \frac{30}{(x+2)(x^2+6x+25)} dx$	13.16	$\int \frac{7x+3}{(x-4)(x^2+8x+20)} dx$
13.17	$\int \frac{36}{(x+1)(x^2-12x+40)} dx$	13.18	$\int \frac{2x^2+2x+20}{(x-1)(x^2+6x+13)} dx$
13.19	$\int \frac{2x^2+7x+7}{(x+1)(x^2+2x+5)} dx$	13.20	$\int \frac{(6x-3)}{(x-2)(x^2+10)} dx$
13.21	$\int \frac{5x+10}{(x+3)(x^2+2x+10)} dx$	13.22	$\int \frac{4x^2+38}{(x+2)(x^2-2x+10)} dx$
13.23	$\int \frac{8}{(x+1)(x^2+6x+13)} dx$	13.24	$\int \frac{18}{(x-3)(x^2-6x+25)} dx$
13.25	$\int \frac{4x^2+7x+5}{(x-1)(x^2+2x+5)} dx$	13.26	$\int \frac{x+15}{(x+5)(x^2+2x+5)} dx$
13.27	$\int \frac{13x+3}{(x-1)(x^2+12x+40)} dx$	13.28	$\int \frac{72}{(x+2)(x^2-4x+20)} dx$
13.29	$\int \frac{2x^2+2x+20}{(x+1)(x^2+4x+5)} dx$	13.30	$\int \frac{3x+13}{(x-5)(x^2+12x+40)} dx$

14. Найти неопределенный интеграл.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
14.1	$\int \frac{1-5x^3}{x^4} dx$	14.2	$\int \frac{\sqrt{x}-3x\cdot\sqrt[3]{x}+x^5}{x^2} dx$	14.3	$\int \frac{(\sqrt{x}-2\sqrt[3]{x})^2}{x} dx$
14.4	$\int x\cdot\sqrt[3]{a\cdot x} dx$	14.5	$\int \left(\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{x+2}{\sqrt[4]{x}} \right) dx$	14.6	$\int \left(a^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}} \right)^3 dx$
14.7	$\int \left(5x^3 - \frac{5}{\sqrt[3]{x^5}} \right) dx$	14.8	$\int \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{a}{x^4} - x \right) dx$	14.9	$\int \frac{(\sqrt{x^3}-2x^2+3x^4)}{x} dx$
14.10	$\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx$	14.11	$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^3 dx$	14.12	$\int \left(x \cdot \sin a - \frac{4\sqrt{x}}{x^2} \right) dx$
14.13	$\int \left(\sqrt{\frac{x}{a}} - \sqrt[3]{x} \right)^2 dx$	14.14	$\int \frac{x^3-3\sqrt{x^5}}{\sqrt{x}} dx$	14.15	$\int \frac{x^4-2x-\sqrt{x}}{x^2} dx$
14.16	$\int x^2 \cdot \sqrt[4]{b\cdot x} dx$	14.17	$\int \frac{(\sqrt{b\cdot x} - \frac{x}{b})^2}{x} dx$	14.18	$\int \frac{(x-1)^3}{x\cdot\sqrt{x}} dx$
14.19	$\int \frac{(2x+a)^3}{x^2} dx$	14.20	$\int \frac{\left(\frac{x-a}{x} \right)^2}{\sqrt{x}} dx$	14.21	$\int \frac{\left(b\cdot x + \frac{a}{x} \right)^2}{\sqrt[3]{x}} dx$
14.22	$\int \frac{(1-b\sqrt[3]{x})^3}{x^2} dx$	14.23	$\int \frac{(2x+b)^3}{x^3} dx$	14.24	$\int \frac{x^3-2\sqrt{x}+x\sqrt[3]{x}}{x} dx$
14.25	$\int \frac{(2x+5)^3}{x^2} dx$	14.26	$\int \frac{\left(x + \frac{1}{x} \right)^2}{\sqrt[4]{x}} dx$	14.27	$\int \frac{(2-a\sqrt{x^3})^2}{x^2} dx$
14.28	$\int \frac{(1-b\sqrt{x})^2}{x^3} dx$	14.29	$\int \frac{x^4-2\sqrt{x}+x}{x^2} dx$	14.30	$\int \frac{(2-\sqrt{x^3})^3}{x^2} dx$

15. Найти неопределенный интеграл.

