

**Коммерциялық емес
акционерлік қоғам**



**АЛМАТЫ
ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ
БАЙЛАНЫС
УНИВЕРСИТЕТИ**

Математикалық
модельдеу және
бағдарламалық қамту
кафедрасы

**ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ ЖӘНЕ
МАТЕМАТИКАЛЫҚ СТАТИСТИКА**

5В100200– Ақпараттық қауіпсіздендіру жүйелері мамандығының
студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындауға
арналған әдістемелік нұсқаулар мен тапсырмалар

Алматы 2017

ҚҰРАСТЫРУШЫЛАР: Толеуова Б.Ж., Отарова А.Г. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика. 5В100200 – Ақпараттық қауіпсіздендіру жүйелері мамандығының студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулар мен тапсырмалар. - Алматы: АЭЖБУ, 2017. - 43 б.

5В100200 – Ақпараттық қауіпсіздендіру жүйелері мамандығы бойынша оқитын студенттер үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулар мен тапсырмалар «Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика» пәнінің №1, №2 типтік есептеулерден тұрады. Бағдарлама бойынша теориялық сұрақтар енгізіліп, типтік нұсқаның шешімі келтірілген.

Кестелер - 51, без.- 14, әдеб.көрсеткіші – 5 атау.

Рецензент:

«Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2017 ж. жоспары бойынша басылады

© «Алматы энергетика және байланыс университеті» КЕАҚ, 2017 ж.

Кіріспе

Бізді қоршаған ортадағы табиғи құбылыстар мен оқиғаларды үш түрге бөлуге болады: ақиқат, мүмкін емес және кездейсоқ. Әрбір кездейсоқ оқиға көптеген себептерден туындап, солардың салдары болады. Осы себептердің барлығының әсерін ескеру мүмкін емес, өйткені олар өте көп және олардың әсер ету заңдылықтары белгісіз. Ықтималдықтар теориясы оқиғаның орындалатынын немесе орындалмайтынын айтуды мақсат етпейді. Бірақ көптеген өзара ұқсас біртекті кездейсоқ оқиғаларды алсақ, онда олардың саны өте көп болған жағдайда белгілі бір заңдылықтарға бағынатынын көреміз. Ықтималдықтар теориясы саны өте көп біртекті кездейсоқ оқиғалардың қандай заңдылықтарға бағынатынын зерттейді. Ықтималдықтар теориясының тәсілдері техниканың әртүрлі салаларында, математикалық және қолданбалы статистиканың салаларында қолданылады.

Әдістемелік нұсқаулықтар «Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика» пәнінің есептік-графикалық жұмыстарынан тұрады.

Әрбір бөлімде теориялық сұрақтар мен мәліметтер келтірілген. Әрбір есептік-графикалық жұмыстардың типтік варианттың шешуі келтірілген.

Әр студенттің вариантының нөмірі топтың тізімі бойынша анықталады. Есептік-графикалық жұмыс оқушы дәптеріне анық орындалуы керек.

1 Есептік-сызба жұмыс №1. Ықтималдықтар теориясы

Мақсаты: кездейсоқ оқиғалар, оның ықтималдығы түсініктерімен, ықтималдық теориясының негізгі теоремаларымен, үлестіру заңдары және олардың сандық сипаттамаларымен таныстыру.

1.1 Теориялық сұрақтар

1 Ықтималдықтар теориясы пәні. Ықтималдықтың классикалық, статистикалық және геометриялық анықтамалары.

2 Элементар оқиғалар кеңістігі. Оқиғалар алгебрасы. Ықтималдықтарды қосу және көбейту теоремалары. Шартты ықтималдық.

3 Толық ықтималдықтар формуласы. Байес формуласы.

4 Тәжірибенің қайталануы. Бернулли формуласы. Лапласстың локальдық және интегралдық теоремалары. Пуассона формуласы.

5. Дискретті және үзіліссіз кездейсоқ шамалар, олардың үлестірім заңдары, сандық сипаттамалары.

6 Дискретті кездейсоқ шамалар: гипергеометриялық, геометриялық, биномдық, Пуассон үлестіруі, олардың сандық сипаттамалары.

7 Үзіліссіз кездейсоқ шамалар: бірқалыпты, көрсеткіштік, қалыпты (нормаль), олардың үлестірім заңдары, сандық сипаттамалары.

8 Шектік теоремалар туралы ұғым. Үлкен сандар заңы, орталық шектік теорема.

1.2 Есептік тапсырмалар

1. Жәшікте n шар бар: m ақ, қалғандары қызыл. Табу керек:

- а) ақ шарлардың салыстырмалы жиілігін;
- ә) кездейсоқ алынған m шардың ақ болуының ықтималдығын;
- б) кездейсоқ алынған k шардың ішінде m_1 ақ шар болу ықтималдығын;
- в) кездейсоқ алынған m шардың ішінде ең болмаса бір ақ шар болу ықтималдығын.

№	n	m	k	m_1	№	n	m	k	m_1
1.1	70	8	5	3	1.16	100	25	10	8
1.2	75	9	8	4	1.17	90	15	12	7
1.3	85	6	5	2	1.18	85	10	7	4
1.4	90	12	7	4	1.19	80	9	5	3
1.5	87	10	8	3	1.20	95	15	9	3
1.6	100	30	15	5	1.21	70	10	9	5
1.7	90	20	9	3	1.22	80	15	7	5
1.8	95	15	10	4	1.23	90	10	6	4
1.9	85	10	7	2	1.24	75	10	8	4
1.10	90	12	6	3	1.25	100	20	10	7
1.11	85	10	5	2	1.26	90	10	8	5
1.12	75	8	5	3	1.27	80	7	5	3
1.13	100	15	9	4	1.28	95	10	8	5
1.14	80	10	7	4	1.29	96	12	7	1
1.15	85	7	5	2	1.30	89	13	5	2

2. Үш атқыш нысанаға бір реттен атады. Бірінші, екінші және үшінші атқыштың нысанаға тию ықтималдағы сәйкесінше p_1 , p_2 , p_3 . Нысанаға

- а) тек бір атқыштың тиюінің;
- ә) үшеуінің де тиюінің;
- б) ең болмағанда бір атқыштың тиюінің ықтималдығын табыңыз.

№	p_1	p_2	p_3	№	p_1	p_2	p_3	№	p_1	p_2	p_3
2.1	0,5	0,7	0,9	2.11	0,9	0,6	0,5	2.21	0,5	0,9	0,4
2.2	0,6	0,5	0,8	2.12	0,8	0,7	0,6	2.22	0,7	0,8	0,5
2.3	0,7	0,9	0,7	2.13	0,7	0,5	0,8	2.23	0,5	0,7	0,6
2.4	0,8	0,4	0,6	2.14	0,6	0,9	0,8	2.24	0,4	0,6	0,7
2.5	0,9	0,5	0,5	2.15	0,5	0,7	0,9	2.25	0,5	0,5	0,8
2.6	0,4	0,6	0,8	2.16	0,9	0,6	0,8	2.26	0,6	0,9	0,5

2.7	0,5	0,7	0,9	2.17	0,8	0,5	0,7	2.27	0,7	0,8	0,6
2.8	0,6	0,8	0,7	2.18	0,5	0,8	0,6	2.28	0,8	0,5	0,7
2.9	0,7	0,9	0,5	2.19	0,6	0,9	0,5	2.29	0,9	0,6	0,8
2.10	0,8	0,9	0,4	2.20	0,7	0,9	0,4	2.30	0,9	0,4	0,9

3. Хабарламаны жіберу барысында бір қате кету ықтималдығы $1-p$ -ға тең. n таңбасы бар мәтінде қателердің саны:

а) k_1 ;

ә) k_2 - ден кем емес;

в) k_3 -тен артық емес болуының ықтималдығын табыңыз.

№	n	k_1	k_2	k_3	p	№	n	k_1	k_2	k_3	p
3.1	4	2	3	2	0,9	3.16	5	3	4	2	0,8
3.2	4	3	3	2	0,8	3.17	4	3	3	1	0,7
3.3	5	4	4	2	0,7	3.18	4	2	3	2	0,6
3.4	5	3	3	2	0,6	3.19	5	3	4	1	0,5
3.5	6	5	5	1	0,5	3.20	6	4	5	2	0,4
3.6	6	4	4	1	0,4	3.21	7	5	6	2	0,3
3.7	7	5	5	2	0,3	3.22	8	3	7	2	0,2
3.8	7	4	4	1	0,2	3.23	8	4	7	1	0,3
3.9	8	4	7	2	0,3	3.24	7	5	6	2	0,4
3.10	8	3	6	1	0,4	3.25	6	3	5	2	0,5
3.11	7	4	6	2	0,5	3.26	5	2	4	1	0,6
3.12	7	5	6	1	0,6	3.27	4	2	3	2	0,7
3.13	6	3	4	2	0,7	3.28	5	3	3	3	0,8
3.14	6	2	4	2	0,8	3.29	6	4	4	2	0,9
3.15	5	4	4	1	0,9	3.30	7	5	6	1	0,9

4. Өндірістік құрылғы n транзистордан тұрады. Әрбір транзистордың істен шығу ықтималдығы p -ға тең. k транзистордың істен шығу ықтималдығын табыңыз.

№	p	n	k	№	p	n	k	№	p	n	k
4.1	0,002	1000	7	4.11	0,01	2000	8	4.21	0,004	5000	9
4.2	0,003	1000	7	4.12	0,01	3000	8	4.22	0,005	6000	9
4.3	0,004	1000	7	4.13	0,02	2000	8	4.23	0,01	4000	9
4.4	0,005	1000	7	4.14	0,01	5000	8	4.24	0,01	5000	9
4.5	0,006	1000	7	4.15	0,02	3000	8	4.25	0,01	6000	9
4.6	0,007	1000	7	4.16	0,01	7000	8	4.26	0,007	1000	9
4.7	0,008	1000	7	4.17	0,02	4000	8	4.27	0,008	1000	9
4.8	0,009	1000	7	4.18	0,01	9000	8	4.28	0,009	1000	9
4.9	0,01	1000	7	4.19	0,02	5000	8	4.29	0,01	1000	9

4.10	0,011	1000	7	4.20	0,011	1000	8	4.30	0,012	1000	9
------	-------	------	---	------	-------	------	---	------	-------	------	---

5. A оқиғасының әрбір тәжірибеде пайда болу ықтималдығы p -ға тең. n тәжірибеде A оқиғасының:

а) k_1 рет;

ә) 1-15 нұсқалар үшін k_1 -ден k_2 -ге дейін; 16-30 нұсқалар үшін k_2 -ден артық рет пайда болу ықтималдығын табыңыз.

№	n	k_1	k_2	p	№	n	k_1	k_2	p
5.1	100	80	90	0,8	5.16	100	90	95	0,6
5.2	100	85	95	0,8	5.17	100	62	82	0,6
5.3	100	70	95	0,8	5.18	100	50	70	0,8
5.4	100	83	93	0,7	5.19	100	55	75	0,8
5.5	100	50	60	0,7	5.20	100	45	80	0,8
5.6	100	65	75	0,7	5.21	100	40	60	0,8
5.7	100	70	80	0,7	5.22	100	35	70	0,3
5.8	100	40	50	0,6	5.23	100	50	80	0,3
5.9	100	65	80	0,75	5.24	100	40	65	0,3
5.10	100	70	85	0,75	5.25	200	45	75	0,4
5.11	100	78	92	0,75	5.26	200	100	150	0,4
5.12	100	20	60	0,7	5.27	200	80	170	0,4
5.13	100	30	85	0,7	5.28	300	150	180	0,8
5.14	100	40	79	0,7	5.29	400	100	190	0,6
5.15	100	80	95	0,6	5.30	400	200	295	0,7

6. X дискретті кездейсоқ шаманың үлестіру қатары берілген:

а) $F(x)$ үлестіру функциясын тауып, графигін сызыңыз;

ә) математикалық күтімін, дисперсиясын, орташа квадраттық ауытқуын, модасын анықтаңыз;

б) X кездейсоқ шаманың $(a;b)$ аралығына түсу ықтималдығын есептеңіз.

