Некоммерческое акционерное общество

АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ

Кафедра электропривода и автоматизации промышленных установок

Т.Д. Иманбекова, М.Б. Жаркымбекова

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

Учебное пособие

Алматы
АУЭС
2016

УДК 621.31(075.8)
И 50

Рецензенты:
доктор технических наук, профессор кафедры электротехники
КазНИТУ им. К.И. Сатпаева
А.А. Боканова,
кандидат технических наук, ассистент –профессор,
АО «Международный университет информационных технологий»
А.М. Даирбаев,
кандидат технических наук, доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий», АУЭС
И.В. Казанина
Рекомендовано к изданию Ученым советом Алматинского университета энергетики и связи (Протокол №_ от __.__. 2016 г.). Печатается по тематическому плану выпуска ведомственной литературы АУЭС на 2015 год, позиция 22.

Иманбекова Т.Д.

И 50 Основы электротехники и электроники: Учебное пособие (для студентов высших учебных заведений специальности «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды») /Т.Д. Иманбекова, М.Б. Жаркымбекова. – Алматы: АУЭС, 2016. – 100 с.: ил. 64, библиогр. – 18 назв.

ISBN 978-6017889-11-1

В представленном учебном пособии рассмотрены основные методы расчета линейных электрических цепей постоянного тока и переменного тока, основы электроники. Приведена последовательность усвоения материала от анализа простейших цепей до сложных.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности «Безопасность жизнедеятельности и защита окружающей среды».

УДК 621.31(075.8)

ISBN978-6017889-11-1

© АУЭС, 2016
Иманбекова Т.Д.,
Жаркымбекова М.Б., 2016

Содержание

	Введение…….....	5
1	Линейные электрические цепи постоянного тока……	6
1.1	Основные определения……..…	6
1.2	Активные элементы электрической цепи……..	7
1.3	Пассивные линейные элементы электрической цепи…….....	8
1.4	Основные законы электрической цепи…….....	9
1.5	Эквивалентные преобразования электрических цепей. Методы расчета простых цепей постоянного тока……..	12
1.6	Методы расчета простых цепей постоянного тока……...	15
1.7	Метод пропорциональных величин……...	16
1.8	Методы расчета сложных цепей постоянного тока. Баланс мощностей……..	17 17
1.9	Метод узлового напряжения…….....	20
1.10	Метод контурных токов……...	21
1.11	Метод наложения……..……	24
1.12	Метод эквивалентного генератора……...	26
2	Электрические цепи однофазного синусоидального тока. Методы представления синусоидальных функций……...	29
2.1	Основные понятия и определения……...	29
2.2	Методы представления синусоидальных функций…….....	30
2.3	Комплексное сопротивление и проводимость…….....	33
2.4	Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме…….....	34
2.5	Идеализированные элементы в цепи синусоидального тока. ……...	35
2.6	Резонанс напряжений.....	39
2.7	Методы расчета электрических цепей синусоидального тока…….	41
2.8	Мощность в цепи синусоидального тока……...….	43
3	Трехфазные цепи…….....	46
3.1	Основные понятия и определения…….....	46
3.2	Соединение фаз нагрузки в звезду и треугольник……..…	47
3.3	Мощность в трехфазной цепи……..….	53
4	Переходные процессы в электрических цепях.....	54
4.1	Основные понятия…….....	54
4.2	Переходные процессы в цепях первого порядка……..…..	55
4.3	Переходные процессы в цепях второго порядка……..…..	60
5	Магнитные цепи…….	62
5.1	Основные понятия и законы магнитных цепей……..…	62
5.2	Схема замещения магнитной цепи……..	64
5.3	Расчет разветвленной магнитной цепи…….....	65
6	Трансформаторы…….....	66
6.1	Устройство и принцип действия трансформатора…….....	66
6.2	Схема замещания трансформатора……..	68
6.3	Потери энергии и коэффициент полезного действия трансформатора	69
6.4	Режимы холостого хода и короткого замыкания трансформатора…..	70

7	Машины постоянного тока…….….	71
7.1	Устройство и принцип действия машины постоянного тока……..….	71
7.2	Режимы работы машины постоянного тока……..….	72
7.3	Электромагнитный момент машины……..……	73
8	Асинхронные и синхронные машины…….……	76
8.1	Устройство и принцип действия асинхронной машины……..……..	76
8.2	Режимы работы трехфазной асинхронной машины…….…….	77
8.3	Схема замещения асинхронного двигателя……..…..	78
8.4	Активная мощность и КПД асинхронного двигателя……..…..	79
8.5	Устройство синхронной машины…….	82
8.6	Угловая характеристика и регулирование активной мощности синхронного генератора…….....	84
9	Полупроводниковые приборы……..……	85
9.1	Полупроводниковые приборы……..……	85
9.2	Транзисторы……..….	87
10	Однофазные и трехфазные выпрямители.....	89
10.1	Однофазные выпрямители…….....	89
10.2	Трехфазные выпрямители…….	92
	Список литературы…….....	95

Введение

В настоящее время актуальным остается вопрос об использовании электрической энергии, так как из всех используемых видов энергии наиболее широко применяется электрическая энергия.

Ее свойства обеспечивают преимущества перед другими видами энергии: относительная простота получения за счет преобразования других видов энергии; простота передачи энергии на большие расстояния и распределение между потребителями; совершенство преобразования в другие виды энергии; простота изменения параметров.

Эти свойства электрической энергии позволили решить не только основные вопросы электроэнергетики, но и поднять электротехническую науку на качественно новый уровень.

Электротехника – это наука о процессах, связанных с практическим применением электрических и магнитных явлений.

Учебное пособие разработано в соответствии с рабочей программой для студентов (syllabus) и достаточно полно отражает содержание дисциплины.

В работе рассмотрены основные законы и методы анализа простых и сложных цепей постоянного, переменного и трехфазного тока, классический метод анализа переходных процессов в цепях первого и второго порядка.

Наряду с электрическими цепями, в данной работе рассмотрены свойства и методы анализа магнитных цепей, режимы работы трансформатора, режимы работы электрических машин постоянного и переменного тока.

В разделе, посвященном вопросам электроники, рассмотрены: принцип работы полупроводниковых приборов, их применение в качестве однофазных и трехфазных выпрямителей.

Для лучшего освоения предмета приведены решения типичных задач электротехники с пояснениями, приведены контрольные вопросы. Весь материал сопровождается иллюстрирующими рисунками, математическими формулами, описывающими процессы в электрических цепях.

1 Линейные электрические цепи постоянного тока

1.1 Основные определения

Электрическая цепь – совокупность устройств, предназначенных для протекания электрического тока, электромагнитные процессы в которых описываются понятиями «ток», «напряжение», «электродвижущая сила».

Элемент цепи - отдельное устройство, входящее в состав цепи.

Источники энергии - элементы электрической цепи, в которых происходит преобразование любого вида энергии в электрическую, т.е. устройства, генерирующие электрическую энергию.

Приемники энергии - элементы электрической цепи, в которых происходит преобразование электрической энергии в любой другой вид, т.е. устройства, потребляющие электрическую энергию. Источники энергии относятся к активным элементам, а потребители энергии относятся к пассивным элементам электрической цепи.

Элементы электрической цепи делятся на линейные и нелинейные.

Линейными называются элементы электрической цепи, параметры которой не зависят от величины и направления тока и напряжения. В противном случае элементы называются нелинейными.

Если в состав цепи входят только линейные элементы, то ее называют линейной цепью. Если в состав цепи входит хотя бы один нелинейный элемент, то ее называют нелинейной.

Схема электрической цепи – условное графическое изображение цепи, содержащее условные обозначения ее элементов и показывающее соединение этих элементов.

Схема замещения – условное графическое изображение электрической цепи с помощью идеализированных элементов.

Элементы электрической цепи могут быть соединены последовательно, параллельно, смешанно. В схеме выделяют ветви, узлы, контуры.

Участок цепи, вдоль которого течет один и тот же ток, называется ветвью электрической цепи.

Место соединения трех и более ветвей называется узлом электрической цепи. Замкнутый участок цепи, образованный ветвями и узлами, причем каждая ветвь и узел встречаются только один раз, называется контуром электрической цепи.

По количеству зажимов элементы электрической цепи делятся на двухполюсные, трехполюсные, четырехполюсные элементы.

По виду тока электрические цепи делятся на цепи постоянного, гармонического и негармонического тока.

Электрические цепи подразделяются на простые и сложные,

Замкнутый участок цепи, образованный ветвями и узлами, причем каждая ветвь и узел встречаются только один раз, называется контуром электрической цепи.

По количеству зажимов элементы электрической цепи делятся на двухполюсные, трехполюсные, четырехполюсные элементы.

По виду тока электрические цепи делятся на цепи постоянного, гармонического и негармонического тока.

Электрические цепи подразделяются на простые и сложные, неразветвленные и разветвленные.

Электрические цепи с одним источником электрической энергии называются простыми цепями.

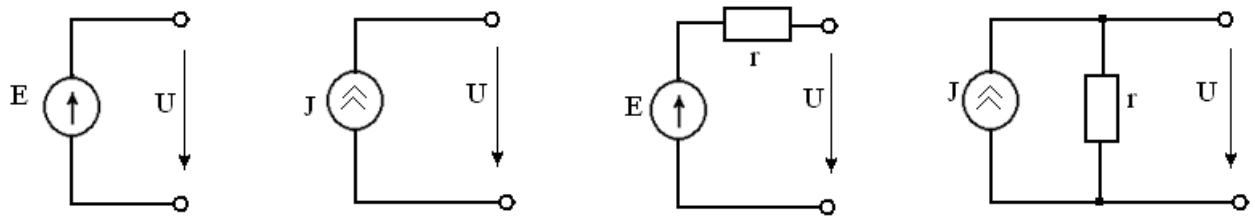
Электрические цепи, содержащие несколько источников электрической энергии, называются сложными цепями.

1.2 Активные элементы электрической цепи

Идеальный источник напряжения – элемент электрической цепи с двумя зажимами, напряжение на которых не зависит от величины тока, протекающего через него. Источник напряжения полностью характеризуется задающимся напряжением U или электродвижущей силой ЭДС. Напряжение на зажимах $U = E$ (рисунок 1.1,а). Внутреннее сопротивление идеального источника напряжения равно нулю $\boldsymbol{r} = 0$.

У реального источника напряжения напряжение на зажимах зависит от тока, протекающего через него: $U = E - I\,r,$ где r - внутреннее сопротивление источника. Схема реального источника напряжения приведена на рисунке 1.1, в.

Идеальный источник тока – элемент электрической цепи, ток которого не зависит от напряжения на его зажимах. Источник тока характеризуется полностью своим задающим током. Внутренняя проводимость такого источника равна нулю, а сопротивление $r = \infty$ (рисунок 1.1, б).



а б в г

Рисунок 1.1 – Схемы замещения идеальных и реальных источников

Реальный источник тока характеризуется внутренним сопротивлением, схема которого приведена на рисунке 1.1, г.

1.3 Пассивные линейные элементы электрической цепи

Резистивный элемент – идеализированный элемент электрической цепи, в котором происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепло или в другой вид энергии (рассеивание). По свойствам к этому идеальному элементу близки реальные устройства, как радиосопротивления, реостаты, лампы накаливания. Символическое обозначение показано на рисунке 1.2.

Основное уравнение, связывающее напряжение и ток определяется законом Ома $u = Ri$, $i = \frac{u}{R} = Gu$, $G = \frac{1}{R}$, где R - электрическое сопротивление, $G = \frac{1}{R}$ - электрическая проводимость.

Мощность в R - элементе не принимает отрицательных значений:

$$p = u\,i = i\,i\,R = i^2R = u^2G > 0. \tag{1.1}$$

Энергия, поступающая в сопротивление: $W = \int p dt = \int i^2 R\,dt = i^2 Rt.$

Индуктивный элемент – идеализированный элемент электрической цепи, который обладает свойством накапливания энергии магнитного поля (индуктивный накопитель энергии). В первом приближении этим устройством может служить катушка индуктивности (рисунок 1.2).

Основной количественной мерой является индуктивность L. Связь между током и напряжением устанавливается на основе закона электромагнитной индукции. Напряжение на индуктивном элементе определяется скоростью изменения тока.

$$u = \frac{dLi}{dt} = L\frac{di}{dt}. \tag{1.2}$$

Ток равен:

$$i = \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{L} u dt = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0} u dt + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u dt = i(0) + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u dt, \tag{1.3}$$

где $i(0)$ – начальный ток, определяется в момент $t = 0$, учитывает все процессы до нуля.

Мощность колебаний в индуктивном элементе: $p = ui = L\frac{di}{dt}i.$

Энергия, запасенная в индуктивности: $W = \int_{-\infty}^{t} p dt = \frac{Li^2}{2}.$

Емкостной элемент – идеализированный элемент электрической цепи, который обладает свойством накапливания энергии электрического поля (емкостной накопитель энергии). Близким к этому идеальному устройству является электрический конденсатор. Графическое изображение показано на рисунке 1.2. Основным параметром конденсатора является емкость C.

Ток в емкостном элементе: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu)}{dt} = C\frac{du}{dt}$.

Напряжение на конденсаторе: $u = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} idt = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0} idt + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} idt = u(0) + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} idt,$

где $u(0)$ – начальное напряжение конденсатора.

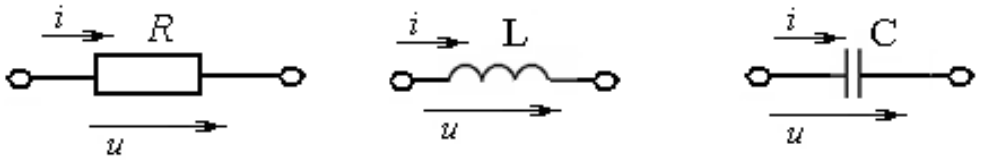


Рисунок 1.2 – Условно-графическое изображение линейных пассивных элементов

Мощность электрических колебаний в емкостном элементе:

$$p = ui = C\frac{du}{dt}u = Cu\frac{du}{dt}. \qquad (1.4)$$

Энергия, запасенная в конденсаторе: $W = \int_{-\infty}^{t} pdt = \int_{-\infty}^{t} uidt = \frac{Cu^2}{2}$.

1.4 Основные законы электрической цепи

Закон Ома для пассивного участка цепи:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}, U = \varphi_1 - \varphi_2, \qquad (1.5)$$

где φ_1, φ_2 - потенциалы точек 1 и 2.