№	Задание	№	Задание
15.1	$\int \left(5 \cdot \cos x - \frac{7}{\sin^2 x} \right) dx$	15.2	$\int \left(3 \cdot \sin x + \frac{2}{\cos^2 x} \right) dx$
15.3	$\int \frac{\sin^2 x - 3 \cdot \sin x - \frac{5}{\sin x}}{\sin x} dx$	15.4	$\int \frac{5 \cdot \sin 2x - 5 \cdot \operatorname{tg} x}{\sin x \cdot \cos x} dx$
15.5	$\int \frac{\cos 2x - 5 \cdot \cos^3 x}{\cos^2 x} dx$	15.6	$\int \frac{1 + 5 \cdot \cos^3 x}{\cos^2 2x} dx$
15.7	$\int \frac{1 - 3 \sin^3 x}{\sin^2 x} dx$	15.8	$\int \frac{2 + \cos^3 x}{\cos^2 x} dx$
15.9	$\int \left(5 \cdot \sin x - \frac{4}{\cos^2 x} \right) dx$	15.10	$\int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx$

15.11	$\int \frac{\sin 2x}{\sin^3 x} dx$	15.12	$\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx$
15.13	$\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx$	15.14	$\int (3 \cdot \cos x - 4 \cdot \sin x) dx$
15.15	$\int \frac{\cos^2 x + 5 \cdot \cos x}{\cos x} dx$	15.16	$\int \frac{\cos^2 2x - \cos^2 x}{\sin^4 x} dx$
15.17	$\int \frac{\cos^2 2x - \cos^2 x}{\sin^4 x} dx$	15.18	$\int \left(\frac{\sin x}{2} + \frac{7}{\cos^2 x} \right) dx$
15.19	$\int \frac{ctgx}{\sin x \cdot \cos x} dx$	15.20	$\int \frac{tgx}{\sin 2x} dx$
15.21	$\int \frac{ctgx}{\sin 2x} dx$	15.22	$\int \frac{\cos^2 2x - \cos^2 x}{\sin^4 x} dx$
15.23	$\int ctg^2 x dx$	15.24	$\int \frac{5 \sin 2x}{\cos^3 x} dx$
15.25	$\int (1 + tg^2 x) dx$	15.26	$\int \frac{\cos 2x - \cos^2 x}{\sin^4 x} dx$
15.27	$\int \frac{\cos^2 x + 5 \cdot \cos x}{\cos x} dx$	15.28	$\int \frac{\cos x + 5 \cdot \cos x}{\cos x} dx$
15.29	$\int \frac{\cos 2x - \cos^2 x}{\sin^4 x} dx$	15.30	$\int \frac{5 \sin 2x}{\cos^3 x} dx$

16. Найти неопределенный интеграл с помощью универсальной тригонометрической подстановки.

№	Задание	№	Задание
16.1	$\int \frac{dx}{5 + 2 \sin x + 3 \cos x}$	16.2	$\int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 2 \cos x}$
16.3	$\int \frac{dx}{5 + 3 \sin x - 5 \cos x}$	16.4	$\int \frac{3 \sin x - 2 \cos x}{1 + \cos x} dx$
16.5	$\int \frac{dx}{3 + 2 \sin x - \cos x}$	16.6	$\int \frac{dx}{10 \sin x + 5 \cos x}$
16.7	$\int \frac{dx}{5 - 3 \cos x}$	16.8	$\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$
16.9	$\int \frac{dx}{3 + 5 \cos x}$	16.10	$\int \frac{dx}{3 + 2 \sin x + 3 \cos x}$
16.11	$\int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$	16.12	$\int \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x}$
16.13	$\int \frac{dx}{7 + 3 \sin x}$	16.14	$\int \frac{dx}{8 + 4 \cos x}$
16.15	$\int \frac{dx}{2 + 4 \sin x + 3 \cos x}$	16.16	$\int \frac{dx}{7 \sin x - 3 \cos x}$

16.17	$\int \frac{dx}{3-4\sin x}$	16.18	$\int \frac{dx}{5+\sin x+3\cos x}$
16.19	$\int \frac{dx}{5+4\sin x+3\cos x}$	16.20	$\int \frac{7+6\sin x-5\cos x}{1+\cos x} dx$
16.21	$\int \frac{dx}{3+\sin x+\cos x}$	16.22	$\int \frac{6\sin x+\cos x}{1+\cos x} dx$
16.23	$\int \frac{dx}{5-4\sin x+3\cos x}$	16.24	$\int \frac{dx}{5+3\cos x}$
16.25	$\int \frac{dx}{4\cos x+3\sin x}$	16.26	$\int \frac{dx}{4-4\sin x+3\cos x}$
16.27	$\int \frac{dx}{7-3\sin x+\cos x}$	16.28.	$\int \frac{dx}{3+5\sin x+3\cos x}$
16.29	$\int \frac{dx}{3\sin x-\cos x}$	16.30	$\int \frac{dx}{2+\sin x-3\cos x}$