№	X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	a	b
	p	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6		
6.1	X	0	1	2	4	6	9	-2	7
	p	0,05	0,15	0,3	0,25	0,15	0,1		
6.2	X	-3	-2	-1	0	2	4	-1	3
	p	0,15	0,3	0,02	0,14	0,18	0,31		
6.3	X	1	2	3	5	7	8	-3	6
	p	0,3	0,14	0,16	0,1	0,2	0,1		
6.4	X	-4	-3	-2	0	1	2	0	1
	p	0,2	0,08	0,23	0,27	0,12	0,1		
6.5	X	1	2	4	5	7	9	3	8

	p	0,19	0,21	0,06	0,14	0,12	0,28		
6.6	X	-1	0	2	3	5	7	-4	4
	p	0,26	0,14	0,07	0,2	0,03	0,3		
6.7	X	-2	-1	0	3	5	7	1	6
	p	0,18	0,09	0,01	0,2	0,22	0,3		
6.8	X	1	2	4	5	6	8	0	6
	p	0,3	0,17	0,13	0,1	0,2	0,1		
6.9	X	1	2	3	4	7	9	5	8
	p	0,11	0,29	0,06	0,14	0,17	0,23		
6.10	X	0	1	2	3	7	9	4	8
	p	0,06	0,14	0,3	0,25	0,15	0,1		
6.11	X	-3	-2	0	1	2	4	-1	3
	p	0,15	0,3	0,01	0,14	0,19	0,31		
6.12	X	-1	0	3	5	7	8	1	6
	p	0,25	0,14	0,16	0,1	0,2	0,15		
6.13	X	-4	-3	-2	0	2	4	-1	3
	p	0,2	0,07	0,24	0,26	0,13	0,1		
6.14	X	-3	-1	0	3	4	7	-2	6
	p	0,12	0,09	0,01	0,2	0,28	0,3		
6.15	X	-1	0	1	3	7	8	2	6
	p	0,26	0,14	0,15	0,2	0,3	0,15		
6.16	X	-2	-1	0	1	2	7	-3	5
	p	0,17	0,09	0,01	0,3	0,23	0,2		
6.17	X	1	2	3	5	6	7	0	4
	p	0,1	0,14	0,16	0,1	0,2	0,3		
6.18	X	-3	-1	0	3	5	6	-2	4
	p	0,16	0,09	0,01	0,3	0,24	0,2		
6.19	X	1	2	5	6	7	8	3	6
	p	0,2	0,15	0,15	0,1	0,3	0,1		
6.20	X	-1	0	2	4	7	8	1	5
	p	0,23	0,18	0,12	0,2	0,1	0,17		
6.21	X	1	2	4	5	6	8	0	7
	p	0,3	0,14	0,16	0,03	0,2	0,17		
6.22	X	-4	-3	-1	0	1	3	-2	2
	p	0,2	0,03	0,24	0,26	0,17	0,1		
6.23	X	1	2	3	4	7	9	0	8
	p	0,17	0,23	0,09	0,11	0,12	0,28		
6.24	X	0	1	3	5	7	8	2	6
	p	0,2	0,14	0,16	0,12	0,3	0,08		
6.25	X	-5	-3	-2	0	1	3	-4	2
	p	0,2	0,06	0,21	0,29	0,14	0,1		
6.26	X	1	2	3	5	8	9	4	7

	p	0,18	0,22	0,05	0,15	0,12	0,28		
6.27	X	1	3	4	5	7	8	2	6
	p	0,3	0,16	0,14	0,01	0,2	0,19		
6.28	X	-5	-3	-1	0	1	3	-4	2
	p	0,1	0,03	0,14	0,36	0,17	0,2		
6.29	X	0	2	3	4	6	8	1	7
	p	0,26	0,14	0,05	0,15	0,12	0,28		
6.30	X	-1	0	2	3	7	8	1	6
	p	0,21	0,16	0,14	0,1	0,2	0,19		

7. X үзіліссіз кездейсоқ шаманың $F(x)$ үлестіру функциясы берілген. Табу керек:

- а) $f(x)$ үлестіру тығыздығын;
- ә) математикалық күтімін, дисперсиясын, орташа квадраттық ауытқуын, модасын, медианасын;
- в) X кездейсоқ шаманың $(a;b)$ аралығына түсу ықтималдығын.

$№$	$F(x)$	a	b	$№$	$F(x)$	a	b
7.1	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \frac{1}{8}x^3, \text{ егер } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ егер } x > 2 \end{cases}$	0	4	7.16	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \frac{1}{5}(x+1), \text{ егер } -1 \leq x \leq 4 \\ 1, \text{ егер } x > 4 \end{cases}$	0	3
7.2	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \frac{1}{33}(2x^2+5x), \text{ егер } 0 \leq x \leq 3 \\ 1, \text{ егер } x > 3 \end{cases}$	1	2	7.17	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \sin x, \text{ егер } 0 \leq x \leq \pi / 2 \\ 1, \text{ егер } x > / 2\pi \end{cases}$	0	$\frac{\pi}{6}$
7.3	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \frac{1}{9}x^2, \text{ егер } 0 \leq x \leq 3 \\ 1, \text{ егер } x > 3 \end{cases}$	0	1	7.18	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ (x^3+3x), \text{ егер } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ егер } x > 2 \end{cases}$	0,2	0,9
7.4	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \frac{1}{24}(2x^2+5x), \text{ егер } 0 \leq x \leq 4 \\ 1, \text{ егер } x > 4 \end{cases}$	0	1	7.19	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ (x^2-x)/2, \text{ егер } 1 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ егер } x > 2 \end{cases}$	1,5	2
7.5	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \frac{1}{10}(x^3+x), \text{ егер } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ егер } x > 2 \end{cases}$	0	1	7.20	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ (x^2+x)/6, \text{ егер } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ егер } x > 2 \end{cases}$	0	1,5

7.6	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 0 \\ \frac{1}{20}(x^3 + x), \text{ eger } 0 \leq x \leq 4 \\ 1, \text{ eger } x > 4 \end{cases}$	0	3	7.21	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 0 \\ \frac{1}{10}(x^2 + 3x), \text{ eger } 0 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ eger } x > 2 \end{cases}$	1	1,5
7.7	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 0 \\ \cos 2x, \text{ eger } 3\pi/4 \leq x \leq \pi \\ 1, \text{ eger } x > \pi \end{cases}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	7.22	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 0 \\ \frac{1}{4}(x^2 - 2x), \text{ eger } 1 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ eger } x > 2 \end{cases}$	1,2	1,5
7.8	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 0 \\ 1 - \cos x, \text{ eger } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 1, \text{ eger } x > \pi/2 \end{cases}$	0	$\frac{\pi}{3}$	7.23	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 2 \\ \frac{1}{2}x - 1, \text{ eger } 2 \leq x \leq 4 \\ 1, \text{ eger } x > 4 \end{cases}$	1	3
7.9	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 0 \\ \frac{1}{96}(x^3 + 8x), \text{ eger } 0 \leq x \leq 4 \\ 1, \text{ eger } x > 4 \end{cases}$	0	2	7.24	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 0 \\ \frac{1}{6}x, \text{ eger } 0 \leq x \leq 6 \\ 1, \text{ eger } x > 6 \end{cases}$	2	5
7.10	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < -1 \\ \frac{1}{9}(x+1)^2, \text{ eger } -1 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ eger } x > 2 \end{cases}$	1	2	7.25	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < -1 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, \text{ eger } -1 \leq x \leq 1 \\ 1, \text{ eger } x > 1 \end{cases}$	-0,5	0,2
7.11	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < \pi/2 \\ 1 - \sin x, \text{ eger } \pi/2 \leq x \leq \pi \\ 1, \text{ eger } x > \pi \end{cases}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	7.26	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 2 \\ (x-2)^2, \text{ eger } 2 \leq x \leq 3 \\ 1, \text{ eger } x > 3 \end{cases}$	2,5	2,8
7.12	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < -1 \\ \frac{1}{9}(x^3 + 1), \text{ eger } -1 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ eger } x > 2 \end{cases}$	1	2	7.27	$\begin{cases} 0, \text{ eger } x < 1 \\ \frac{1}{2}(x^2 - x), \text{ eger } 1 \leq x \leq 2 \\ 1, \text{ eger } x > 2 \end{cases}$	1,5	1,9

7.13	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \frac{1}{33}(3x^2 + 2x), \text{ егер } 0 \leq x \leq 3 \\ 1, \text{ егер } x > 3 \end{cases}$	0	2	7.28	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < \pi/2 \\ -\cos x, \text{ егер } \pi/2 \leq x \leq \pi \\ 1, \text{ егер } x > \pi \end{cases}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$
7.14	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 3\pi/2 \\ \cos x, \text{ егер } 3\pi/2 \leq x \leq 2\pi \\ 1, \text{ егер } x > 2\pi \end{cases}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{4}$	7.29	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 1 \\ \frac{1}{4}(x-1), \text{ егер } 1 \leq x \leq 5 \\ 1, \text{ егер } x > 5 \end{cases}$	2	4
7.15	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \frac{1}{15}(x^2 + 2x), \text{ егер } 0 \leq x \leq 3 \\ 1, \text{ егер } x > 3 \end{cases}$	0	2	7.30	$\begin{cases} 0, \text{ егер } x < 0 \\ \frac{1}{2}(1 - \cos x), \text{ егер } 0 \leq x \leq \pi \\ 1, \text{ егер } x > \pi \end{cases}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

8. X кездейсоқ шамасы $[0; a]$ кесіндіде бірқалыпты үлестірілген. Табыңыз:

- а) $f(x)$ үлестірілім тығыздығын;
- ә) $F(x)$ үлестірілім функциясын;
- б) математикалық күтімі мен дисперсиясын;
- в) $X < t$ болу ықтималдығын.
- г) $F(x)$ және $f(x)$ функцияларының графиктерін сызыңыз.

№	a	m	№	a	M	№	a	m
8.1	0,2	0,04	8.11	0,3	0,08	8.21	19	8
8.2	0,3	0,02	8.12	0,6	0,01	8.22	20	5
8.3	0,1	0,06	8.13	0,9	0,06	8.23	25	5
8.4	0,5	0,01	8.14	0,5	0,05	8.24	9	3
8.5	0,6	0,05	8.15	0,8	0,07	8.25	14	7
8.6	0,9	0,02	8.16	5	3	8.26	18	9
8.7	0,1	0,08	8.17	10	4	8.27	24	8
8.8	0,7	0,01	8.18	15	5	8.28	6	3
8.9	0,4	0,06	8.19	6	2	8.29	12	6
8.10	0,5	0,07	8.20	20	10	8.30	16	8

9. Элементтің үзіліссіз жұмыс істеу уақыты (кездейсоқ шама T) көрсеткіштік үлестіру заңына бағынған, мұндағы T_0 - уақыт бірлігі ішінде элементтің іштен шығуының орташа саны. Табу керек:

- а) $f(t)$ үлестіру тығыздығын;
- ә) $F(t)$ үлестіру функциясын және оның мағынасын көрсету;
- б) $R(t)$ сенімділік функциясын және оның мағынасын көрсету;

в) математикалық күтімін, дисперсиясын;

г) t уақыт ішінде радиолампаның істен шығу және t уақыт ішінде радиолампаның үзіліссіз жұмыс істеу ықтималдығын.

№	T_0	t	№	T_0	t	№	T_0	t
10.1	2	5	10.11	3	8	10.21	1	5
10.2	3	10	10.12	4	4	10.22	2	10
10.3	4	6	10.13	6	3	10.23	3	6
10.4	6	8	10.14	7	2	10.24	4	8
10.5	7	4	10.15	8	1	10.25	6	4
10.6	8	3	10.16	9	10	10.26	7	3
10.7	9	2	10.17	10	6	10.27	8	2
10.8	10	1	10.18	1	7	10.28	9	1
10.9	1	10	10.19	2	8	10.29	10	7
10.10	2	6	10.20	3	2	10.30	1	9

10. Өлшеу барысындағы кездейсоқ қате (кездейсоқ шама X) a және σ параметрлі қалыпты (нормаль) үлестіру заңына бағынған. Табу керек:

а) $f(t)$ үлестіру тығыздығын;

ә) $F(t)$ үлестіру функциясын;

б) математикалық күтімін, дисперсиясын;

в) X кездейсоқ шаманың $(\alpha; \beta)$ аралығына түсу ықтималдығын;

г) өлшеу барысында жіберілетін қате абсолют шамасы бойынша δ -дан аспау ықтималдығын.

№	a	σ	α	β	δ	№	a	σ	α	β	δ
11.1	10	2	9	14	2	11.16	10	1	8	14	2
11.2	12	4	5	14	3	11.17	12	2	7	14	3
11.3	14	1	9	15	5	11.18	14	3	10	15	5
11.4	11	6	8	12	3	11.19	11	5	9	12	3
11.5	13	4	6	17	2	11.20	13	2	6	13	2
11.6	12	9	8	15	4	11.21	12	3	7	15	4
11.7	10	3	6	17	2	11.22	10	2	8	17	2
11.8	12	5	6	13	6	11.23	12	4	6	14	6
11.9	14	2	12	19	5	11.24	14	6	11	19	5
11.10	15	3	4	12	3	11.25	15	5	8	12	3
11.11	17	1	5	14	2	11.26	17	4	6	14	2
11.12	12	4	9	18	4	11.27	12	5	7	18	4
11.13	11	3	4	12	3	11.28	18	5	6	12	3
11.14	17	2	5	19	5	11.29	10	4	6	15	2
11.15	13	5	6	18	3	11.30	12	3	5	18	4

1.3 Типтік нұсқаның шешуі

1. Жәшікте 120 шар бар: 40 ақ, қалғандары қызыл. Табу керек:

а) ақ шарлардың салыстырмалы жиілігін;

ә) кездейсоқ алынған $m=12$ шардың ақ болуының ықтималдығын;

б) кездейсоқ алынған $k=10$ шардың ішінде $m_1=8$ ақ шар болу ықтималдығын;

в) кездейсоқ алынған $m=12$ шардың ішінде ең болмаса бір ақ шар болу ықтималдығын.

Шешуі: а) ақ шарлардың салыстырмалы жиілігін $\omega = m/n$, мұндағы n – барлық шарлар саны, m – ақ шарлар саны, формуласымен есептеледі, сонда $\omega = 40/120 = 1/3$.

ә) және б) пункттерінде ықтималдықтың классикалық анықтамасын қолданамыз: $P(A) = m/n$, мұндағы m – A оқиғасына сәйкес оқиғалар саны, n – барлық оқиғалар саны;

ә) $A - m=12$ шарлардың барлығының ақ болуы. Элементар оқиғалардың саны 120 шардан 12 шарды әртүрлі тәсілмен алу санына тең, яғни $n = C_{120}^{12}$; A оқиғасына сәйкес оқиғалар саны 40 шардан 12 шарды әртүрлі тәсілмен алу санына тең, яғни $m = C_{40}^{12}$. Сонымен, $P(A) = m/n = C_{40}^{12} / C_{120}^{12} = 52,99 \times 10^{-8}$;

б) $A - 10$ шардың ішінде 8 шардың ақ болуы, сонда $n = C_{120}^{10}$; A оқиғасына сәйкес оқиғалар саны $m = C_{40}^8 \cdot C_{80}^2$. Сонымен, $P(A) = m/n = C_{40}^8 \cdot C_{80}^2 / C_{120}^{10} = 0,152$.

Теруді
$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-m+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m}$$
 формуласымен

есептейміз.