Для участка цепи содержащей ЭДС(для активного участка цепи):

$$I = \frac{E + \varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{E + U}{R}. \qquad (1.6)$$

Формулу можно написать для любого участка сложной электрической цепи с произвольным числом ЭДС, сопротивлений и заданной разностью потенциалов на концах этого участка:

$$I = \frac{\sum_{k=1}^{n} E_k \pm U}{\sum_{k=1}^{n} R_k}, \qquad (1.7)$$

где $\sum_{k=1}^{n} E_k$ - алгебраическая сумма ЭДС, действующих на участке 1-2;

$\sum_{k=1}^{n} R_k$ - арифметическая сумма сопротивлений на участке 1- 2,

U – напряжение на зажимах, в уравнение входит со знаком плюс, если направление тока совпадает с напряжением.

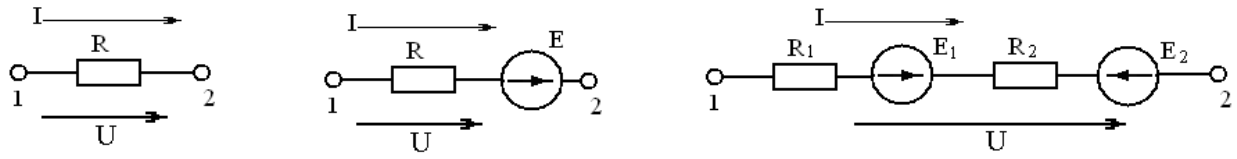


Рисунок 1.3 – Схема пассивного и активных участков цепи

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в узле, равна нулю: $\sum_{k} I_k = 0.$

Токам, втекающим в узел приписывают знак плюс, токам, вытекающим от узла – знак минус (условно). С учетом этого, уравнение по первому закону Кирхгофа для узла электрической цепи, изображенного на рисунке 1.4, имеет следующий вид:

$$I_1 + I_3 + I_5 - I_4 - I_2 = 0\,. \qquad (1.8)$$

Количество независимых уравнений, по первому закону Кирхгофа для любой схемы электрической цепи равно $n_y - 1$, где n_y – число узлов в схеме.

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма падений напряжений на элементах замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДСв контуре: $\sum_{k} E_k = \sum_{k} I_k R_k.$

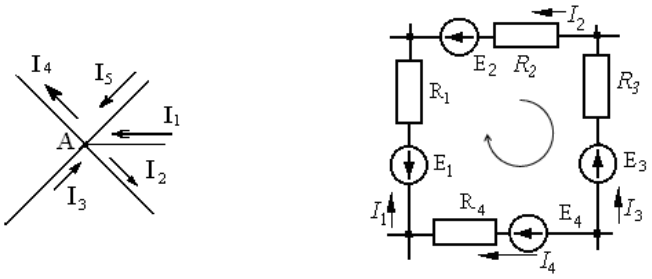


Рисунок 1. 4 – Изображение узла и контура

Если при обходе контура по часовой стрелке направление напряжения и ЭДС совпадают с выбранным направлением обхода контура, то они входят в уравнение со знаком плюс, если не совпадают – со знаком минус.

Для контура электрической цепи, приведенного на рисунке 1.4, имеем:

$$I_1R_1 - I_2R_2 - I_3R_3 + I_4R_4 = -E_1 - E_2 - E_3 + E_4. \qquad (1.9)$$

Число независимых уравнений по второму закону Кирхгофа для любой схемы электрической цепи равно: $n_B - n_У + 1$, где $n_B -$ число ветвей в схеме.

Для схемы электрической цепи, изображенной на рисунке 1.5, приведены уравнения по законам Кирхгофа:

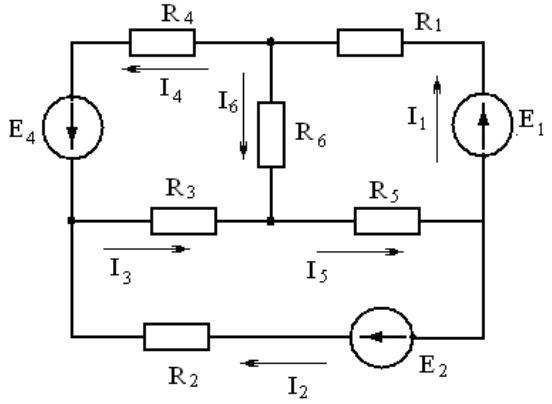


Рисунок 1.5 – Сложная схема электрической цепи

$$\begin{cases} -I_1 + I_4 + I_6 = 0, \\ -I_2 + I_3 - I_4 = 0, \\ -I_3 + I_5 - I_6 = 0, \\ -I_3 \cdot R_3 - I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 = E_4, \\ -I_1 \cdot R_1 - I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = -E_1, \\ I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 = E_2. \end{cases} \qquad (1.10)$$

Пример. На рисунке 1.6 показана часть сложной цепи. Заданы параметры: $I_1 = 3A; I_2 = 2{,}4A;\quad E_1 = 70B; E_2 = 20B; R_1 = 8\,Ом; R_2 = 5Ом.$ Определить напряжение U_{AB}.

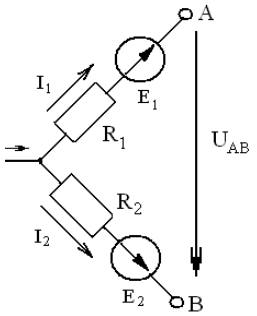


Рисунок 1.6 – Схема сложной цепи

Решение. По второму закону Кирхгофа: $U_{AB} - I_2 R_2 + I_1 R_1 = E_1 - E_2$. Отсюда можно определить U_{AB}.

$U_{AB} = E_1 - E_2 + I_2 R_2 - I_1 R_1 = 70 - 20 + 2{,}4 \cdot 5 - 3 \cdot 8 = 38 B.$

Напряжение $U_{AB} = 38\,B.$

1.5 Эквивалентные преобразования электрических цепей. Методы расчета простых цепей постоянного тока

В основе различных методов преобразования электрических схем лежит принцип эквивалентности, согласно которому напряжения и токи в ветвях схемы незатронутых преобразованием остаются неизменными. Преобразование схем применяют для упрощения расчетов.

Последовательное соединение элементов. При последовательном соединении элементов $R_1, R_2, ..., R_n$ через все элементы протекает один и тот же ток, а напряжение на зажимах цепи равно сумме напряжений на элементах. Эквивалентное сопротивление цепи, состоящей из *n* последовательно соединенных сопротивлений равно сумме этих сопротивлений (рисунок 1.7) $R_{экв} = \sum_{k=1}^{n} R_k$. Напряжение на элементах: $U_1 = IR_1, U_2 = IR_2, ... U_n = IR_n$.

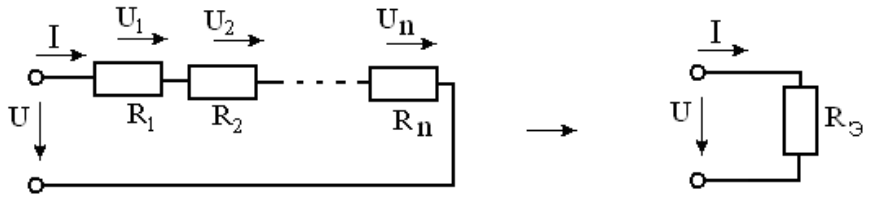


Рисунок 1.7 – Последовательное соединение резисторов

Параллельное соединение элементов. При параллельном соединении *n* резисторов с параметрами $R_1, R_2, \ldots, R_n$ к ним приложено одно и то же напряжение, ток на входе цепи равен сумме токов элементов (рисунок 1.7):

$$I = I_1 + I_2 + ... + I_n = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + ... + \frac{U}{R_n} = U(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}) = U\frac{1}{R_{экв}} = UG_{экв},$$

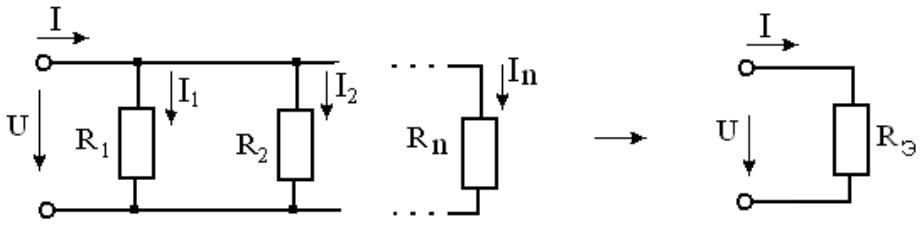


Рисунок 1.8 – Параллельное соединение резисторов

$$\frac{1}{R_Э} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}, \quad G_Э = \sum_{k=1}^{n} G_k\,, \tag{1.11}$$

где $R_Э$ – эквивалентное сопротивление;

$G_{экв}$ – эквивалентная проводимость цепи.

Смешанное соединение элементов. Смешанное соединение представляет сочетание последовательного и параллельного соединения элементов.

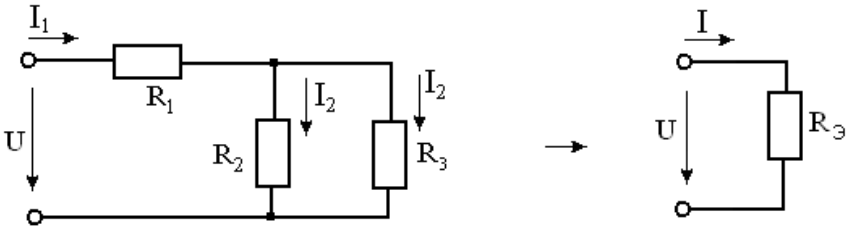


Рисунок 1.9 – Смешанное соединение резисторов

Эквивалентное сопротивление всей цепи: $R_Э = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$. Ток во входной ветви: $I_1 = \frac{U}{R_Э}$, токи в параллельных ветвях определяются по формуле разброса токов:

$$I_2 = I_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3}; \quad I_3 = I_1 \frac{R_2}{R_2 + R_3}. \tag{1.12}$$

Преобразования треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду сопротивлений показано на рисунке 1.10. Формулы преобразования имеют следующий вид:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}. \tag{1.13}$$

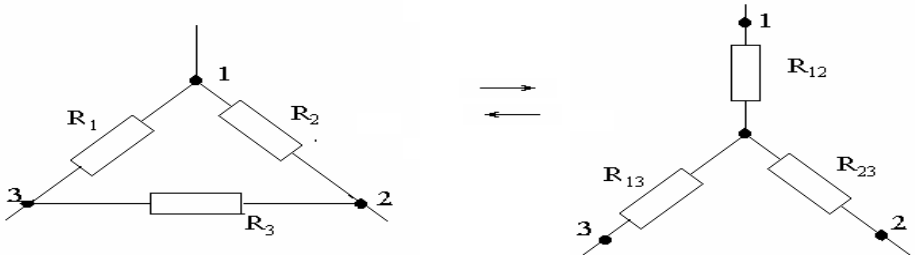


Рисунок 1.10 – Преобразование треугольника сопротивлений в звезду

Формулы преобразования трехлучевой звезды в эквивалентный треугольник имеют следующий вид:

$$R_1 = R_{12} + R_{13} + \frac{R_{12} R_{13}}{R_{23}}, \quad R_2 = R_{12} + R_{23} + \frac{R_{12} R_{23}}{R_{13}}, \quad R_3 = R_{13} + R_{23} + \frac{R_{13} R_{23}}{R_{12}}. \tag{1.14}$$

Преобразование источников. Источник напряжения может быть преобразован в эквивалентный источник тока (рисунок 1.11). Формулы преобразования источника напряжения в эквивалентную схему источника тока, и наоборот, имеют следующий вид:

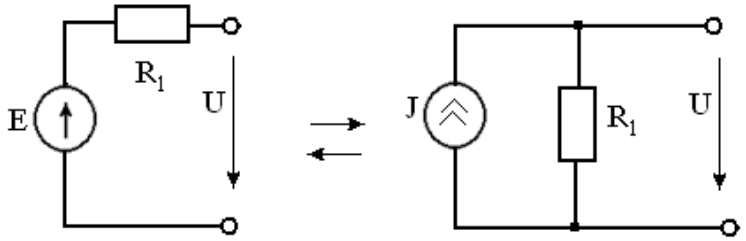


Рисунок 1.11 – Преобразование источников

Формулы преобразования источников: $J = \frac{E}{R_1}$; $E = J \cdot R_1$; $G = \frac{1}{R}$.

Пример. Для схемы электрической цепи, изображенной на рисунке 1.12, определить эквивалентное сопротивление цепи, если: $R_1 = 6 Ом; R_2 = 18 Ом;$ $R_3 = 12 Ом; R_4 = 8 Ом; R_5 = 12 Ом.$

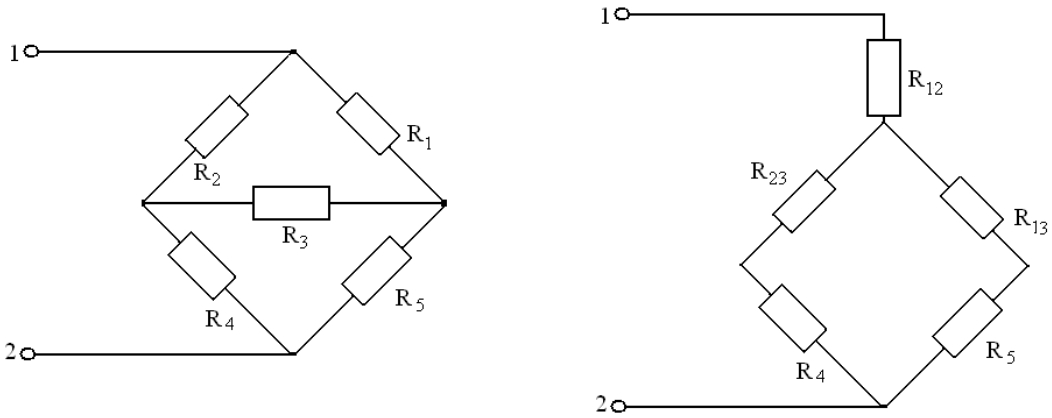


Рисунок 1.12 – Схема электрической цепи

Решение. Элементы цепи $R_1 - R_2 - R_3$ образуют соединение треугольник, которое можно преобразовать в эквивалентную звезду. Формулы преобразования треугольника в звезду:

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{6 \cdot 18}{6 + 18 + 12} = 3 Ом;$$

$$R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{6 \cdot 12}{6 + 18 + 12} = 2 Ом;$$

$$R_{23} = \frac{R_3 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{18 \cdot 12}{6 + 18 + 12} = 6 Ом.$$

В результате преобразования, цепь преобразовалось в смешанное соединение элементов:

$$R_Э = \frac{(R_4 + R_{23}) \cdot (R_5 + R_{13})}{R_4 + R_{23} + R_5 + R_{13}} = \frac{(8+6) \cdot (2+12)}{8+6+2+12} + 3 = 10 Ом.$$

Эквивалентное сопротивление $R_Э = 10 Ом.$

1.6 Методы расчета простых цепей постоянного тока

Анализ цепей с одним источником энергии проводится двумя методами: методом свертывания схемы и методом пропорциональных величин. При методе свертывания схемы определяется эквивалентное сопротивление путем эквивалентных преобразований. Отдельные участки схемы с параллельно или последовательно соединенными элементами заменяют одним эквивалентным элементом. Постепенным преобразованием участков схему упрощают и приводят к простейшей схеме, состоящей из одного эквивалентного элемента. Токи и напряжения отдельных участков при этом определяются по закону Ома.

