Некоммерческое акционерное общество

АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ

Кафедра Математического моделирования и программного обеспечения

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В070200- Автоматизация и управление

Алматы 2017

СОСТАВИТЕЛИ: Астраханцева Л.Н., Байсалова М.Ж. Теория вероятностей и математическая статистика. Методические указания и задания по выполнению расчетно -графических работ для студентов специальности 5В070200- Автоматизация и управление. - Алматы: АУЭС, 2017.- 47 стр.

Методические указания и задания содержат расчетно-графические работы №1, №2 дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов специальности 5В070200 - Автоматизация и управление. Приведены основные теоретические вопросы программы. Дано решение типового варианта.

Ил. 22, табл. 24, библиогр. 6 назв.

Рецензент: к.х.н., старший преподаватель кафедры ТКСиС Данько Е.Т.

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2017 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи», 2017 г.

Введение

Теория вероятностей изучает закономерности, присущие массовым случайным явлениям. Она обеспечивает теоретическую базу для широкого круга практических задач, которыми занимается математическая статистика.

Поэтому методические указания содержат расчетно-графические работы по двум разделам. В первом рассматриваются основные вопросы теории вероятностей, во втором - математической статистики.

В каждой части приведены теоретические вопросы, задания и решение типового варианта.

Номер варианта студента определяется по списку группы. Расчетно-графическая работа должна выполняться четко и разборчиво в ученической тетради.

1 Расчетно-графическая работа №1. Элементы теории вероятностей

Цели: ознакомиться с понятиями случайного события и его вероятностью, основными теоремами теории вероятностей, изучить законы распределения и числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин.

1.1 Теоретические вопросы

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события. Пространство элементарных событий. Алгебра событий.
2. Статистическое, геометрическое и классическое определения вероятности.
3. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность.
4. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли.
5. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Повторение испытаний. Формула Пуассона.
6. Дискретные и непрерывные случайные величины. Законы распределения дискретной случайной величины.
7. Интегральная функция распределения. Плотность распределения.
8. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретных и непрерывных случайных величин.
9. Биномиальное распределение, распределение Пуассона. Равномерное и показательное распределения, функция надёжности.
10. Нормальное распределение.
11. Понятие о предельных теоремах. Закон больших чисел, центральная предельная теорема.

1.2 Расчётные задания

1. На оптовой базе имеются изделия трёх сортов: n_1 изделий первого сорта, n_2 - второго, n_3 - третьего ($\sum_i^3 n_i = n$). Найти:

а) относительную частоту изделий первого сорта;

б) вероятность того, что все m выбранных изделий будут первого сорта;

в) вероятность того, что среди m выбранных изделий будет m_1 первого сорта;

г) вероятность того, что среди m выбранных изделий будет m_1 первого сорта, m_2 - второго, m_3 - третьего ($\sum_i^3 m_i = m$);

д) вероятность того, что среди m выбранных изделий будет хотя бы одно первого сорта.

№	n	n_1	n_2	n_3	m	m_1	m_2	m_3
1.1	70	20	26	24	5	2	1	2
1.2	75	40	20	15	8	4	1	3
1.3	85	35	30	20	5	2	1	2
1.4	90	20	40	30	7	2	2	3
1.5	87	30	45	12	8	3	2	3
1.6	100	25	55	20	15	8	3	4
1.7	90	40	24	26	9	4	3	2
1.8	95	28	42	25	10	3	5	2
1.9	85	30	15	40	7	2	2	3
1.10	90	17	33	40	6	1	3	2
1.11	85	31	25	29	5	2	2	1
1.12	75	28	32	15	5	1	2	2
1.13	100	30	41	29	9	3	4	2
1.14	80	32	28	20	7	3	2	2
1.15	85	24	26	35	5	1	3	1
1.16	100	41	29	30	10	5	3	2
1.17	90	29	21	40	12	6	4	2
1.18	85	25	35	25	7	2	2	3
1.19	80	18	42	20	5	1	2	2
1.20	95	43	27	25	9	3	4	2
1.21	70	22	28	20	9	2	4	3
1.22	80	30	21	29	7	3	1	1
1.23	90	42	20	28	6	1	3	2
1.24	75	24	26	25	8	2	4	2
1.25	100	37	33	30	10	2	3	5
1.26	90	26	34	30	8	3	2	3

1.27	80	31	29	20	5	1	2	2
1.28	95	29	31	35	8	3	2	3
1.29	96	34	26	36	7	4	1	2
1.30	89	25	35	29	5	1	2	2

2. Три орудия стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель p_1, p_2, p_3 соответственно для первого, второго и третьего орудия. Найти вероятность того, что:

а) все три орудия попадут в цель;

б) попадёт только одно;

в) попадут два, одно не попадёт;

г) попадёт хотя бы одно.

№	p_1	p_2	p_3	№	p_1	p_2	p_3	№	p_1	p_2	p_3
2.1	0.9	0.6	0.5	2.11	0.5	0.9	0.4	2.21	0.5	0.7	0.9
2.2	0.8	0.7	0.6	2.12	0.7	0.8	0.5	2.22	0.6	0.5	0.8
2.3	0.7	0.5	0.8	2.13	0.5	0.7	0.6	2.23	0.7	0.9	0.7
2.4	0.6	0.9	0.8	2.14	0.4	0.6	0.7	2.24	0.8	0.4	0.6
2.5	0.5	0.7	0.9	2.15	0.5	0.5	0.8	2.25	0.9	0.5	0.5
2.6	0.9	0.6	0.8	2.16	0.6	0.9	0.5	2.26	0.4	0.6	0.8
2.7	0.8	0.5	0.7	2.17	0.7	0.8	0.6	2.27	0.5	0.7	0.9
2.8	0.5	0.8	0.6	2.18	0.8	0.5	0.7	2.28	0.6	0.8	0.7
2.9	0.6	0.9	0.5	2.19	0.9	0.6	0.8	2.29	0.7	0.9	0.5
2.10	0.7	0.9	0.4	2.20	0.9	0.4	0.9	2.30	0.8	0.9	0.4

3. На склад поступило три партии ламп. В первой партии n_1 ламп, во второй - n_2, в третьей - n_3 ($\sum_{i}^{3} n_i = 1000$). В первой партии m_1% бракованных ламп, во второй - m_2%, в третьей - m_3%. Требуется:

а) найти вероятность того, что наудачу выбранная лампа будет бракованной;

б) наудачу выбранная лампа оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она из i – ой партии (i =1,2,3).

№	n_1	n_2	m_1	m_2	m_3	i	№	n_1	n_2	m_1	m_2	m_3	i
3.1	520	220	5	8	7	1	3.16	100	250	7	8	5	1
3.2	270	410	10	5	9	2	3.17	430	180	5	4	7	2
3.3	250	140	8	7	4	2	3.18	170	540	6	5	8	3
3.4	190	380	5	9	30	1	3.19	650	120	10	9	8	2
3.5	290	610	6	3	3	2	3.20	400	180	7	10	5	1
3.6	270	430	10	6	4	2	3.21	120	380	10	6	9	2
3.7	280	360	7	10	9	1	3.22	270	340	9	5	4	3

3.8	520	110	5	7	10	1	3.23	430	120	10	7	6	2
3.9	240	290	9	8	4	3	3.24	360	120	5	10	8	1
3.10	310	410	7	2	5	3	3.25	420	210	8	7	6	1
3.11	520	110	3	6	7	2	3.26	370	130	10	6	5	2
3.12	280	310	9	8	4	2	3.27	410	200	5	10	8	3
3.13	400	320	4	5	8	1	3.28	280	510	10	6	5	3
3.14	350	240	9	8	7	1	3.29	710	120	2	10	4	3
3.15	190	520	5	2	4	3	3.30	460	240	5	9	7	1

4. Вероятность появления события A в каждом испытании равна p. Найти вероятность того, что в n испытаниях событие A появится:

а) ровно k_1 раз;

б) не менее k_1 раз;

в) не более k_2 раз;

г) хотя бы один раз (для нечётных вариантов, где n=10);

д) от k_1 до k_2 раз (для чётных вариантов, где n=100).

№	k_1	k_2	p	№	k_1	k_2	p	№	k_1	k_2	p
4.1	3	5	0.6	4.11	2	5	0.4	4.21	6	8	0.7
4.2	62	82	0.6	4.12	80	95	0.4	4.22	70	80	0.7
4.3	5	7	0.8	4.13	5	8	0.8	4.23	4	7	0.6
4.4	55	75	0.8	4.14	60	90	0.6	4.24	65	80	0.75
4.5	4	8	0.8	4.15	2	8	0.7	4.25	7	9	0.75
4.6	40	60	0.8	4.16	80	90	0.8	4.26	78	92	0.75
4.7	3	7	0.3	4.17	5	9	0.8	4.27	2	6	0.7
4.8	50	80	0.3	4.18	70	95	0.8	4.28	30	85	0.7
4.9	4	6	0.3	4.19	3	6	0.7	4.29	4	9	0.7
4.10	45	75	0.4	4.20	50	60	0.7	4.30	80	95	0.6

5. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения. Найти:

а) функцию распределения $F(x)$, построить график $F(x)$;

б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, моду;

в) вероятность попадания X в интервал $(a;b)$.

	X	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	a	b
	P	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6		
5.1	X	0	1	2	4	6	9	-2	7
	P	0.05	0.15	0.3	0.25	0.15	0.1		
5.2	X	-3	-2	-1	0	2	4	-1	3
	P	0.15	0.3	0.02	0.14	0.18	0.21		

5.3	X	1	2	3	5	7	8	-3	6
	P	0.3	0.14	0.16	0.1	0.2	0.1		
5.4	X	-4	-3	-2	0	1	2	0	1
	P	0.2	0.08	0.23	0.27	0.12	0.1		
5.5	X	1	2	4	5	7	9	3	8
	P	0.19	0.21	0.06	0.14	0.12	0.28		
6.6	X	-1	0	2	3	5	7	-4	4
	P	0.26	0.14	0.07	0.2	0.03	0.3		
5.7	X	-2	-1	0	3	5	7	1	6
	P	0.18	0.09	0.01	0.2	0.22	0.3		
5.8	X	1	2	4	5	6	8	0	6
	P	0.3	0.17	0.13	0.1	0.2	0.1		
5.9	X	1	2	3	4	7	9	5	8
	P	0.11	0.29	0.06	0.14	0.17	0.23		
5.10	X	0	1	2	3	7	9	4	8
	P	0.06	0.14	0.3	0.25	0.15	0.1		
5.11	X	-3	-2	0	1	2	4	-1	3
	P	0.15	0.3	0.01	0.14	0.19	0.21		
5.12	X	-1	0	3	5	7	8	1	6
	P	0.25	0.14	0.16	0.1	0.2	0.15		
5.13	X	-4	-3	-2	0	2	4	-1	3
	P	0.2	0.07	0.24	0.26	0.13	0.1		
5.14	X	-3	-1	0	3	4	7	-2	6
	P	0.12	0.09	0.01	0.2	0.28	0.3		
5.15	X	-1	0	1	3	7	8	2	6
	P	0.26	0.14	0.15	0.2	0.1	0.15		
5.16	X	-2	-1	0	1	2	7	-3	5
	P	0.17	0.09	0.01	0.3	0.23	0.2		
5.17	X	1	2	3	5	6	7	0	4
	P	0.1	0.14	0.16	0.1	0.2	0.3		
5.18	X	-3	-1	0	3	5	6	-2	4
	P	0.16	0.09	0.01	0.3	0.24	0.2		
5.19	X	1	2	5	6	7	8	3	6
	P	0.2	0.15	0.15	0.1	0.3	0.1		
5.20	X	-1	0	2	4	7	8	1	5
	P	0.23	0.18	0.12	0.2	0.1	0.17		
5.21	X	1	2	4	5	6	8	0	7
	P	0.3	0.14	0.16	0.03	0.2	0.17		
5.22	X	-4	-3	-1	0	1	3	-2	2
	P	0.2	0.03	0.24	0.26	0.17	0.1		
5.23	X	1	2	3	4	7	9	0	8
	P	0.17	0.23	0.09	0.11	0.12	0.28		
5.24	X	0	1	3	5	7	8	2	6

	P	0.2	0.14	0.16	0.12	0.3	0.08		
5.25	X	-5	-3	-2	0	1	3	-4	2
	P	0.2	0.06	0.21	0.29	0.14	0.1		
5.26	X	1	2	3	5	8	9	4	7
	P	0.18	0.22	0.05	0.15	0.12	0.28		
5.27	X	1	3	4	5	7	8	2	6
	P	0.3	0.16	0.14	0.01	0.2	0.19		
5.28	X	-5	-3	-1	0	1	3	-4	2
	P	0.1	0.03	0.14	0.36	0.17	0.2		
5.29	X	0	2	3	4	6	8	1	7
	P	0.26	0.14	0.05	0.15	0.12	0.28		
5.30	X	-1	0	2	3	7	8	1	6
	P	0.21	0.16	0.14	0.1	0.2	0.19		

6. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)$. Найти:

а) функцию распределения $F(x)$;

б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, моду, медиану;

в) вероятность попадания X в интервал $(a;b)$.

Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№	$f(x)$	a	b	№	$f(x)$	a	b
6.1	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > 4 \\ \frac{x}{8}, 0 < x \le 4 \end{cases}$	1	3	6.16	$\begin{cases} 0, \ x \le 0, x > 3 \\ \frac{2}{3}\left(1 - \frac{x}{3}\right), \ 0 < x \le 3 \end{cases}$	-1	2
6.2	$\begin{cases} 0, x \le -3, x > -2 \\ \frac{6}{x^2}, -3 < x \le -2 \end{cases}$	-2,5	0	6.17	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > \frac{\pi}{6} \\ 4\sin 2x, 0 < x \le \frac{\pi}{6} \end{cases}$	0	$\frac{\pi}{12}$
6.3	$\begin{cases} 0, x \le -\frac{\pi}{2}, x > \frac{\pi}{2} \\ 0{,}5\cos x, -\frac{\pi}{2} < x \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$	0	$\frac{\pi}{4}$	6.18	$\begin{cases} 0, x \le 1, x > 2 \\ \frac{2}{x^2}, 1 < x \le 2 \end{cases}$	0	1,5
6.4	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > 1 \\ \frac{4}{\pi(1+x^2)}, 0 < x \le 1 \end{cases}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	6.19	$\begin{cases} 0, \ x \le 2, x > 3 \\ \frac{2x}{5}, \ 2 < x \le 3 \end{cases}$	1	2,5
6.5	$\begin{cases} 0, \ x \le 0, x > 3/4 \\ \frac{2}{\pi\sqrt{1-x^2}}, \ 0 < x \le 3/4 \end{cases}$	0	$\frac{1}{2}$	6.20	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{6}{\pi(1+x^2)}, 0 < x \le \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$	0,1	1

6.6	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > \pi \\ 0{,}5\sin x, 0 < x \le \pi \end{cases}$	0	$\frac{\pi}{2}$	6.21	$\begin{cases} 0, \ x \le -1, x > 2 \\ \frac{1}{9}(x+1)^2, \ -1 < x \le 2 \end{cases}$	0	1
6.7	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > 2 \\ \frac{x+2}{6}, 0 < x \le 2 \end{cases}$	1	2	6.22	$\begin{cases} 0, x \le 0, x \ge \frac{1}{2} \\ \frac{6}{\pi\sqrt{1-x^2}}, 0 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$	$\frac{1}{4}$	1
6.8	$\begin{cases} 0, \ x \le 4, x > 5 \\ \frac{2x}{9}, \ 4 < x \le 5 \end{cases}$	3	4,5	6.23	$\begin{cases} 0, x \le 3, x > 5 \\ \frac{7{,}5}{x^2}, 3 < x \le 5 \end{cases}$	2	4
6.9	$\begin{cases} 0, x \le \frac{\pi}{2}, x > \frac{5\pi}{6} \\ -2\cos x, \frac{\pi}{2} < x \le \frac{5\pi}{6} \end{cases}$	0	$\frac{2\pi}{3}$	6.24	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > \frac{\pi}{6} \\ 6\sin 3x, 0 < x \le \frac{\pi}{6} \end{cases}$	0	$\frac{\pi}{12}$
6.10	$\begin{cases} 0, x \le 1, x > 2 \\ 3(x-1)^2, 1 < x \le 2 \end{cases}$	1,5	2	6.25	$\begin{cases} 0, x \le 1, x > 2 \\ 2x - 2, 1 < x \le 2 \end{cases}$	0	1,5
6.11	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > \frac{\pi}{4} \\ 2\cos 2x, 0 < x \le \frac{\pi}{4} \end{cases}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	6.26	$\begin{cases} 0, x \le -2, x > 2 \\ \frac{1}{2\pi}\sqrt{4-x^2}, -2 < x \le 2 \end{cases}$	0	1
6.12	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > 4 \\ \frac{1}{2}(1-\frac{x}{4}), 0 < x \le 4 \end{cases}$	1	3	6.27	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > 5 \\ \frac{2}{5}(1-\frac{x}{5}), 0 < x \le 5 \end{cases}$	1	4
6.13	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > 2 \\ \frac{x+1}{4}, 0 < x \le 2 \end{cases}$	-1	1	6.28	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > \frac{\pi}{6} \\ 3\cos 3x, 0 < x \le \frac{\pi}{6} \end{cases}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{9}$
6.14	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > 1 \\ 3x^2, 0 < x \le 1 \end{cases}$	0,2	1,2	6.29	$\begin{cases} 0, x \le -3, x > 3 \\ \frac{1}{2\pi}\sqrt{9-x^2}, -3 < x \le 3 \end{cases}$	0	2
6.15	$\begin{cases} 0, x \le 0, x > \frac{\pi}{3} \\ 2\sin x, 0 < x \le \frac{\pi}{3} \end{cases}$	0	$\frac{\pi}{6}$	6.30	$\begin{cases} 0, x \le 1, x > 4 \\ \frac{2x}{15}, 1 < x \le 4 \end{cases}$	2	3

7. Проводятся испытания N изделий на надёжность, причём вероятность не выдержать испытания для каждого изделия равна m%. Составить закон распределения числа изделий, не выдержавших испытания (случайная величина X). Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

№	N	m	№	N	m	№	N	m

7.1	3	10	7.11	4	15	7.21	3	11
7.2	2	12	7.12	5	13	7.22	2	16
7.3	4	20	7.13	3	14	7.23	4	29
7.4	5	25	7.14	2	20	7.24	5	10
7.5	3	30	7.15	4	27	7.25	3	17
7.6	2	10	7.16	5	20	7.26	2	21
7.7	4	15	7.17	3	19	7.27	4	22
7.8	5	17	7.18	2	23	7.28	5	24
7.9	3	12	7.19	4	11	7.29	3	18
7.10	2	15	7.20	5	28	7.30	2	22

8. Аппарат состоит из N элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна p и не зависит от состояния других элементов. Требуется:

а) составить закон распределения числа отказавших элементов;

б) какова вероятность отказа не менее m элементов в год?

№	N	m	p	№	N	m	p	№	N	m	p
8.1	2000	4	0,001	8.11	1500	6	0,005	8.21	1000	6	0,005
8.2	1000	5	0,007	8.12	4000	2	0,006	8.22	4500	2	0,003
8.3	3000	7	0,004	8.13	8000	2	0,001	8.23	2000	4	0,001
8.4	2000	5	0,002	8.14	6500	6	0,002	8.24	1000	5	0,007
8.5	1000	6	0,005	8.15	3000	2	0,005	8.25	3000	7	0,004
8.6	5000	2	0,001	8.16	1500	3	0,002	8.26	2000	5	0,002
8.7	2000	4	0,001	8.17	2000	4	0,001	8.27	1000	6	0,005
8.8	1500	5	0,008	8.18	1000	5	0,007	8.28	6500	8	0,007
8.9	3500	7	0,004	8.19	3500	1	0,002	8.29	7000	6	0,002
8.10	2000	2	0,003	8.20	2000	5	0,001	8.30	5500	9	0,004

9а. Варианты 1-15.

Цена деления измерительного прибора равна a. Показания прибора округляются до ближайшего целого деления. Случайная величина X – ошибка при округлении отсчёта. Найти:

а) её плотность распределения $f(x)$;

б) функцию распределения $F(x)$;

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность того, что при отсчёте будет сделана ошибка меньшая (большая) m.

Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

9б. Варианты 16 – 30.

Поезда метро идут строго по расписанию. Интервал движения a минут. Случайная величина X – время ожидания поезда. Найти:

а) её плотность распределения $f(x)$;

б) функцию распределения $F(x)$;

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать поезда менее (более) m минут.

Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

№	a	m	№	a	m	№	a	m
9.1	0,2	0,04	9.11	0,3	0,08	9.21	19	8
9.2	0,3	0,02	9.12	0,6	0,01	9.22	20	5
9.3	0,1	0,06	9.13	0,9	0,06	9.23	25	5
9.4	0,5	0,01	9.14	0,5	0,05	9.24	9	3
9.5	0,6	0,05	9.15	0,8	0,07	9.25	14	7
9.6	0,9	0,02	9.16	5	3	9.26	18	9
9.7	0,1	0,08	9.17	10	4	9.27	24	8
9.8	0,7	0,01	9.18	15	5	9.28	6	3
9.9	0,4	0,06	9.19	6	2	9.29	12	6
9.10	0,5	0,07	9.20	20	10	9.30	16	8

10. Время безотказной работы элемента (случайная величина T) имеет показательное распределение с параметром λ, где λ - интенсивность отказов, т.е. среднее число отказов в единицу времени. Найти:

а) плотность распределения $f(t)$;

б) функцию распределения $F(t)$, указать её вероятностный смысл;

в) функцию надёжности $R(t)$, указать её вероятностный смысл;

г) математическое ожидание, дисперсию;

д) вероятность того, что за время t элемент откажет и вероятность того, что за время t элемент не откажет.

Построить графики $F(t)$, $R(t)$ и $f(t)$.

№	λ	t	№	λ	t	№	λ	t
10.1	1	5	10.11	2	5	10.21	3	8
10.2	2	10	10.12	3	10	10.22	4	4
10.3	3	6	10.13	4	6	10.23	6	3
10.4	4	8	10.14	6	8	10.24	7	2
10.5	6	4	10.15	7	4	10.25	8	1
10.6	7	3	10.16	8	3	10.26	9	10
10.7	8	2	10.17	9	2	10.27	10	6
10.8	9	1	10.18	10	1	10.28	1	7
10.9	10	7	10.19	1	10	10.29	2	8
10.10	1	9	10.20	2	6	10.30	3	2

11. Случайное отклонение размера изделия от номинала (случайная величина X) подчиняется нормальному закону распределения с параметрами a и σ. Найти:

а) плотность распределения $f(x)$;

б) функцию распределения $F(x)$;

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность попадания в интервал $(\alpha;\beta)$;

д) вероятность того, что отклонение от номинала не превосходит по абсолютной величине δ.

Построить графики $F(t)$ и $f(t)$.

№	a	σ	α	β	δ	№	a	σ	α	β	δ
11.1	10	1	8	14	2	11.16	10	2	9	14	2
11.2	12	2	7	14	3	11.17	12	4	5	14	3
11.3	14	3	10	15	5	11.18	14	1	9	15	5
11.4	11	5	9	12	3	11.19	11	6	8	12	3
11.5	13	2	6	13	2	11.20	13	4	6	17	2
11.6	12	3	7	15	4	11.21	12	9	8	15	4
11.7	10	2	8	17	2	11.22	10	3	6	17	2
11.8	12	4	6	14	6	11.23	12	5	6	13	6
11.9	14	6	11	19	5	11.24	14	2	12	19	5
11.10	15	5	8	12	3	11.25	15	3	4	12	3
11.11	17	4	6	14	2	11.26	17	1	5	14	2
11.12	12	5	7	18	4	11.27	12	4	9	18	4
11.13	18	5	6	12	3	11.28	11	3	4	12	3
11.14	10	4	6	15	2	11.29	17	2	5	19	5
11.15	12	3	5	18	4	11.30	13	5	6	18	3

1.3 Решение типового варианта

1. На оптовой базе имеются изделия трёх сортов: 40 изделий первого сорта, 50 - второго, 30 - третьего (всего 120 изделий). Найти:

а) относительную частоту изделий первого сорта;

б) вероятность того, что все 20 выбранных наудачу изделий будут первого сорта;

в) вероятность того, что среди 20 выбранных наудачу изделий будет 9 первого сорта;

г) вероятность того, что среди 20 выбранных наудачу изделий будет 9 первого сорта, 6 - второго, 5- третьего;

д) вероятность того, что среди 20 выбранных наудачу изделий будет хотя бы одно первого сорта.

Решение:

а) относительной частотой события A (обозначается $P^*(A)$) называется отношение числа m испытаний, в которых событие A появилось, к общему числу n произведённых испытаний: $P^*(A) = m/n$.