в) $A -$ кездейсоқ алынған $m=12$ шардың ішінде ең болмаса бір ақ шар болуы, сонда \bar{A} – қарама-қарсы оқиға, яғни кездейсоқ алынған 12 шардың ішінде бірде-бір ақ шардың болмауы. Сонда

$P(\bar{A}) = m/n = C_{80}^{12} / C_{120}^{12} = 0,0057$, демек $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,0057 \approx 0,9943$.

2. Үш атқыш нысанаға оқ атады. Нысанаға дәл тию ықтималдығы бірінші, екінші, үшінші атқыштар үшін сәйкесінше 0,75; 0,8; 0,9. Нысанаға

а) тек бір атқыштың дәл тиюінің;

ә) үшеуінің де дәл тиюінің;

б) ең болмағанда бір атқыштың дәл тиюінің ықтималдығын табыңыз.

Шешуі: келесі оқиғаларды енгіземіз: A_1 – нысанаға бірінші атқыштың дәл тиюі, A_2 – нысанаға екінші атқыштың дәл тиюі, A_3 – нысанаға үшінші атқыштың дәл тиюі. Шарт бойынша $P(A_1)=0,75$; $P(A_2)=0,8$; $P(A_3)=0,9$.

а) A – тек бір атқыштың нысанаға дәл тию оқиғасы болсын, сонда $A = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3$, мұндағы $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{A}_3$ – A_1, A_2, A_3 оқиғаларына

қарама-қарсы оқиғалар, яғни сәйкес бірінші, екінші, үшінші атқыштардың нысанаға тигеуі.

$$P(\bar{A}_1) = 1 - P(A_1) = 1 - 0,75 = 0,25, P(\bar{A}_2) = 1 - P(A_2) = 1 - 0,8 = 0,2,$$

$$P(\bar{A}_3) = 1 - P(A_3) = 1 - 0,9 = 0,1. \text{ Оқиғалар тәуелсіз болғандықтан,}$$

$$P(A) = P(A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) =$$

$$0,75 \cdot 0,2 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,2 \cdot 0,9 = 0,08;$$

ә) B – нысанаға үшеуінің де дәл тию оқиғасы болсын, сонда $B = A_1 A_2 A_3$ және A_1, A_2, A_3 тәуелсіз оқиғалар болғандықтан,

$$P(B) = P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 0,75 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 0,54;$$

б) C – ең болмағанда бір атқыштың дәл тию оқиғасы болсын. Қарама-қарсы оқиғаны қарастырамыз: \bar{C} – үшеуі де нысанаға тимеді. $\bar{C} = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3$ болғандықтан, $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = 1 - 0,25 \cdot 0,2 \cdot 0,1 = 0,995$.

3. Хабарламаны жіберу барысында бір қате кету ықтималдығы $1-p$ -ға тең ($p=0,8$). $n=5$ таңбасы бар мәтінде қателердің саны:

а) $k_1 = 3$;

ә) $k_2 = 2$ - ден кем емес;

в) $k_3 = 1$ -ден артық емес болуының ықтималдығын табыңыз.

Шешуі: а) A – 5 таңбалық хабарламада 3 қате болу оқиғасы делік. A оқиғасының ықтималдығын Бернуллі формуласы бойынша есептейміз:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \text{ мұндағы } P_n(k) - n \text{ тәуелсіз тәжірибеде } A \text{ оқиғасының } k \text{ (} k=0,1,2,\dots,n \text{) рет орындалуы. } p=0,8; q=0,2 \text{ болғандықтан,}$$

$$P(A) = P_5(3) = C_5^3 \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^2 = 0,302;$$

ә) B – 5 таңбалық хабарламада қателердің 2-ден кем болмау оқиғасы болсын. B оқиғасының ықтималдығы мына ықтималдықтардың қосындысына тең:

$$P(B) = P_5(2) + P_5(3) + P_5(4) + P_5(5).$$

B оқиғасының ықтималдығы көп есептеулерді талап ететін болғандықтан, мына формуланы қолданамыз:

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - (P_5(0) + P_5(1)) = 1 - ** = 0,995.$$

б) C – 5 таңбалық хабарламада қателер саны 1-ден артық болмау оқиғасы болсын, сонда

$$P(C) = P_5(0) + P_5(1) = 0,000078.$$

4. Өндірістік құрылғы 1000 транзистордан тұрады. Әрбір транзистордың істен шығу ықтималдығы 0,003-ке тең. $k=6$ транзистордың істен шығу ықтималдығын табыңыз.

Шешуі: n өте үлкен, p өте кіші, ал $\lambda = n \cdot p$ – кіші сан болғандықтан, n тәуелсіз тәжірибелер нәтижесінде оқиғаның k рет пайда болуының $P_n(k)$

ықтималдығын Бернуллі формуласымен емес, Пуассон формуласымен

есептеген тиімді: $P_n(k) \approx \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$.

$n=1000, k=6, p=0,003, \lambda=1000 \cdot 0,003=3$ болғандықтан,

$$P_{1000}(6) = \frac{3^6 \cdot e^{-3}}{6!} = 0,05.$$

Мынадай ықтималдықты есептеу қиын, сондықтан $p(k, \lambda) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$

функциясы мәндерінің кестесін немесе Mathcad-та dpois функциясын пайдалануға болады. Төменде осы мәндерді Mathcad -та есептеу көрсетілген.

$$p(k, \lambda) := \text{dpois}(k, \lambda),$$

$$p(6, 3) = 0.05$$

5. A оқиғасының әрбір тәжірибеде пайда болу ықтималдығы $p=0,8$ -ге тең. A оқиғасының $n=100$ тәуелсіз тәжірибеде:

а) 80 рет пайда болуының (A оқиғасы);

ә) 70 пен 80 рет аралығында пайда болуының (B оқиғасы).

Шешуі: тәуелсіз тәжірибелер саны n өте үлкен болғандықтан, n тәуелсіз тәжірибелер нәтижесінде оқиғаның k рет пайда болуының $P_n(k)$ ықтималдығын Муавр-Лапласының локальдық теоремасы бойынша жуықтап есептейміз:

$$P_n(k) \cong \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x), \text{ мұндағы } x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}, \quad 0 < p < 1, \quad \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2 / 2)$$

(бұл функцияның мәндерін кесте бойынша немесе Mathcad-та dnorm функцияның көмегімен анықтайды).

B оқиғасының ықтималдығын табу үшін Муавр-Лапласының интегралдық теоремасын қолданамыз. n тәуелсіз тәжірибелер нәтижесінде қандайда бір оқиғаның k рет пайда болу саны k_1 мен k_2 аралығында болу ықтималдығы жуық шамамен мынаған тең:

$$P_n(k_1, k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \quad \text{мұндағы} \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}},$$

$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-t^2 / 2) dt$ – Лаплас функциясы. Бұл функцияның мәндері

арнайы кесте бойынша немесе Mathcad-та pnorm функцияның көмегімен анықталады.

$$\text{а) } x = \frac{80 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} = 0, \quad P_{100}(80) \cong \frac{1}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} \varphi(0) = 0,399;$$

$$\text{ә) } P_{100}(70, 80) \approx \Phi\left(\frac{80 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) - \Phi\left(\frac{70 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) = \Phi(0) - \Phi(-2,5) = 0,494;$$

Төменде осы мәндерді Mathcad -та есептеу көрсетілген.

$$n := 100, \quad k_1 := 70, \quad k_2 := 80,$$

$$p := 0.8, \quad q := 1 - p,$$

$$x_1 := \frac{k_1 - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot q}}, \quad x_2 := \frac{k_2 - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot q}}, \quad x_3 := \frac{n - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot q}}, \quad x_4 := \frac{0 - n \cdot p}{\sqrt{n \cdot p \cdot q}},$$

$$x_1 = -2.5, \quad x_2 = 0, \quad \text{dnorm}(x_2, 0, 1) = 0.399,$$

$$\text{pnorm}(x_1, 0, 1) = 6.21 \times 10^{-3}, \quad \text{pnorm}(x_2, 0, 1) = 0.5,$$

$$\text{pnorm}(x_2, 0, 1) - \text{pnorm}(x_1, 0, 1) = 0.494$$

6. X дискретті кездейсоқ шаманың үлестіру қатары берілген:

X	0	10	20	30	40	50
P	0,05	0,15	0,3	0,25	0,2	0,05

а) $F(x)$ үлестіру функциясын табыңыз;

ә) математикалық күтімін, дисперсиясын, орташа квадраттық ауытқуын, модасын анықтаңыз;

б) X кездейсоқ шаманың (15;45) аралығына түсу ықтималдығын есептеңіз.

Шешуі:

а) X кездейсоқ шаманың $F(x)$ интегралдық үлестіру функциясы $X < x$ оқиғасының ықтималдығын анықтайды. Дискретті кездейсоқ шама үшін ол мына формула бойынша анықталады:

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} p_i = \sum_{x_i < x} P(X = x_i), \quad \text{мұндағы қосынды } x_i < x$$

орындалатын барлық i бойынша алынады.

Сонымен,

1) егер $x \leq 0$ болса, онда $F(x) = P(X < 0) = 0$;

2) егер $0 < x \leq 10$ болса, онда $F(x) = P(X = 0) = 0,05$;

3) егер $10 < x \leq 20$ болса, онда $F(x) = P(X = 0) + P(X = 10) = 0,05 + 0,15 = 0,2$;

4) егер $20 < x \leq 30$ болса, онда

$$F(x) = P(X = 0) + P(X = 10) + P(X = 20) = 0,2 + 0,3 = 0,5;$$

5) егер $30 < x \leq 40$ болса, онда

$$F(x) = P(X = 0) + P(X = 10) + P(X = 20) + P(X = 30) = 0,5 + 0,25 = 0,75;$$

6) егер $40 < x \leq 50$ болса, онда $F(x) = P(X = 0) + P(X = 10) + P(X = 20) + P(X = 30) + P(X = 40) = 0,75 + 0,2 = 0,95$;

7) егер $x > 50$ болса, онда

$$F(x) = P(X = 0) + P(X = 10) + P(X = 20) + P(X = 30) + P(X = 40) + P(X = 50) = 0,95 + 0,05 = 1.$$

Демек,

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x \leq 0 \\ 0,05, & \text{егер } 0 < x \leq 10 \\ 0,2, & \text{егер } 10 < x \leq 20 \\ 0,5, & \text{егер } 20 < x \leq 30 \\ 0,75, & \text{егер } 30 < x \leq 40 \\ 0,95, & \text{егер } 40 < x \leq 50 \\ 1, & \text{егер } x > 50 \end{cases}$$

ә) X кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын табамыз:

$$M(X) = \sum_i x_i p_i; \text{ - математикалық күтім;}$$

$$D(X) = \sum_i (x_i - M(X))^2 \cdot p_i = \sum_i x_i^2 p_i - (M(X))^2 \text{ - дисперсия;}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} \text{ - орташа квадраттық ауытқу;}$$

M_0 - мода немесе X – тің ең үлкен P_i ықтималдықпен қабылданатын X_i мәні;

$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a) \text{ - } X\text{-тің } (a;b) \text{ интервалына түсу ықтималдығы.}$$

Осы шамаларды есептейміз:

$$M(X) = 0 \cdot 0,15 + 10 \cdot 0,15 + 20 \cdot 0,3 + 30 \cdot 0,25 + 40 \cdot 0,2 + 50 \cdot 0,05 = 25,5;$$

$$D(X) = 154,75; \sigma(x) = \sqrt{154,75} = 12,44; M_0 = 20;$$

$$P(15;45) = F(45) - F(15) = 0,75.$$

Төменде осы шамаларды Mathcad -та есептеу көрсетілген. Дисперсия екі формуламен есептелген.

ORIGIN= 1

$$s := (0 \ 10 \ 20 \ 30 \ 40 \ 50),$$

$$p := (0.05 \ 0.15 \ 0.3 \ 0.25 \ 0.2 \ 0.05),$$

$$M := s^T \cdot p^T,$$

$$M = 25.5$$

$$s0 := s^T - M, s0 =$$

$$\begin{pmatrix} -25.5 \\ -15.5 \\ -5.5 \\ 4.5 \\ 14.5 \\ 24.5 \end{pmatrix}$$

$$D := \left[\overrightarrow{(s0 \cdot s0)} \right]^T \cdot p^T,$$

$$D = 154.75,$$

$$\sigma := \sqrt{D} = 12.44,$$

$$s_2 := (0^2 \ 10^2 \ 20^2 \ 30^2 \ 40^2 \ 50^2),$$

$$D1 := s_2^T \cdot p^T - M^2, \quad D1 = 154.75,$$

$$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq 0 \\ 0.05 & \text{if } 0 < x \leq 10 \\ 0.2 & \text{if } 10 < x \leq 20 \\ 0.5 & \text{if } 20 < x \leq 30 \\ 0.75 & \text{if } 30 < x \leq 40 \\ 0.95 & \text{if } 40 < x \leq 50 \\ 1 & \text{if } x > 50 \end{cases}, \quad F(45) - F(15) = 0.75$$

7. X үзіліссіз кездейсоқ шама $F(x)$ үлестіру функциясымен берілген:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x < 2, \\ (x-2)^2, & \text{егер } 2 \leq x \leq 3, \\ 1, & \text{егер } x > 3. \end{cases}$$

а) $f(x)$ үлестіру тығыздығын;

ә) математикалық күтімін, дисперсиясын, орташа квадраттық ауытқуын, модасын, медианасын;

б) X кездейсоқ шаманың $(1; 2,5)$ аралығына түсу ықтималдығын табыңыз.