Пример. Для схемы электрической цепи, изображенной на рисунке 1.13, определить токи ветвей, если параметры цепи $E = 48$ В, $R_1 = R_4 = R_6 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 12$ Ом, $R_5 = 3$ Ом, $R_7 = 6$ Ом.

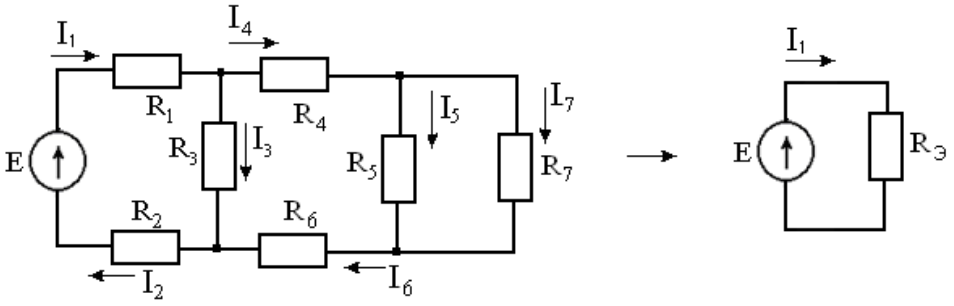


Рисунок 1.13 – Приведение электрической цепи к одному сопротивлению

Решение. Параллельные ветви с сопротивлениями R_5 и R_7 преобразуются в эквивалентное сопротивление R_{57}. В результате этого преобразования получится участок с последовательным соединением элементов $R_4 - R_6 - R_{57}$:

$$R^1 = R_4 + R_6 + \frac{R_5 R_7}{R_5 + R_7} = 4 \text{ Ом}. \qquad (1.13)$$

Элементы R_3 и R^1 образуют параллельные участки. Элементы $R_1 - R_2 - R^{11}$ образуют последовательные участки. С учетом этого, эквивалентное сопротивление цепи:

$$R_Э = R_1 + R_2 + \frac{R_3 R^1}{R_3 + R^1} = 6\,\text{Ом}. \qquad (1.14)$$

В эквивалентной схеме с одним сопротивлением, используя закон Ома, можно определить ток I_1: $I_1 = \frac{E}{R_Э} = \frac{48}{6} = 8A.$

Токи I_3, I_4 определяются по формуле разброса токов:

$$I_3 = I_1 \frac{R^1}{R_3 + R^1} = 8\frac{4}{12+4} = 2\ A;$$
$$I_4 = I_1 \frac{R_3}{R_3 + R^1} = 8\frac{12}{12+4} = 6\ A. \qquad (1.15)$$

Аналогично, определяются токи I_5, I_7:

$$I_5 = I_4 \frac{R_7}{R_5 + R_7} = 6\frac{6}{3+6} = 4\ A;$$
$$I_7 = I_4 \frac{R_5}{R_5 + R_7} = 6\frac{3}{3+6} = 2\ A. \qquad (1.16)$$

Для проверки решения можно воспользоваться уравнением баланса мощностей. Уравнение баланса мощностей отражает равенство мощностей, отдаваемой источником и расходуемой приемниками, т.е.

$E \cdot I_1 = I_1^2 \cdot (R_1 + R_2) + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 (R_4 + R_6) + I_5^2 \cdot R_5 + I_7^2 \cdot R_7$.

$48 \cdot 8 = 64 \cdot 3 + 4 \cdot 12 + 36 \cdot 2 + 16 \cdot 3 + 4 \cdot 6.$

$384 = 384.$

Следовательно, $P_И = 384 Вт, \quad P_П = 384\,Вт.$ Задача решена верно.

1.7 Метод пропорциональных величин

Метод пропорциональных величин основан на принципе линейности цепи и применим только для расчета линейных цепей, и позволяет производить расчеты, вводя так называемый коэффициент подобия $k = \frac{E}{E'}$.

Если под действием ЭДС E ток в n-ой ветви I_n, то под действием ЭДС $k \cdot E$ ток в ветви n в k раз больше и равен $k \cdot I_n$.

Сущность метода: задаемся значением тока I_n в самой удаленной ветви от источника питания ветви. По заданному току находим ЭДС E'. Эта ЭДС отличается от действительной в k раз $k = \frac{E}{E'}$. Действительные токи будут отличаться от расчетных тоже в k раз: $I_n = k \cdot I'_n$.

Рассмотрим метод пропорциональных величин на примере электрической цепи, изображенной на рисунке 2.6.

Примем ток $I_7^{'} = 1A$, тогда напряжение

$$U_7^{'} = I_7^{'} \cdot R_7 = 1 \cdot 6 = 6B;$$

$$I_5^{'} = \frac{U_7}{R_5} = \frac{6}{3} = 2\ A,\ I_4^{'} = I_5^{'} + I_7^{'} = 1 + 2 = 3\ A; \quad (1.17)$$

$$U_3^{'} = U_4^{'} + U_5^{'} + U_6^{'} = 6 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 12\ B;$$

$$I_3' = \frac{U_3'}{R_3} = \frac{12}{12} = 1\ A,\ I_1' = I_3' + I_4' = 1 + 3 = 4\ A; \quad (1.18)$$

$$E' = U_3' + I_1' \cdot R_1 + I_1' \cdot R_2 = 12 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 24\ B.$$

Коэффициент пропорциональности $k = \frac{E}{E^{'}} = \frac{48}{24} = 2.$

Истинные токи ветвей: $I_k = n \cdot I_k^{'}$; $I_1 = 8A,\ I_3 = 2A,\ I_4 = 6A,\ I_5 = 4A, I_7 = 2A.$

1.8 Методы расчета сложных цепей постоянного тока. Баланс мощностей

К методам расчета сложных электрических цепей постоянного тока относятся:

1) Непосредственное применение законов Кирхгофа.

2) Метод узлового напряжения.

3) Метод контурных токов.

4) Метод наложения.

5) Метод эквивалентного генератора.

Расчет сложной электрической цепи при помощи законов Кирхгофа проводят в следующей последовательности:

а) задаются положительными направлениями токов в ветвях;

б) задаются направлением обхода контура по часовой или против часовой стрелки;

в) составляют уравнения по первому и второму законам Кирхгофа;

г) решают систему уравнений и определяют неизвестные токи.

Например, для схемы электрической цепи, указанной на рисунке 1.12, законы Кирхгофа имеют следующий вид:

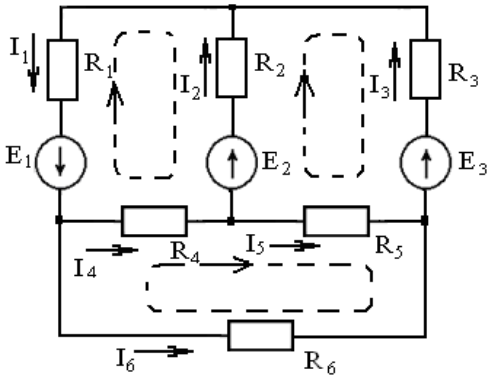


Рисунок 1.14 – Схема сложной электрической цепи

$$\begin{cases} I_1 - I_4 - I_6 = 0 \\ I_2 + I_3 - I_1 = 0 \\ I_5 - I_3 + I_6 = 0 \\ -I_1R_1 - I_2R_2 - I_4R_4 = -E_1 - E_2 \\ I_2R_2 - I_3R_3 - I_5R_5 = E_2 - E_3 \\ I_4R_4 + I_5R_5 - I_6R_6 = 0. \end{cases} \quad (1.19)$$

Число неизвестных токов схемы равно числу ее ветвей. Решая эту систему уравнений, находятся токи $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$.

Если при решении системы некоторые значения токов получаются со знаком «минус», то это означает, что они имеют направления, обратные тем, которые указаны на схеме.

Недостатком применение законов Кирхгофа для расчета сложных электрических цепей является трудоемкость решение системы с большим числом уравнений. Однако эти трудности можно избежать, если применить пакет прикладных программ MATHCAD.

Для любых электрических цепей выполняется баланс электрической мощности, который можно сформулировать следующим образом: алгебраическая сумма мощностей, отдаваемых независимыми источниками, равняется алгебраической сумме мощностей, потребляемых остальными ветвями электрической цепи. Для схемы электрической цепи, изображенной на рисунке 1.14 уравнение баланса мощностей имеет следующий вид

$$E_1I_1 + E_2I_2 + E_3I_3 = I_1^2R_1 + I_2^2R_2 + I_3^2R_3 + I_4^2R_4 + I_5^2R_5 + I_6^2R_6.$$

Алгебраическая сумма мощностей развиваемая источниками напряжения

$$P_И = E_1I_1 + E_2I_2 + E_3I_3.$$

Потребляемая мощность

$$P_{П} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 .$$

При выполнении баланса мощностей $P_{И} = P_{П}$.

Пример. Определить токи в ветвях электрической цепи, изображенной на рисунке 1.15, используя законы Кирхгофа, если $E_1 = 100 B, E_2 = 50 B,$ $R_1 = R_2 = 25 Ом, R_3 = 50 Ом.$

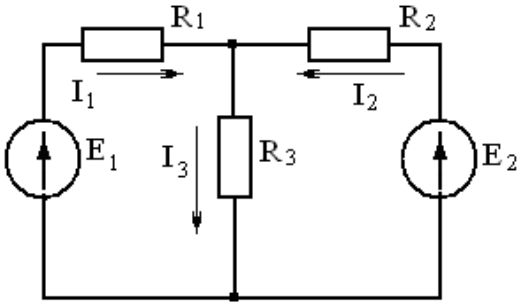


Рисунок 1.15 - Схема сложной электрической цепи

Решение. Схема имеет два узла и три ветви. Число уравнений по первому закону Кирхгофа одно, число уравнений по второму закону Кирхгофа два, общее число уравнений три.

$$\begin{cases} I_3 - I_2 - I_1 = 0, \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1, \\ - I_2 R_2 - I_3 R_3 = -E_2 . \end{cases}$$

Из первого уравнений выразим ток $I_1 = I_3 - I_2$ и подставим во второе уравнение:

$$\begin{cases} (I_3 - I_2) \cdot R_1 + I_3 R_3 = E_1, \\ - I_2 R_2 - I_3 R_3 = -E_2 . \end{cases}$$

После подстановки числовых значений имеем:

$$\begin{cases} - 25 I_2 + 75 I_3 = 100, \\ - 25 I_2 - 50 I_3 = -50. \end{cases}$$

Решение данной системы уравнений позволяет получить значение токов:

$$I_3 = 1{,}2 A; \quad I_2 = -0{,}4 A.$$

Ток $I_1 = I_3 - I_2 = 1{,}2 - (-0{,}4) = 1{,}6 A.$

Правильность решения можно проверить по балансу мощностей:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3,$$
$$100 \cdot 1.6 + 50 \cdot (-0{,}4) = 140\,Bm.$$
$$1{,}6^2 \cdot 25 + (-0{,}4)^2 \cdot 25 + 1{,}2^2 50 = 64 + 4 + 72 = 140\,Bm.$$

Баланс мощности выполняется: мощность, генерируемая источниками, равна мощности потребления потребителями.

1.9 Метод узлового напряжения

Метод узлового напряжения целесообразно применять к схеме, имеющей несколько параллельных ветвей, сходящихся в двух точках.

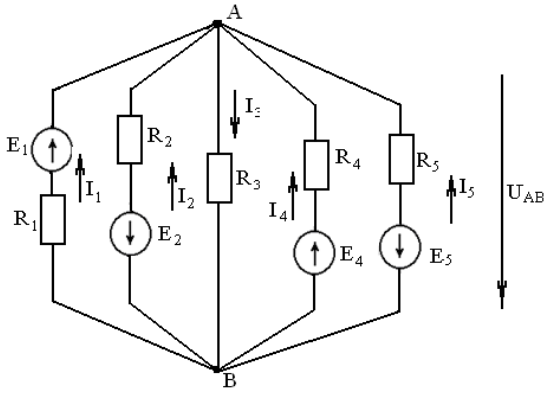


Рисунок 1.16 – Схема цепи с двумя узлами

Напряжение между узлами АВ U_{AB} называется узловым напряжением. Токи в ветвях схемы определяются по закону Ома:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{R_1};\quad I_2 = \frac{-E_2 - U_{AB}}{R_2};\quad I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3};\quad I_4 = \frac{E_4 - U_{AB}}{R_4};\quad I_5 = \frac{-E_5 - U_{AB}}{R_5}.$$

По первому закону Кирхгофа: $I_1 + I_2 - I_3 + I_4 + I_5 = 0$.

Подставляя значения токов в это уравнение, можно получить выражение для определения узлового напряжения:

$$U_{AB} = \frac{E_1 G_1 - E_2 G_2 + E_4 G_4 - E_5 G_5}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5} = \frac{\sum_{k=1}^{n} E_k G_k}{\sum_{k=1}^{n} G_k},$$

где $G_k = \frac{1}{R_k}$ - проводимости соответствующих ветвей.

Произведение $E_k G_k$ в формуле берется со знаком минус, если направление ЭДС E_k противоположно принятому направлению тока.