Пусть A – выбор изделия первого сорта, тогда $P^*(A) = 40/120 = 1/3$;

В остальных пунктах используем классическое определение вероятности события A: $P(A) = m/n$, где m – число испытаний, благоприятствующих появлению события A, n – общее число испытаний;

б) пусть событие A - все 20 выбранных изделий будут первого сорта. Общее число элементарных событий равно числу различных способов взять 20 изделий из 120, т.е. $n = C_{120}^{20}$; число благоприятствующих событий равно числу различных способов взять из 40 изделий первого сорта 20, т.е. $m = C_{40}^{20}$. Таким образом, $P(A) = m/n = C_{40}^{20} / C_{120}^{20} = 4{,}679 \times 10^{-12}$;

в) пусть событие A – среди 20 выбранных изделий будет 9 первого сорта. Как выше сказано, $n = C_{120}^{20}$. Число m благоприятствующих событию A элементарных событий находится по одному из правил комбинаторики: пусть во множестве из n элементов имеются s подмножеств, состоящих соответственно из $n_1, n_2, ..., n_s$ элементов $(\sum_1^s n_i = n)$. Тогда, если из этого множества происходит отбор по схеме: m_1 из n_1 элементов, m_2 из n_2 элементов,…, m_s из n_s элементов, то общее число N способов образования s групп по $m_1, m_2, ..., m_s$ элементов без учёта порядка в каждой из них равно $N = C_{n_1}^{m_1} C_{n_2}^{m_2} \ldots C_{n_s}^{m_s}$. Таким образом, в этом пункте $m = C_{40}^{9} \cdot C_{80}^{11}$, где C_{40}^{9} равно числу различных способов выбрать 9 изделий первого сорта из 40 первого сорта, а C_{80}^{11} равно числу различных способов выбрать 11 изделий не первого сорта из 80 не первого сорта. Итак, $P(A) = m/n = C_{40}^{9} \cdot C_{80}^{11} / C_{120}^{20} = 0{,}097$;

г) пусть событие A - среди 20 выбранных наудачу изделий 9 первого сорта, 6 - второго, 5 - третьего. Для решения задачи также используем классическое определение вероятности события A: $P(A) = m/n$, где n число всех возможных способов выбора 20 изделий из имеющихся 120, т.е. $n = C_{120}^{20}$. Число m благоприятствующих событию A элементарных событий находится по выше приведённому правилу комбинаторики, т.е. $m = C_{40}^{9} \cdot C_{50}^{4} \cdot C_{30}^{5}$. Поэтому $P(A) = m/n = 0{,}021$.

д) пусть событие A – среди 20 выбранных изделий будет хотя бы одно первого сорта, тогда противоположное событие $\overline{A}$ - среди 20 выбранных изделий не будет ни одного изделия первого сорта. Как в случае б) вероятность этого события найдём по формуле: $P(\overline{A}) = m/n = C_{80}^{20} / C_{120}^{20} = 1{,}2 \times 10^{-4}$. Тогда вероятность события A равна: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 1{,}2 \times 10^{-4} \approx 1$, т.е. это событие почти достоверное.

При вычислении числа сочетаний была использована функция combin в Mathcad. Ниже приведена копия файла, в котором combin(Q,R) введена как

функция пользователя C(Q,R), позволяющая получать значения сочетаний при произвольных Q и R.

$C(40,9) = 2.734 \times 10^{8}$ $\quad C(Q,R) := combin(Q,R)$

$C(80,11) = 1.048 \times 10^{13}$

$C(120,20) = 2.946 \times 10^{22}$

$C(40,20) = 1.378 \times 10^{11}$

$\frac{C(80,20)}{C(120,20)} = 1.2 \times 10^{-4}$

$\frac{C(40,9)\cdot C(80,11)}{C(120,20)} = 0.097$

$\frac{C(40,9)\cdot C(50,6)\cdot C(30,5)}{C(120,20)} = 0.021$

2. Три орудия стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель 0,75; 0,8; 0,9 соответственно для первого, второго и третьего орудия. Найти вероятность того, что:

а) все три орудия попадут в цель;

б) попадёт только одно;

в) попадут два, одно промахнётся;

г) попадёт хотя бы одно.

Решение: пусть событие A_1 – попадание в цель первым орудием, A_2 – вторым, A_3 – третьим. По условию $P(A_1)$=0,75, $P(A_2)$=9,8, $P(A_3)$=0,9.

а) пусть событие A - все три попадут в цель, тогда $A = A_1A_2A_3$ и, т.к. A_1, A_2, A_3 события независимые, то $P(A) = P(A_1A_2A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = = 0{,}75 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}54$;

б) пусть событие B - попадёт только одно, тогда $B = A_1\overline{A}_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1A_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1\overline{A}_2A_3$, где $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \overline{A}_3$ события противоположные A_1, A_2, A_3, т.е. промах первого, второго и третьего орудия соответственно. Так как $P(\overline{A}_1) = 1 - P(A_1) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$, $P(\overline{A}_2) = 1 - P(A_2) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$, $P(\overline{A}_3) = 1 - P(A_3) = = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$ и т.к. слагаемые есть события несовместные, то $P(B) = P(A_1\overline{A}_2\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1A_2\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3) = 0{,}75 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}1 + 0{,}25 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}25 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}9 =$ 0,08;

в) событие C - попадут два, одно промахнётся, составляется аналогично, как в предыдущем пункте, т.е. $C = A_1A_2\overline{A}_3 + \overline{A}_1A_2A_3 + A_1\overline{A}_2A_3$. Его вероятность определяется также аналогично:

$P(C) = 0{,}75 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}25 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 + 0{,}75 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}9 = 0{,}3456$;

г) пусть событие D - попадёт хотя бы один стрелок, рассмотрим противоположное событие $\overline{D}$ - промахнутся все три. Т.к. $\overline{D} = \overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$, то $P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - P(\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3) = 1 - 0{,}25 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}1 = 0{,}995$.

3. На склад поступило три партии ламп. В первой партии n_1=100 ламп, во второй - n_2=300, в третьей - n_3 = 1000 - $n_1 - n_2$= 600. В первой партии 5% бракованных ламп, во второй - 4%, в третьей - 6%. Требуется:

а) найти вероятность того, что наудачу выбранная лампа будет бракованной;

б) наудачу выбранная лампа оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она из 2 – ой партии.

Решение: пусть событие A – наудачу выбранная лампа будет бракованной; а события B_1, B_2, B_3 - выбранная лампа соответственно из первой, второй, третьей партии (эти события называются гипотезами).

а) вероятность события A находится по формуле полной вероятности: $P(A) = P(B_1)P(A/B_1)+P(B_2)P(A/B_2)+P(B_3)P(A/B_3)$, где $P(A/B_i)$ – условные вероятности того, что выбранная лампа из i– ой партии (i=1,2,3). По условию задачи имеем: $P(B_1)$ = 100/1000 = 0,1; $P(B_2)$ = 300/1000 = 0,3; $P(B_3)$ = 600/1000 = 0,6; $P(A/B_1)$=0,05; $P(A/B_2)$=0,04; $P(A/B_3)$=0,06. Поэтому $P(A) = 0.1\cdot 0.05 + 0{,}3\cdot 0{,}04 + 0{,}6\cdot 0{,}06 = 0{,}053$;

б) в этом пункте требуется найти условную вероятность $P(B_2/A)$. Используем для этого формулу Байеса: $P(B_i/A) = \dfrac{P(B_i/A)P(A/B_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(B_k)P(A/B_k)}$, $i = 1,2,\ldots,n$.

В нашем случае $P(B_2/A) = \dfrac{P(B_2/A)P(A/B_2)}{\sum_{k=1}^{3} P(B_k)P(A/B_k)} = \dfrac{0{,}3\cdot 0{,}04}{0{,}053} = 0{,}226.$

4. Вероятность появления события A в каждом испытании равна 0,8. Найти вероятность того, что в n испытаниях событие A появится:

а) ровно k_1 раз (событие A);

б) не менее k_1 раз(событие B);

в) не более k_2 раз(событие C);

г) хотя бы один раз (для нечётных вариантов, где n=10) (событие D);

д) от k_1 до k_2 раз (для чётных вариантов, где n=100) (событие E).

Решение: в этой задаче используются формулы, содержащие вероятность того, что в n испытаниях событие A появится k раз, обозначается $P_n(k)$. В зависимости от условий задачи к её решению подходят по- разному:

1) пусть n =10, k_1=9, k_2=2 (для нечётных вариантов). Здесь n не велико, поэтому вероятность события A можно найти точно по формуле Бернулли: $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, где $q = 1 - p$, $(k = 0,1,2,..n)$. Вероятности событий B и C определяются как суммы вероятностей: $P_n(k) + P_n(k+1) + \ldots + P_n(n)$- вероятность того, что событие произойдёт не менее, чем k раз в n

независимых испытаниях, т.е. или k, или $k+1,\ldots$, или n раз; $P_n(0)+P_n(1)+\ldots+P_n(k)$ - вероятность того, что событие произойдёт не более k раз в n независимых испытаниях, т.е. или 0, или 1, или 2,…, или k раз. Эти вероятности называют кумулятивными (накопленными). Таким образом,

а) $P(A)=P_{10}(9)=C(10,9)\cdot 0.8^{9}\cdot 0.2^{1}=0.268$;

б) $P(B)=P_{10}(9)+P_{10}(10)=1{,}246\times 10^{-9}$;

в) $P(C)=P_{10}(0)+P_{10}(1)+P_{10}(2)=0{,}96$;

г) рассмотрим событие $\overline{D}$, противоположное *D*. $\overline{D}$ - в серии из 10 независимых испытаний событие A не появилось ни разу. Тогда $P(D)=1-P(\overline{D})=1-P_{10}(0)\approx 0{,}566$;

Ниже приведена копия файла из Mathcad с вычислениями.

$C(Q,R):=\text{combin}(Q,R)$

$C(10,9)\cdot 0.8^{9}\cdot 0.2^{1}=0.268$

$C(10,9)\cdot 0.08^{9}\cdot 0.92^{1}+C(10,10)\cdot 0.08^{10}\cdot 0.92^{0}=1.246\times 10^{-9}$

$C(10,0)\cdot 0.08^{0}\cdot 0.92^{10}+C(10,1)\cdot 0.08^{1}\cdot 0.92^{9}+C(10,2)\cdot 0.08^{2}\cdot 0.92^{8}=0.96$

$1-C(10,0)\cdot 0.08^{0}\cdot 0.92^{10}=0.566$

- пусть n =100, k_1=70, k_2=80 (для чётных вариантов). Поскольку число независимых испытаний n велико, то вероятность $P_n(k)$ появления события A k раз в n испытаниях определяется по локальной теореме Муавра-Лапласа и приближённо равна: $P_n(k)\cong\frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x)$, где $x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}}$, $0<p<1$, $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-x^2/2)$ (значения этой функции находят из таблиц или с помощью встроенной функции dnorm в системе Mathcad).

Для определения вероятностей событий *B*, *C* и *E* используют интегральную теорему Муавра-Лапласа: вероятность $P_n(k_1,k_2)$ того, что число k появления некоторого события будет находится в промежутке от k_1 до k_2 приближённо равна $P_n(k_1,k_2)\approx\Phi(x_2)-\Phi(x_1)$, где $x_2=\frac{k_2-np}{\sqrt{npq}}$, $x_1=\frac{k_1-np}{\sqrt{npq}}$, $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x\exp(-t^2/2)dt$ - функция Лапласа (или интеграл вероятностей), значения которой находятся из специальных таблиц или с помощью встроенной функции pnorm в системе Mathcad:

а) $P(A)=P_{100}(80)\cong\frac{1}{\sqrt{100\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2}}\varphi(2{,}5)=0{,}018/4=0{,}0045$; $x=\frac{70-100\cdot 0{,}8}{\sqrt{100\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2}}=-2{,}5$;

б) $P(B)=P_{100}(k\ge 80)=P_{100}(80{,}100)\approx\Phi(x_3)-\Phi(x_2)=0{,}5$; $x_2=0$, $x_3=5$;

в) $P(C)=P_{100}(k\le 70)=P_{100}(0{,}70)\approx\Phi(x_1)-\Phi(x_4)=0{,}006$; $x_1=-2{,}5$, $x_4=-20$;

д) $P(E)=P_{100}(70,80)\approx\Phi(x_2)-\Phi(x_1)=0{,}494,\ x_2=0,\ x_1=-2{,}5.$

Ниже приведена копия файла, в котором сделаны вычисления в системе Mathcad.