17. Вычислить определенный интеграл.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
17.1	$\int_{-1}^2 x^4 dx$	17.2	$\int_0^1 (\sqrt{x}-1)^2 dx$	17.3	$\int_3^{10} \sqrt[3]{x-2} dx$
17.4	$\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$	17.5	$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$	17.6	$\int_{-\frac{\pi}{8}}^0 \frac{dx}{\cos^2 2x}$
17.7	$\int_0^1 \frac{x+2}{x+1} dx$	17.8	$\int_{0.5}^1 e^{-2x+1} dx$	17.9	$\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$
17.10	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin x^2 dx$	17.11	$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+5}$	17.12	$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^2}$
17.13	$\int_{0.5}^1 \frac{dx}{(x+1)^2}$	17.14	$\int_{\frac{\pi}{4}}^0 \cos^2 t dt$	17.15	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)}$
17.16	$\int_0^{\pi} \left[\sin\left(\frac{x}{2}\right) - \cos\left(\frac{x}{2}\right) \right]^2 dx$	17.17	$\int_{-1}^{-0.5} \frac{x^2-1}{x^4} dx$	17.18	$\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$
17.19	$\int_{\frac{\pi}{4}}^0 \sin^2 t dt$	17.20	$\int_0^7 \sqrt[3]{x+1} dx$	17.21	$\int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^3}$

17.22	$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}$	17.23	$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x^2+1}{x^4} dx$	17.24	$\int_0^{16} \sqrt[4]{x^5} dx$
17.25	$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{dx}{\cos^2\left(\frac{x}{4}\right)}$	17.26	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{x}{2} dx$	17.27	$\int_{0.5}^1 \frac{dx}{(2x+1)^3}$
17.28	$\int_{0.25}^1 \frac{dx}{(4x+1)^2}$	17.29	$\int_{-2}^2 \frac{dx}{x^2+4x+5}$	17.30	$\int_{\frac{1}{3}}^2 \frac{x^2+1}{x^4} dx$

18. Вычислить определенный интеграл, используя замену подынтегральной переменной.

№	Задание	№	Задание
18.1	$\int_0^2 x^3 \cdot e^{-x^2} dx$	18.2	$\int_0^{0.5} x^3 \cdot e^{-x^4} dx$
18.3	$\int_1^{\sqrt{2}} x^3 \cdot e^{-x^2} dx$	18.4	$\int_2^3 \frac{dx}{1+\sqrt{2x-1}}$
18.5	$\int_1^e \frac{dx}{x \cdot (\ln^2 x + 1)}$	18.6	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+2\cos x}$
18.7	$\int_1^6 \frac{dx}{x+\sqrt{3x-2}}$	18.8	$\int_4^9 e^{-2\sqrt{x}} dx$
18.9	$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$	18.10	$\int_1^{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$
18.11	$\int_{\ln 1}^{\ln 3} \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$	18.12	$\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5+4x}}$
18.13	$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$	18.14	$\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$
18.15	$\int_0^1 \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$	18.16	$\int_1^{\ln^2 2} e^{-\sqrt{x}} dx$
18.17	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{4+3\cos x}$	18.18	$\int_0^4 \sqrt{x} \cdot e^{-\sqrt{x}} dx$
18.19	$\int_0^1 x^3 \cdot e^{-x^2} dx$	18.20	$\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x dx}{x^4 + 2x^2 + 25}$

18.21	$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{e^x}{x^2} dx$	18.22	$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln^3 x}}$
18.23	$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2 + 1}}$	18.24	$\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x}}$
18.25	$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$	18.26	$\int_0^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{x^4 + 12x^2 + 225}$
18.27	$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2 + 4}}$	18.28	$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln^5 x}}$
18.29	$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln^5 x}}$	18.30	$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{e^x}{x^2} dx$