Пример. Найти токи и показание вольтметра в цепи, схема которой приведена на рисунке 1.17, если $E_1 = 20B, E_2 = 18B,$ $E_3 = 10B, R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10Ом.$

Решение. По методу двух узлов определяется узловое напряжение U_{12} (показание вольтметра):

$$U_{12} = \frac{E_1 G_1 - E_2 G_2 + E_3 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{10 \cdot 0{,}1 - 18 \cdot 0{,}1 + 10 \cdot 0{,}1}{0{,}1 + 0{,}1 + 0{,}1} = 3B.$$

Токи ветвей определяются по закону Ома:

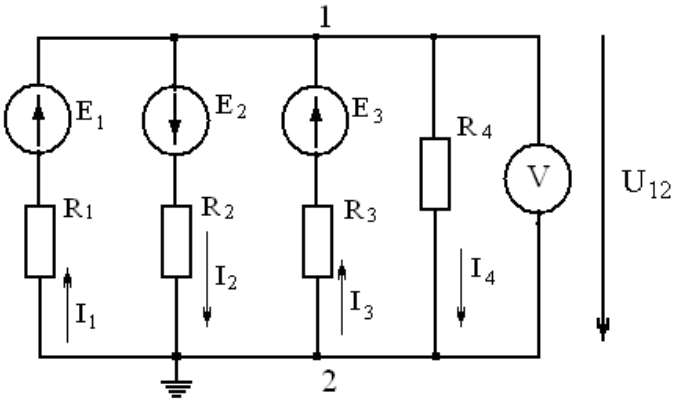


Рисунок 1.17- Схема замещения цепи

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{12}}{R_1} = \frac{20 - 3}{10} = 1{,}7\,A; \quad I_2 = \frac{E_2 + U_{12}}{R_2} = \frac{18 + 3}{10} = 2{,}1A;$$

$$I_3 = \frac{E_3 - U_{12}}{R3} = \frac{10 - 3}{10} = 0{,}7\,A; \quad I_4 = \frac{U_{12}}{R_4} = \frac{3}{10} = 0{,}3\,A.$$

Проверить правильность решения можно по первому закону Кирхгофа:

$$-I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0;$$
$$-1{,}7 + 2{,}1 - 0{,}7 + 0{,}3 = 0.$$

Первый закон Кирхгофа выполняется, задача решена правильно.

1.10 Метод контурных токов

Одним из наиболее распространенных методов расчета сложных цепей является метод контурных токов.

Вводится понятие контурный ток, под которым понимают расчетные (условные) токи. В каждом независимом контуре выбирается свой контурный ток, который замыкается в контуре. Направление контурных токов выбирается произвольно: по часовой или против часовой стрелки.

Рассмотрим схему, изображенную на рисунке 1.18. В каждом контуре замыкаются контурные токи I_{11}, I_{22}, I_{33}. Направление контурных токов во всех контурах одинаковое: по направлению часовой стрелки.

Сопоставляя контурные токи с токами ветвей, можно установить, что величины контурных токов совпадают с величинами токов только на внешних ветвях: $I_1 = I_{11};\ I_3 = I_{22};\ I_6 = I_{33}$. Токи смежных ветвей равны алгебраической сумме контурных токов: $I_2 = I_{22} - I_{11};\ I_4 = I_{33} - I_{11};\ I_5 = I_{33} - I_{22}$.

Для определения контурных токов достаточно составить уравнения для каждого контура:

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_2 + R_4) - I_{22}R_2 - I_{33}R_4 = E_1 - E_2; \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_3 + R_5) - I_{33}R_5 = E_3 + E_2; \\ -I_{11}R_4 - I_{22}R_5 + I_{33}(R_4 + R_5 + R_6) = 0. \end{cases} \quad (1.24)$$

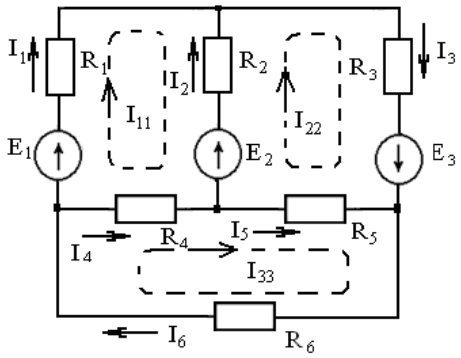


Рисунок 1.18 – Схема цепи к расчету по методу контурных токов

Решая полученную систему уравнений, определяются контурные токи, а затем истинные токи ветвей.

Правильность решения можно проверить по второму закону Кирхгофа.

Пример. Определить токи в цепи методом контурных токов, схема которой изображена на рисунке 1.19, если параметры цепи: $E_1 = 100B; E_2 = 120B; R_{01} = R_{02} = 0{,}5Ом; R_1 = 5Ом; R_2 = 10Ом;\ R_3 = 2Ом; R_4 = 10Ом.$

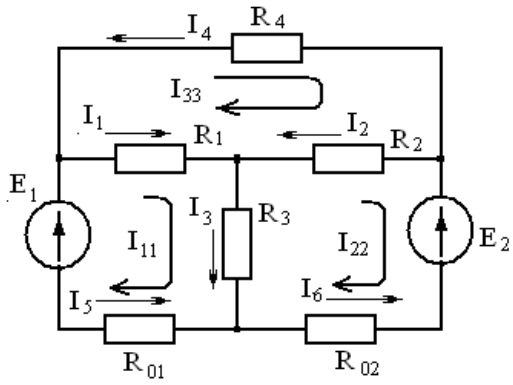


Рисунок 1.19 - Схема замещения цепи

Решение. Для определения токов в ветвях схемы, необходимо в каждом контуре выбрать направление контурных токов I_{11}, I_{22}, I_{33}. Направление контурных токов выбрано по направлению часовой стрелки, затем составляем для каждого контурного тока уравнение:

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_3 + R_{01}) - I_{22}R_3 - I_{33}R_1 = E_1; \\ -I_{11}R_3 + I_{22}(R_2 + R_3 + R_{02}) - I_{33}R_2 = -E_2; \\ -I_{11}R_1 - I_{22}R_2 + I_{33}(R_1 + R_4 + R_2) = 0. \end{cases}$$

После подстановки численных значений имеем следующее уравнение:

$$\begin{cases} 7{,}5I_{11} - 2I_{22} - 5I_{33} = 100; \\ -2I_{11} + 12{,}5I_{22} - 10I_{33} = -120; \\ -5I_{11} - 10I_{22} + 25I_{33} = 0. \end{cases}$$

Для решения системы уравнений воспользуемся программой MATHCAD.

$$B := \begin{pmatrix} 7.5 & -2 & -5 \\ -2 & 12.5 & -10 \\ -5 & -10 & 25 \end{pmatrix} \qquad C := \begin{pmatrix} 100 \\ -120 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Ik := B^{-1} \cdot C = \begin{pmatrix} 9.427 \\ -9.682 \\ -1.987 \end{pmatrix}$$

Контурные токи:

$$I_{11} = 9{,}427\,A;$$
$$I_{22} = -9{,}682\,A;$$
$$I_{33} = -1{,}987\,A.$$

Токи ветвей:

$$I_1 = I_{11} - I_{33} = 9{,}427 - (-1{,}987) = 11{,}414\,A;$$
$$I_2 = I_{33} - I_{22} = -1{,}987 - (-9{,}682) = 7{,}695\,A;$$
$$I_3 = I_{11} - I_{22} = 9{,}427 - (-9{,}682) = 19{,}109\,A;$$
$$I_4 = -I_{33} = 1{,}987\,A;$$
$$I_5 = -I_{11} = -9{,}427\,A;$$
$$I_6 = -I_{22} = 9{,}682\,A.$$

Правильность решения задачи можно проверить по второму закону Кирхгофа.

Запишем законы Кирхгофа и проверим их выполнение:

$$-I_4R_4 - I_1R_1 + I_2R_2 = 0;$$
$$-1{,}987\cdot 10 - 11{,}414\cdot 5 + 7{,}695\cdot 10 = 0{,}01 \approx 0;$$
$$I_1R_1 + I_3R_3 - I_5R_{01} = E_1,$$
$$11{,}414\cdot 5 + 19{,}109\cdot 2 - (-9{,}427)\cdot 0{,}5 = 57{,}07 + 38{,}218 + 4{,}7135 = 100{,}0015 \approx 100;$$
$$-I_2R_2 - I_6R_{02} - I_3R_3 = -E_2;$$
$$-7{,}695\cdot 10 - 9{,}682\cdot 0{,}5 - 19{,}109\cdot 2 = -76{,}95 - 4{,}841 - 38{,}218 = -120{,}009 \approx -120.$$

Второй закона Кирхгофа выполняется, задача решена правильно.

1.11 Метод наложения

В основе метода наложения лежит принцип наложения или суперпозиции.

Принцип наложения: ток (напряжение) в любой ветви цепи при одновременном действии нескольких источников равен алгебраической сумме частичных токов или частичных напряжений, создаваемых в этой ветви каждым источником в отдельности.

Частичными токами, напряжениями называются такие токи и напряжения, которые вызваны действием только одного источника.

Метод расчета цепи, использующий принцип наложения, называется методом наложения. По методу наложения истинные токи в схеме, изображенной на рисунке 1.20, определяются как:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_1' + I_1''; \\ I_2 &= I_2' + I_2''; \\ I_3 &= -I_3' + I_3'', \end{aligned} \qquad (1.26)$$

где I_1', I_2', I_3' – частичные токи от действия одного источника E_1, $E_2 = 0$;

I_1'', I_2'', I_3'' – частичные токи от действия одного источника E_2, $E_1 = 0$.

Частичные токи определяются любым методом расчета цепи.

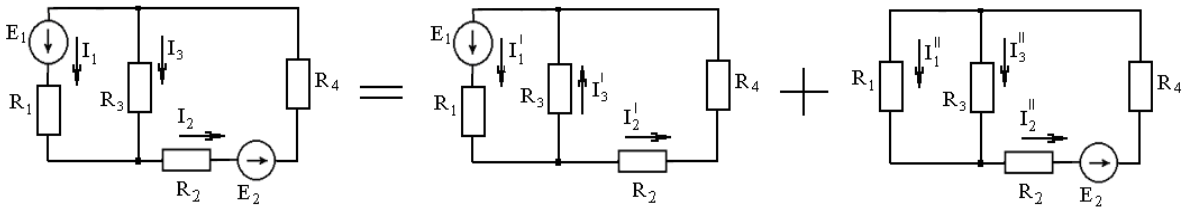


Рисунок 1.20 – Схема цепи для определения тока по методу наложения

Пример. Определить токи в ветвях электрической цепи, изображенной на рисунке 1.21, методом наложения, если $E_1 = 100B; E_2 = 50B; R_1 = R_2 = 25Ом;$ $R_3 = 50Ом.$

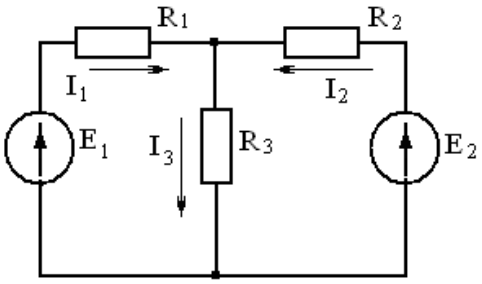
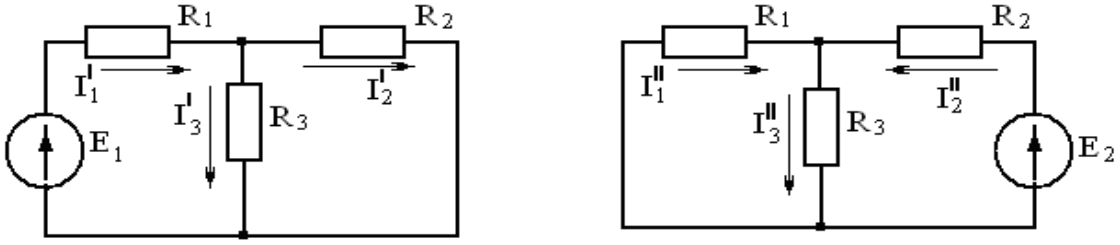


Рисунок 1.21 - Схема сложной электрической цепи

Решение. Нахождение частичных токов от действия источника $E_1, E_2 = 0$ (рисунок 1.22,а)



а б

Рисунок 1.22 - Схема для определения частичных токов

Расчет токов в ветвях по методу наложения сводится к нахождению токов в двух более простых схемах с одним источником ЭДС.

Ток, протекающий в неразветвленной части цепи, определяется законом Ома:

$$I_1' = \frac{E_1}{R_Э} = \frac{E_1}{R_1 + \dfrac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{100}{25 + \dfrac{25 \cdot 50}{75}} = 2{,}4\,A.$$

Токи в параллельных ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям этих ветвей и равны:

$$I_2' = I_1' \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 2{,}4 \frac{50}{25 + 50} = 1{,}6\,A;$$

$$I_3' = I_1' \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 2{,}4 \frac{25}{25 + 50} = 0{,}8\,A.$$

Аналогично определяются токи от действия источника $E_2, E_1 = 0$ (рисунок 1.22, б).

Ток в неразветвленной части цепи определяется законом Ома, токи в паралленых ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям этих ветвей:

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_Э} = \frac{E_2}{R_2 + \dfrac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3}} = \frac{50}{25 + \dfrac{25 \cdot 50}{75}} = 1{,}2\ A;$$

$$I_3'' = I_2'' \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 1{,}2 \frac{25}{75} = 0{,}4\ A;$$

$$I_1'' = I_2'' \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 1{,}2 \frac{50}{75} = 0{,}8\ A.$$

Истинные токи ветвей определяются наложением частичных токов:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 2{,}4 - 0{,}8 = 1{,}6\ A;$$
$$I_2 = -I_2' + I_2'' = -1{,}6 + 0{,}8 = -0{,}4\ A;$$
$$I_3 = I_3' + I_3'' = 0{,}8 + 0{,}4 = 1{,}2\ A.$$

Аналогично определяются и напряжения на отдельных участках электрической цепи, например, напряжение на сопротивлении R_3:

$$U_3 = U_3' + U_3'' = I_3' \cdot R_3 + I_3'' \cdot R_3 = 0{,}8 \cdot 50 + 0{,}4 \cdot 50 = 40 + 20 = 60\ B.$$

1.12 Метод эквивалентного генератора

На практике часто требуется определить величину тока в одной из ветвей сложной цепи. В таких случаях удобно применить метод эквивалентного генератора.