Шешуі: а) X үзіліссіз кездейсоқ шаманың үлестіру тығыздығы оның үлестіру функциясының туындысына тең: $f(x) = F'(x)$, яғни

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x < 2, \\ 2(x-2), & \text{егер } 2 \leq x \leq 3, \\ 0, & \text{егер } x > 3. \end{cases}$$

ә) X кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын табамыз:

$$M(x) = \int_{-\infty(a)}^{\infty(b)} x f(x) dx - \text{математикалық күтімі};$$

$$D(x) = \int_{-\infty(a)}^{\infty(b)} (x - M(x))^2 f(x) dx \quad D(x) = \int_{-\infty(a)}^{\infty(b)} x^2 f(x) dx - [M(x)]^2 -$$

дисперсиясы;

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} - \text{орташа квадраттық ауытқуы};$$

X кездейсоқ шаманың M_o модасы деп оның үлестіру тығыздығы максимумға ие болатын мәнін атайды;

X кездейсоқ шаманың M_e медианасы деп оның $P(X < M_e) = P(X > M_e) = 0,5$ шартын қанағаттандыратын мәнін атайды.

Сонымен, $M(x) = \int_2^3 2x(x-2)dx = 8/3$; $D(x) = \int_2^3 x^2 \cdot 2(x-2)dx - (8/3)^2 = 1/18$;

$\sigma(X) = \sqrt{1/18} = 0,236$. Моданы анықтау үшін функцияның $[2; 3]$ сегменттегі максимум мәнін табу қажет:

$f_{\max} = 9f(x) = \max(2(x-2)) = f(3) = 2$. Демек, $M_o = 3$. Медиананы мына теңдеуден табамыз:

$$P(X < M_e) = P(-\infty < X < M_e) = P(2 < X < M_e) = \int_2^{M_e} 2(x-2)dx = (M_e - 2)^2 = 0,5.$$

Теңдеудің 1,29 және 2,71 түбірлерінің ішінен берілген сегментке тиістісін аламыз: $M_e = 2,71$;

б) X -тің $(1; 2,5)$ аралығына түсу ықтималдығын табамыз: $P(1 < X < 2,5) = F(2,5) - F(1) = (2,5 - 2)^2 - 0 = 0,25$.

Есептеулерді Mathcad жүйесінде жасауға болады:

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x < 2 \\ [2 \cdot (x - 2)] & \text{if } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{if } x > 3 \end{cases} \quad F(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x < 2 \\ (x - 2)^2 & \text{if } 2 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{if } x > 3 \end{cases}$$

$$\int_2^3 2 \cdot x \cdot (x - 2) dx \rightarrow \frac{8}{3} = 2.667$$

$$\int_2^3 2 \cdot x^2 \cdot (x - 2) dx - \left(\frac{8}{3}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{18} = 0.056 \quad \sqrt{\frac{1}{18}} = 0.236$$

$$\int_2^y 2 \cdot (x - 2) dx \rightarrow (y - 2)^2$$

$$(y - 2)^2 - 0.5 \text{ solve} \rightarrow \begin{pmatrix} 1.2928932188134524756 \\ 2.7071067811865475244 \end{pmatrix}$$

8. X кездейсоқ шама $[0; 0,2]$ кесіндіде бірқалыпты үлестірілген. Осы шаманың:

- а) $f(x)$ үлестірілім тығыздығын;
- ә) $F(x)$ үлестірілім функциясын;

б) математикалық күтімін, дисперсиясын;

в) $X < 0,04$ болу ықтималдығын табыңыз.

Шешуі: а) X -тің қабылдайтын мәндері $[0; 0,2]$ сегментінде, ал интервалдың ұзындығы $b - a = 0,2 - 0 = 0,2$.

Бірқалыпты үлестірілім тығыздығын $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{егер } x \in (a,b), \\ 0, & \text{егер } x \notin (a,b) \end{cases}$

бойынша табамыз: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{0,2} = 5, & \text{егер } x \in (0;0,2), \\ 0, & \text{егер } x \notin (0;0,2); \end{cases}$

ә) бірқалыпты үлестірілім функциясы $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{егер } a < x \leq b, \\ 1, & \text{егер } x > b \end{cases}$

болғандықтан, $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x \leq 0, \\ 5x, & \text{егер } 0 < x \leq 0,2, \\ 1, & \text{егер } x > 0,2; \end{cases}$

б) математикалық күтімін және дисперсиясын мына формулалар бойынша табамыз:

$$M(X) = \frac{a+b}{2}, D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}, \text{ яғни } M(X) = 0,1, D(X) = \frac{(0,2-0)^2}{12} = 0,003;$$

в) (α, β) интервалына түсу ықтималдығы мына формула бойынша есептеледі: $P(a < \alpha < X < \beta \leq b) = \frac{\beta - \alpha}{b - a} = F(b) - F(a)$.

Сондықтан $X < 0,04$ болу ықтималдығы мынаған тең:

$$P(X < 0,04) = P(\infty < X < 0,04) = F(0,04) - F(0) = \frac{0,04}{0,2} - \frac{0}{0,2} = 0,02;$$

9. Элементтің үзіліссіз жұмыс істеу уақыты (кездейсоқ шама T) $\lambda = 0,5$ параметрлі көрсеткіштік үлестіру заңына бағынған, мұндағы λ - уақыт бірлігі ішінде элементтің іштен шығуының орташа саны. Табу керек:

а) $f(t)$ үлестіру тығыздығын;

ә) $F(t)$ үлестіру функциясын және оның мағынасын көрсету;

б) $R(t)$ сенімділік функциясын және оның мағынасын көрсету;

в) математикалық күтімін, дисперсиясын;

г) $t=5$ ай уақыт ішінде радиолампаның істен шығу және $t=5$ уақыт ішінде радиолампаның үзіліссіз жұмыс істеу ықтималдығын.

Шешуі: үлестірілім тығыздығы $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, & \text{егер } x \geq 0 \end{cases}$ және

үлестірілім функциясы $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x < 0, \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{егер } x \geq 0. \end{cases}$

$F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t}$ функциясы t уақыт ішінде элементтің істен шығу ықтималдығын, $R(t) = P(T > t) = e^{-\lambda t}$ сенімділік функциясы t уақыт ішінде элементтің үзіліссіз жұмыс істеу ықтималдығын анықтайды. Осы үлестірудің негізгі сандық сипаттамалары λ параметрімен анықталады:

$$M(X) = \frac{1}{\lambda}, \quad D(X) = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \sigma(X) = \frac{1}{\lambda}; \quad P(\alpha < X < \beta) = e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda\beta}.$$

а) $f(t) = 0,5e^{-0,5t};$

ә) үлестіру функциясы $F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-0,5t}$ – элементтің істен шығу ықтималдығы;

б) $R(t) = e^{-0,5t}$ – элементтің істен шықпау ықтималдығы;

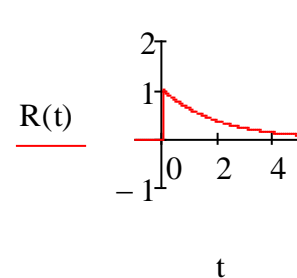
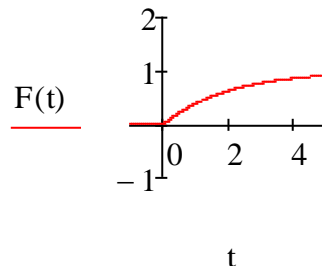
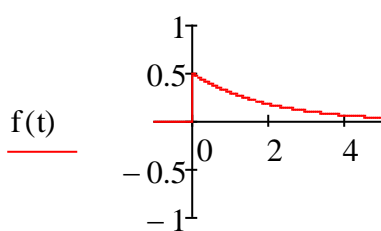
в) $M(X) = \frac{1}{0,5} = 2, \quad D(X) = \frac{1}{0,5^2} = 4;$

г) $t=5$ ай ішінде радиолампаның істен шығу ықтималдығын үлестірілім функциясы арқылы анықтаймыз: $F(5) = P(T < 5) = P(0 < X < 5) = e^{-0,5 \cdot 0} - e^{-0,5 \cdot 5} = 1 - e^{-0,5 \cdot 5} = 1 - e^{-2,5} = 0,918$, ал сенімділік функциясы арқылы қарама-қарсы оқиғаның, яғни $t=5$ ай ішінде радиолампаның істен шықпау ықтималдығын анықтаймыз: $R(5) = e^{-0,5 \cdot 5} = e^{-2,5} = 0,082$ немесе $1 - 0,918 = 0,082$;

Кейбір есептеулерді Mathcad жүйесінде жасаған ыңғайлы:

$$f(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 0.5 \cdot e^{-0.5 \cdot t} & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$

$$F(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 1 - e^{-0.5 \cdot t} & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$



$$R(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ e^{-0.5 \cdot t} & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$

Mathcad-та үлестірілім заңына арнайы функциялар сәйкес келеді: $exp: dexp(x, \lambda)$ арқылы үлестірілім тығыздығының мәндерін, $rexp(x, \lambda)$ арқылы үлестіру функциясының мәндерін, ал $rexp(n, \lambda)$ арқылы (a, b) интервалында λ

параметрлі көрсеткіштік заңмен үлестірілген тәуелсіз кездейсоқ сандардың n мәндерінің массивін алуға болады.

10. X кездейсоқ шама математикалық күтімі $a=10$ және $\sigma=2$ параметрлерімен нормаль (қалыпты) үлестірілім заңына бағынған. Табу керек:

- а) $f(x)$ үлестірілім тығыздығын;
- ә) $F(x)$ үлестірілім функциясын;
- б) математикалық күтімі мен дисперсиясын;
- в) (12;14) интервалына түсу ықтималдығын;
- г) өлшеу барысында жіберілетін қате абсолют шамасы бойынша $\delta=3$ -тен аспау ықтималдығын.

Шешуі: үлестірілім тығыздығы мен үлестірілім функциясы сәйкесінше

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{және} \quad F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right] dt \quad \text{немесе}$$

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) + 0,5, \quad \text{мұндағы } a = M(x) - \text{математикалық күтім, } \sigma = \sigma(X) -$$

орташа квадраттық ауытқу, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ –Лаплас функциясы (оның

мәндерін оқулықтардан немесе Mathcad жүйесінен табуға болады) формулаларымен берілген X кездейсоқ шама $N(a, \sigma)$ қалыпты (нормаль) үлестірілім заңымен берілген делінеді. X кездейсоқ шаманың (12;14) интервалына түсу ықтималдығын Лаплас функциясы арқылы есептейміз:

$$P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = \Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right).$$

Өлшеу нәтижесінде қателік абсолют шамасы бойынша δ -дан аспау ықтималдығы былайша есептеледі: $P(|X - a| \leq \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$.

а) $a=10$ және $\sigma=2$ параметрлерін қоямыз: $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}$;

ә) $F(x) = \Phi\left(\frac{x-10}{2}\right) + 0,5$;

б) $M(X) = a = 10$, $\sigma(X) = \sigma = 2$, $D(X) = \sigma^2 = 4$;

в) $P(12 < X < 14) = \Phi\left(\frac{14-10}{2}\right) - \Phi\left(\frac{12-10}{2}\right) = \Phi(2) - \Phi(1) = 0,4772 -$

$0,3413 = 0,1359$;

г) өлшеу нәтижесінде қателік абсолют шамасы бойынша $\delta=3$ -тен аспау ықтималдығын есептейміз:

$$P(|X - 10| \leq 3) = 2\Phi\left(\frac{3}{2}\right) = 2\Phi(1,5) = 0,4332,$$

мұндағы Лаплас функциясының мәндері кестеден алынды;

2 Есептік-сызба жұмыс №2. Математикалық статистика элементтері

Мақсаты: Математикалық статистиканың негізгі заңдарымен таныстыру: зерттеулер нәтижелерін өңдеу, реттеу, бағалау және талдау.

2.1 Теориялық сұрақтар

1. Математикалық статистика пәні және оның негізгі мақсаты. Негізгі түсініктер (таңдама, таңдама көлемі, варианттар, статистикалық қатар, интервалдық қатар).

2. Үлестірудің эмпирикалық функциясы, полигон, гистограмма.

3. Үлестірудің белгісіз параметрлерін анықтау (таңдама ортасы, таңдама және түзетілген таңдама дисперсиясы).

4. Үлестірудің параметрлерін нүктелік және интервалдық бағалау.

5. Бағалаудың дәлдігі және сенімділігі. Сенімділік интервалы.

6. σ параметрлі нормаль үлестірілген кездейсоқ шаманың математикалық күтімін бағалау үшін сенімділік интервалы.

7. Нормаль үлестірілген кездейсоқ шаманың орташа квадраттық ауытқуын бағалау үшін сенімділік интервалы.

8. Корреляциялық тәуелділік түсінігі. Регрессия функциясы және сызығы.

2.2 Есептік тапсырмалар

1. Тәжірибе нәтижесінде алынған мәліметтер статистикалық қатар түрінде жазылған.

а) вариациялық қатарды жазыңыз (таңдаманы өсу ретімен);

ә) жиілік пен салыстырмалы жиіліктің статистикалық қатарын жазыңыз;

б) жиілік пен салыстырмалы жиіліктің интервалдық статистикалық қатарын (варианттардың минимум және максимум мәндерін, вариация құлашын, интервалдар санын, ұзындығын) жазыңыз;

в) жиілік пен салыстырмалы жиіліктің дискрет (топталған) статистикалық қатарын жазыңыз.

2. Берілген таңдама үшін:

а) интервалдық статистикалық қатар бойынша жиілік пен салыстырмалы жиіліктің гистограммасын сызыңыз;

ә) дискрет статистикалық қатар бойынша табыңыз:

- жиілік пен салыстырмалы жиіліктің полигонын;
- үлестірудің эмпирикалық функциясын;
- таңдама орташасын;
- таңдама және түзетілген таңдама дисперсиясын;
- таңдама және түзетілген таңдаманың орташа квадраттық ауытқуын;
- таңдама модасы мен медианасын;

б) жиілік пен салыстырмалы жиіліктің статистикалық қатары бойынша табыңыз:

- таңдаманың үшінші және төртінші ретті бастапқы моменттерін;
- таңдама эксцессін;
- асимметрия коэффициентін.