19. Вычислить определенный интеграл методом интегрирования по частям и заменой подынтегральной переменной.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
19.1	$\int_2^3 x \ln(x-1) dx$	19.2	$\int_{-2}^0 x^2 e^{-x/2} dx$	19.3	$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$
19.4	$\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$	19.5	$\int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x dx$	19.6	$\int_1^2 (x-1) \ln(x) dx$
19.7	$\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx$	19.8	$\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \cos x dx$	19.9	$\int_{-2/3}^{-1/3} x^2 e^{-3x} dx$
19.10	$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$	19.11	$\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln(x) dx$	19.12	$\int_0^1 \arctg \sqrt{x} dx$
19.13	$\int_0^{\pi} (x+2) \cos \frac{x}{2} dx$	19.14	$\int_0^{\pi/8} x^2 \sin 4x dx$	19.15	$\int_1^3 x^2 \ln(x) dx$
19.16	$\int_1^2 \frac{\ln^2(x+1)}{(x+1)^2} dx$	19.17	$\int_{3/2}^2 \arctg(2x-3) dx$	19.18	$\int_0^{\pi/2} (x+3) \sin x dx$
19.19	$\int_1^e x \ln^2(x) dx$	19.20	$\int_{-3}^0 (x-2) e^{-x/3} dx$	19.21	$\int_0^{\pi/9} \frac{xdx}{\cos^2 3x}$
19.22	$\int_{1/2}^1 \arcsin(1-x) dx$	19.23	$\int_1^{\sqrt{3}} \arctg \frac{1}{x} dx$	19.24	$\int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx$
19.25	$\int_0^1 \frac{\arcsin(x/2)}{\sqrt{2-x}} dx$	19.26	$\int_1^2 \ln(3x+2) dx$	19.27	$\int_0^4 x^3 \sqrt{x^2+9} dx$

19.28	$\int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx$	19.29	$\int_0^{\pi/4} x \operatorname{tg}^2 x dx$	19.30	$\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$
-------	-------------------------------	-------	---	-------	--

20. Вычислить несобственный интеграл (или доказать его расходимость).

№	Задание	№	Задание	№	Задание
20.1	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{9x^2 + 1}$	20.2	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 5}}$	20.3	$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$
20.4	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{4 - 9x^2}}$	20.5	$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}$	20.6	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{2^{3x-1}}$
20.7	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+2)(2x+1)}$	20.8	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 25}}$	20.9	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 9}$
20.10	$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{(x+1) \ln(x+1)}$	20.11	$\int_5^{+\infty} \frac{dx}{(x-1)(2x+4)}$	20.12	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$
20.13	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{3^{4x-1}}$	20.14	$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{(x-1)(2x+6)}$	20.15	$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x+1}} dx}{\sqrt{x+1}}$
20.16	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{25-9x^2}}$	20.17	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{9x^2 + 16}$	20.18	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{16x^2 + 1}}$
20.19	$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{2x}} dx}{\sqrt{2x}}$	20.20	$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln 2x}$	20.21	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{5^{4x+1}}$
20.22	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)(3x+7)}$	20.23	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(5x+2)(x+3)}$	20.24	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 15}}$
20.25	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{4x^2 + 1}$	20.26	$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{64-49x^2}}$	20.27	$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{3x+1}} dx}{\sqrt{3x+1}}$
20.28	$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{6^{3x+11}}$	20.29	$\int_2^{+\infty} \frac{3dx}{(2x+1) \ln(2x+1)}$	20.30	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 5}}$

21. Вычислить несобственный интеграл (или доказать расходимость).

№	Задание	№	Задание	№	Задание
21.1	$\int_0^1 \frac{dx}{4x^2 - 1}$	21.2	$\int_0^{64} \frac{dx}{\sqrt[4]{x}}$	21.3	$\int_0^2 \frac{dx}{4x^2 \cdot \sqrt[3]{x}}$
21.4	$\int_0^1 \frac{dx}{x^5 \sqrt{x}}$	21.5	$\int_1^e \frac{dx}{x \ln x}$	21.6	$\int_{-1}^1 \frac{dx}{(x+1)(3x+7)}$
21.7	$\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{25-x^2}}$	21.8	$\int_0^2 \frac{dx}{4x^2 - 16}$	21.9	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[7]{x}}$

21.10	$\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$	21.11	$\int_0^3 \frac{dx}{x^2\sqrt{x}}$	21.12	$\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)(2x+1)}$
21.13	$\int_0^3 \frac{dx}{x^2\sqrt[3]{x}}$	21.14	$\int_0^{15} \frac{dx}{\sqrt{225-x^2}}$	21.15	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{x}}$
21.16	$\int_2^4 \frac{dx}{(x-2)(5x+7)}$	21.17	$\int_1^e \frac{dx}{x \ln^2 x}$	21.18	$\int_0^2 \frac{dx}{x^2-1}$
21.19	$\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^7}}$	21.20	$\int_0^8 \frac{dx}{x^3\sqrt{x}}$	21.21	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$
21.22	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$	21.23	$\int_0^3 \frac{dx}{x\sqrt{x}}$	21.24	$\int_{-2}^0 \frac{dx}{(x+1)(3x+7)}$
21.25	$\int_1^9 \frac{dx}{4x^2-32}$	21.26	$\int_1^e \frac{\ln^{-2} x dx}{x}$	21.27	$\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{25-9x^2}}$
21.28	$\int_0^5 \frac{dx}{(x-4)(x+1)}$	21.29	$\int_0^{27} \frac{x dx}{\sqrt[3]{x}}$	21.30	$\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-3}}$

22. Вычислить площадь фигуры D , ограниченной данными линиями.