Пусть требуется определить ток I_K в ветви k. Выделяется ветвь k, а остальная часть схемы представляется в виде активного двухполюсника (рисунок 1.23). Активным двухполюсником называется часть электрической цепи с двумя зажимами, содержащая источники энергии.

Согласно теореме об эквивалентном генераторе, ток в любой ветви линейной электрической цепи I_K не изменится, если активный двухполюсник, к которому подключена данная ветвь, заменить эквивалентным источником напряжения с напряжением, равным напряжению холостого хода на зажимах разомкнутой ветви, и внутренним сопротивлением, равным входному сопротивлению пассивного двухполюсника со стороны разомкнутой ветви.

Пассивным двухполюсником называется часть электрической цепи с двумя зажимами, не содержащая источников энергии.

Ток в ветви k равен: $I_K = \dfrac{E_Э}{R_B + R_K}$. Напряжение $E_Э$ определяется из режима разомкнутой ветви и равно: $E_Э = U_{XX}$. Сопротивление генератора равно входному сопротивлению пассивного двухполюсника со стороны разомкнутой ветви.

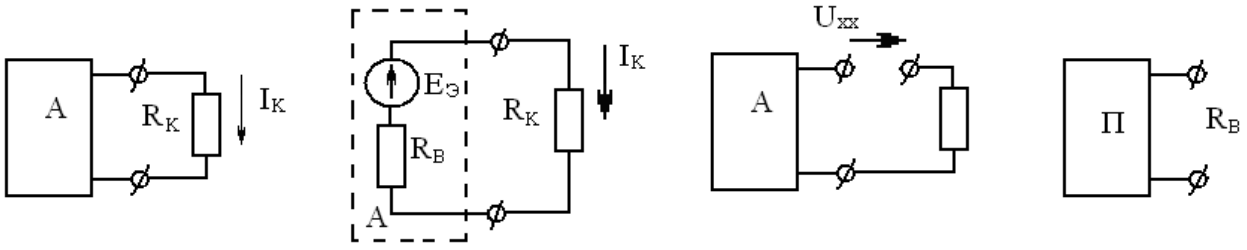


Рисунок 1.23 – Схема цепи для определения тока по методу эквивалентного генератора

Пример. Определить ток I_5 в схеме электрической цепи, изображенной на рисунке 1.24, если параметры цепи $E = 12B, R_1 = R_2 = R_4 = 2Ом,.$ $R_3 = 1Ом, R_5 = \frac{1}{3}Ом.$

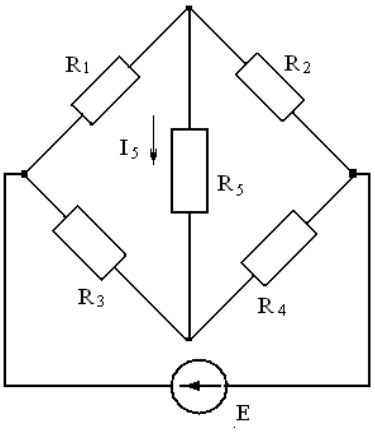
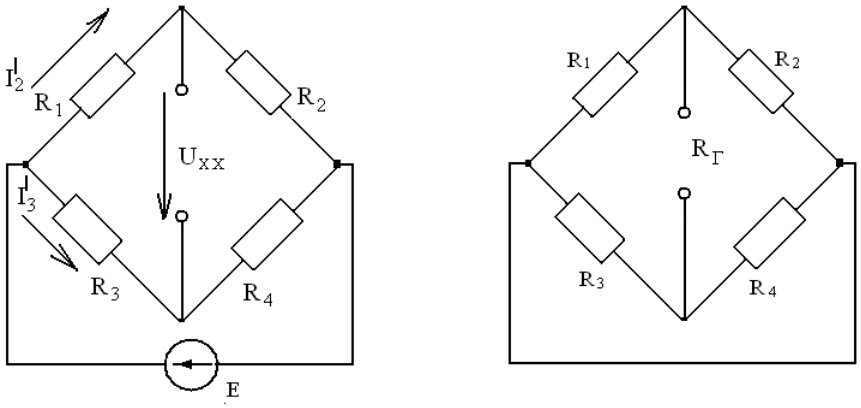


Рисунок 1.24 – Схема электрической цепи

Решение. По методу эквивалентного генератора ток определяется $I_5 = \frac{E_Г}{R_Г + R_5}$, где $E_Г = U_{XX}$.



а б

Рисунок 1.25 – Для определения параметров генератора

Расчет напряжения холостого хода U_{XX}.

Напряжение U_{XX} определяется по второму закону Кирхгофа: $U_{XX} = I_3' R_3 - I_2' R_1$.

Токи $I_2' = \dfrac{E}{R_1 + R_2} = \dfrac{12}{2+2} = 3A, \quad I_3' = \dfrac{E}{R_3 + R_4} = \dfrac{12}{1+2} = 4A.$

С учетом токов, имеем $U_{XX} = 4 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -2B.$

Знак минус означает, что направление U_{XX} противоположно указанному на схеме.

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора определяется из рисунка 1.25 б. Внутреннее сопротивление равно входному сопротивлению со стороны разомкнутой ветви:

$$R_Г = R_{BX} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2 \cdot 2}{2+2} + \frac{1 \cdot 2}{1+2} = 1{,}667 Ом.$$

На основании закона Ома для неразветвленной цепи определяется ток I_5:

$$I_5 = \frac{E_Г}{R_Г + R_5} = \frac{2}{1{,}667 + 0{,}333} = 1{,}0\ A.$$

Ток $I_5 = 1{,}0\ A.$

Контрольные вопросы.

1. Чем отличаются между собой источники напряжения и тока?
2. Напишите закон Ома для пассивного участка цепи.
3. Напишите закон Ома для пассивного участка цепи через проводимость.
4. Напишите обобщенный закон Ома для участка цепи, содержащего э.д.с.
5. Чему равно внутреннее сопротивление идеального источника напряжения?
6. Чему равно внутреннее сопротивление идеального источника тока?
7. Определить эквивалентное сопротивление трех параллельно соединенных резисторов с сопротивлениями R.
8. Определить эквивалентное сопротивление трех последовательно соединенных резисторов с сопротивлениями R каждый.
9. Выведите выражение для эквивалентного сопротивления участка цепи, состоящего из n последовательно соединенных сопротивлений.
10. Выведите выражение для эквивалентного сопротивления участка цепи, состоящего из n параллельно соединенных сопротивлений.
11. Как определяются эквивалентные сопротивления при преобразовании треугольника сопротивлений в звезду сопротивлений?
12. Как определяются эквивалентные сопротивления при преобразовании звезды сопротивлений в треугольник ?
13. Как зависит ток на участке от приложенного напряжения?
14. Как зависит ток на участке от сопротивления участка?

15. Напишите законы Кирхгофа в математической форме.

16. Напишите баланс мощности для цепи с несколькими источниками питания и несколькими сопротивлениями.

17. Сущность принципа наложения.

18. Для каких цепей применяется метод контурных токов?

2 Электрические цепи однофазного синусоидального тока. Методы представления синусоидальных функций

2.1 Основные понятия и определения

Переменными называются токи, напряжения и ЭДС, изменяющиеся во времени. Значения этих величин в любой момент времени называются мгновенными, обозначаются *i, u, e.*

Токи, мгновенные значения которых повторяются через равные промежутки времени, называются периодическими, а наименьший промежуток времени, через который эти значения повторяются, называется периодом и обозначается буквой T. Число периодов в единицу времени называется частотой и обозначается буквой f, $f = \frac{1}{T}$.

Токи, изменяющиеся по закону синуса, называются синусоидальными или гармоническими.

Мгновенное значение синусоидального тока записывается в виде:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i),$$

где I_m – максимальное значение или амплитуда тока;

$\omega t + \varphi_i$ - фаза тока;

φ_i - начальная фаза тока;

ω - угловая частота.

Аналогичные понятия можно ввести для синусоидальных напряжений и ЭДС.

В системе СИ частота измеряется в герцах (Гц); угловая частота измеряется в радиан в секунду (рад/с); период измеряется в секундах (с); фаза измеряется в радианах (рад) или в градусах ($^\circ$).

Важными параметрами синусоидального тока являются действующее и среднее значения.

Действующее значение тока численно равно такому постоянному току, который, проходя через сопротивление за период времени *T*, выделяет то же количества тепла, что данный синусоидальный ток.

Действующим значением тока I называется среднеквадратичное значение электрического тока за период:

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2dt}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2\sin^2(\omega t+\varphi_i)dt}=I_m\sqrt{\frac{1}{2T}\int_0^T[\,1-\cos 2(\omega t+\varphi_i)\,]dt}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.1)$$

Аналогичные определения можно ввести для напряжения и ЭДС:

$$U=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2dt}=\frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T e^2dt}=\frac{E_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.2)$$

Действующие значения можно записать следующими соотношениями:

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=0{,}707I_m,\ U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=0{,}707U_m\ ,\ E=\frac{E_m}{\sqrt{2}}=0{,}707E_m\ .$$

Действующие значения токов, напряжений измеряются приборами электромагнитной, электродинамической, электростатической систем.

Среднее значение гармонического тока за период равен нулю, поэтому пользуются понятием среднего значения за полпериода, соответствующего только положительной полуволны:

$$I_{cp}=\frac{2}{T}\int_0^{T/2} idt=\frac{2I_m}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin(\omega t+\varphi_i)dt=\frac{2I_m}{\pi}=0{,}637\,I_m.$$

2.2 Методы представления синусоидальных функций

Синусоидальные изменяющие токи и напряжения можно представить аналитически, графически, в виде вращающихся векторов и комплексными числами.

Временное представление синусоидальных функций при анализе цепей требует проведения громоздких тригонометрических преобразований. Более удобно векторное представление синусоидальных функций.

Расчет цепей с синусоидальными источниками энергии облегчается, если синусоидальные изменяющиеся токи, напряжения, ЭДС представить векторами или комплексными числами. Эти представления лежат в основе символического метода расчета цепей.

Векторное представление синусоидальных функций основано на том, что каждой синусоидальной функции в соответствие ставится вращающийся вектор на комплексной плоскости. Этот вектор на комплексной плоскости является геометрическим изображением комплексного числа. Поэтому синусоидальным функциям соответствуют комплексные числа.

Мгновенному значению напряжения $u=U_m\sin(\omega t+\varphi_u)$ в любой момент времени соответствует комплексное число, которое называется комплексным мгновенным напряжением. Оно изображается вектором на комплексной

плоскости, длина которого равна амплитуде U_m и который образует с вещественной осью угол $\omega t + \varphi_u$:

$$\underline{u} = U_m e^{j(\omega t+\varphi_u)} = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) + jU_m \sin(\omega t + \varphi_u) = U_m e^{j\varphi} e^{j\omega t} = \dot{U}_m e^{j\omega t}. \qquad (2.3)$$

В начальный момент времени $t = 0$, получается начальное положение вектора, который образует с вещественной осью угол φ_u. Такой вектор обозначается $\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u}$ и называется комплексной амплитудой (рисунок 5.1). Модулем комплексной амплитуды является вещественная амплитуда синусоидального напряжения, а аргументом – начальная фаза, т.е. комплексная амплитуда включает оба параметра синусоиды: амплитуду и фазу. Это очень важное свойство комплексной амплитуды. Вектор $\dot{U}_m$ неподвижен. Множитель $e^{j\omega t}$ является оператором вращения. Любая комплексная величина, будучи умноженная на нее, получает свойства вращающегося вектора, поэтому вектор $\dot{U}_m e^{j\omega t}$ - вращающийся вектор с угловой скоростью ω в направлении противоположном направлению вращения часовой стрелки (рисунок 2.1).

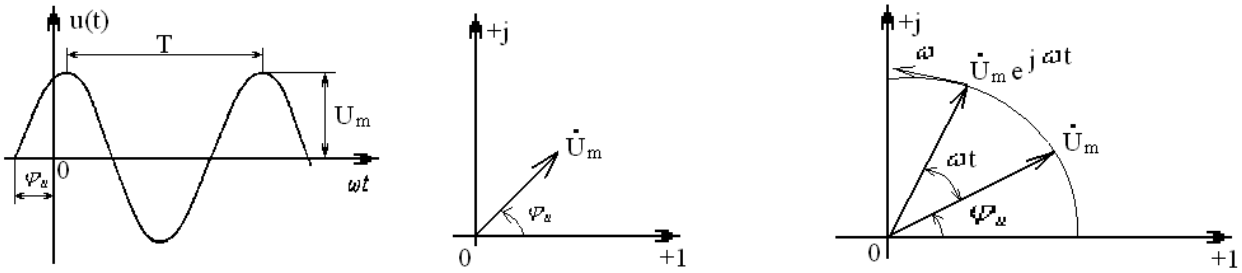


Рисунок 2.1 – Изображение синусоидального напряжения

Из приведенных выражений следует, что напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$ можно рассматривать как проекцию вращающегося вектора $\dot{U}_m e^{j\omega t}$ на ось мнимых чисел: $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) = \mathrm{Im}\left[U_m e^{j(\omega t+\varphi_u)}\right] = \mathrm{Im}\left[\dot{U}_m e^{j\omega t}\right]$, а напряжение $u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$ как проекцию вектора $\dot{U}_m e^{j\omega t}$ на ось вещественных чисел:

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) = \mathrm{Re}\left[U_m e^{j(\omega t+\varphi_u)}\right] = \mathrm{Re}\left[\dot{U}_m e^{j\omega t}\right].$$

Вместо комплексных амплитуд часто рассматривают комплексные действующие величины:

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}}, \quad \dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}}, \quad \dot{E} = \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}}. \qquad (2.4)$$

Обычно при расчетах цепей синусоидального тока наибольший интерес представляют соотношения между действующими значениями и относительные расположения векторов, а не мгновенные значения. Поэтому в комплексных значениях множитель $e^{j\omega t}$ опускается и рассматриваются в основном действующие значения.

Переход от синусоидальных функций к комплексным действующим значениям позволяет упростить действия с синусоидальными функциями: сложение и вычитание, дифференцирование и интегрирование:

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{I}_m e^{j\omega t}) = j\omega t \dot{I}_m e^{j\omega t}, \ \int i dt = \int \dot{I}_m e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} \dot{I}_m e^{j\omega t}.$$

Дифференцирование соответствует умножению на $j\omega$, а операция интегрирования соответствует делению на $j\omega$.