1.1.

17,1	21,4	15,9	19,1	22,4	20,7	17,9	18,6	21,8	16,1
19,1	20,5	14,2	16,9	17,8	18,1	19,1	15,8	18,8	17,2
16,2	17,3	22,5	19,9	21,1	15,1	17,7	19,8	14,9	20,5
17,5	19,2	18,5	15,7	14,0	18,6	21,2	16,8	19,3	17,8
18,8	14,3	17,1	19,5	16,3	20,3	17,9	23,0	17,2	15,2
15,6	17,4	21,3	22,1	20,1	14,5	19,3	18,4	16,7	18,2
16,4	18,7	14,3	18,2	19,1	15,3	21,5	17,2	22,6	20,4
22,8	17,5	20,2	15,5	21,6	18,1	20,5	14,0	18,9	16,5
20,8	16,6	18,3	21,7	17,4	23,0	21,1	19,8	15,4	18,1
18,9	14,7	19,5	20,9	15,8	20,2	21,8	18,2	21,2	20,1

1.2.

16,8	17,9	21,4	14,1	19,1	18,1	15,1	18,2	20,3	16,7
19,5	18,5	22,5	18,4	16,2	18,3	19,1	21,4	14,5	16,1
21,5	14,9	18,6	20,4	15,2	18,5	17,1	22,4	20,8	19,8
17,2	19,7	16,3	18,7	14,4	18,8	19,5	21,6	15,3	17,3
22,8	17,4	22,3	16,5	21,7	15,4	21,3	14,3	20,5	16,4
20,6	15,5	19,4	17,5	20,9	23,0	18,9	15,9	18,2	20,7
17,9	21,8	14,2	21,2	16,1	18,4	17,5	19,3	22,7	19,6
22,1	17,6	16,7	20,4	15,7	18,1	16,6	18,3	15,5	17,7
19,2	14,8	19,7	17,7	16,5	17,8	18,5	14,0	21,9	16,9
15,8	20,8	17,1	20,1	22,6	18,9	15,6	21,2	20,2	15,1

1.3.

189	207	213	208	186	210	198	219	231	227
202	211	220	236	227	220	210	183	213	190
197	227	187	226	213	191	209	196	202	235
211	214	220	195	182	228	202	207	192	226
193	203	232	202	215	195	220	233	214	185
234	215	196	220	203	236	225	221	193	215
204	184	2174	193	216	205	197	203	229	204

225	216	233	223	208	204	207	182	216	191
210	190	207	205	232	222	198	217	211	201
185	217	225	201	208	211	189	205	207	199

1.4.

9,4	7,9	0,3	6,8	4,2	11,9	7,8	1,7	5,1	8,8
8,7	11,1	7,7	1,8	5,5	10,5	4,3	3,8	1,4	11,2
1,1	7,3	3,7	4,4	11,8	8,6	1,9	5,6	10,1	8,4
10,0	11,6	5,2	2,1	5,7	4,8	7,4	0,8	4,7	3,6
8,3	7,6	0,7	7,3	3,41	11,4	5,7	9,9	2,2	7,2
2,3	4,7	9,7	11,3	5,8	4,9	3,3	0,5	7,5	4,6
5,0	0,4	8,9	7,1	9,6	11,5	5,9	9,0	5,3	2,4
9,25	5,9	1,0	9,1	2,5	6,0	8,2	3,2	10,9	6,1
10,2	2,6	4,25	3,1	6,2	11,7	6,3	0,2	7,0	9,2
1,2	6,4	11,9	6,9	8,1	6,5	2,9	6,2	4,4	10,3

1.5.

1,6	4,4	10,9	6,4	4,0	2,8	5,2	1,2	7,6	3,4
2,9	5,3	1,7	7,7	6,9	10,1	5,4	4,1	8,8	6,5
6,6	4,2	5,5	0,5	8,9	4,5	1,8	5,6	7,8	3,0
1,9	10,2	7,9	2,5	5,7	3,1	6,7	4,3	0,6	9,0
6,8	3,2	4,4	9,1	10,3	6,0	7,9	6,9	8,0	2,0
7,0	10,7	8,1	2,1	5,8	6,4	0,3	4,5	9,2	3,3
7,6	9,3	3,4	4,6	5,0	3,8	5,9	8,2	2,2	7,1
2,3	0,8	7,2	8,3	11,1	6,5	3,5	9,4	10,8	4,7
4,8	6,1	3,6	9,5	8,4	2,4	6,2	7,3	5,7	0,9
7,4	8,5	5,8	1,1	5,9	4,9	3,7	9,6	2,6	6,1

1.6.

20	26	32	34	26	28	22	30	17	24
30	28	18	22	24	26	34	28	22	20
34	24	28	20	32	17	22	24	26	30
30	22	26	35	28	24	30	32	28	18
20	30	17	24	32	28	22	26	24	30
34	26	24	28	22	30	35	32	20	17
28	22	36	30	20	26	28	23	24	32
20	26	30	24	32	17	22	28	35	26
28	35	32	22	26	24	26	24	30	24
18	24	26	28	35	30	26	22	26	28

1.7.

57	46	33	49	29	50	38	41	27	34
37	49	51	26	55	42	59	43	46	30
31	43	58	41	35	47	33	45	49	37

47	34	54	39	60	49	25	50	31	53
38	41	30	51	37	55	47	43	35	42
35	46	27	45	41	34	50	29	51	39
42	59	43	31	38	58	54	37	26	43
29	42	33	41	24	39	53	45	3,3	51
45	25	54	50	37	30	41	60	42	46
38	53	34	47	35	49	57	39	55	31

1.8.

37	49	43	31	44	38	40	31	28	43
32	44	47	29	51	25	43	38	41	32
38	24	49	40	32	34	31	28	37	46
41	35	43	25	37	46	38	24	41	50
38	29	41	32	34	49	44	37	31	47
50	34	25	37	40	32	35	28	44	43
46	37	41	35	29	43	38	31	26	34
49	32	46	26	38	35	40	51	37	46
37	25	40	34	24	44	32	28	34	38
44	34	29	47	37	49	43	35	47	50

1.9.

70	95	75	85	60	77	55	63	80	67
90	78	57	76	84	82	75	68	73	62
62	81	77	72	97	68	85	56	92	71
73	78	98	63	83	85	70	90	66	91
86	68	55	93	71	96	77	81	86	72
82	62	70	78	67	87	91	99	78	87
91	58	81	97	75	83	71	66	61	76
73	85	65	90	86	61	54	75	78	93
87	58	72	92	66	98	65	81	76	63
95	83	65	57	80	87	61	92	56	71

1.10.

57,3	75,1	78,1	69,3	60,1	77,3	66,1	69,5	72,1	68,7
81,1	69,4	63,1	67,4	77,1	82,6	64,8	72,5	62,5	80,7
77,6	65,8	78,3	57,7	80,7	64,4	82,8	67,3	83,1	70,6
75,3	58,0	60,7	81,3	67,1	69,6	82,4	62,3	66,9	80,6
62,7	73,8	68,9	83,8	57,0	72,6	65,6	78,7	59,5	70,0
73,5	58,1	64,0	83,9	84,0	63,5	74,1	77,7	68,5	80,5
66,3	73,0	79,1	71,1	80,4	62,1	66,7	83,7	76,8	59,3
71,3	63,7	71,2	78,96	65,2	77,9	74,9	69,1	70,8	74,8
71,6	72,9	61,9	71,5	75,4	71,7	59,9	74,3	76,1	70,9
61,3	71,4	71,8	65,0	67,8	75,5	71,9	64,9	74,7	62,9

1.11.

181	141	162	103	136	124	41	117	69	153
101	24	67	154	172	110	62	59	197	121
135	58	199	159	81	39	142	87	179	85
171	107	125	192	163	200	133	150	178	98
148	56	113	169	73	138	104	31	90	109
127	116	190	20	111	94	57	119	53	76
66	132	166	9	44	115	72	26	128	149
46	75	105	137	82	64	186	96	176	97
156	33	188	58	112	139	86	174	106	77
152	130	43	108	119	129	37	71	96	114

1.12.

32	105	48	80	144	128	64	112	18	81
66	129	113	17	94	78	90	51	104	34
110	149	36	103	82	53	93	130	68	150
114	84	55	131	70	38	102	77	16	135
41	19	142	61	85	159	115	57	72	101
56	100	86	146	73	40	141	25	87	126
151	71	94	15	125	76	54	99	39	140
17	124	52	98	13	37	147	88	69	109
35	158	67	30	93	123	50	138	21	97
96	121	49	137	89	145	91	65	92	33

1.13.

0,053	0,026	0,037	0,056	0,041	0,035	0,031	0,046	0,021	0,054
0,035	0,039	0,043	0,031	0,038	0,023	0,045	0,026	0,037	0,042
0,030	0,041	0,021	0,047	0,026	0,046	0,033	0,038	0,053	0,035
0,049	0,054	0,039	0,034	0,051	0,029	0,046	0,023	0,038	0,043
0,026	0,039	0,033	0,020	0,042	0,050	0,025	0,037	0,041	0,029
0,029	0,038	0,027	0,043	0,035	0,030	0,049	0,055	0,039	0,034
0,022	0,045	0,034	0,055	0,037	0,025	0,033	0,051	0,027	0,045
0,041	0,051	0,027	0,046	0,029	0,038	0,042	0,020	0,039	0,031
0,025	0,047	0,030	0,050	0,023	0,039	0,035	0,049	0,030	0,047
0,034	0,022	0,042	0,031	0,049	0,033	0,056	0,037	0,050	0,025

1.14.

0,026	0,034	0,028	0,036	0,030	0,038	0,041	0,038	0,030	0,028
0,028	0,030	0,034	0,038	0,040	0,036	0,034	0,023	0,032	0,026
0,034	0,032	0,024	0,036	0,032	0,026	0,030	0,028	0,038	0,034
0,038	0,041	0,028	0,026	0,030	0,034	0,032	0,040	0,036	0,032
0,030	0,036	0,034	0,032	0,023	0,032	0,028	0,032	0,026	0,038
0,026	0,032	0,028	0,040	0,038	0,030	0,032	0,024	0,036	0,030
0,024	0,032	0,030	0,036	0,028	0,041	0,032	0,038	0,034	0,026

0,041	0,034	0,023	0,038	0,026	0,030	0,028	0,036	0,040	0,028
0,030	0,026	0,034	0,028	0,024	0,036	0,032	0,030	0,038	0,034
0,028	0,034	0,040	0,036	0,030	0,038	0,023	0,034	0,032	0,026

1.15.

0,86	1,04	1,45	1,31	1,22	1,09	0,73	1,11	0,95	0,84
0,96	0,78	1,23	1,13	1,04	1,44	1,32	1,29	0,68	0,86
1,33	1,08	0,87	0,67	1,28	0,97	1,14	0,83	1,33	1,40
1,24	1,43	0,98	1,34	0,81	0,88	1,10	0,70	1,15	1,23
1,34	1,09	0,80	1,16	1,24	0,75	0,99	1,41	0,88	0,79
1,36	1,25	0,89	1,26	1,42	1,35	0,80	1,17	0,90	1,00
1,11	0,69	1,18	0,82	1,01	0,90	1,36	1,25	0,67	0,91
1,37	1,02	0,92	1,27	1,19	1,38	1,46	0,93	1,27	0,83
1,04	1,11	1,47	1,07	0,72	0,93	1,26	0,77	1,20	1,28
0,77	1,10	0,95	1,05	1,08	1,11	1,10	1,48	1,07	0,92

1.16.

0,76	0,82	0,70	0,86	0,78	0,96	0,68	0,83	0,92	0,86
0,86	0,84	0,66	0,92	0,76	0,95	0,84	1,91	0,78	0,70
0,78	0,70	0,82	0,99	0,83	0,86	0,67	0,91	0,75	0,86
0,83	0,75	0,95	0,79	0,65	0,84	0,78	0,88	0,70	0,95
0,87	0,71	0,92	1,00	0,75	0,87	0,80	0,79	0,66	0,90
0,79	0,82	0,65	0,83	0,88	0,96	0,75	0,91	0,71	0,87
0,76	0,90	0,71	0,87	0,74	0,94	0,80	1,00	0,95	0,79
0,96	0,98	0,84	0,79	0,91	0,71	0,65	0,90	0,88	0,74
0,74	0,67	0,94	0,72	1,01	0,82	0,80	0,83	0,99	0,83
0,88	0,80	0,72	0,91	0,84	0,74	0,94	0,72	0,83	0,87

1.17.

1,66	2,21	1,21	1,46	1,16	1,81	0,86	1,74	2,08	1,38
2,27	0,81	2,39	2,19	2,25	1,67	1,84	1,37	2,12	2,37
1,15	2,17	1,45	1,75	1,14	1,94	1,53	0,83	1,68	1,35
2,39	1,63	1,86	1,24	1,73	1,07	2,10	1,13	1,91	1,31
1,78	2,09	1,54	1,79	1,08	1,42	0,80	1,96	1,19	0,85
1,88	1,27	0,84	2,60	1,44	1,77	2,45	1,10	2,16	1,59
1,56	2,30	2,48	0,99	1,18	2,11	1,64	2,28	1,29	1,93
2,15	1,72	1,83	1,47	1,87	1,17	2,29	1,90	1,71	2,55
2,31	1,39	1,85	2,38	1,65	2,51	1,48	1,28	2,18	1,49
2,14	1,76	1,51	1,82	0,91	2,51	2,34	2,59	1,69	2,13

1.18.