№	Уравнения границ области D	№	Уравнения границ области D	№	Уравнения границ области D
22.1	$y = x^2, y = 4$	22.2	$y = \sqrt{x}, y = 0, y = 1, y = 4$	22.3	$y = \frac{x^2}{2}, y = 2x + \frac{5}{2}$
22.4	$y^2 = 16x, y = x$	22.5	$y^2 = x, y = x^2$	22.6	$y = x^2, y = 1 - x^2$
22.7	$y = x^2 - 5, y = x - 3$	22.8	$y = \cos^2 x, y = 0, x = 0$	22.9	$y = x^2 - 2x, y - 3 = 0$
2.10	$y = x^2 - 1, y = x + 1$	22.11	$y = \operatorname{tg} x, y = \sqrt{3}, x = 0$	22.12	$y = x^2 - 1, y = x + 3$
22.13	$y = \operatorname{ctg} x, y = -1, x = 0$	22.14	$y = -2x^2 + 3x + 6, y = x + 2.$	22.15	$y = 4x - x^2, y = x.$
22.16	$x = y^2, x = 1, y = 0.$	22.17	$y = (x-1)^2, y = x + 1.$	22.18	$y = 2x^2 + 1, y = x = 2, y = 1.5$
22.19	$y = x^2 + 2x, y = x + 2$	22.20	$y^2 = 4x, x^2 = 4y$	22.21	$y = -x^2, y = -x - 2$
22.22	$y = \frac{x^2}{9}, y = \frac{x}{3} + 2$	22.23	$y = \operatorname{tg} x, y = -1, x = 0$	22.24	$y = x^2, y = \frac{x^2}{2}, y = 5.$

22.25	$y = x^2 - x, y = 0,$ $x = 2.$	22.26	$y = x^2 + 4x,$ $y = 2x + 4$	22.27	$y = ctgx, y = 1,$ $x = \frac{\pi}{2}$
22.28	$y = tg2x, y = 1,$ $x = 0$	22.29	$y = x^2 + x, y = x + 1$	22.30	$y = tgx, y = 1,$ $x = 0$

3 Методические указания к решению задач раздела «Интегральное исчисление функции одной переменной». Решение типового варианта

Задание 1 решается с помощью формулы (2.35) $d(f(x)) = f'(x)dx$, см. [2], с. 28.

Задание 2 решается с помощью этой же формулы для обратного действия, т.е. $f'(x)dx = d(f(x))$ или $f(x)dx = d(F(x))$, где $F(x)$ – первообразная функция для функции $f(x)$, см. формулу (3.3) из [2], с.36.

Задания 3 – 5 надо решить с помощью метода непосредственного интегрирования, т.е. с использованием правил интегрирования, тождественных преобразований подынтегральных функций и таблицы основных интегралов, [2], с. 36. Приведем образцы примеров для этих заданий.

Найдите неопределённый интеграл:

$$1. \int \frac{(a - \sqrt[3]{x})^2}{x^3} dx.$$

Решение:

$$\begin{aligned} \int \frac{(a - \sqrt[3]{x})^2}{x^3} dx &= \int \frac{a^2 - 2a \cdot \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}{x^3} dx = \int \left(\frac{a^2}{x^3} - \frac{2a \cdot \sqrt[3]{x}}{x^3} + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x^3} \right) dx = \\ &= \int (a^2 x^{-3} dx - 2ax^{\frac{8}{3}} + x^{\frac{7}{3}}) dx = a^2 \int x^{-3} dx - 2a \int x^{\frac{8}{3}} dx + \int x^{\frac{7}{3}} dx = a^2 \frac{x^{-3+1}}{-3+1} - \\ &- 2a \frac{x^{-\frac{8}{3}+1}}{-\frac{8}{3}+1} + \frac{x^{-\frac{7}{3}+1}}{-\frac{7}{3}+1} + C = -\frac{a^2 x^{-2}}{2} + \frac{6ax^{-\frac{5}{3}}}{5} - \frac{3x^{-\frac{4}{3}}}{4} + C. \end{aligned}$$

$$2. \int \frac{5^{2x} - 3^x}{5^x} dx = \int \left(\frac{5^{2x}}{5^x} - \frac{3^x}{5^x} \right) dx = \int 5^x dx - \int \left(\frac{3}{5} \right)^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} - \frac{\left(\frac{3}{5} \right)^x}{\ln \frac{3}{5}} + C.$$