Каждому вектору на комплексной плоскости соответствует определенное комплексное число, которое может быть записано в показательной, тригонометрической или алгебраической форме. Например:

$$\dot{U} = U e^{j\varphi_u} = U(\cos\varphi_u + j\sin\varphi_u) = U\cos\varphi_u + jU\sin\varphi_u = U' + jU'',$$

где $\dot{U} = U e^{j\varphi_u}$ - показательная форма записи;

$U\cos\varphi_u + jU\sin\varphi_u$ - тригонометрическая форма записи;

$U' + jU''$ - алгебраическая форма записи;

$U' = \mathrm{Re}\left[\dot{U}\right]$ - вещественная часть комплекса напряжения;

$U'' = \mathrm{Im}\left[\dot{U}\right]$ мнимая часть комплекса напряжения.

Переход из показательной формы в алгебраическую форму осуществляется с помощью формулы Эйлера: $e^{\pm j\varphi} = \cos\varphi \pm j\sin\varphi$.

Переход из алгебраической формы в показательную форму записи:

$$\dot{U} = U' + jU'' = U e^{j\varphi_u}.$$

$$U = \sqrt{(U')^2 + (U'')^2}, \quad \varphi_u = frctg\frac{U''}{U'}. \qquad (2.6)$$

Пример 1. Мгновенное значение напряжения и тока: $u = 200\sin(314t)\ B$; $i = 6\sin(314t - 45^\circ)\ A$. Определить комплексные амплитуды напряжения и тока.

Решение. Комплексные амплитуды напряжения и тока в показательной форме: $\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u} = 200\ B, \quad \dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i} = 6e^{-j45^\circ}\ A$.

Комплексные амплитуды напряжения и тока в алгебраической форме:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u} = 200\ B, \dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i} = 6e^{-j45^\circ} = 6(\cos 45^\circ - j\sin 45^\circ) = 6(\frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\sqrt{2}}{2}) = (3\sqrt{2} - j3\sqrt{2})\ A.$$

Пример 2. Напряжение и ток пассивного двухполюсника: $\dot{U} = (20 + j40)\,B$; $\dot{I} = (5 + j3)\,A$. Найти мгновенные значения напряжения и тока.

Решение. Модуль комплексных действующих значений напряжения и тока:

$$U = \sqrt{20^2 + 40^2} = 44{,}7\,B;$$
$$I = \sqrt{5^2 + 3^2} = 5{,}83\,A.$$

Начальные фазы напряжения и тока:

$$tg\varphi_u = \frac{40}{20} = 2, \quad \varphi_u = 63^\circ 25';$$
$$tg\varphi_i = \frac{3}{5} = 0{,}6, \quad \varphi_i = 31^\circ.$$

Комплексные действующие значения напряжения и тока в показательной форме:

$$\dot{U} = U e^{j\varphi_U} = 44{,}7 e^{j63^\circ 25'}\ \text{В}, \qquad \dot{I} = 5{,}83 e^{j31^\circ}\ \text{А}.$$

Мгновенные значения напряжения и тока:

$$u = 44{,}7 \cdot \sqrt{2}\sin(\omega t + 63^\circ 25')\ B,\ i = 5{,}83 \cdot \sin(\omega t + 31^\circ)\ A.$$

2.3 Комплексное сопротивление и проводимость

Комплексное сопротивление равно отношению комплекса напряжения к комплексу тока, или комплексного максимального значения напряжения к комплексному максимальному значению тока:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{U e^{j\varphi_u}}{I e^{j\varphi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = Z e^{j\varphi} = Z\cos\varphi + jZ\sin\varphi = R + jX, \qquad (2.7)$$

где Z – модуль комплексного сопротивления, называется полным сопротивлением $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$;

φ - аргумент комплексного сопротивления, равен углу сдвига фаз между напряжением и током $\varphi = arctg\frac{X}{R}$;

$R = \mathrm{Re}[\underline{Z}]$ - вещественная часть комплексного сопротивления, называется активным сопротивлением,

$X = \mathrm{Im}[\underline{Z}]$ - мнимая часть комплексного сопротивления, называется реактивным сопротивлением.

Величину, обратную комплексному сопротивлению $\underline{Z}$, называют комплексной проводимостью:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I\, e^{j\varphi_i}}{U\, e^{j\varphi_u}} = Y\, e^{-j\varphi} = Y(\cos\varphi - j\sin\varphi) = G - jB, \qquad (2.8)$$

где: Y - модуль комплексной проводимости, называется полной проводимостью $Y = \sqrt{G^2 + B^2}$;

$G = \mathrm{Re}[\underline{Y}]$ - активная проводимость; $B = \mathrm{Im}[\underline{Y}]$ – реактивная проводимость.

Пример. Для схемы электрической цепи, изображенной на рисунке 2.2, определить комплексное сопротивление цепи, если: $R = 10\,Ом;\ X_L = 10Ом;\ X_{C1} = 10Ом;\ X_{C2} = 10Ом.$

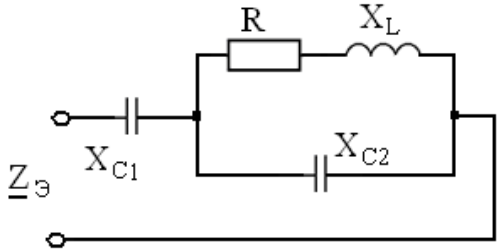


Рисунок 2.2 – Схема электрической цепи

Решение. Комплексное сопротивление отдельных участков цепи:

$$\underline{Z}_1 = R + jX_L = (10 + j10)\,Ом;$$
$$\underline{Z}_2 = -jX_{C2} = -j10\,Ом.$$

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(R + jX_L)\cdot(-jX_{C2})}{R + jX_L - jX_{C2}} = \frac{(10 + j10)\cdot(-j10)}{10 + j10 - j10} = \frac{100 - j100}{10} = 10 - j10\,Ом.$$

$$\underline{Z}_Э = \underline{Z}_1 - jX_{C1} = 10 - j10 - j10 = 10 - j20\,Ом.$$

2.4 Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме

Закон Ома в комплексной форме: $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}$.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма комплексных токов ветвей, сходящихся в узле равна нулю:

$$\sum \dot{I}_k = 0.$$

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма комплексных напряжений на всех элементах любого замкнутого контура равна алгебраической сумме комплексных ЭДС всех источников напряжения в этом контуре:

$$\sum \dot{I}_k \cdot \underline{Z}_k = \sum E_k . \qquad (2.9)$$

Законы Кирхгофа можно записать и для мгновенных значений. Алгебраическая сумма мгновенных значений токов в ветвях, соединенных в узле равна нулю: $\sum i_k = 0.$

Алгебраическая сумма мгновенных ЭДСвсех источников напряжения в любом замкнутом контуре схемы равна алгебраической сумме мгновенных напряжений на всех остальных элементах того же контура $\sum u_k = \sum e_k$.

2.5 Идеализированные элементы в цепи синусоидального тока

Резистивный элемент. Пусть к резистивному элементу приложено синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u).$

Ток в цепи определяется законом Ома:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin(\omega t + \varphi_u)}{R} = \frac{U_m}{R}\sin(\omega t + \varphi_u) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i), \quad I_m = \frac{U_m}{R}, \varphi_i = \varphi_u , \qquad (2.10)$$

где I_m - амплитуда тока;

φ_i - начальная фаза тока;

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$ - сдвиг фаз между напряжением и током.

Временная и векторная диаграммы резистивного элемента для случая $\varphi_u = 0$ показаны на рисунке 2.3.

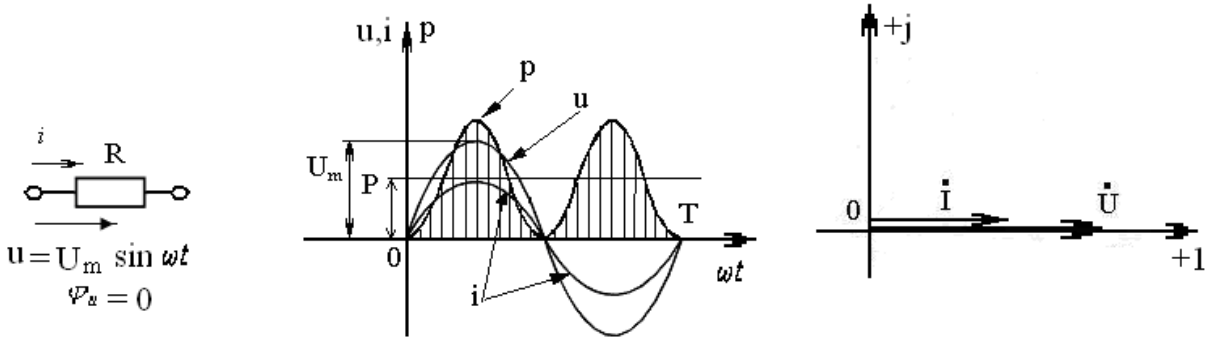


Рисунок 2.3 – Временная и векторная диаграммы резистивного элемента

Мгновенная мощность в резистивном элемент пульсирует от нулевого значения до максимального с двойной частотой и принимает только положительные значения $p = ui = U\,I\left[1 - \cos 2(\omega t + \psi)\right].$

Среднее значение мощности за период называется активной мощностью: $P = \frac{1}{T}\int_0^T uid\,t = \frac{R}{T}\int_0^T i^2 dt = I^2 R.$

В комплексной форме: $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R} = \frac{U}{R}e^{j\varphi_u} = I\,e^{j\varphi_i}$, $I = \frac{U}{R}$, $\varphi_u = \varphi_i$.

Индуктивный элемент. Пусть через индуктивный элемент протекает синусоидальный ток: $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$, тогда напряжение на элементе:

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\omega I_m \cos(\omega t + \varphi_i) = I_m X_L \sin(\omega t + \varphi_i + 90^\circ) = U_{Lm}\sin(\omega t + \varphi_u),$$

где $U_{Lm} = I_m X_L$ - амплитуда напряжения;

$X_L = \omega L$ -индуктивное сопротивление;

$\varphi_u = \varphi_i + 90^\circ$ - начальная фаза напряжения.

Амплитуда напряжения и тока связаны законом Ома, напряжение по фазе опережает ток на угол 90°, ток отстает от напряжения на угол 90°. Сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90^\circ$.

Мгновенная мощность изменяется по синусоидальному закону с двойной частотой: $p = ui = U_m \cos(\omega t + \varphi_i) I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = UI \sin 2(\omega t + \varphi_i)$.

Среднее значение мощности за период равно нулю: $P = \frac{1}{T}\int_0^T pd\,t = 0.$

Реактивная мощность индуктивности $Q_L = UI = I^2 X_L$, измеряется вольт-ампер реактивных $[BAp]$.

Комплексная форма: $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \rightarrow \quad I_m\,e^{j\varphi_i}$.

Комплексная амплитуда напряжения: $\dot{U}_m = j\,\omega L \cdot \dot{I}_m = \underline{Z}_L \cdot \dot{I}_m$.

Ток в индуктивном элементе: $\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{\underline{Z}_L}$.

Комплексное сопротивление индуктивного элемента: $\underline{Z}_L = j\omega L = jX_L = X_L\,e^{j90^0}$. Временные и векторные диаграммы индуктивного элемента для случая $\varphi_u = 0$ показаны на рисунке 2.4.

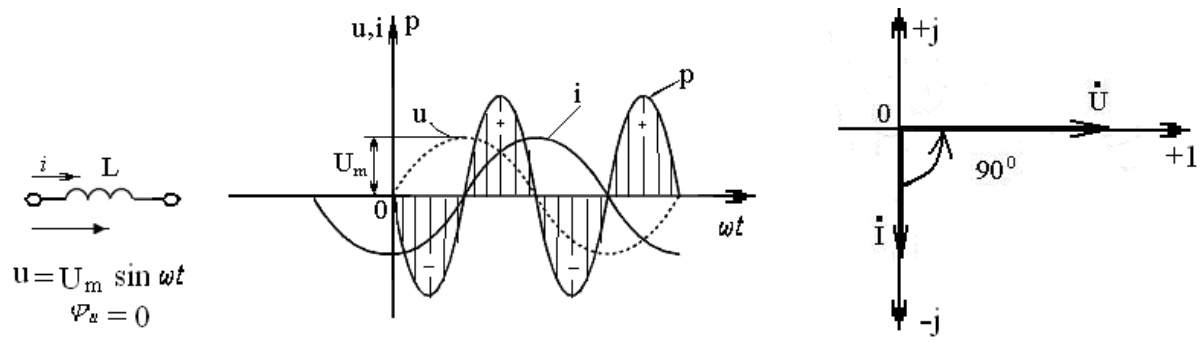


Рисунок 2.4 – Временная и векторная диаграмма индуктивного элемента

Схема замещения реальной катушки представляет собой последовательное соединение активного сопротивления и индуктивности катушки.

Емкостный элемент. К обкладкам конденсатора приложено синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$, тогда ток:

$$i = C\frac{du}{dt} = CU_m\omega\cos(\omega t + \varphi_u) = U_m(C\omega)\sin(\omega t + \varphi_u + 90^\circ) = \frac{U_m}{X_c}\sin(\omega t + \varphi_i) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i),$$

где $I_m = \dfrac{U_m}{X_c} = B_c U_m$ - амплитуда тока;

$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ - емкостное сопротивление;

$B_C = \omega C$ - емкостная проводимость;

$\varphi_i = \varphi_u + 90^\circ$ - начальная фаза тока;

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_u - \varphi_u - 90^\circ = -90^\circ$ - сдвиг фаз между напряжением и током.

Ток на конденсаторе опережает по фазе напряжение на угол 90°.