2,1	2,3	1,5	3,1	2,7	1,9	2,4	0,9	2,5	1,1
1,3	2,3	2,3	3,9	2,4	3,6	1,6	3,2	2,9	2,0
2,1	3,3	0,8	3,5	1,7	2,6	4,1	2,8	1,2	2,5

1,1	2,4	1,5	3,2	2,7	1,5	3,7	1,9	3,1	4,0
4,1	2,9	2,0	2,0	1,1	0,7	3,3	2,5	1,6	2,4
2,1	3,2	0,9	2,8	4,2	2,8	1,9	1,2	1,7	3,5
2,1	3,9	2,4	1,7	3,6	2,5	0,8	3,1	2,1	1,3
3,2	1,6	0,7	2,6	1,3	2,0	3,7	2,9	4,0	3,1
2,8	4,1	1,9	3,6	3,3	2,9	0,6	1,5	1,2	2,4
1,1	3,5	1,6	2,4	3,9	2,7	2,5	1,9	2,6	3,2

1.19.

19,3	44,5	49,9	26,9	50,2	51,1	18,6	72,7	35,4	25,4
42,7	17,5	51,7	49,3	26,2	47,1	71,4	27,1	75,7	43,2
25,5	27,2	80,4	50,4	70,2	14,9	52,4	62,3	41,7	49,5
40,6	14,5	62,8	34,5	53,4	26,1	69,3	52,5	27,3	80,3
25,3	43,1	27,4	80,1	68,4	63,3	13,4	55,4	39,5	33,1
38,4	19,7	63,8	40,4	80,8	56,4	66,1	27,5	79,1	24,6
28,6	47,9	78,4	57,4	66,5	37,3	23,4	67,6	11,1	64,3
22,7	64,8	36,2	58,7	10,8	47,7	58,4	29,2	46,7	77,2
51,9	31,3	44,7	66,3	20,1	65,3	45,5	76,3	67,8	35,1
66,9	18,9	42,9	50,7	34,9	43,5	32,5	48,4	53,1	65,8

1.20.

56,5	47,3	23,1	38,6	92,5	50,9	74,9	67,5	47,5	83,9
11,8	70,1	57,1	39,9	54,7	70,9	47,4	28,1	39,1	76,2
32,3	92,1	20,7	48,6	87,1	66,3	45,8	41,4	56,9	22,6
45,8	58,4	53,4	51,4	11,6	30,9	31,4	37,4	65,8	19,3
45,3	74,4	21,2	25,7	56,7	20,3	48,3	60,1	46,2	64,1
15,1	47,7	12,7	92,6	29,5	52,0	60,2	32,1	74,5	54,2
36,1	47,2	26,1	65,3	42,0	50,1	72,1	56,4	25,1	75,1
83,8	38,7	81,2	65,1	87,4	35,3	92,4	85,6	83,5	20,5
76,3	69,4	41,6	35,9	29,7	80,9	49,9	59,5	83,4	76,5
24,4	55,9	74,2	27,3	76,7	29,9	69,1	30,1	65,4	18,4

1.21.

15,2	23,1	27,1	18,6	25,1	27,5	16,0	28,8	22,7	18,8
24,9	26,3	21,2	28,0	25,5	27,7	20,9	31,9	16,8	29,1
26,8	17,4	31,5	21,4	24,8	17,2	30,8	23,7	29,7	21,1
20,4	24,5	26,0	28,7	20,0	33,0	27,9	24,5	20,6	32,1
26,9	19,7	21,5	19,8	16,8	21,7	26,4	23,2	22,9	26,6
25,3	25,8	16,6	23,6	15,0	22,3	24,0	22,4	32,5	19,1
24,7	29,8	18,2	29,6	23,4	18,1	16,9	24,2	24,1	32,2
24,4	18,4	22,1	30,1	22,0	17,8	28,0	25,7	30,9	22,5
30,7	22,5	30,0	27,3	25,4	26,2	20,7	28,1	19,3	28,9
20,3	30,4	24,3	31,6	30,0	22,6	29,2	32,7	26,7	15,8

1.22.

19,1	23,5	19,6	27,5	33,3	31,2	27,7	21,4	27,3	20,5
21,9	20,7	15,2	27,3	23,0	31,7	18,9	23,7	33,1	27,9
23,9	18,5	24,1	28,1	22,0	16,4	30,8	27,1	19,9	30,4
20,5	30,9	31,9	26,9	19,8	28,3	22,7	15,6	22,4	18,3
28,5	16,2	22,5	18,1	28,4	33,9	30,8	19,6	26,7	32,5
21,1	24,3	26,5	15,4	24,5	26,4	28,7	17,9	30,6	23,1
32,1	23,2	17,7	28,9	22,9	20,1	30,4	26,3	16,0	25,4
26,1	15,8	30,2	19,4	25,1	25,3	17,5	24,7	21,7	29,1
21,2	21,8	17,3	33,5	29,3	24,9	30,0	15,0	25,2	25,8
33,7	24,5	25,6	23,3	29,8	17,2	25,1	22,4	29,6	19,3

1.23.

81	106	135	170	206	60	181	178	154	103
78	176	31	204	145	85	229	47	108	234
110	207	241	168	133	68	174	143	89	182
203	153	172	93	48	228	255	134	112	58
144	235	114	77	208	183	59	170	95	154
104	202	39	164	247	226	110	67	121	193
123	91	164	57	209	30	185	162	250	225
201	160	239	211	131	142	101	153	76	125
137	54	127	87	66	190	158	241	33	221
100	195	156	146	231	220	129	83	151	56

1.24.

76	28	151	91	60	204	177	102	128	217
120	66	207	126	124	152	27	221	131	51
241	77	250	134	123	147	184	195	47	160
159	74	169	178	79	129	250	223	182	96
135	199	56	25	82	116	44	229	145	203
88	209	146	224	239	103	201	245	130	163
71	165	176	194	78	154	99	78	127	69
171	173	31	181	117	84	73	161	240	149
247	107	140	53	205	155	29	132	185	179
180	128	42	114	93	191	174	210	133	226

1.25.

157,2	137,1	136,0	131,1	142,1	152,0	150,2	125,74	146,6	141,6
138,3	143,4	143,7	144,2	158,3	146,0	140,8	135,8	150,9	156,4
145,1	122,4	139,1	155,5	150,2	146,2	159,6	146,2	164,1	140,5
156,4	141,6	134,4	149,2	145,3	128,4	150,6	133,7	142,1	136,9
127,2	138,2	160,8	155,2	121,8	150,5	144,5	150,5	141,4	128,0
136,2	145,9	162,5	136,9	142,9	146,4	153,2	161,4	150,8	141,6
149,8	154,1	148,4	144,8	150,8	129,3	145,3	141,2	146,4	135,5

134,8	147,1	137,5	159,7	142,7	145,7	150,3	123,5	139,6	153,6
138,4	166,8	148,8	152,5	151,6	133,4	145,6	144,5	144,4	140,8
152,1	137,4	132,1	149,7	166,2	151,1	145,1	139,5	130,1	145,6

1.26.

2,85	5,92	3,06	2,47	6,28	3,86	2,19	5,81	3,88	3,01
3,91	3,11	1,46	4,67	3,95	5,76	3,08	3,99	6,38	1,51
2,34	4,19	5,72	4,14	3,03	4,08	6,47	4,05	5,96	4,01
4,23	2,16	6,55	3,14	4,26	4,31	1,48	4,45	2,71	5,69
6,60	4,69	2,93	7,68	0,65	6,68	3,18	5,64	4,56	3,36
2,64	3,23	6,75	4,57	5,61	3,29	7,08	2,91	4,59	2,59
4,61	1,98	6,21	3,39	4,62	2,28	4,64	3,45	5,56	4,07
3,58	4,73	3,61	2,24	4,31	3,81	5,52	4,26	4,17	7,49
1,29	4,45	4,78	5,01	7,85	5,49	2,01	4,89	0,98	4,84
2,26	5,47	4,63	4,98	5,42	4,60	5,10	4,96	4,63	5,05

1.27.

76,23	45,29	92,41	35,48	56,81	45,67	54,01	45,88	25,56	65,91
48,11	6,32	26,31	74,27	27,82	88,04	36,12	56,97	4,97	46,31
55,78	46,85	57,31	37,28	66,41	28,53	72,48	29,34	38,34	62,35
46,82	39,47	81,04	54,06	48,64	61,22	40,56	30,11	78,45	48,53
86,24	47,51	66,92	42,74	4,83	47,83	64,02	57,84	41,63	53,75
65,21	43,82	58,31	33,71	44,95	68,91	32,84	45,21	84,47	31,27
49,29	83,09	55,11	94,75	49,85	58,86	55,30	69,44	50,41	35,07
67,24	41,78	50,56	34,05	37,91	71,25	17,84	14,51	18,23	51,93
50,89	9,41	16,31	51,33	70,58	15,91	51,84	59,31	25,01	60,31
85,52	59,77	75,26	52,22	95,73	19,04	60,85	22,91	53,84	15,02

1.28.

1,58	1,95	0,89	1,76	1,54	2,18	1,13	2,59	1,91	1,60
1,19	1,70	2,58	1,31	2,54	1,90	2,20	1,49	2,69	1,51
1,77	1,93	1,48	2,21	1,64	2,92	1,25	1,97	0,90	1,78
1,12	2,48	1,38	1,79	1,75	0,67	2,22	1,62	1,82	1,09
1,61	1,71	0,95	2,23	1,46	1,99	2,24	1,72	2,03	1,25
1,28	2,04	1,83	1,69	1,81	1,22	2,05	1,07	1,74	1,88
1,80	0,69	2,07	1,29	2,27	2,75	1,41	2,08	2,30	2,18
1,34	1,84	1,73	2,31	1,86	1,40	2,46	0,73	2,33	1,85
1,02	2,13	1,66	2,84	1,16	2,34	1,44	2,89	2,09	2,90
1,87	1,43	2,11	0,84	1,91	2,44	2,10	1,75	2,60	1,68

1.29.

30,2	51,9	43,1	58,9	34,1	55,2	47,9	43,7	53,2	34,9
47,8	65,7	37,8	68,6	48,4	67,5	27,3	66,1	52,0	55,6
54,1	26,9	53,6	42,5	59,3	44,8	52,8	42,3	55,9	48,1
44,5	69,8	47,3	35,6	70,1	39,5	70,3	33,7	51,8	56,1

28,4	48,7	41,9	58,1	20,4	56,3	46,5	41,8	59,5	38,1
41,4	70,4	31,4	52,5	45,2	52,3	40,2	60,4	27,6	57,4
29,3	53,8	46,3	40,1	50,3	48,9	35,8	61,7	49,2	45,8
45,3	71,5	35,1	57,8	28,1	57,6	49,6	45,5	36,2	63,2
61,9	25,1	65,1	49,7	62,1	46,1	39,9	62,4	50,1	33,1
33,3	49,8	39,8	45,9	37,3	78,0	64,9	28,8	62,5	58,7

1.30.

88	72	100	60	116	74	36	143	114	70
56	75	30	76	89	53	117	90	135	103
35	128	71	86	43	76	61	113	34	83
62	84	50	69	120	91	102	47	119	99
33	76	91	37	85	17	85	63	121	74
46	85	63	104	77	92	54	78	42	105
85	79	49	80	93	32	106	81	64	79
73	19	80	65	107	123	51	94	80	108
52	83	124	81	96	82	109	20	95	68
66	41	82	98	111	67	125	97	112	58

2. 1-тапсырмадағы интервалдық қатар үшін:

а) нөлдік болжам бойынша бас жиынтық қалыпты үлестірім заңымен берілген деп есептеп, теориялық жиіліктерін есептеңіз;

ә) мәнділік деңгейі $\alpha = 0,05$ Пирсон критерийін қолдана отырып, теориялық және эмпирикалық жиіліктерді салыстырыңыз. χ^2_{α} мәнін есептеп, $\chi^2_{\alpha, k}$ мәнімен салыстырыңыз;

б) $\gamma = 0,95$ сенімділікпен математикалық үміт пен орташа квадраттық ауытқудың сенімділік интервалдарын табыңыз.

3. Таңдама ортасы \bar{x}_g , таңдама көлемі n , орташа квадраттық ауытқуы σ нормаль үлестірімнің α математикалық күтімді γ дәлдікпен бағалаудың сенімділік интервалын анықтаңыз.

№	γ	\bar{x}_g	n	σ	№	γ	\bar{x}_g	n	σ	№	γ	\bar{x}_g	n	σ
3.1	0.95	75.17	36	6	3.11	0.97	5.21	46	6	3.21	0.92	11.48	36	6
3.2	0.97	7.27	56	7	3.12	0.96	55.23	38	5	3.22	0.94	23.38	39	8
3.3	0.93	75.17	35	5	3.13	0.92	5.21	36	7	3.23	0.93	30.44	56	7
3.4	0.94	8.27	58	9	3.14	0.95	55.23	68	7	3.24	0.99	15.32	38	5
3.5	0.98	76.17	46	6	3.15	0.98	7.21	56	6	3.25	0.95	10.48	46	6
3.6	0.99	7.37	58	7	3.16	0.93	65.23	78	5	3.26	0.98	13.38	39	8
3.7	0.93	65.13	34	6	3.17	0.92	8.21	49	7	3.27	0.93	20.44	66	7

3.8	0.94	9.27	53	8	3.18	0.95	51.23	58	9	3.28	0.97	14.32	58	6
3.9	0.93	85.17	35	6	3.19	0.94	5.21	39	6	3.29	0.94	30.44	86	7
3.10	0.95	8.27	57	9	3.20	0.95	85.23	58	7	3.30	0.99	16.32	38	9

4. 1 және 2 тапсырмалардағы мәліметтер және нәтижелер бойынша қалыпты үлестірім берілген деп ұйғарып, табу керек:

а) таңдама ортасы \bar{x}_T бойынша \mathcal{U} сенімділікпен a математикалық күтім бағасының дәлдігін;

б) \mathcal{U} сенімділікпен a математикалық күтімін бағалау үшін сенімділік интервалын.