$$\begin{aligned} 3. \int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx &= \left| \begin{array}{l} \text{Применим формулу тригонометрии} \\ 1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x \end{array} \right| = \\ &= \int \frac{1 + \cos^2 x}{2 \cos^2 x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\cos^2 x} + \frac{1}{2} \int dx = \frac{1}{2} tg x + \frac{1}{2} x + C. \end{aligned}$$

$$4. \int \left(\frac{6}{2x^2 + 9} + \frac{12}{2x^2 - 9} \right) dx = \int \frac{6dx}{2 \left(x^2 + \frac{9}{2} \right)} + \int \frac{12dx}{2 \left(x^2 - \frac{9}{2} \right)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{2}}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{\frac{9}{2}}} +$$

$$+ \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{9}{2}}} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{9}{2}} - x}{\sqrt{\frac{9}{2}} + x} \right| + C = \frac{\sqrt{2}}{6} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}x}{3} + \frac{\sqrt{2}}{6} \ln \left| \frac{3 - \sqrt{2}x}{3 + \sqrt{2}x} \right| + C.$$

$$5. \int \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{2x^2 + 10} dx = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 5}} = \frac{1}{2} \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 5} \right) + C.$$

Задания 6-7. Эти примеры базируются на использовании замены переменной (формула интегрирования функций с линейным аргументом):

если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$ $a \neq 0$. Образцом применения этой формулы является интеграл

$$\int \cos(3x + 8)dx = \frac{1}{3} \int \cos(3x + 8)d(3x + 8) = \frac{1}{3} \sin(3x + 8) + C.$$

Задание 8. Решается с помощью формулы подведения (внесения) функции под знак дифференциала, в частности, с помощью формулы

$$\int \frac{u'(x)dx}{u(x)} = \ln|u(x)| + C. \text{ Например, } \int \frac{dx}{x+8} = \int \frac{d(x+8)}{x+8} = \ln|x+8| + C.$$

Кроме того, осуществляется реализация методических указаний к заданиям 1, 2.

Например, применим указанный способ в следующем интеграле

$$\int e^{x^5} x^4 dx = \left| \begin{array}{l} \text{Замена: } x^5 = t, \quad d(x^5) = dt, \\ 5x^4 dx = dt, \quad x^4 dx = \frac{dt}{5} \end{array} \right| = \int e^t \cdot \frac{dt}{5} = \frac{1}{5} e^t + C = e^{x^5} + C.$$

Задание 9. Решается пример на тему: интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен, см [2], с.39, или рекомендуется использовать один из известных способов выделения полного квадрата:

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a} \text{ или } ax^2 + bx + c = \left(\sqrt{ax} + \frac{b}{2\sqrt{a}} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}.$$

С помощью этих формул проводится интегрирование функций вида

$$\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}, \int \frac{dx}{ax^2 + bx + c} \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}, \int \frac{(Ax + B)dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}.$$

Задание 10. Применяется формула интегрирования по частям, см [2], формула (3.11). с. 38.

Рекомендуется для интегралов вида $\int x^n e^{ax} dx$, $\int x^n \sin ax dx$, $\int x^n \cos ax dx$ принимать, что $u = x^n$, $dv = \{e^{ax} dx, \sin ax dx, \cos ax dx\}$. А для

интегралов вида $\int x^n \ln^m ax dx$, $\int x^n \arcsin ax dx$, $\int x^n \arccos ax dx$,
 $\int x^n \arctg ax dx$, $\int x^n \operatorname{arcctg} ax dx$ принимать, что $dv = x^n dx$, $v = \frac{x^{n+1}}{n+1}$,
 $u = \{\ln^m ax, \arcsin ax, \arccos ax, \arctg ax, \operatorname{arcctg} ax\}$

Например, $\int (2x - 7) \sin 5x dx$.

Применим способ интегрирования по частям.

$$\int (2x - 7) \sin 5x dx = \left. \begin{array}{l} \text{По формуле интегрирования по частям} \\ \int u dv = uv - \int v du, \text{ где } u = 2x - 7, \\ du = 2 dx, \quad dv = \sin 5x dx, \quad v = -\frac{1}{5} \cos 5x \end{array} \right| =$$

$$= -\frac{1}{5}(2x - 7) \cos 5x + \frac{2}{5} \int \cos 5x dx = -\frac{1}{5}(2x - 7) \cos 5x + \frac{2}{25} \sin 5x + C.$$

Задания 11, 12, 13. Надо изучить методы интегрирования дробно-рациональной функции.