$n := 100 \qquad k1 := 70 \qquad k2 := 80$

$p := 0.8 \qquad q := 1 - p$

$x1 := \frac{k1 - n\cdot p}{\sqrt{n\cdot p\cdot q}} \qquad x2 := \frac{k2 - n\cdot p}{\sqrt{n\cdot p\cdot q}} \qquad x3 := \frac{n - n\cdot p}{\sqrt{n\cdot p\cdot q}} \qquad x4 := \frac{0 - n\cdot p}{\sqrt{n\cdot p\cdot q}}$

$x1 = -2.5 \qquad x2 = 0$

$pnorm(x2,0,1) - pnorm(x1,0,1) = 0.494 \qquad dnorm(x1,0,1) = 0.018$

$pnorm(x3,0,1) - pnorm(x2,0,1) = 0.5$

$pnorm(x1,0,1) - pnorm(x4,0,1) = 6.21 \times 10^{-3}$

или другой вариант

$\Phi(x) := pnorm(x,0,1) - 0.5$

$P(k1,k2) := \Phi(x2) - \Phi(x1)$

$\Phi(x1) = -0.494 \qquad \Phi(x2) = 0$

$P(k1,k2) = 0.494 \qquad x3 = 5 \qquad x4 = -20$

$\Phi(x3) = 0.5 \qquad \Phi(x4) = -0.5$

$\Phi(x3) - \Phi(x2) = 0.5 \qquad \Phi(x1) - \Phi(x4) = 6.21 \times 10^{-3}$

- известна ещё одна формула для определения вероятности $P_n(k)$, которую применяют, если n велико, p мало, а произведение $\lambda = n\cdot p$ - небольшое число. Это формула Пуассона $P_n(k)\approx\lambda^k\cdot e^{-\lambda}/k!$.

Пусть n=1000, k=6, p=0,003, $\lambda = 1000\cdot 0{,}003 = 3$, поэтому $P(A)$ = $= P_{1000}(6) = 3^6\cdot e^{-3}/6! = 0{,}05$.

При вычислении можно использовать таблицу значений функции $p(k,\lambda)=\lambda^k\cdot e^{-\lambda}/k!$, приводимую в некоторых учебниках, или функцию dpois в Mathcad. Ниже приведена копия файла, в котором проведены вычисления в Mathcad.

$p(k,\lambda) := dpois(k,\lambda) \qquad p(6,3) = 0.05$

5. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения

X	0	10	20	30	40	50
P	0,05	0,15	0,3	0,25	0,2	0,05

Найти:

а) функцию распределения $F(x)$, построить график $F(x)$;

б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, моду;

в) вероятность попадания X в интервал (15;45).

Решение:

а) функция распределения $F(x)$ (интегральная функция распределения) случайной величины X определяет вероятность события $X<x$. Для дискретной случайной величины она находится по формуле $F(x)=P(X<x)=\sum_{x_i<x} p_i =$ $=\sum_{x_i<x} P(X=x_i)$, где суммирование ведётся по всем i, для которых $x_i<x$.

Итак,

- если $x\le 0$, то $F(x)=P(X<0)=0$;
- если $0<x\le 10$, то $F(x)=P(X=0)=0{,}05$;
- если $10<x\le 20$, то $F(x)=P(X=0)+P(X=10)=0{,}05+0{,}15=0{,}2$;
- если $20<x\le 30$, то

$F(x)=P(X=0)+P(X=10)+P(X=20)=0{,}2+0{,}3=0{,}5$;

- если $30<x\le 40$, то

$F(x)=P(X=0)+P(X=10)+P(X=20)+P(X=30)=0{,}5+0{,}25=0{,}75$;

- если $40<x\le 50$, то

$F(x)=P(X=0)+P(X=10)+P(X=20)+P(X=30)+$

$+P(X=40)=0{,}75+0{,}2=0{,}95$;

- если $x>50$, то $F(x)=P(X=0)+P(X=10)+P(X=20)+P(X=30)+$ $+P(X=40)+P(X=50)=0{,}95+0{,}05=1$.

Таким образом, $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x\le 0 \\ 0{,}05, \text{ если } 0<x\le 10 \\ 0{,}2, \text{ если } 10<x\le 20 \\ 0{,}5, \text{ если } 20<x\le 30 \\ 0{,}75, \text{ если } 30<x\le 40 \\ 0{,}95, \text{ если } 40<x\le 50 \\ 1, \text{ если } x>50 \end{cases}$;

График построен в системе Mathcad (см. ниже);

б) найдём числовые характеристики. Для дискретной случайной величины математическое ожидание равно сумме произведений всех её возможных значений на вероятности этих значений: $M(X)=\sum_i x_i p_i$. Поэтому

$M(X)=0\cdot 0{,}15+10\cdot 0{,}15+20\cdot 0{,}3+30\cdot 0{,}25+40\cdot 0{,}2+50\cdot 0{,}05=25{,}5.$

Дисперсия случайной величины X находится либо по формуле $D(X)=M[X-M(X)]^2$, либо по формуле $D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2$. Для

дискретной случайной величины эти формулы перепишутся так: $D(X)=\sum_i (x_i - M(X))^2 \cdot p_i$ или $D(X)=\sum_i x_i{}^2 p_i - (\sum_i x_i p_i)^2$. Среднее квадратическое отклонение равно $\sigma(x)=\sqrt{D(x)}$; мода дискретной случайной величины (обозначается M_0) – это её значение, принимаемое с наибольшей вероятностью; вероятность попадания X в интервал $(a;b)$ находится по формуле $P(a;b)=F(b)-F(a)$. В нашей задаче эти величины равны:

$D(x)$=154,75; $\sigma(x)=\sqrt{154,75}=12,44$; M_0=20;

$P(15;45)=F(45)-F(15)$=0,75.

Ниже приведена копия файла, в котором сделаны вычисления в системе Mathcad, причём вычисление дисперсии проведено по обеим формулам.

ORIGIN= 1 $\quad s := (0 \;\; 10 \;\; 20 \;\; 30 \;\; 40 \;\; 50)$

$M := s^T \cdot p^T \quad p := (0.05 \;\; 0.15 \;\; 0.3 \;\; 0.25 \;\; 0.2 \;\; 0.05)$

$M = 25.5$

$s0 := s^T - M \quad s0 = \begin{pmatrix} -25.5 \\ -15.5 \\ -5.5 \\ 4.5 \\ 14.5 \\ 24.5 \end{pmatrix}$

$D := \left[\overrightarrow{(s0 \cdot s0)}\right]^T \cdot p^T$

$D = 154.75$

$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \le 0 \\ 0.05 & \text{if } 0 < x \le 10 \\ 0.2 & \text{if } 10 < x \le 20 \\ 0.5 & \text{if } 20 < x \le 30 \\ 0.75 & \text{if } 30 < x \le 40 \\ 0.95 & \text{if } 40 < x \le 50 \\ 1 & \text{if } x > 50 \end{cases}$

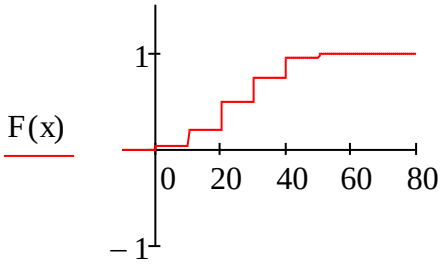
$s2 := \left(0^2 \;\; 10^2 \;\; 20^2 \;\; 30^2 \;\; 40^2 \;\; 50^2\right)$

$D1 := s2^T \cdot p^T - M^2$

$D1 = 154.75$

$\sigma := \sqrt{D} = 12.44$

$F(45) - F(15) = 0.75$



6. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x\le 0\\ \frac{2}{9}(3x-x^2), \text{ если } 0<x\le 3\\ 0, \text{ если } x>3\end{cases}$. Найти:

а) функцию распределения $F(x)$;

б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, моду, медиану;

в) вероятность попадания X в интервал (1;4).

Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

Решение:

а) функцию распределения находим по формуле $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} f(x)dx$. Итак:

- если $x\le 0$, то $f(x)=0$, поэтому $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{0} 0\,dx=0$;

- если $0<x\le 3$, то $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{0} 0\,dx+\int\limits_{0}^{x}\frac{2}{9}(3x-x^2)dx=-\frac{x^2(2x-9)}{27}$;

- если $x>3$, то $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{0} 0\,dx+\int\limits_{0}^{3}\frac{2}{9}(3x-x^2)dx+\int\limits_{3}^{x} 0\,dx=1$.

Таким образом, искомая функция распределения имеет вид: $F(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x\le 0\\ -\frac{x^2(2x-9)}{27}, \text{ если } 0<x\le 3;\\ 1, \text{ если } x>3\end{cases}$

б) числовые характеристики непрерывных случайных величин находятся по формулам: математическое ожидание - $M(x)=\int\limits_{-\infty(a)}^{\infty(b)} xf(x)dx$; дисперсия - $D(x)=\int\limits_{-\infty(a)}^{\infty(b)}(x-M(x))^2 f(x)dx$ или $D(x)=\int\limits_{-\infty(a)}^{\infty(b)} x^2 f(x)dx-\left[M(x)\right]^2$ (пределы интегрирования зависят от того, принадлежат ли возможные значения случайной величины всей оси Ox или интервалу $(a;b)$); среднее квадратическое отклонение - $\sigma(x)=\sqrt{D(x)}$; модой непрерывной случайной

величины X называется то её значение M_o, при котором плотность распределения максимальна; медианой непрерывной случайной величины X называется такое её значение M_e, для которого одинаково вероятно, окажется ли случайная величина меньше или больше M_e, т.е. $P(X < M_e) = P(X > M_e) = 0{,}5$.

Таким образом, в нашей задаче $M(x) = \int_0^3 2/9x(3x - x^2)dx = 1{,}5$;

$D(x) = \int_0^3 x^2 \cdot 2/9(3x - x^2)dx - 1{,}5^2 = 0{,}45$; $\sigma(X) = \sqrt{0{,}45} = 0{,}671$.

Для определения моды надо найти максимум функции $f(x) = 2/9(3x - x^2)$ на отрезке [0; 3]. Для этого находим производную и приравниваем её к нулю: $f'(x) = 2/3 - 4x/9$, $f'(x) = 0$ при x=3/2. Эта точка критическая. Проверяем её на экстремум: $f'(1) > 0$, $f'(2) < 0$, итак, при переходе через точку x=3/2 знак производной сменился с плюса на минус, значит, x=3/2 точка максимума, поэтому M_o=3/2. Заметим, что если $f(x)$ линейная функция, т.е. её график прямая линия, то максимум находится на концах отрезка, и M_o находят по графику $f(x)$.

Медиану находим из условия $P(X < M_e) = 0{,}5$, где $P(X < M_e) =$ $= P(-\infty < X < M_e) =$ $P(0 < X < M_e)$. Так как $P(0 < X < M_e) = \int_0^{M_e} 2/9(3x - x^2)dx =$ $= -M_e{}^2(2M_e - 9)/27$, то, решая уравнение $-M_e{}^2(2M_e - 9)/27 = 0{,}5$, получим три корня, из которых подходит один: $M_e = 1{,}5$.

Ниже приведёна копия файла с вычислениями в системе Mathcad.

$f(x) := \frac{2}{9}\cdot(3\cdot x - x^2)$ $\qquad \sqrt{\frac{9}{20}} = 0.671$

$\int_0^3 x\cdot f(x)\,dx \to \frac{3}{2} = 1.5$ $\qquad \int_0^3 x^2\cdot f(x)\,dx - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \to \frac{9}{20} = 0.45$

$\frac{d}{dx} f(x) \to \frac{2}{3} - \frac{4\cdot x}{9}$ $\qquad f1(x) := \frac{d}{dx} f(x)$

$\int_0^y f(x)\,dx \to -\frac{y^2\cdot(2\cdot y - 9)}{27}$ $\qquad f1(x)\ \text{solve} \to \frac{3}{2}$

$f1(1) = 0.222$ $\qquad f1(2) = -0.222$

$$-\frac{y^2\cdot(2\cdot y-9)}{27}-0.5 \text{ solve} \rightarrow \begin{pmatrix} 4.0980762113533159403 \\ -1.0980762113533159403 \\ 1.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.098 \\ -1.098 \\ 1.5 \end{pmatrix}$$

в) вероятность попадания X в интервал $(1;4)$ равна:

$$P(1<X<4)=P(1<X<3)+P(3<X<4)=\int_1^3 2/9(3x-x^2)dx+\int_3^4 0dx=0{,}741$$

или $P(1<X<4)=F(4)-F(1)=1-\left(-\frac{1\cdot(2-9)}{27}\right)=\frac{20}{27}=0{,}74.$

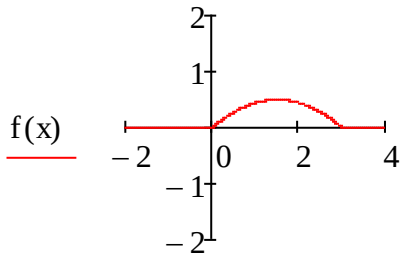
Ниже приведёна копия файла из Mathcad с вычислениями.