Мгновенная мощность в емкостном элементе изменяется по синусоидальному закону с двойной частотой 2ω и амплитудой $U\,I$:

$$p = ui = U_m \sin\omega t\, I_m \cos\omega t = U_m I_m \sin\omega t \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = UI\sin 2\omega t\,. \qquad (2.11)$$

Активная мощность $P = \dfrac{1}{T}\int_0^T uidt = 0, \quad Q_C = I^2 X_C. \quad [Q_C] = [BAp].$

В комплексной форме:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \quad \rightarrow \quad \dot{I}_m = I_m e^{j\omega t}, \quad u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) \quad \rightarrow \quad \dot{U}_m = U_m e^{j\omega tt}.$$

$$\frac{d}{dt}\left[U_m e^{j(\omega t + \varphi_u)}\right] = U_m e^{j\omega t} e^{j\varphi_u} \cdot j\omega, \quad I_m e^{j\omega t} e^{j\varphi_i} = jC\omega U_m e^{j\varphi_u} e^{j\omega t}, \; \dot{I}_m = j\omega C\dot{U}_m = \frac{\dot{U}_m}{-jX_C} = \frac{\dot{U}_m}{\underline{Z}_C};$$

где $\underline{Z}_C = \dfrac{1}{j\omega C} = -j\dfrac{1}{\omega C} = -jX_C = X_C e^{-j\frac{\pi}{2}}$ - комплексное сопротивление емкостного элемента.

Временная и векторная диаграммы емкостного элемента показаны на рисунке 2.5.

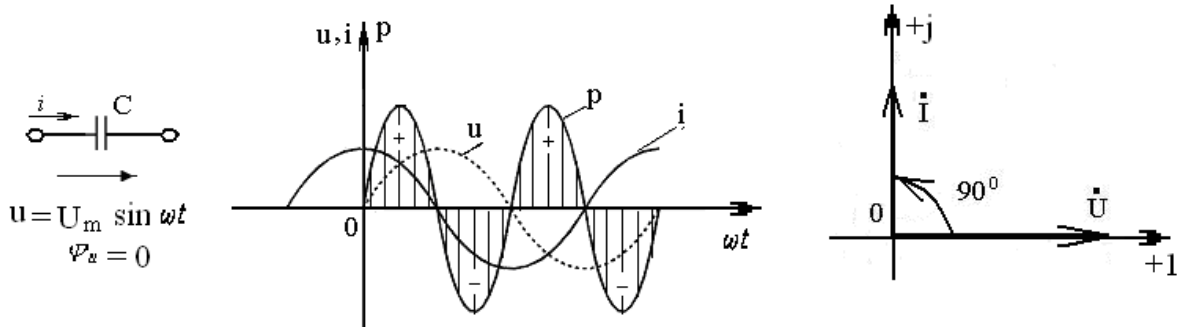


Рисунок 2.5 – Временная и векторная диаграммы емкостного элемента

Пример 1. В сеть с напряжением $U = 220\,B$ и частотой $f = 50\,Гц$ включаются поочередно реостат с сопротивлением $R = 10\,Ом$, индуктивная катушка с индуктивностью $L = 32\,мГн$ и конденсатор с емкостью. $C = 317\,мкФ$. Определить для каждого случая токи в приемниках.

Решение. Комплексные сопротивления элементов:

$$\underline{Z}_R = R = 10\,Ом, \quad \underline{Z}_L = j\omega L = j314 \cdot 32 \cdot 10^{-3} = j10\,Ом, \quad \underline{Z}_C = -j\frac{1}{\omega \cdot C} = -j\frac{10^6}{314 \cdot 317} = -j10\,Ом.$$

Комплексные действующие значения токов:

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R} = \frac{220}{10} = 22\,A;$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_L} = \frac{220}{j10} = -j\,22 = 22e^{-j90^\circ}\,A;$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_C} = \frac{220}{-j10} = j\,22 = 22e^{j90^\circ}\,A.$$

Мгновенные значения токов:

$$i_R = 22 \cdot \sqrt{2}\sin\omega t\ A, \quad i_L = 22\sqrt{2}\sin(\omega t - 90^\circ)\ A, \quad i_C = 22\sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ)\ A.$$

Пример 2. Катушка с активным сопротивлением $R = 6\,Ом$, индуктивностью $L = 25{,}5\,мГн$ соединена с конденсатором емкостью $C = 1590\,мкФ$. Найти ток и напряжение на катушке и конденсаторе, если напряжение на входе цепи $U = 220\,B$ и частота $f = 50\,Гц$.

Решение. Сопротивление элементов схемы:

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 25{,}5 \cdot 10^{-3} = 8\,Ом;$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1590 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{499260} = 2\,Ом.$$

Комплексные сопротивления:

$$\underline{Z}_{BX} = R + jX_L - jX_C = 6 + j8 - j2 = 6 + j6 = 8{,}5e^{j45^\circ}\ Ом;$$
$$\underline{Z}_K = R + jX_L = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ 10''}\ Ом.$$

Комплексный ток: $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{\underline{Z}_{BX}} = \dfrac{220}{8{,}5e^{j45^\circ}} = 25{,}88e^{-j45^\circ}\ A.$

По известному току можно определить напряжение на отдельных участках цепи:

$\dot{U}_R = \dot{I}\cdot R = 155{,}3e^{-j45^\circ}$ В, $\dot{U}_K = \dot{I}\cdot \underline{Z}_K = 25{,}88e^{-j45^\circ}\cdot 10e^{j53^\circ 10'} = 258{,}8e^{j8^\circ 10'}$ В;

$\dot{U}_C = \dot{I}\cdot(-jX_C) = 25{,}88e^{-j45^\circ}\cdot 2^{-j90^\circ} = 51{,}76e^{-j135^\circ}$ В.

Мгновенные значения тока и напряжений:

$$i = 25{,}88\cdot\sqrt{2}\sin(\omega t - 45^\circ)\ A;$$
$$u_R = 155{,}3\cdot\sqrt{2}\sin(\omega t - 45^\circ)\ B;$$
$$u_L = 258{,}8\cdot\sqrt{2}\sin(\omega t + 8^\circ 10')\ B;$$
$$u_C = 51{,}76\cdot\sqrt{2}\sin(\omega t - 135^\circ)\ B.$$

2.6 Резонанс напряжений

Последовательное соединение элементов R, L, C называется последовательным колебательным контуром, в нем возможен резонанс напряжения.

Резонансом напряжения называется такой режим в колебательном контуре, при котором частота подводимого к контуру $u = U_m\sin(\omega t + \varphi_u)$ переменного напряжения ω равна частоте собственных колебаний контура ω_o.

Особенности резонанса напряжений:

а) реактивное входное сопротивление равно нулю, комплексное сопротивление становится резистивным: $X = X_L - X_C = 0$, $\underline{Z} = R$;

б) резонансная частота контура $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$;

в) ток и активная мощность максимальны: $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{U}{R} = I_0$, $P = I_0 U$;

г) напряжения на реактивных элементах равны: $U_L = U_C$, реактивные мощности тоже равны $Q_L = Q_C = \omega_0 L I^2 = \dfrac{1}{\omega_0 C} I^2$;

д) характеристическое или волновое сопротивление контура:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{LC}}C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho; \qquad (2.12)$$

ж) отношение напряжений на реактивных элементах к приложенному напряжению, или отношение реактивных мощностей к активной мощности в режиме резонанса называется добротностью контура:

$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{U_L}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{L}{\sqrt{LC}R} = \frac{\rho}{R}. \qquad (2.13)$$

Добротность контура показывает, во сколько раз напряжения на реактивных элементах превышают приложенное напряжение. Величина, обратная добротности, называется затуханием контура $d = \frac{1}{Q}$.

Важной характеристикой колебательного контура является полоса пропускания контура. Полосой пропускания контура называется полоса частот вблизи резонансной, на границе которой ток снижается в $\sqrt{2}$ раз относительно I_0 (рисунок 2.4). Абсолютная полоса пропускания равна $\Delta f = f_2 - f_1$. Абсолютную полосу пропускания контура можно выразить через добротность контура $\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q}$. По резонансной кривой можно экспериментально определить добротность контура $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$.

Зависимость параметров цепи от частоты называется частотными характеристиками. Зависимость действующих или амплитудных значений тока I и напряжений U_L, U_C от частоты называется резонансными кривыми.

Частотные характеристики цепи:

$$X_L(\omega) = \omega L\,,\ X_C(\omega) = \frac{1}{\omega C},\ X(\omega) = X_L(\omega) - X_C(\omega) = \omega L - \frac{1}{\omega C}. \qquad (2.14)$$

Резонансные кривые: $I(\omega)$, $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$:

$$I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad U_L(\omega) = I \cdot \omega L = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \omega L, \qquad (2.15)$$

$$U_C(\omega) = I \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\omega C}. \qquad (2.16)$$

На рисунке 2.6 приведены частотные характеристики и резонансные кривые.

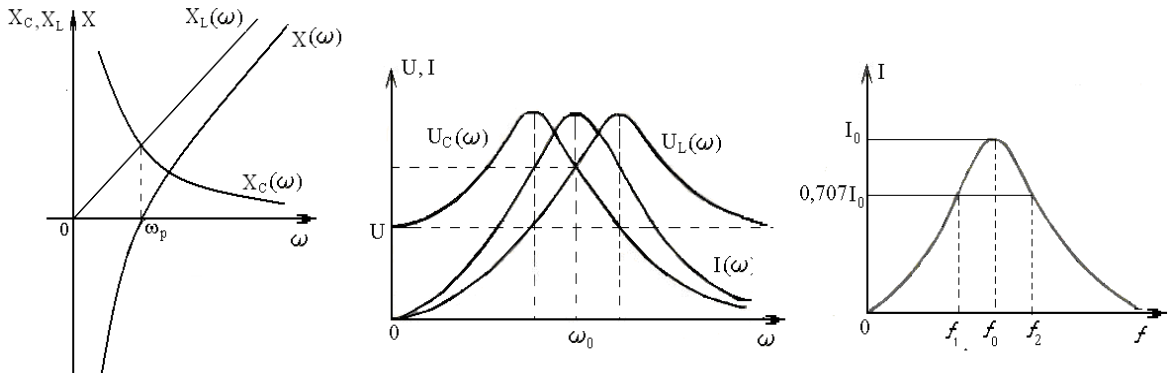


Рисунок 2.6 – Частотные характеристики и резонансные кривые

2.7 Методы расчета электрических цепей синусоидального тока

Изображение синусоидальных величин комплексными числами позволяет применить для расчета цепей синусоидального тока те же методы и соотношения, которые использовались в цепях постоянного тока.

Все методы расчета электрических цепей постоянного тока (метод эквивалентного преобразования электрических цепей, метод непосредственного применения законов Кирхгофа, метод контурных токов, метод узлового напряжения, метод наложения, метод эквивалентного генератора), эквивалентные преобразования электрических цепей справедливы и для цепей синусоидального тока. Порядок расчета остается тот же, что и при расчете цепей постоянного тока, но ЭДС, напряжения, токи и сопротивления записывают в комплексной форме и расчет ведется символическим методом.

При смешанном соединении ветвей (рисунок 2.7) расчет цепи ведется методом эквивалентных преобразований. Если известны параметры цепи и напряжение на входе цепи, сначала определяется комплекс входного сопротивления, т.е. путем эквивалентных преобразований цепь приводится к одному сопротивлению:

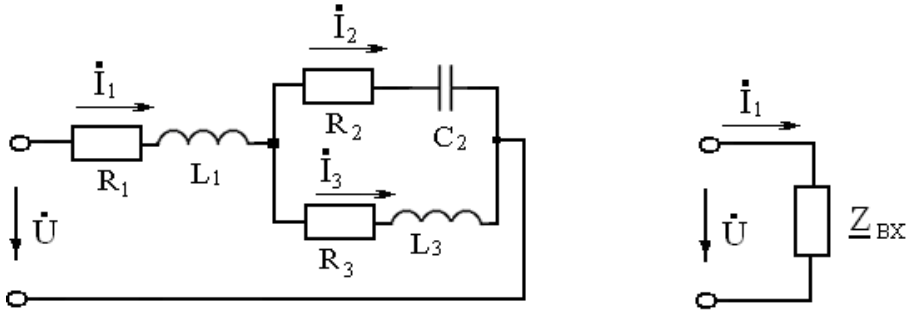


Рисунок 2.7 - Схема смешанного соединения ветвей

Комплекс входного сопротивления: $\underline{Z}_{BX} = \underline{Z}_1 + \dfrac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}$.

Комплексные сопротивления ветвей:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j \cdot X_{L1}; \quad \underline{Z}_2 = R_2 - j \cdot X_{C2}; \quad \underline{Z}_3 = R_3 + j \cdot X_{L3}.$$

Ток в неразветвленной части определяется по закону Ома: $\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}}{\underline{Z}_{BX}}$.

Токи в параллельных ветвях:

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}: \qquad \dot{I}_3 = \dot{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}.. \tag{2.17}$$

На рисунке 2.8 изображена сложная электрическая цепь с двумя синусоидальными источниками ЭДС.

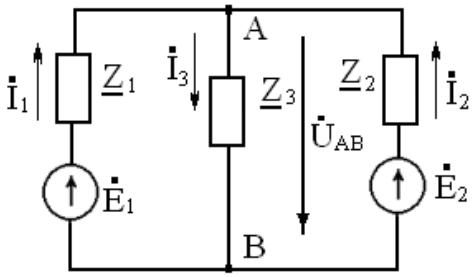


Рисунок 2.8 – Схема сложной цепи синусоидального тока

Методом узлового напряжения определяется напряжение между узлами А и В $\dot{U}_{AB}$:

$$\dot{U}_{AB} = \frac{\dot{E}_1 \cdot \underline{Y}_1 + \dot{E}_2 \cdot \underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}. \tag{2.18}$$

Проводимости ветвей: $\underline{Y}_1 = \dfrac{1}{\underline{Z}_1}; \quad \underline{Y}_2 = \dfrac{1}{\underline{Z}_2}; \quad \underline{Y}_3 = \dfrac{1}{\underline{Z}_3}.$

По известным проводимостям ветвей и напряжению $\dot{U}_{AB}$ можно определить токи ветвей, пользуясь законом Ома:

$$\dot{I}_1 = \underline{Y}_1(\dot{E}_1 - \dot{U}_{AB}); \qquad \dot{I}_2 = \underline{Y}_2(\dot{E}_2 - \dot{U}_{AB}); \qquad \dot{I}_3 = \underline{Y}_3(\dot{E}_3 - \dot{U}_{AB}).$$

Аналогично можно записать уравнения по методу контурных токов, для цепи, изображенной на рисунке 2.8:

$$\begin{cases} \dot{I}_{11}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) - \dot{I}_{22} \cdot \underline{Z}_3 = \dot{E}_1; \\ -\dot{I}_{11} \cdot \underline{Z}_3 + \dot{I}_{22} \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) = -\underline{E}_2. \end{cases} \tag{2.19}$$

Несмотря на общность методов расчета цепей синусоидального и постоянного токов, расчеты цепей синусоидального тока значительно сложнее.