Разложение правильной дробно-рациональной функции

$\frac{Q_m(x)}{P_n(x)} = \frac{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n}$, где $n > m$ на простейшие дроби имеет вид

$$\frac{Q_m(x)}{P_n(x)} = \frac{A_1}{(x-a)} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \dots + \frac{A_k}{(x-a)^k} +$$

$$\dots + \frac{M_1 x + N_1}{(x^2 + bx + c)} + \dots + \frac{M_r x + N_r}{(x^2 + bx + c)^r},$$

если $a_0 x^n + \dots + a_n = a_0 (x-a)^k \dots (x^2 + bx + c)^r \dots$

Необходимо предварительно изучить метод неопределенных коэффициентов или метод пробных точек для разложения правильной дробно-рациональной функции.

Задание 14. Изучить из конспекта лекций тему: интегрирование иррациональных функций методом рационализации.

Например, в интегралах вида $\int R\left(x, x^{\frac{l}{k}}, x^{\frac{s}{m}}, \dots\right) dx$, надо применить

замену $x = t^n$, где n – общий знаменатель дробей $\frac{l}{k}, \frac{s}{m}, \dots$ n .

В интегралах вида $\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{l}{k}}, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{s}{m}}, \dots\right) dx$, надо применить замену

$\frac{ax+b}{cx+d} = t^n$, где n – общий знаменатель дробей $\frac{l}{k}, \frac{s}{m}, \dots$ n .

Задание 15. Если в задании приведен интеграл вида $\int R(\operatorname{tg}x)dx$, или подынтегральная функция имеет вид $R(-\sin x, -\cos x) = R(\sin x, \cos x)$, то применяют замену $\operatorname{tg}x = t$. Кроме того, на основании известных формул, можно применить следующие замены:

$$\sin x = \frac{\operatorname{tg}x}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2x}} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \quad \cos x = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2x}} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \quad x = \operatorname{arctg}t, \quad dx = \frac{dt}{1+t^2}.$$

Если же дается задание вида $\int \sin^n x \cdot \cos^m x dx$, где n – нечетное число, то применяется замена $\cos x = t$, $\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - t^2}$, $x = \operatorname{arccos}t$, $dx = -\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$. Если m – нечетное число, то применяется замена

$$\sin x = t, \quad \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - t^2}, \quad x = \operatorname{arcsin}t, \quad dx = \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}.$$

Пример: $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$,

$$\int \frac{\sin^3 3x}{\sqrt[5]{\cos 3x}} dx = \int \frac{\sin^2 3x \sin 3x}{\sqrt[5]{\cos 3x}} dx = \int \frac{(1 - \cos^2 3x) \sin 3x}{\sqrt[5]{\cos 3x}} dx = \left| \begin{array}{l} \text{Замена } \cos 3x = t, \\ dt = -3 \sin 3x dx \end{array} \right| =$$

$$= -\frac{1}{3} \int \frac{(1-t^2) dt}{t^{\frac{1}{5}}} = -\frac{1}{3} \int \left(t^{-\frac{1}{5}} - t^{\frac{9}{5}} \right) dt = -\frac{1}{3} \cdot \frac{t^{\frac{4}{5}}}{\frac{4}{5}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{t^{\frac{14}{5}}}{\frac{14}{5}} + C = -\frac{5}{12} \sqrt[5]{\cos^4 3x} +$$

$$+ \frac{5}{42} \sqrt[5]{\cos^{14} 3x} + C.$$

Задание 16. Применяется универсальная тригонометрическая подстановка к интегралу вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$. Универсальная подстановка состоит в следующем:

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t, \quad \sin x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad x = 2 \operatorname{arctg}t, \quad dx = \frac{2dt}{1+t^2}.$$

Задание 17. Решается с помощью формулы Ньютона-Лейбница, см. формулу (3.39) [2], с. 44, и свойства интегрирования функций с линейным аргументом, см. методические указания к заданиям 6 и 7.

Например, вычислить определённый интеграл $\int_{-1}^2 \frac{dx}{(x+3)^3}$.

Решение:

$$\int_{-1}^2 \frac{dx}{(x+3)^3} = \int_{-1}^2 \frac{d(x+3)}{(x+3)^3} = \int_{-1}^2 (x+3)^{-3} d(x+3) = \frac{(x+3)^{-3+1}}{-2} \Big|_{-1}^2 = -\frac{1}{2} [(2+3)^{-2} - (-1+3)^{-2}] =$$

$$= -\frac{1}{2} (5^{-2} - 2^{-2}) = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{4} \right) = \frac{21}{200}.$$

Задание 18. Применяется метод замены переменной для определенного интеграла, см. [2], формулу (3.41) с. 44 и указанную выше формулу Ньютона-Лейбница.