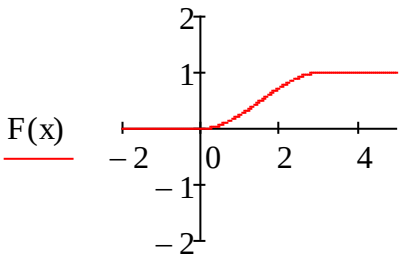
$$\int_1^3 f(x)\,dx \rightarrow \frac{20}{27}=0.741 \qquad f2(x):=-\frac{x^2\cdot(2\cdot x-9)}{27}$$

$$f2(1)=0.259 \qquad 1-0.259=0.741$$

Графики функций $F(x)$ и $f(x)$ построим в системе Mathcad:

$$f(x):=\begin{cases} 0 & \text{if } x\le 0 \\ \left[\frac{2}{9}\cdot\left(3\cdot x-x^2\right)\right] & \text{if } 0<x\le 3 \\ 0 & \text{if } x>3 \end{cases}, \qquad F(x):=\begin{cases} 0 & \text{if } x\le 0 \\ \frac{x^2\cdot(9-2\cdot x)}{27} & \text{if } 0<x\le 3 \\ 1 & \text{if } x>3 \end{cases},$$





7. Проводятся испытания 6 изделий на надёжность, причём вероятность не выдержать испытания для каждого изделия равна 25%. Составить закон распределения числа изделий, не выдержавших испытания (случайная величина X). Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Решение: дискретная случайная величина X – число изделий, не выдержавших испытания. Её возможные значения: $x_1=0$ (все изделия

выдержали испытания), $x_2 = 1$ (одно изделие не выдержало испытания) и т.д. $x_7 = 6$ (шесть изделий не выдержало испытания). Возможные значения независимы и вероятность появления каждого из них одинакова, поэтому случайная величина X распределена по биномиальному закону: $P(X = k) = P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, где $k = 0,1,2,\ldots,6$, $q = 1 - p$, $n = 6$.

Итак, $P(X = 0) = P_6(0) = C_6^0 0{,}25^0 0{,}75^6 = 0{,}178$;

$P(X = 1) = P_6(1) = C_6^1 0{,}25^1 0{,}75^5 = 0{,}356$; $P(X = 2) = P_6(2) = C_6^2 0{,}25^2 0{,}75^4 = 0{,}297$;

$P(X = 3) = P_6(3) = C_6^3 0{,}25^3 0{,}75^3 = 0{,}132$; $P(X = 4) = P_6(4) = C_6^4 0{,}25^4 0{,}75^2 = 0{,}033$;

$P(X = 5) = P_6(5) = C_6^5 0{,}25^5 0{,}75^1 = 0{,}004$; $P(X = 6) = P_6(6) = C_6^6 0{,}25^6 0{,}75^0 = 0{,}0002$.

Искомый закон распределения:

X	0	1	2	3	4	5	6
p	0,178	0,356	0,297	0,132	0,033	0,004	0,0002

Числовые характеристики биномиального распределения можно определить по известным формулам для дискретных случайных величин:

$M(X) = \sum_i x_i p_i$, $D(X) = \sum_i (x_i - M(X))^2 \cdot p_i$ или $D(X) = \sum_i x_i^{\,2} p_i - (\sum_i x_i p_i)^2$.

Однако проще воспользоваться свойствами математического ожидания и дисперсии, когда X – число появления события в n испытаниях: $M(X) = np$, $D(X) = npq$. Итак, в нашем случае $M(X) = 6 \cdot 0{,}25 = 1{,}5$, $D(X) = 6 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75 = 1{,}125$. $\sigma(x) = \sqrt{D(X)} \approx 1{,}06$.

Ниже приведена копия файла из Mathcad с вычислениями.

$C(Q,R) := \text{combin}(Q,R)$

$C(6,0) \cdot 0.25^{0} \cdot 0.75^{6} = 0.178$

$C(6,1) \cdot 0.25^{1} \cdot 0.75^{5} = 0.356$

$C(6,2) \cdot 0.25^{2} \cdot 0.75^{4} = 0.297$

$C(6,3) \cdot 0.25^{3} \cdot 0.75^{3} = 0.132$

$C(6,4) \cdot 0.25^{4} \cdot 0.75^{2} = 0.033$

$C(6,5) \cdot 0.25^{5} \cdot 0.75^{1} = 4.395 \times 10^{-3}$

$C(6,6) \cdot 0.25^{6} \cdot 0.75^{0} = 2.441 \times 10^{-4}$

Анализ биномиального распределения удобно проводить в среде Mathcad с использованием специальных функций с корневым словом binom (dbinom, pbinom, qbinom, rbinom). Например, функция dbinom(*k*,*n*,*p*) выводит значения вероятностей и т.д.

8. Аппарат состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Требуется:

а) составить закон распределения числа отказавших элементов;

б) найти вероятность отказа не менее 2 элементов в год.

Решение:

а) дискретная случайная величина X – число отказавших элементов распределена по закону Пуассона (предельный для биномиального закон распределения, когда вероятность p появления события в каждом испытании мала, а число n проводимых испытаний велико): $P(X=k)=P_n(k)\approx\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, где $\lambda=np=1000\cdot 0{,}001=1$, $k=0,1,2,\ldots,1000$, $n=1000$.

Таким образом, $P(X=0)=P_{1000}(0)\approx\frac{1^0}{0!}e^{-1}=0{,}368$;

$P(X=1)=P_{1000}(1)\approx\frac{1^0}{1!}e^{-1}=0{,}368$; $P(X=2)=P_{1000}(2)\approx\frac{1^2}{2!}e^{-1}=0{,}184$;

$P(X=3)=P_{1000}(3)\approx\frac{1^3}{3!}e^{-1}0{,}061$, и т.д. $P(X=10)=P_{1000}(10)\approx\frac{1^{10}}{10!}e^{-1}=0{,}0000001$ и т.д. Искомый закон распределения:

X	0	1	2	3	…	10	…	1000
p	0,368	0,368	0,184	0,061	…	0,0000001	…	0

Ниже приведена копия файла из Mathcad с вычислениями.

$p(k,\lambda) := dpois(k,\lambda)$

$p(0,1)=0.368$ $\quad p(4,1)=0.015$

$p(1,1)=0.368$ $\quad p(5,1)=3.066\times 10^{-3}$

$p(2,1)=0.184$ $\quad p(10,1)=1.014\times 10^{-7}$

$p(3,1)=0.061$ $\quad p(1000,1)=0$

б) вероятность отказа не менее двух элементов вычисляется по формуле:

$P(X\geq 2)=\sum_{k=2}^{1000}P_{1000}(k)$ или $P(X\geq 2)=1-P(X=0)-P(X=1)$ = 1 - 0,368 - 0,368 = 0,264.

В среде Mathcad закону распределения Пуассона соответствуют специальные функции с корневым словом pois (dpois, ppois, qpois, rpois). Например, функция dpois(k,n,p) выводит значения вероятностей и т.д.

9а. Цена деления измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляются до ближайшего целого деления. Случайная величина X – ошибка при округлении отсчёта. Найти:

а) плотность распределения $f(x)$;

б) функцию распределения $F(x)$;

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность того, что при отсчёте будет сделана ошибка, меньшая (большая) 0,04.

Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

Решение: случайная величина X – ошибка при округлении отсчёта распределена равномерно между двумя целыми делениями; $b-a=0{,}2$ – длина интервала, в котором заключены возможные значения X. Плотность равномерного распределения находится по формуле: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, \text{ если } x\in(a,b)\\ 0, \text{ если } x\notin(a,b)\end{cases}$, функция распределения – $F(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, \text{ если } a<x\le b\\ 1, \text{ если } x>b\end{cases}$; математическое ожидание и дисперсия – $M(X)=\dfrac{a+b}{2}$, $D(X)=\dfrac{(b-a)^2}{12}$; вероятность попадания в интервал (α,β) – $P(\alpha<X<\beta)=\dfrac{\beta-\alpha}{b-a}$. Поэтому в нашей задаче:

а) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{0{,}2}=5, \text{ если } x\in(0;0{,}2)\\ 0, \text{ если } x\notin(0;0{,}2)\end{cases}$;

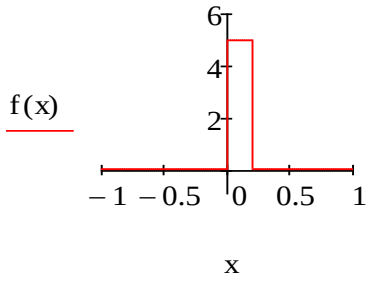
б) $F(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x\le 0\\ \dfrac{x}{0{,}2}=5x, \text{ если } 0<x\le 0{,}2\\ 1, \text{ если } x>0{,}2\end{cases}$;

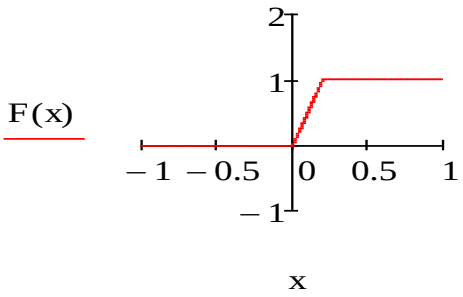
в) $M(X)=\dfrac{0{,}2+0}{2}=0{,}1$; $D(X)=\dfrac{(0{,}2-0)^2}{12}=0{,}003$;

г) ясно, что при отсчёте будет сделана ошибка, меньшая 0,04, если она попадёт в интервал (0; 0,04) или в интервал (0,16; 0,2) (событие A), т.е. вероятность этого события равна $P(A)=P(0<X<0{,}04)+P(0{,}16<X<0{,}2)=$ $=\dfrac{0{,}04-0}{0{,}2}+\dfrac{0{,}2-0{,}16}{0{,}2}=0{,}4$; при отсчёте будет сделана ошибка, большая 0,04, если она попадёт в интервал (0,04; 0,16) (событие B), т.е. вероятность этого события равна: $P(B)=P(0{,}04<X<0{,}16)=\dfrac{0{,}16-0{,}04}{0{,}2}=0{,}6$ или $P(B)=1-P(A)$.

Построим графики $F(x)$ и $f(x)$ в системе Mathcad.

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \le 0 \\ 5 & \text{if } 0 < x \le 0.2 \\ 0 & \text{if } x > 0.2 \end{cases} \qquad F(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \le 0 \\ (5 \cdot x) & \text{if } 0 < x \le 0.2 \\ 1 & \text{if } x > 0.2 \end{cases}$$





9б. Поезда метро идут строго по расписанию. Интервал движения 5 минут. Случайная величина X – время ожидания поезда. Найти:

а) плотность распределения $f(x)$;

б) функцию распределения $F(x)$;

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать поезда менее (более) 3 минут.

Построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

Решение: случайная величина X – время ожидания поезда распределена равномерно между двумя последовательными прибытиями поезда; $b-a=5$ – длина интервала, в котором заключены возможные значения X. Все формулы для равномерного распределения смотри в предыдущей задаче 9а.

В нашей задаче:

а) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{5}=0{,}2, \text{ если } x\in(0;5) \\ 0, \text{ если } x\notin(0;5) \end{cases}$;

б) $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x\le 0 \\ \dfrac{x}{5}=0{,}2x, \text{ если } 0<x\le 5 \\ 1, \text{ если } x>5 \end{cases}$;

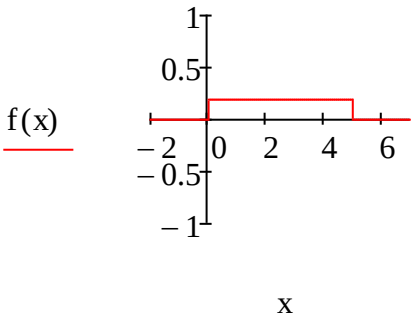
в) $M(X)=\dfrac{5+0}{2}=2{,}5$; $D(X)=\dfrac{(5-0)^2}{12}=2{,}08$;

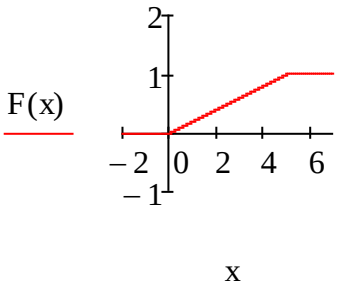
г) ясно, что пассажир будет ждать поезда менее 3 минут, если он подойдёт к остановке в интервал времени (0; 3), или, что всё равно, в интервал (2; 5) (событие A), т.е. вероятность этого события равна $P(A)=P(0<X<3)=$

$= \frac{3-0}{5} = 0{,}6$; пассажир будет ждать поезд более 3 минут, если он подойдёт к остановке в интервал времени (0; 2), или, что всё равно, в интервал (3; 5) (событие B), т.е. вероятность этого события равна $P(B) = P(3 < X < 5) = \frac{5-3}{5} = 0{,}4$ или $P(B) = 1 - P(A)$.