\bar{x}_g таңдама ортасын, n таңдама көлемін, σ орташа квадраттық ауытқуды 1-2 тапсырмалардан, \mathcal{U} - ны 3 тапсырмадан алыңыз.

5. Теңіз тереңдігін өлшейтін құралдың жүйелі қателігі нөлге тең, ал өлшеудің кездейсоқ қатесі σ орта квадраттық ауытқуымен қалыпты үлестірілген. Теңіз тереңдігін анықтау үшін қатесі δ -дан артық емес, сенімділігі \mathcal{U} болатын қанша тәуелсіз өлшеу жүргізу керек?

№	\mathcal{U}	σ	δ	№	\mathcal{U}	σ	δ	№	\mathcal{U}	σ	δ
5.1	0.95	23	6	5.11	0.97	15	5	5.21	0.92	11	4
5.2	0.97	14	8	5.12	0.96	14	6	5.22	0.94	23	8
5.3	0.93	21	9	5.13	0.92	23	4	5.23	0.93	25	7
5.4	0.94	15	5	5.14	0.95	12	3	5.24	0.99	17	5
5.5	0.98	13	6	5.15	0.98	14	8	5.25	0.95	10	3
5.6	0.99	20	4	5.16	0.93	20	6	5.26	0.98	13	4
5.7	0.93	24	7	5.17	0.92	22	7	5.27	0.93	21	7
5.8	0.94	18	4	5.18	0.95	19	5	5.28	0.97	14	5
5.9	0.93	16	7	5.19	0.94	16	3	5.29	0.94	24	8
5.10	0.95	19	6	5.20	0.95	18	4	5.30	0.99	12	4

2.3 Типтік варианттың шешуі

1. Тәжірибе нәтижесінде алынған мәліметтер статистикалық қатар түрінде жазылған:

20	15	17	19	23	18	21	15	16	13
20	16	19	20	14	20	16	14	20	19
15	19	17	16	15	22	21	12	10	21
18	14	14	18	18	13	19	18	20	23
16	20	19	17	19	17	21	17	19	17
13	17	11	18	19					

а) вариациялық қатарды жазыңыз (таңдаманы өсу ретімен);

- ә) жиілік пен салыстырмалы жиіліктің статистикалық қатарын жазыңыз;
 б) жиілік пен салыстырмалы жиіліктің интервалдық статистикалық қатарын (варианттардың минимум және максимум мәндерін, вариация құлашын, интервалдар санын, ұзындығын) жазыңыз;
 в) жиілік пен салыстырмалы жиіліктің дискрет (топталған) статистикалық қатарын жазыңыз.

2. Берілген таңдама үшін:

а) интервалдық статистикалық қатар бойынша жиілік пен салыстырмалы жиіліктің гистограммасын сызыңыз;

ә) дискрет статистикалық қатар бойынша табыңыз:

- жиілік пен салыстырмалы жиіліктің полигонын;
- үлестірудің эмпирикалық функциясын;
- таңдама орташасын;
- таңдама және түзетілген таңдама дисперсиясын;
- таңдама және түзетілген таңдаманың орташа квадраттық ауытқуын;
- таңдама модасы мен медианасын;

б) жиілік пен салыстырмалы жиіліктің статистикалық қатары бойынша табыңыз:

- таңдаманың үшінші және төртінші ретті бастапқы моменттерін;
- таңдама эксцессін;
- асимметрия коэффициентін.

Шешуі: есептеулер мен графиктер Mathcad-та орындалады. Алынған нәтижені түсіндіру қажет;

а) таңдама көлемі $n = 55$. Вариациялық қатар мәліметтері өлшемі (55×1) X матрицасы арқылы енгізіледі;

Y – өсу ретімен орналастырылған таңдама $sort(X)$ командасымен енгізіледі:

$$Y^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10	11	12	13	13	14	14	14	14	...

ә) интервалдық статистикалық қатарды жазу үшін мыналарды табамыз:
 $a = x_{\min} = 10$, $b = x_{\max} = 23$; таңдама құлашын: $R = b - a = 13$;
 Стерджес формуласы бойынша интервалдар санын:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + \log_2 55} \approx 2 \rightarrow m = \frac{13}{2} = 6,781 \approx 7$$

$$x_{\text{баст.}} = x_{\min} - \frac{h}{2} = 10 - \frac{h}{2} = 9.041 \approx 9;$$

Mathcad-та интервалдарды t матрицасы, ал интервалдар ортасын x анықтайды:

$$t^T = (9 \ 11 \ 13 \ 15 \ 17 \ 19 \ 21 \ 23) ;$$

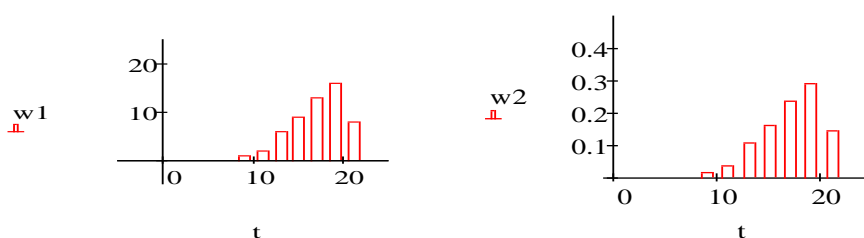
эмпирикалық жиілік - n_i , яғни әрбір интервалға түскен варианттар саны, салыстырмалы жиілік ($p_i = \frac{n_i}{n}$) Mathcad жүйесінде $w1=hist(t,X)$, ($w1^T$ және

$w2^T$ қараңыз) командалары арқылы анықталады.

Сонымен, интервалдық қатар жазамыз:

интервалы	[9,11)	[11,13)	[13,15)	[15,17)	[17,19)	[19,21)	[21,23]
n_i	1	2	6	9	13	16	8
$p_i = \frac{n_i}{n}$	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

б) интервалдық статистикалық қатар бойынша Mathcad-та жиілік және салыстырмалы жиілік гистограммасын сызамыз:



в) сәйкес дискретті статистикалық қатарды жазу үшін $X_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$

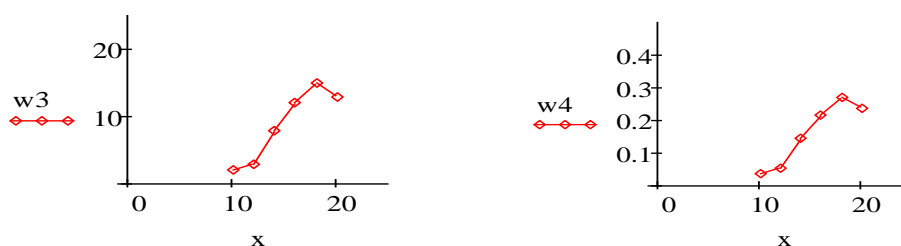
формуласы бойынша интервалдар ортасын табамыз:

$$x^T = (10 \ 12 \ 14 \ 16 \ 18 \ 20 \ 22) ,$$

және оларға интервалдық қатардан $w1$ жиіліктер мен $w2$ салыстырмалы жиіліктер сәйкес келеді. Дискрет статистикалық қатар мынадай түрде болады:

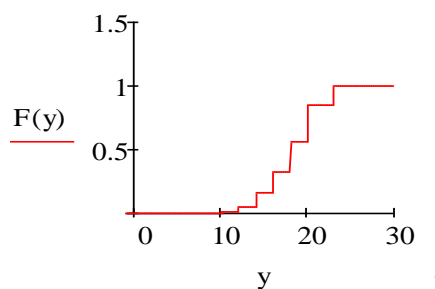
$\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$	10	12	14	16	18	20	22
n_i	1	2	6	9	13	16	8
p_i	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

2. а) Осы дискрет статистикалық қатар арқылы жиілік және салыстырмалы жиілік полигонын саламыз - $w3=hist(x,X)$; $w4=w3/n$ бұйрықтарымен жүзеге асырылады;



ә) Сонымен қатар үлестірудің эмпирикалық функциясының сызбасын сызамыз:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x \leq 10, \\ 0,018, & \text{егер } 10 < x \leq 12, \\ 0,054, & \text{егер } 12 < x \leq 14, \\ 0,163, & \text{егер } 14 < x \leq 16, \\ 0,327, & \text{егер } 16 < x \leq 18, \\ 0,563, & \text{егер } 18 < x \leq 20, \\ 0,854, & \text{егер } 20 < x \leq 23, \\ 1, & \text{егер } x > 23. \end{cases}$$



таңдама орташасы: $\bar{x}_e = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n} = 17.564$ (немесе $mean(X)$ бұйрығымен);

– таңдама дисперсиясы: $D_e = \frac{\sum n_i \cdot x_i^2}{n} - (\bar{x}_e)^2 = 8,428$ (немесе $var(X)$ бұйрығымен);

– түзетілген таңдама дисперсиясы: $S^2 = \frac{n}{n-1} (D_e) = 8,584$ (немесе $stdev(X)$ бұйрығымен);

$\sigma = \sqrt{s} = 2,93$ - түзетілген таңдаманың орташа квадраттық ауытқуы;

мода $M_0 = 19$ – ең үлкен жиілікке ие варианта, медиана $M_e = 18$ – вариациялық қатардың ортасын анықтайды және таңдама көлемінің жұп, тақтығына байланысты. Таңдама модасы мен медианасын $mode(X)$ және $median(X)$ бұйрықтарымен табамыз;

б) таңдаманың үшінші және төртінші ретті бастапқы моменттерін мына формулалар арқылы есептейміз:

$$\mu_3 = \frac{\sum n_i \cdot (x_i - x_e)^3}{n} = -14,73; \quad \mu_4 = \frac{\sum n_i \cdot (x_i - x_e)^4}{n} = 196,112;$$

таңдама эксцесі: $E = \frac{\mu_4}{\sigma_e^4} - 3 = \frac{196,112}{2,93^4} - 3 = -0,19552;$

асимметрия коэффициенті: $A = \frac{\mu_3}{\sigma_e^3} = \frac{-14,73}{2,93^3} = -0,6091.$

Тапсырманың Mathcad жүйесінде орындалуы:

$$n := 55$$

$$X := (20 \ 15 \ 17 \ 19 \ 23 \ 18 \ 21 \ 15 \ 16 \ 13 \ 20 \ 16 \ 19 \ 20 \ 14 \ 20 \ 16 \ 14 \ 20 \ 19 \ 15 \ 19 \ 17 \ 16 \ 15 \ 22 \ 21 \ 12 \ 10 \ 21 \ 18)$$

$$Y := \text{sort}(X^T) \quad a := \min(X) \quad b := \max(X) \quad a = 10 \quad b = 23$$

$$X^T =$$

	0
0	20
1	15
2	17
3	19
4	23
5	18
6	21
7	15
8	16
9	13
10	20
11	16
12	19
13	20
14	14
15	...

$$Y^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10	11	12	13	13	14	14	14	14	...

$$R := b - a \quad R = 13$$

$$h := \frac{b - a}{1 + \frac{\ln(55)}{\ln(2)}} \quad h = 1.917 \quad h1 := 2$$

$$m := \frac{R}{h} \quad m = 6.781$$

$$x0 := a - \frac{h}{2} \quad x0 = 9.041$$

$$a1 := 9 \quad m1 := 7$$

$$j := 0..m1$$

$$i := 0..m1 - 1$$

$$t_j := a1 + h1 \cdot j \quad x_i := t_i + \frac{h1}{2}$$

$$x^T = (10 \ 12 \ 14 \ 16 \ 18 \ 20 \ 22)$$

$$w1 := \text{hist}(t, X) \quad w1^T = (1 \ 2 \ 6 \ 9 \ 13 \ 16 \ 8)$$

$$w2 := \frac{w1}{n} \quad w2^T = (0.018 \ 0.036 \ 0.109 \ 0.164 \ 0.236 \ 0.291 \ 0.145)$$

$$0.018 + 0.036 + 0.109 + 0.164 + 0.236 + 0.291 + 0.145 = 0.999$$

$$\text{mode}(X) = 19 \quad x1 := \text{mean}(X)$$

$$x1 = 17.564$$

$$M := \text{median}(X) \quad M = 18$$

$$x2 := \text{var}(X) \quad x2 = 8.428$$

$$s := \frac{n}{n-1} \cdot x2 \quad s = 8.584$$

$$\sigma := \sqrt{s} \quad \sigma = 2.93$$

$$\text{stdev}(X) = 2.903$$

Жинақталған жиіліктер функциясы:

$$i := 0..6$$

$$w := (0.018 \quad 0.036 \quad 0.109 \quad 0.164 \quad 0.236 \quad 0.291 \quad 0.145)^T$$

$$F_i := \sum_{j=0}^i w_j$$

$$F^T = (0.018 \quad 0.054 \quad 0.163 \quad 0.327 \quad 0.563 \quad 0.854 \quad 0.999)$$

$$F(y) := \begin{cases} 0 & \text{if } y \leq 10 \\ 0.018 & \text{if } 10 < y \leq 12 \\ 0.054 & \text{if } 12 < y \leq 14 \\ 0.163 & \text{if } 14 < y \leq 16 \\ 0.327 & \text{if } 16 < y \leq 18 \\ 0.563 & \text{if } 18 < y \leq 20 \\ 0.854 & \text{if } 20 < y \leq 23 \\ 1 & \text{if } y > 23 \end{cases}$$

$$y := (10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 13)^T$$

$$p := (0.018 \quad 0.018 \quad 0.018 \quad 0.036 \quad 0.073 \quad 0.073 \quad 0.091 \quad 0.127 \quad 0.109 \quad 0.145 \quad 0.127 \quad 0.091 \quad 0.018 \quad 0.036)^T$$

$$M(k) := \sum_{i=0}^{13} [(y_i)^k \cdot p_i] \quad m(k) := \sum_{i=0}^{13} [(y_i - M(1))^k \cdot p_i]$$

$$M(1) = 16.826 \quad m(2) = 7.997 \quad \sigma := \sqrt{m(2)} \quad \sigma = 2.828$$

$$\frac{m(3)}{\sigma^3} = -0.117 \quad \frac{m(4)}{\sigma^4} - 3 = -0.696$$

$$M(3) = 5.355 \times 10^3 \quad m(3) = -2.645$$

$$M(4) = 9.852 \times 10^4 \quad m(4) = 147.375$$

таңдама модасы мен медианасы (Mathcad-та mode(X) және median(X)):
мода $M_0 = 19$ ең үлкен жиілігі бар вариантаны анықтайды; медиана $M_e = 18$
вариациалық қатардың ортасын анықтады және таңдама көлемінің жұптығына