Вычислить интеграл $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$, используя замену переменной

$$x = 2 \cos t.$$

$$\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx = \left. \begin{array}{l} x = 2 \cos t, \quad dx = -2 \sin t dt, \\ x = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}, \\ x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{3} \end{array} \right| = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{4-4\cos^2 t} \cdot (-2 \sin t) dt =$$

$$= -4 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} (\sin t)^2 dt = -4 \cdot \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt = -2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} (1 - \cos 2t) dt = -2 \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} =$$

$$= -2 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{3} - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin \pi \right) \right) = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Задание 19. Решается с помощью формулы интегрирования по частям для определенного интеграла.

Например, вычислить интеграл $\int_0^1 x \cos 2x dx$.

$$\int_0^1 x \cos 2x dx = \left. \begin{array}{l} \text{По частям: } x = u, \quad dx = du, \\ \cos 2x dx = dv, \quad v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{array} \right| = \frac{x \sin 2x}{2} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2} \sin 2x dx =$$

$$= \frac{\sin 2}{2} + \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^1 = \frac{\sin 2}{2} + \frac{1}{4} (\cos 2 - \cos 0) = \frac{\sin 2}{2} + \frac{1}{4} (\cos 2 - 1).$$

Задание 20. Рекомендуется решить по образцу примера: вычислите несобственный интеграл первого рода (с бесконечными пределами)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 8x + 17} \quad (\text{либо докажете его расходимость}).$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 8x + 17} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x+4)^2 + 1} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d(x+4)}{(x+4)^2 + 1} = \operatorname{arctg}(x+4) \Big|_{-\infty}^{\infty} =$$

$$= \operatorname{arctg}(\infty) - \operatorname{arctg}(-\infty) = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) = \pi.$$

Вывод: несобственный интеграл сходится и равен числу π , см. [2], с. 45.

Задание 21. Рекомендуется решить по образцу примера:

вычислите несобственный интеграл второго рода (подынтегральная функция содержит функцию, претерпевающую разрыв второго рода в области интегрирования), либо докажите его расходимость: $\int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$.

Решение:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} &= \left| \begin{array}{l} x=1 - \text{точка разрыва 2-го рода подынтегральной} \\ \text{функции, лежащая внутри отрезка интегрирования} \end{array} \right| = \\ &= \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} + \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} = \lim_{\alpha \rightarrow 1-0} \int_{-1}^{\alpha} (x-1)^{-\frac{2}{3}} d(x-1) + \lim_{\beta \rightarrow 1+0} \int_{\beta}^2 (x-1)^{-\frac{2}{3}} d(x-1) = \\ &= 3 \lim_{\alpha \rightarrow 1-0} (x-1)^{\frac{1}{3}} \Big|_{-1}^{\alpha} + 3 \lim_{\beta \rightarrow 1+0} (x-1)^{\frac{1}{3}} \Big|_{\beta}^2 = 3 \lim_{\alpha \rightarrow 1-0} \left[(\alpha-1)^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}} \right] + 3 \lim_{\beta \rightarrow 1+0} \left[1 - (\beta-1)^{\frac{1}{3}} \right] = \\ &= 3 \cdot \sqrt[3]{2} + 3 = 3(\sqrt[3]{2} + 1). \end{aligned}$$

Вывод: несобственный интеграл сходится и равен указанному числу, см. [2], с. 46

Задание 22. В этом задании используется материал лекции 10, см. формулу (3.25) [2], с.42.

Вычислить площадь фигуры D , ограниченной указанными линиями:

$$D: \left\{ y = \cos x, \quad y = -2 \cos x, \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right\}.$$

Решение:

$$S = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos x - (-2 \cos x)] dx = 3 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 3 \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 3 \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) = 6.$$

Список литературы

- 1 Хасеинов К.А. Каноны математики. 2005.
- 2 Мустахишев К.М., Атабай Б.Ж. Математика 1. Конспект лекций для студентов специальностей 050717 – Теплоэнергетика, 050718 – Электроэнергетика, 050719 – Радиотехника, электроника и телекоммуникации.
- 3 Индивидуальные задания по высшей математике: Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения ч. 2 : Учеб. пособие /под ред. А.П. Рябушко – Мн.:Выш.шк.,2009.-396 с.
- 4 Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). – М.: Высшая школа, 2008. –176 с.

Содержание

Введение.....	3
1 Теоретические вопросы.....	3
2 Задания расчетно-графической работы.....	3
3 Методические указания к решению задач раздела «Интегральное исчисление функции одной переменной». Решение типового варианта.....	19
Список литературы.....	25