Построим графики $F(x)$ и $f(x)$ в системе Mathcad.

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \le 0 \\ 0.2 & \text{if } 0 < x \le 5 \\ 0 & \text{if } x > 5 \end{cases} \qquad F(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \le 0 \\ (0.2 \cdot x) & \text{if } 0 < x \le 5 \\ 1 & \text{if } x > 5 \end{cases}$$





В среде Mathcad равномерному закону распределения соответствуют специальные функции с корневым словом unif: dunif(x,a,b)– выводит значения плотности распределения; punif(x,a,b) – выводит значения функции распределения; runif(n,a,b) – выводит массив из n значений независимых случайных чисел, распределённых равномерно в интервале (a,b).

10. Время безотказной работы элемента (случайная величина T) имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0{,}5$, где λ – интенсивность отказов, т.е. среднее число отказов в единицу времени. Найти:

а) плотность распределения $f(t)$;

б) функцию распределения $F(t)$, указать её вероятностный смысл;

в) функцию надёжности $R(t)$, указать её вероятностный смысл;

г) математическое ожидание, дисперсию;

д) вероятность того, что за время t=5ч. элемент откажет и вероятность того, что за время t=5ч. элемент не откажет.

Построить графики $F(t)$, R(t) и $f(t)$.

Решение: показательным называют закон распределения непрерывной случайной величины X с плотностью $f(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, \text{ если } x \ge 0 \end{cases}$. Другие понятия и формулы для показательного распределения: $F(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, \text{ если } x \ge 0 \end{cases}$ - функция распределения; если случайная величина

$X=T$ – время безотказной работы элемента, то $F(t)=P(T<t)=1-e^{-\lambda t}$ определяет вероятность отказа элемента за время t; $R(t)=P(T>t)=e^{-\lambda t}$ – функция надёжности, определяет вероятность безотказной работы элемента за время t;

$$M(X)=\frac{1}{\lambda},\ D(X)=\frac{1}{\lambda^2},\ \sigma(X)=\frac{1}{\lambda};\ \ P(\alpha<X<\beta)=e^{-\lambda\alpha}-e^{-\lambda\beta}.$$

В нашей задаче, учитывая то, что $t\geq 0$, имеем:

а) $f(t)=0{,}5e^{-0{,}5t}$;

б) $F(t)=P(T<t)=1-e^{-0{,}5t}$, определяет вероятность отказа элемента за время t;

в) $R(t)=e^{-0{,}5t}$, определяет вероятность безотказной работы элемента за время t;

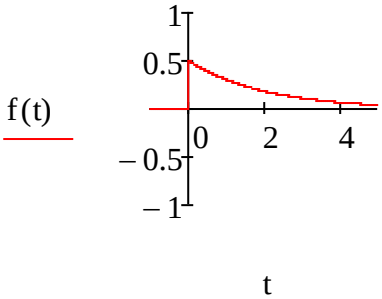
г) $M(X)=\frac{1}{0{,}5}=2;\ D(X)=\frac{1}{0{,}5^2}=4;$

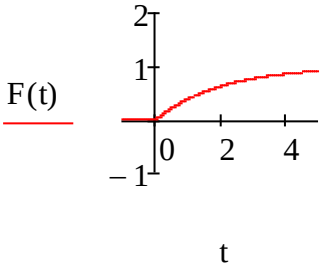
д) поскольку функция распределения определяет вероятность отказа за время t, то, подставив в неё t=5, получим вероятность отказа за время t=5ч: $F(5)=1-e^{-0{,}5\cdot 5}=1-e^{-2{,}5}$=0,918; события «элемент откажет» и «элемент не откажет» - противоположные, поэтому вероятность безотказной работы элемента за время t=5 равна 1-0,918=0,082. Этот же результат можно получить непосредственно, пользуясь функцией надёжности: $R(5)=e^{-0{,}5\cdot 5}=e^{-2{,}5}$=0,082.

Построим графики $F(t)$, $R(t)$ и $f(t)$ и сделаем некоторые вычисления в системе Mathcad:

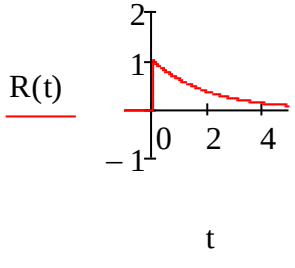
$$f(t):=\begin{cases}0 & \text{if } t<0\\ 0.5\cdot e^{-0.5\cdot t} & \text{if } t\geq 0\end{cases}$$

$$F(t):=\begin{cases}0 & \text{if } t<0\\ 1-e^{-0.5\cdot t} & \text{if } t\geq 0\end{cases}$$





$$R(t):=\begin{cases}0 & \text{if } t<0\\ e^{-0.5\cdot t} & \text{if } t\geq 0\end{cases}$$



$$e^{-2.5}=0.082$$

$$1-e^{-2.5}=0.918$$

В среде Mathcad показательному закону распределения соответствуют специальные функции с корневым словом exp: dexp(x, λ) – выводит значения плотности распределения; pexp(x, λ) – выводит значения функции распределения.

11. Случайное отклонение размера изделия от номинала (случайная величина X) подчиняется нормальному закону распределения с параметрами a=10 и σ=2. Найти:

а) плотность распределения $f(x)$;

б) функцию распределения $F(x)$;

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность попадания в интервал $(12;14)$;

д) вероятность того, что отклонение от номинала не превосходит по абсолютной величине δ=3.

Построить графики $F(t)$ и $f(t)$.

Решение: нормальным называют закон распределения непрерывной случайной величины X с плотностью $f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, где a =$M(X)$ – математическое ожидание, $\sigma=\sigma(X)-$ среднее квадратическое отклонение X. Другие понятия и формулы для нормального распределения: функция распределения – $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} f(t)dt=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x}\exp\left[\frac{-(t-a)^2}{2\sigma^2}\right]dt$ или $F(x)=\Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)+0{,}5$, где $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ – функция Лапласа, её значения табулированы или их можно найти в системе Mathcad ;

$$P(\alpha<X<\beta)=F(\beta)-F(\alpha)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right);$$

вероятность того, что случайная величина отклонится от своего математического ожидания не более чем на δ, находится по формуле: $P(|X-a|\le\delta)=2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$.

В нашей задаче

а) $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}$;

б) $F(x)=\Phi\left(\frac{x-10}{2}\right)+0{,}5$;

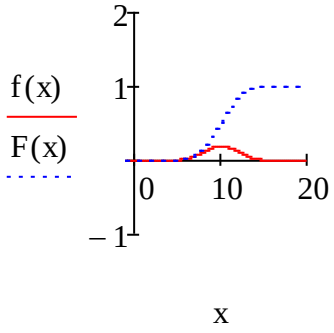
в) $M(X)=a=10$, $\sigma(X)=\sigma=2$, $D(X)=\sigma^2=4$;

г) $P(12<X<14)=\Phi\left(\frac{14-10}{2}\right)-\Phi\left(\frac{12-10}{2}\right)=\Phi(2)-\Phi(1)$=0,4772-0,3413 = 0,1359;

д) вероятность того, что отклонение от номинала не превосходит по абсолютной величине δ=3, будет равна $P(|X-10|\le 3)=2\Phi\left(\frac{3}{2}\right)=$ $=2\Phi(1{,}5)=0{,}4332$.

Здесь значения функции Лапласа взяты из таблицы, хотя их можно было бы найти в системе Mathcad, где нормальному закону распределения соответствуют функции, в названии имеющие корневое слово norm. Например, dnorm (x,a,σ) – выводит значения плотности распределения $f(x)$; pnorm (x,a,σ) – выводит значения функции распределения $F(x)$. Воспользуемся этими функциями для построения соответствующих графиков. Копия файла из Mathcad приведена ниже.

$f(x) := dnorm(x,10,2)$ $F(x) := pnorm(x,10,2)$



2 Расчётно-графическая работа №2. Элементы математической статистики

Цели: изучить основные задачи математической статистики: задачи обработки и анализа результатов наблюдений случайных массовых явлений.

2.1 Теоретические вопросы

1. Предмет математической статистики и её основные задачи. Основные понятия (выборка, объём выборки, варианты, статистический ряд, интервальный ряд).
2. Эмпирическая функция распределения, полигон, гистограмма.
3. Определение неизвестных параметров распределения (выборочная средняя, выборочная и исправленная выборочная дисперсии).
4. Точечные и интервальные оценки параметров распределения.
5. Точность и надёжность оценки. Доверительный интервал.
6. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормально распределённой случайной величины с известным σ.
7. Доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормально распределённой случайной величины.

8. Понятие корреляционной зависимости. Функции и линии регрессии.

2.2 Расчётные задания

1. Для данной выборки выполнить задачу обработки и систематизации, определить:

а) вариационный ряд (выборку в порядке возрастания);

б) статистические ряды частот и относительных частот;

в) интервальные статистические ряды частот и относительных частот (минимальную и максимальную варианты, размах выборки, число интервалов, длину интервалов);

г) дискретные (группированные) статистические ряды частот и относительных частот.

2. Для данной выборки выполнить задачу анализа и оценки, определить:

а) по интервальному статистическому ряду построить гистограмму частот и относительных частот;

б) по дискретному статистическому ряду найти:

- полигон частот и относительных частот;
- эмпирическую функцию распределения;
- выборочную среднюю;
- выборочную и исправленную выборочную дисперсии;
- исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение;
- выборочные моду и медиану.

1	112 125 106 120 132 128 112	101 125 109 118 132 118 121	155 142 138 133 138 126 105	137 140 145 118 128 132 117	109 125 118 129 122 134 112	129 118 128 149 115 123 129	152 125 125 124 143 122 129	128 135 105 153 140 159 118	132 149 122 132 122 112 112	116 145 138 118 152 110 116
2	87 120 115 88 95 94 100	85 122 100 90 105 106 101	91 101 97 101 112 112 123	94 88 91 95 116 122 97	102 80 87 93 118 100 90	80 97 116 92 108 92 104	75 92 121 88 95 93 108	102 91 101 94 99 82 101	99 94 123 98 92 111 96	101 82 97 99 100 102 111

3	547	565	587	553	548	554	561	562	551	572
	565	555	563	568	586	549	575	537	581	553
	543	568	574	564	547	549	553	572	535	555
	552	545	554	571	569	539	549	553	562	561
	558	563	563	547	552	562	554	563	558	572
	577	554	552	566	557	551	552	571	551	552
	599	561	552	551	561	538	533	541	588	558
4	90	123	132	85	122	105	125	142	99	125
	118	105	115	92	115	142	98	123	103	144
	106	92	118	105	118	86	125	105	122	138
	102	130	112	98	115	120	118	103	118	129
	112	115	88	118	103	102	95	124	106	135
	95	124	103	102	118	112	115	92	115	119
	103	122	94	112	97	128	102	116	125	132
5	139	112	132	85	122	105	125	142	99	125
	116	105	92	115	98	123	103	144	115	142
	106	92	118	86	125	105	122	138	105	118
	102	130	112	98	115	120	118	103	118	129
	112	115	88	118	103	102	95	124	106	135
	95	124	103	102	118	112	115	103	95	122
	125	118	96	126	98	106	128	118	126	103
	134	112	101	105	117	92	129	99	118	112
6	154	143	155	113	155	171	168	153	135	168
	145	168	122	163	117	165	132	139	107	125
	146	152	142	132	152	161	148	136	138	149
	157	178	149	195	146	166	182	135	136	170
	155	152	145	198	192	143	159	116	126	155
	163	169	165	148	151	153	139	166	138	128
	168	157	143	179	165	159	149	141	102	169
7	470	801	790	764	764	950	533	402	520	780
	699	840	869	551	707	635	703	801	859	475
	797	797	789	875	698	580	821	737	910	856
	950	741	473	988	737	787	667	649	797	939
	532	885	590	590	975	910	731	869	435	889
	584	967	950	531	775	485	756	656	680	741
	950	458	511	857	536	699	474	789	889	533
8	450	434	424	432	440	443	415	446	423	472
	442	452	444	425	403	458	455	431	446	424
	438	442	482	432	416	477	431	432	412	462
	496	468	424	438	452	446	418	474	432	452
	466	488	452	489	451	422	442	492	473	402
	481	468	404	498	467	398	440	449	417	425
	444	498	466	442	483	462	492	435	449	422