байланысты:
$$M_e = \begin{cases} x_{k+1}, & \text{егер } n = 2k + 1 \\ \frac{x_k + x_{k+1}}{2}, & \text{егер } n = 2k. \end{cases}$$

Mathcad-тан файлкөшірмесі:

n := 55

X := (20 15 17 19 23 18 21 15 16 13 20 16 19 20 14 20 16 14 20 19

$$X^T =$$

	0
0	20
1	15
2	17
3	19
4	23
5	18
6	21
7	15
8	16
9	13
10	20
11	16
12	19
13	20
14	14
15	...

$$Y := \text{sort}(X^T)$$

$$Y^T =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10	11	12	13	13	14	14	14	14	...

$$a := \min(X) \quad b := \max(X)$$

$$a = 10 \quad b = 23$$

$$R := b - a \quad R = 13$$

$$h := \frac{b - a}{1 + \frac{\ln(55)}{\ln(2)}} \quad h = 1.917$$

$$x_0 := a - \frac{h}{2} \quad x_0 = 9.041$$

$$a_1 := 9 \quad m_1 := 7 \quad m = 6.781$$

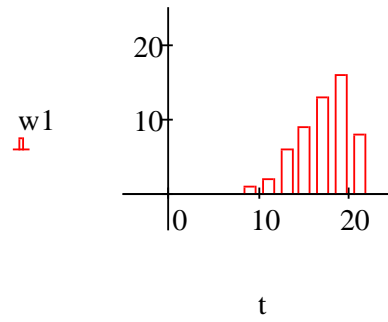
$$j := 0..m_1 \quad i := 0..m_1 - 1$$

$$t_j := a_1 + h_1 \cdot j \quad x_i := t_i + \frac{h_1}{2}$$

$$w_1 := \text{hist}(t, X) \quad w_2 := \frac{w_1}{n}$$

$$t^T = (9 \ 11 \ 13 \ 15 \ 17 \ 19 \ 21 \ 23)$$

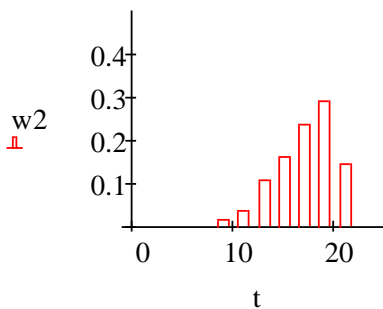
$$x^T = (10 \ 12 \ 14 \ 16 \ 18 \ 20 \ 22)$$



$$w1^T = (1 \ 2 \ 6 \ 9 \ 13 \ 16 \ 8)$$

$$w2^T = (0.018 \ 0.036 \ 0.109 \ 0.164 \ 0.236 \ 0.291 \ 0.145)$$

$$0.018 + 0.036 + 0.109 + 0.164 + 0.236 + 0.291 + 0.145 = 0.999$$



$$\text{mode}(X) = 19$$

$$x1 := \text{mean}(X) \quad x1 = 17.564$$

$$M := \text{median}(X) \quad M = 18$$

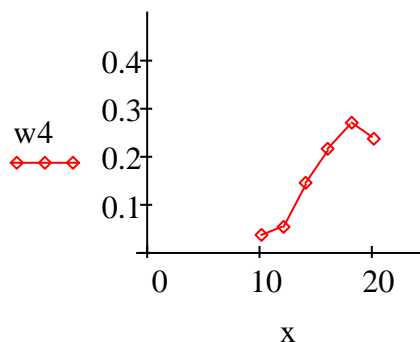
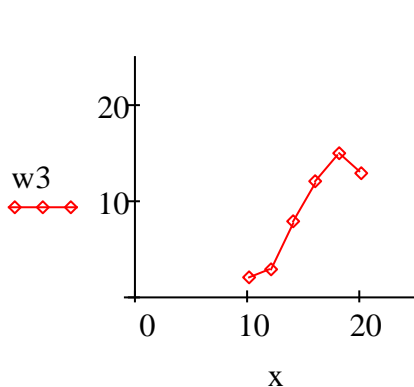
$$x2 := \text{var}(X) \quad x2 = 8.428$$

$$s := \frac{n}{n-1} \cdot x2 \quad s = 8.584$$

$$\text{stdev}(X) = 2.903$$

$$\sigma := \sqrt{s} \quad \sigma = 2.93$$

$$w3 := \text{hist}(x, X) \quad w4 := \frac{w3}{n}$$

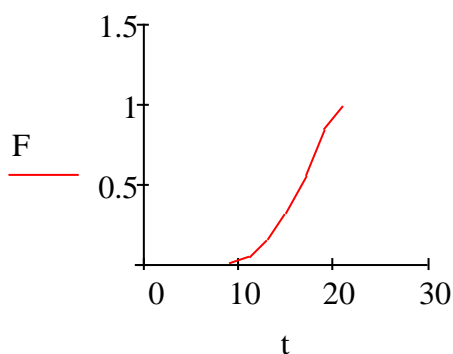


$$i := 0..6$$

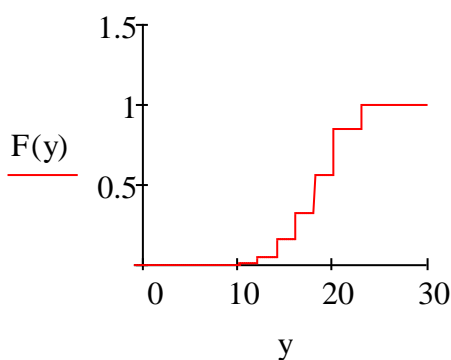
$$w := (0.018 \ 0.036 \ 0.109 \ 0.164 \ 0.236 \ 0.291 \ 0.145)^T$$

$$F_i := \sum_{j=0}^i w_j$$

$$F^T = (0.018 \ 0.054 \ 0.163 \ 0.327 \ 0.563 \ 0.854 \ 0.999)$$



$y := (10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20 \ 21 \ 22 \ 23)$



$$F(y) := \begin{cases} 0 & \text{if } y \leq 10 \\ 0.018 & \text{if } 10 < y \leq 12 \\ 0.054 & \text{if } 12 < y \leq 14 \\ 0.163 & \text{if } 14 < y \leq 16 \\ 0.327 & \text{if } 16 < y \leq 18 \\ 0.563 & \text{if } 18 < y \leq 20 \\ 0.854 & \text{if } 20 < y \leq 23 \\ 1 & \text{if } y > 23 \end{cases}$$

$p := (0.018 \ 0.018 \ 0.018 \ 0.036 \ 0.073 \ 0.073 \ 0.091 \ 0.127 \ 0.109 \ 0.145 \ 0.127 \ 0.091 \ 0.018 \ 0.036)^T$

$$M(k) := \sum_{i=0}^{13} [(y_i)^k \cdot p_i]$$

$$m(k) := \sum_{i=0}^{13} [(y_i - M(1))^k \cdot p_i]$$

$$M(1) = 16.826 \quad m(2) = 7.997 \quad \sigma := \sqrt{m(2)} \quad \sigma = 2.828$$

$$\frac{m(3)}{\sigma^3} = -0.117 \quad \frac{m(4)}{\sigma^4} - 3 = -0.696$$

$$M(3) = 5.355 \times 10^3 \quad m(3) = -2.645$$

$$M(4) = 9.852 \times 10^4 \quad m(4) = 147.375$$

3. Егер таңдама ортасы 18, таңдама көлемі 25 және орта квадраттық ауытқуы 3 болғанда, 0,95 сенімділікпен қалыпты үлестірілген кездейсоқ шаманың a математикалық үмітін бағалау үшін сенімділік интервалын табу керек.

Шешуі: a математикалық үмітін бағалау үшін сенімділік интервалы келесі түрде беріледі $\bar{x}_e - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_e + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. t – дан басқа шамалар белгілі. t – ны $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,95}{2} = 0,475$ қатынасынан табамыз, мұндағы $\Phi(t)$ – Лаплас функциясы, оның мәні кестеден алынады. Кестеден $t = 1,96$. Олай болса, $18 - 1,96 \frac{3}{\sqrt{25}} < a < 18 + 1,96 \frac{3}{\sqrt{25}}$. Жауабы: (16,824; 19,176).

4. 1 және 2 тапсырмалардағы мәліметтер және нәтижелер бойынша қалыпты үлестірім берілген деп ұйғарып, табу керек:

а) таңдама ортасы \bar{x}_T бойынша γ сенімділікпен a математикалық күтім бағасының дәлдігін;

ә) γ сенімділікпен a математикалық күтімін бағалау үшін сенімділік интервалын.

\bar{x}_e таңдама ортасын, n таңдама көлемін, σ орташа квадраттық ауытқуды 1-2 тапсырмалардан, γ – ны 3 тапсырмадан алыңыз.

Шешуі: 1-2 есептерден таңдама ортасы $\bar{x}_e = 17,564$, таңдама көлемі $n = 55$, орта квадраттық ауытқуы $\sigma = 2,903$, 3 есептен $\gamma = 0,95$.

а) a математикалық күтімнің бағасының дәлдігі $\delta = \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$ формуласымен анықталады. 3 есептен $t = 1,96$ болғандықтан, дәлдік $\delta = \frac{1,96 \cdot 2,903}{\sqrt{55}} \approx 0,77$;

ә) 3 есепте көрсетілген формуладан сенімділік интервалы: $17,564 - 1,96 \frac{2,903}{\sqrt{55}} < a < 17,564 + 1,96 \frac{2,903}{\sqrt{55}}$ немесе $16,794 < a < 18,334$.

5. Теңіз тереңдігін өлшейтін құралдың жүйелі қателігі нөлге тең, ал өлшеудің кездейсоқ қатесі $\sigma = 15$ орта квадраттық ауытқуымен қалыпты үлестірілген. Теңіз тереңдігін анықтау үшін қатесі $\delta = 5$ -тен артық емес, сенімділігі $\gamma = 0,9$ болатын қанша тәуелсіз өлшеу жүргізу керек?

Шешуі: математикалық үміттің бағасының дәлдігін анықтайтын $\delta = \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$ формуладан $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\delta^2}$ аламыз. t – ны $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$ қатынасынан табамыз. Кестеден $t = 1,65$. Сондықтан $n = \frac{1,65^2 \cdot 15^2}{5^2} = 24,5025$. Олай болса, 25-тен кем емес өлшеулер жүргізу керек.

Әдебиеттер тізімі

- 1 Жаңбырбаев Б.С. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика элементтері. -Алматы. 2006 – 184 бет.
- 2 Қазешев А. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика. – Алматы, 2011.
- 3 Мұстахишев К.М., Ералиев С.Е., Атабай Б.Ж. Математика (толық курс). -Алматы, 2009. -358 бет.
- 4 Қазешев А. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика бойынша есептер жинағы. – Алматы, 2005.
- 5 Атабай Б.Ж., Байбазаров М.Б. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика. Информатика мамандығының студенттері үшін дәрістер жинағы. - Алматы: АЭЖБУ, 2016.- 29 б.
- 6 Мұстахишев К.М., Атабай Б.Ж. Математика (жалпы және арнаулы курс). 2-бөлім. –Алматы: «Эверо» баспасы, 2015. -216 бет.
- 7 Астраханцева Л.Н., Байсалова М.Ж. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика. 5В070400 – Есептеу техникасы және бағдарламалық қамтамасыз ету, 5В070300 – Ақпараттар жүйесі мамандықтарының студенттері үшін дәрістер жинағы. - Алматы: АЭЖБУ, 2013.- 49 б.

Мазмұны

1 Есептік-сызба жұмыс №1. Ықтималдықтар теориясы.....	3
1.1 Теориялық сұрақтар.....	3
1.2 Есептік тапсырмалар.....	3
1.3 Типтік нұсқаның шешуі.....	12
2 Есептік-сызба жұмыс №2. Математикалық статистика.....	22
2.1 Теориялық сұрақтар.....	22
2.2 Есептік тапсырмалар.....	22
2.3 Типтік нұсқаның шешуі.....	32
Әдебиеттер тізімі.....	42

Толлеуова Бағила Жақсылыққызы
Отарова Анар Ғаипбаевна

ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ ЖӘНЕ
МАТЕМАТИКАЛЫҚ СТАТИСТИКА

5В100200– Ақпараттық қауіпсіздендіру жүйелері мамандығының
студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындауға
арналған әдістемелік нұсқаулар мен тапсырмалар

Редактор Ж.Н.Изтелеуова
Стандарттау бойынша маман Н.Қ.Молдабекова

Басуға _____ қол қойылды
Таралымы _____ дана
Көлемі _____ баспа табак

Пішімі 60x84 1/16
Баспаханалық қағаз №1
Тапсырыс _____ Бағасы _____ тг.

«Алматы энергетика және байланыс университеті»
коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірме-көбейткіш бюросы
050013, Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126