9	250	244	224	232	240	224	244	226	253	232
	248	216	230	254	258	202	225	224	252	234
	242	212	231	251	204	246	232	282	242	252
	296	242	254	218	226	252	238	224	298	260
	276	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	244	276	224	240	272	268	281	234	268	251
	271	212	234	262	204	261	254	266	278	248
10	165	143	152	167	164	199	171	171	156	149
	147	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	175	153	174	154	163	174	152	188	162	197
	187	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	153	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	148	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	154	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	161	164	178	138	164	172	187	178	143	161
11	153	174	154	163	174	152	188	162	197	234
	188	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	155	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	149	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	156	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	162	164	178	138	164	172	187	178	143	161
	165	163	177	161	149	146	152	139	156	152
12	212	231	251	204	246	232	282	242	252	276
	297	242	254	218	226	252	238	224	298	260
	277	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	345	276	224	240	272	268	281	234	268	232
	272	212	234	292	204	261	254	266	278	248
	253	262	256	264	272	242	244	246	253	234
	237	264	252	248	247	268	229	235	262	212
	238	242	254	263	261	266	254	264	248	251
13	165	143	52	166	164	199	171	171	156	171
	148	155	158	145	158	177	161	181	153	197
	176	153	174	154	163	174	152	188	162	172
	189	158	154	171	163	172	152	178	151	186
	157	186	147	169	147	166	161	171	161	152
	150	161	189	199	162	167	198	168	135	175
	158	175	163	149	162	161	161	193	172	

14	216	230	254	258	202	225	224	252	234	250
	243	212	231	251	204	246	232	282	242	252
	298	242	254	218	226	252	238	224	298	260
	278	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	246	276	224	240	272	268	281	234	268	232
	273	212	234	262	201	261	254	266	278	248
	254	262	256	264	272	242	244	246	253	234
	239	264	252	248	247	268	229	235	262	212
15	165	143	152	167	165	199	171	171	156	152
	149	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	153	174	154	163	174	152	188	162	197	178
	190	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	159	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	151	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	160	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	165	164	178	137	164	172	187	178	143	161
16	147	153	179	165	159	149	141	102	169	157
	169	154	143	155	113	155	171	168	153	135
	150	152	142	132	152	161	148	136	138	149
	157	178	149	195	146	166	182	135	136	170
	156	152	145	198	192	143	159	116	126	155
	164	169	165	148	151	153	139	166	138	128
	169	169	155	152	175	177	131	154	174	187
	180	177	162	149	146	113	151	152	134	125
17	558	563	569	547	552	562	554	549	575	578
	561	552	551	561	538	533	547	552	557	543
	547	565	587	553	548	554	561	564	562	558
	566	555	563	568	586	549	575	564	553	555
	567	556	546	552	543	554	556	566	592	562
	544	568	574	564	547	549	553	578	557	561
	553	545	554	571	569	539	549	538	575	554
	577	552	566	557	551	552	546	584	572	535
18	577	568	557	564	547	549	553	578	557	575
	554	5455	554	571	569	539	549	538	575	566
	558	563	563	547	552	562	554	549	575	558
	547	595	587	553	548	554	561	564	562	544
	555	563	568	586	549	575	564	553	585	592
	577	554	552	566	557	551	552	546	584	556
	601	561	552	551	561	538	533	547	552	557
	555	541	588	558	563	558	572	578	539	556

19	77 48 38 63 68 12 55 74	45 25 53 55 55 39 69 51	49 59 48 16 49 57 31 82	92 57 68 78 65 51 62 52	13 65 52 52 79 65 48 46	69 69 73 95 48 66 46 75	52 55 42 77 59 43 51 49	26 68 62 66 53 52 43 55	22 49 71 35 41 63 16 57	36 63 45 54 38 43 34 54
20	347 365 343 352 366 377 399	365 355 368 345 358 354 363	387 363 374 354 363 352 361	348 368 364 352 347 366 352	354 359 347 371 352 357 351	361 375 349 369 362 351 361	364 364 353 349 354 352 338	362 353 378 338 349 346 353	346 385 357 375 375 384 333	358 363 358 388 341 351 357
21	9 6 6 7 5 6 3	9 10 6 7 5 13 6	6 6 7 5 12 11 9	9 7 12 11 9 11 8	9 6 5 9 8 5 12	7 8 7 7 7 8 11	6 6 8 6 9 10 9	11 5 5 5 8 9 10	6 5 10 7 5 4 4	7 4 9 6 5 7 14
22	39 41 34 47 41 43 57 39	40 40 36 48 42 42 52 37	38 42 37 52 39 43 41 42	43 39 42 56 33 41 42 43	41 41 42 68 34 42 46 54	42 41 42 70 37 47 48 58	40 36 40 68 43 48 49 59	38 43 41 64 45 49 39 64	41 41 41 56 47 52 32 66	42 42 46 58 71 53 40 68
23	10 17 20 27 26 42 58	15 12 20 24 32 24 54	16 13 21 25 26 23 49	17 14 23 25 27 35 47	18 15 26 26 28 23 32	19 11 28 32 29 25 36	20 18 23 33 30 36 43	15 16 28 31 21 37 23	16 15 27 34 22 24 24	11 18 24 43 23 21 28

24	150	144	124	132	140	124	144	153	151	148
	116	130	154	158	102	125	124	152	134	148
	142	121	112	131	151	104	146	132	182	142
	152	196	142	154	158	118	126	152	138	124
	144	176	124	140	172	168	181	134	168	132
	144	112	134	162	104	161	154	166	178	148
	162	164	164	172	142	144	146	112	171	
25	128	105	115	92	115	142	98	123	103	144
	112	115	88	118	103	102	95	124	106	135
	95	124	103	102	118	112	115	92	115	119
	92	112	132	85	122	105	125	142	99	125
	106	92	118	105	118	86	125	105	122	138
	102	130	112	98	115	120	118	103	118	129
	103	122	94	112	97	128	102	116	125	132
26	102	112	118	85	112	115	103	95	122	125
	157	178	149	195	146	166	182	135	136	170
	157	143	179	165	159	149	141	102	169	168
	151	168	122	163	117	165	132	139	107	125
	152	152	142	132	152	161	148	136	138	149
	153	154	143	155	113	155	171	168	153	135
	157	152	145	198	192	143	159	116	126	155
	165	169	165	148	151	153	139	166	138	128
27	242	254	218	226	252	238	224	298	260	287
	250	216	230	254	258	202	225	224	252	234
	244	212	231	251	204	246	232	282	242	252
	299	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	276	224	240	272	268	281	234	268	232	300
	274	212	234	262	204	261	254	266	278	248
	255	262	256	264	272	242	244	246	253	234
	240	264	252	248	247	268	229	235	262	212
28	262	267	275	266	246	252	261	269	262	268
	259	248	266	259	252	248	252	232	269	287
	253	286	275	235	202	239	225	236	237	224
	253	268	277	249	248	263	243	266	212	255
	249	288	213	264	247	242	228	277	256	251
	267	232	258	246	278	279	257	255	243	258
	254	244	265	274	252	265	222	269	254	278
	249	252	294	232	269	263	269	271	245	235

29	558	565	587	553	548	554	561	564	562	544
	563	568	586	549	575	564	553	585	577	553
	563	564	547	552	562	554	549	575	558	592
	546	577	568	574	564	547	549	553	578	557
	557	577	568	574	564	547	549	538	575	566
	558	554	552	566	557	551	552	546	584	532
	602	561	552	551	561	538	533	547	552	557
	556	541	588	558	563	558	572	578	539	556
30	165	143	152	167	164	199	171	171	156	151
	155	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	177	153	174	154	163	174	152	188	162	197
	191	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	161	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	161	189	199	162	167	198	168	135	152	146
	162	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	153	164	178	138	164	172	187	178	1433	161

3. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания *a* нормального распределения с надёжностью γ, зная выборочную среднюю $\overline{x}_в$, объём выборки *n* и среднее квадратическое отклонение σ.

	γ	$\overline{x}_в$	n	σ		γ	$\overline{x}_в$	n	σ		γ	$\overline{x}_в$	n	σ
3.1	0.95	75.17	36	6	3.11	0.97	5.21	46	6	3.21	0.92	11.48	36	6
3.2	0.97	7.27	56	7	3.12	0.96	55.23	38	5	3.22	0.94	23.38	39	8
3.3	0.93	75.17	35	5	3.13	0.92	5.21	36	7	3.23	0.93	30.44	56	7
3.4	0.94	8.27	58	9	3.14	0.95	55.23	68	7	3.24	0.99	15.32	38	5
3.5	0.98	76.17	46	6	3.15	0.98	7.21	56	6	3.25	0.95	10.48	46	6
3.6	0.99	7.37	58	7	3.16	0.93	65.23	78	5	3.26	0.98	13.38	39	8
3.7	0.93	65.13	34	6	3.17	0.92	8.21	49	7	3.27	0.93	20.44	66	7
3.8	0.94	9.27	53	8	3.18	0.95	51.23	58	9	3.28	0.97	14.32	58	6
3.9	0.93	85.17	35	6	3.19	0.94	5.21	39	6	3.29	0.94	30.44	86	7
3.10	0.95	8.27	57	9	3.20	0.95	85.23	58	7	3.30	0.99	16.32	38	9

2.3 Решение типового варианта

1. Для данной выборки выполнить задачу обработки и систематизации, определить:

а) вариационный ряд (выборку в порядке возрастания);

б) статистические ряды частот и относительных частот;

в) интервальные статистические ряды частот и относительных частот (минимальную и максимальную варианты, размах выборки, число интервалов, длину интервалов);

г) дискретные (группированные) статистические ряды частот и относительных частот.

2. Для данной выборки выполнить задачу анализа, определить:

а) по интервальному статистическому ряду построить гистограмму частот и относительных частот;

б) по дискретному статистическому ряду найти:

- полигон частот и относительных частот;
- эмпирическую функцию распределения;
- выборочную среднюю;
- выборочную и исправленную выборочную дисперсии;
- выборочное и исправленное выборочное среднеквадратические отклонения;
- выборочные моду и медиану.

20	15	17	19	23	18	21	15	16	13
20	16	19	20	14	20	16	14	20	19
15	19	17	16	15	22	21	12	10	21
18	14	14	18	18	13	19	18	20	23
16	20	19	17	19	17	21	17	19	17
13	17	11	18	19					

Решение: заметим, что вычисления и построение графиков производится в среде Mathcad. Копия файла из Mathcad приведена ниже. То, что получено в Mathcad, следует оформить и пояснить.

1. а) объём выборки $n = 55$. Вариационный ряд (выборка в порядке возрастания):

$Y^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10	11	12	13	13	14	14	14	14	...

(в среде Mathcad эта таблица просматривается вся нажатием на указатель направления движения);

б) по вариационному ряду посчитаем, сколько раз имеет место каждая варианта, т.е. частоту (n_i) каждой варианты. Полученные данные занесём в таблицу – статистический ряд частот:

x_i	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
n_i	1	1	1	2	4	4	5	7	6	8	7	5	1	2

Относительные частоты вариант найдём по формуле $p_i^* = \frac{n_i}{n}$, где n объём выборки, полученные результаты занесём в таблицу - статистический ряд относительных частот:

x_i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
p_i^*	0,018	0,018	0,018	0,036	0,073	0,073	0,091	0.127	0,109
x_i	19	20	21	22	23				
p_i^*	0,145	0,127	0,091	0,018	0,036				

в) для построения интервального статистического ряда определим сначала следующее: наибольшая и наименьшая варианты: $a = x_{min} = 10$, $b = x_{max} = 23$; размах выборки: $R = b - a = 13$; величину интервалов найдём по формуле Стерджеса $h = \frac{x_{max} - x_{min}}{1 + \log_2 n}$, $h =$ 1,917 и округляем до целого $h \approx 2$; число интервалов – знаменатель этой формулы $m = 1 + \log_2 n$ или $m = \frac{R}{h} = 6{,}781$, округляем до целого $m \approx 7$; за начало первого интервала рекомендуется брать величину $x_{нач} = x_{min} - \frac{h}{2}$, $x_{нач} = 9{,}041 \approx 9$; число вариант, попавших в каждый интервал (т.е. частоты n_i) и относительные частоты (т.е. $p_i = \frac{n_i}{n}$), найдены в среде Mathcad (см. $w1^T$ и $w2^T$).

Таким образом, искомый интервальный ряд имеет вид:

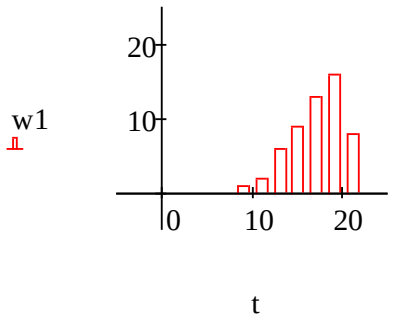
интервалы	[9,11)	[11,13)	[13,15)	[15,17)	[17,19)	[19,21)	[21,23]
n_i	1	2	6	9	13	16	8
$p_i = \frac{n_i}{n}$	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

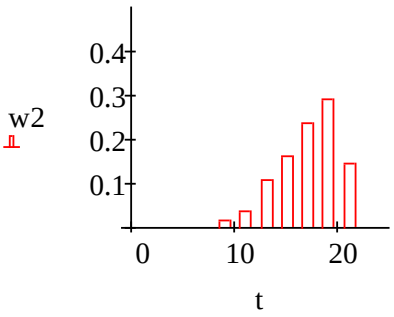
в) для построения дискретного статистического ряда (или в некоторых учебниках его называют группированным статистическим рядом) найдём середины интервалов $\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$ (см. x^T в Mathcad), им будут отвечать соответствующие частоты и относительные частоты из интервального ряда.

Искомый дискретный статистический ряд:

$\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$	10	12	14	16	18	20	22
n_i	1	2	6	9	13	16	8
p_i	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

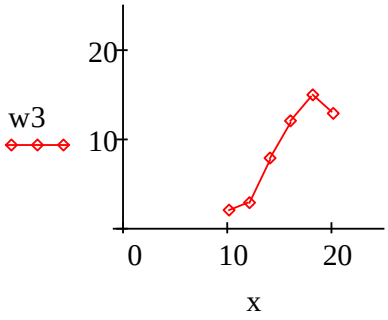
2. а) по интервальному статистическому ряду построим гистограмму частот и относительных частот (в среде Mathcad):

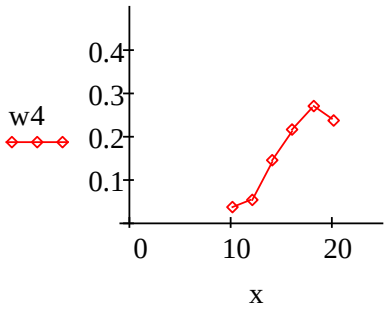




б) по дискретному статистическому ряду найдём:

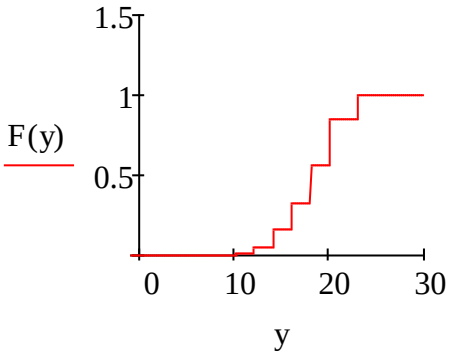
- полигон частот и относительных частот:





- эмпирическую функцию распределения (см. F^T и $F(y)$ в Mathcad):

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ при } x\le 10 \\ 0{,}018, \text{ при } 10<x\le 12 \\ 0{,}054, \text{ при } 12<x\le 14 \\ 0{,}163, \text{ при } 14<x\le 16 \\ 0{,}327, \text{ при } 16<x\le 18 \\ 0{,}563, \text{ при } 18<x\le 20 \\ 0{,}854, \text{ при } 20<x\le 23 \\ 1, \text{ при } x>23 \end{cases}$$



- выборочную среднюю (см. mean(X) в Mathcad): $\bar{x}_в=\dfrac{\sum\limits_i x_i n_i}{n}$ или $\bar{x}_в=\sum\limits_i x_i\cdot p_i=17{,}564;$

- выборочную и исправленную выборочную дисперсии (см. var(*X*) и s2 в Mathcad): $D_в = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x}_в)^2}{n}$ или $D_в = \frac{\sum_i n_i \cdot x_i^2}{n} - (\bar{x}_в)^2$ = 8,428 – выборочная дисперсия; $s^2 = \frac{n}{n-1} D_в$ = 8,584 – исправленная выборочная дисперсия

- выборочное среднеквадратическое отклонение (см. stdev(X) или σ в Mathcad) и исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение (см. s в Mathcad): $\sigma = \sqrt{D_в} = 2{,}903$; $s = \sqrt{s^2} = 2{,}93$

- выборочные моду и медиану (см. mode(*X*) и median(*X*) в Mathcad): мода $M_0 =$ 19 определяет варианту, имеющую наибольшую частоту (мода может быть не одна, её просто найти по статистическому ряду частот); медиана M_e =18 определяет середину вариационного ряда и зависит от чётности объёма выборки: $M_e = \begin{cases} x_{k+1}, \ при \ n = 2k+1 \\ \frac{x_k + x_{k+1}}{2}, \ при \ n = 2k \end{cases}$;

Копия файла из Mathcad :

n := 55

X := (20 15 17 19 23 18 21 15 16 13 20 16 19 20 14 20 16 14 20 19

Y := sort(X^T)

$Y^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10	11	12	13	13	14	14	14	14	...

$X^T =$

	0
0	20
1	15
2	17
3	19
4	23
5	18
6	21
7	15
8	16
9	13
10	20
11	16
12	19
13	20
14	14
15	...

a := min(X) b := max(X)

a = 10 b = 23

R := b – a R = 13

$h := \frac{b-a}{1 + \frac{\ln(55)}{\ln(2)}}$ h = 1.917

h1 := 2 $m := \frac{R}{h}$

$x0 := a - \frac{h}{2}$ x0 = 9.041

m = 6.781

a1 := 9 m1 := 7

j := 0.. m1 i := 0.. m1 – 1

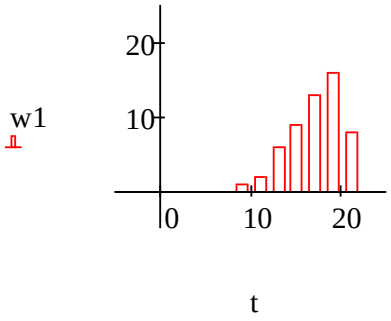
$t_j := a1 + h1 \cdot j$ $\quad x_i := t_i + \frac{h1}{2}$

$w1 := hist(t, X)$ $\quad w2 := \frac{w1}{n}$

$t^T = (9 \quad 11 \quad 13 \quad 15 \quad 17 \quad 19 \quad 21 \quad 23)$

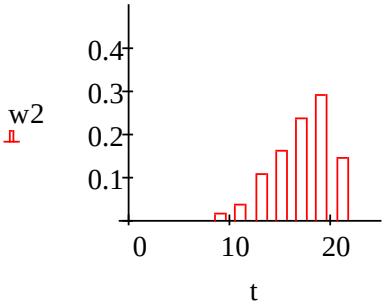
$w1^T = (1 \quad 2 \quad 6 \quad 9 \quad 13 \quad 16 \quad 8)$

$x^T = (10 \quad 12 \quad 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22)$



$w2^T = (0.018 \quad 0.036 \quad 0.109 \quad 0.164 \quad 0.236 \quad 0.291 \quad 0.145)$

$0.018 + 0.036 + 0.109 + 0.164 + 0.236 + 0.291 + 0.145 = 0.999$



$mode(X) = 19$

$x1 := mean(X)$ $\quad x1 = 17.564$

$M := median(X)$ $\quad M = 18$

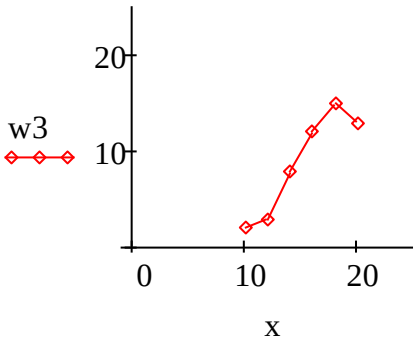
$x2 := var(X)$ $\quad x2 = 8.428$

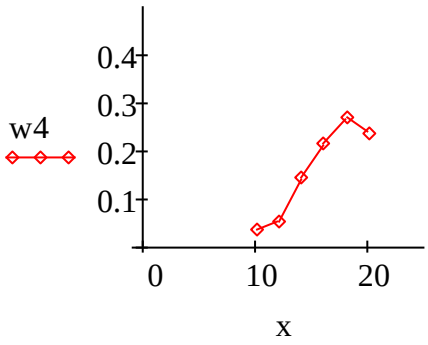
$s2 := \frac{n}{n-1} \cdot x2$ $\quad s2 = 8.584$

$stdev(X) = 2.903$

$s := \sqrt{s2}$ $\quad s = 2.93$

$w3 := hist(x, X)$ $\quad w4 := \frac{w3}{n}$

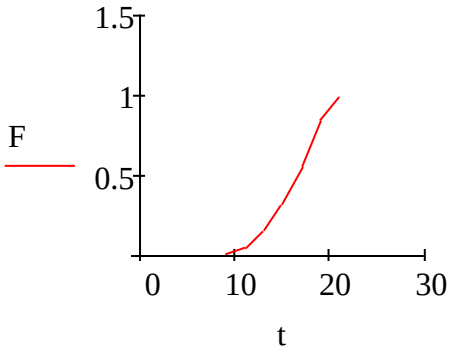


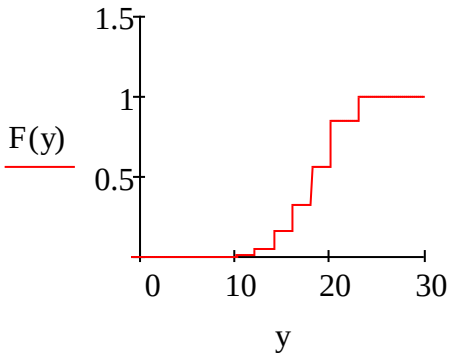


$i := 0..6$ $\quad w := (0.018 \quad 0.036 \quad 0.109 \quad 0.164 \quad 0.236 \quad 0.291 \quad 0.145)^T$

$F_i := \sum_{j=0}^{i} w_j$ $\quad F^T = (0.018 \quad 0.054 \quad 0.163 \quad 0.327 \quad 0.563 \quad 0.854 \quad 0.999)$

$$F(y) := \begin{cases} 0 & \text{if } y \le 10 \\ 0.018 & \text{if } 10 < y \le 12 \\ 0.054 & \text{if } 12 < y \le 14 \\ 0.163 & \text{if } 14 < y \le 16 \\ 0.327 & \text{if } 16 < y \le 18 \\ 0.563 & \text{if } 18 < y \le 20 \\ 0.854 & \text{if } 20 < y \le 23 \\ 1 & \text{if } y > 23 \end{cases}$$





3. Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надёжностью 0,95, зная выборочную среднюю 18, объём выборки 25 и среднее квадратическое отклонение 3.

Решение: доверительный интервал для оценки математического ожидания a имеет вид $\bar{x}_в - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Все величины, кроме t, известны. Найдём t из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0{,}95}{2} = 0{,}475$, где $\Phi(t)$ функция Лапласа, её значения табулированы. По таблице $t = 1{,}96$. Таким образом, $18 - 1{,}96\frac{3}{\sqrt{25}} < a < 18 + 1{,}96\frac{3}{\sqrt{25}}$. Ответ: (16,824; 19,176).

Список литературы

1 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 2003.- 279 с.

2 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. школа, 2004.- 400 с.

3 Ивановский Р.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами изадачами в среде Mathcad. - СПб.: БХВ- Петербург, 2008. – 528 с.

4 Письменный Д. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистики, случайные процессы. – М.: Айрис -пресс, 2006. – 288 с.

5 Лунгу К.Н. и др. Сборник задач по высшей математике. 2 курс – М.: Айрис-пресс, 2011. – 576 с.

6 Астраханцева Л.Н., Байсалова М.Ж. Теория вероятностей и математическая статистика. Конспект лекций для студентов специальностей 5В070400 – Вычислительная техника и программное обеспечение, 5В070300 – Информационные системы.– Алматы: АУЭС, 2013.- 49 с.

Содержание

1 Расчётно-графическая работа №1. Элементы теории вероятностей…….. 3
1.2 Расчётные задания……. 4
1.3 Решение типового варианта……. 12
2 Расчётно-графическая работа №2 Элементы математической статистики…… 30
2.2 Расчётные задания……. 30
2.3 Решение типового варианта……. 37
Список литературы…….. 44

Дополнительный план 2017 г., поз.15

Астраханцева Людмила Николаевна
Байсалова Маншук Жумамуратовна

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности
5В070200- Автоматизация и управление

Редактор Л.Т.Сластихина
Специалист по стандартизации Н.К.Молдабекова

Подписано в печать_____ Формат 60х84 1/16
Тираж 50 экз. Бумага типографская №1
Объем 2,75 уч.-из.л. Заказ_____ цена 1375 тг.

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013 Алматы, ул.Байтурсынова, 126