2.8 Мощность в цепи синусоидального тока

Рассмотрим произвольный двухполюсник при действии источника синусоидального напряжения: $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u);\quad \varphi_u = 0;$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i);\quad \varphi_u - \varphi_i = \varphi;\quad \varphi_i = -\varphi,\quad i = I_m \sin(\omega t - \varphi). \qquad (2.20)$$

Мгновенная мощность:

$$p = ui = U_m \sin\omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi) = U_m I_m \sin\omega t \sin(\omega t - \varphi) = U\,I\left[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right]. \qquad (2.21)$$

Мгновенная мощность, поступающая в цепь, состоит из двух слагаемых – постоянной составляющей и синусоидальной составляющей, имеющую удвоенную частоту по сравнению с частотой напряжения и тока.

Среднее значение мощности за период называется активной мощностью:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = UI\cos\varphi\,. \qquad (2.22)$$

Амплитуда синусной составляющей мгновенной мощности численно равна полной мощности: $S = UI$, тогда $P = S\cos\varphi$,

где $\cos\varphi = \dfrac{P}{S}$ - называется коэффициентом мощности и является важной характеристикой электрических машин и линий передач. Чем выше $\cos\varphi \to 1,$ тем меньше потерь в линии и выше степень использования электрических машин и аппаратов.

Максимальное значение $\cos\varphi \to 1,\ S = P,\ Q = 0,$ т.е. цепь носит чисто активный характер и сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю.

Реактивная мощность: $Q = UI\sin\varphi$.

Комплексная мощность:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{U}\,\dot{I}^{*} = \dot{I}\,\underline{Z}\,\dot{I}^{*} = I^2\underline{Z} = I^2(R + jX) = I^2R + jI^2X = P + jQ = S\,e^{j\varphi}\ ; \\ S &= \sqrt{P^2 + Q^2},\quad \varphi = arctg\frac{Q}{P}; \\ P &= \mathrm{Re}\left[\tilde{S}\right] = UI\cos\varphi; \\ Q &= \mathrm{Im}\left[\tilde{S}\right] = UI\sin\varphi. \end{aligned} \qquad (2.23)$$

где $\overset{*}{I}$ - ток сопряженный току $\dot{I}$, отличается противоположным знаком перед мнимой частью и перед аргументом.

$$\dot{I} = I e^{j\varphi_i} = I' + jI'', \quad \overset{*}{I} = I e^{-j\varphi_i} = I' - jI''. \tag{2.24}$$

В электрической цепи содержащей источники гармонических ЭДСи токов для мгновенных мощностей выполняется соотношение, т.е. справедлива теорема Теледжена: сумма мгновенных мощностей всех ветвей электрической цепи равна нулю: $\sum_{k=1}^{n} p_k = \sum_{k=1}^{n} u_k i_k = 0.$

В комплексной форме можно записать $\sum_{k=1}^{n} \tilde{S}_k = \sum_{k=1}^{n} \dot{U}_k \overset{*}{I} = 0$ - сумма комплексных мощностей, потребляемых всеми ветвями электрической цепи, равна нулю.

$\sum_{k}^{n} \underline{Z}_k I_k^2 = \sum_{л=1}^{m} \underline{E}_k \overset{*}{I}_k + \sum_{л=1}^{m} \underline{U}_k \overset{*}{J}_k$ - баланс мощностей в комплексной форме.

$\sum_{k=1}^{n} \underline{E}_k \overset{*}{I}_k + \sum_{k=1}^{n} \underline{U}_k \overset{*}{J}_k = \sum_{k=1}^{n} \tilde{S}_{k\ ИСТ.}$ - алгебраическая сумма комплексных мощностей, генерируемых источником ЭДС и тока.

$\sum_{k}^{n} \underline{Z}_k I_k^2 = \sum_{k=1}^{n} \tilde{S}_{k\ ПОТ.}$ - сумма комплексных мощностей, потребляемая потребителями.

Для равенства двух комплексных мощностей $\sum_{k=1}^{n} \tilde{S}_{kИИС.} = \sum_{k=1}^{n} \tilde{S}_{kППО}$, необходимо выполнение двух условий:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n} P_{ku.} = \sum_{k=1}^{n} P_{kn.}; \\ \sum_{k=1}^{n} Q_{ku.} = \sum_{k=1}^{n} Q_{kn.} \end{cases}, \tag{2.25}$$

т.е. активная мощность, рассеиваемая в сопротивлениях равна активной мощности источников энергии, реактивная мощность в реактивных элементах равна реактивной мощности источников энергии.

Реактивная мощность индуктивностей учитывается со знаком плюс, а емкостей со знаком минус. Активная потребляемая мощность измеряется ваттметром.

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте понятие действующего значения периодического тока.
2. Как связаны меду собой действующее и амплитудное значение?

3. Как определить среднее значение периодического синусоидального тока?

4. Найдите сумму двух периодических синусоидальных токов.

5. Чему равно индуктивное сопротивление?

6. Чему равно емкостное сопротивление?

7. Чему равно комплексное сопротивление индуктивной катушки?

8. Чему равно комплексное сопротивление емкостного элемента?

9. Как вы понимаете термин «полное сопротивление»?

10. Начертите треугольник сопротивлений.

11. Напишите закон Ома и Кирхгофа в комплексной форме.

12. Напишите условия возникновения резонанса напряжений.

13. Какими параметрами определяется резонансная частота контура?

14. В какой цепи наступает резонанс напряжений?

15. Назовите первичные и вторичные параметры контура.

16. Чем определяется добротность последовательного колебательного контура?

17. Что такое волновое сопротивление контура?

18. Напишите условие резонанса токов.

19. В какой цепи наступает резонанс токов?

20. Напишите выражение для мгновенного значения тока в цепи, состоящей из соединенных последовательно элементов R и L, если к зажимам цепи приложено напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$.

21. Напишите выражение для мгновенного значения тока в цепи, состоящей из соединенных последовательно элементов R и C, если к зажимам цепи приложено напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$.

22. Напишите выражение для мгновенного значения напряжения на зажимах цепи, состоящей из катушки с активным сопротивлением соединенных последовательно, если мгновенное значение тока $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$.

23. Постройте векторную диаграмму для цепи, состоящей из соединенных последовательно элементов R и L, если к зажимам цепи приложено напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$.

24. Чем определяется полная мощность, единицы измерения полной мощности?

25. Начертите треугольник мощности и напишите формулы для сторон этого треугольника.

26. Как можно повысить коэффициент мощности?

27. Назовите единицы измерения активной мощности.

28. Назовите единицы измерения реактивной мощности.

29. Постройте векторы напряжения и тока, сдвинутые между собой по фазе на угол φ, $\varphi > 0$.

30. ЭДС катушки равно $10\,В$, Чему равен ток, протекающий через нее, если индуктивность катушки $L = 0{,}016$ Гн?

31. Чему равен угол сдвига фаз между напряжением и током у активного сопротивления?

3 Трехфазные цепи

3.1 Основные понятия и определения

В настоящее время почти все электроснабжение, передача, распределение электричества осуществляются с помощью трехфазных цепей.

Трехфазная цепь состоит из трехфазного генератора, трехфазного потребителя и линии передачи.

Трехфазный генератор состоит из двух основных частей: статора и ротора. На статоре расположены три одинаковые обмотки.

При вращении ротора в каждой обмотке наводится синусоидальная ЭДС амплитуды E_m и частоты f, сдвинутая по фазе относительно ЭДС соседней обмотки на угол 120°.

Система трех переменных ЭДС одной амплитуды и частоты, сдвинутых по фазе на 120°, называется трехфазной симметричной системой ЭДС.

Мгновенные и комплексные значения ЭДС обмоток e_A, e_B, e_C:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; & \dot{E}_A &= E; \\ e_B &= E_m \sin(\omega t - 120^\circ); & \dot{E}_B &= E \cdot e^{-j120^\circ}; \\ e_C &= E_m \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ); & \dot{E}_C &= E \cdot e^{-j240^\circ}. \end{aligned} \qquad (3.1)$$

На рисунке 3.1 приведены временные и векторные диаграммы симметричной трехфазной системы ЭДС.

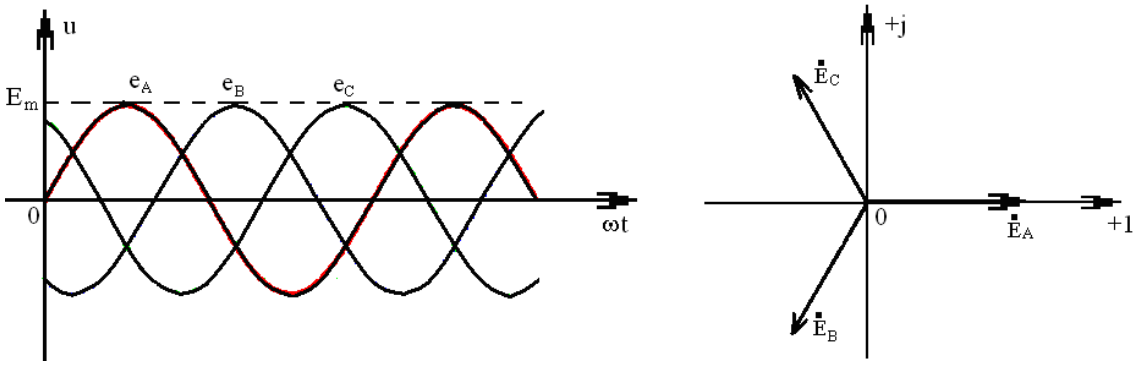


Рисунок 3.1 - Временные и векторные диаграммы симметричной трехфазной системы ЭДС

Для симметричной трехфазной системы ЭДСсумма мгновенных значений фазовых ЭДС в любой момент времени равна нулю: $e_A + e_B + e_C = 0$, для действующих значений: $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$.

Различают соединение обмоток генератора звездой и треугольником. При соединении обмоток генератора звездой все концы фазных обмоток объединены в общую точку, которая называется нейтральной точкой генератора и обозначается буквой N. Начала обмоток обозначаются буквами A, B, C.

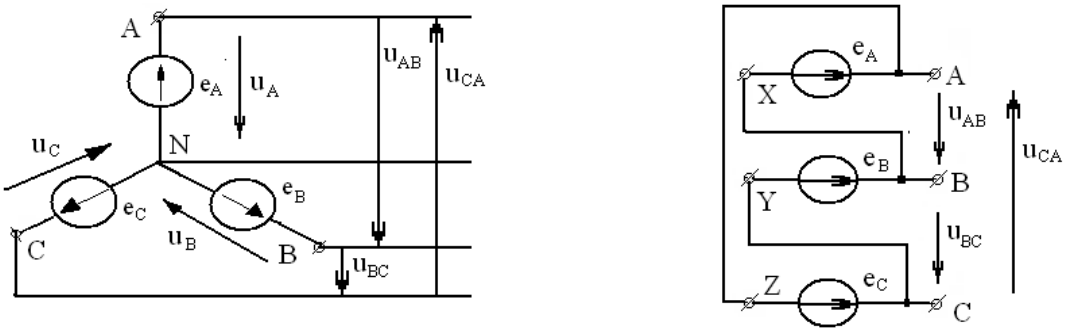


Рисунок 3.2 – Схемы соединения фаз обмоток звездой и треугольником

При соединении обмоток генератора треугольником: $e_{BA} = E_m \sin\omega t$; $e_{AC} = E_m \sin(\omega t + 120^\circ)$; $e_{CB} = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)$. В комплексной форме: $\dot{E}_{BA} = E$; $\dot{E}_{AC} = E e^{j120^\circ}$; $\dot{E}_{CB} = E e^{-j120^\circ}$.

Потребители электрической энергии могут быть соединены в звезду и в треугольник.

3.2 Соединение фаз нагрузки в звезду и треугольник

Соединение фаз нагрузки в звезду. Если объединить концы фаз генератора и концы фаз нагрузки в общую точку, то получится трехфазная четырехпроводная цепь, изображенная на рисунке 3.3.

Провода, соединяющие генератор с нагрузкой, называются линейными. Токи в линейных проводах называются линейными (I_A, I_B, I_C). Провод соединяющий нейтральные точки генератора и нагрузки называется нейтральным, ток в нейтральном проводе называется нейтральным (I_N).

Узловое напряжение между нейтральной точкой нагрузки и нейтральной точкой генератора $\dot{U}_{nN}$ называется смещением нейтрали. Если пренебречь сопротивлениями нейтрального провода и линейных проводов, то фазные напряжения потребителя будут равны фазным напряжениям генератора $\dot{U}_a = \dot{U}_A, \dot{U}_в = \dot{U}_B, \dot{U}_c = \dot{U}_C$. Нагрузка в трехфазной цепи может быть симметричной и несимметричной. При симметричной нагрузке комплексные сопротивления фаз одинаковые: $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$.

При симметричной нагрузке напряжение U_{nN} равно нулю $\dot{U}_{nN} = 0$, $\dot{I}_{nN} = 0$.

Для расчета трехфазных цепей вводят так называемый фазовый оператор – комплексную величину:

$$a = e^{j120^\circ} = \cos 120^\circ + j\sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}; a^2 = e^{j240^\circ} = \cos 240^\circ + j\sin 240^\circ = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

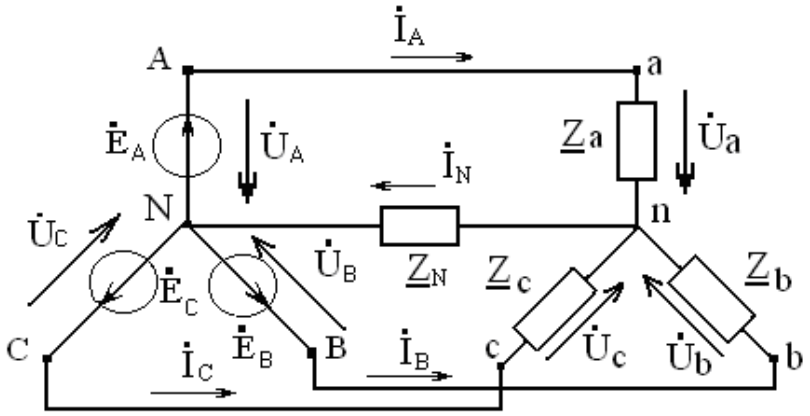


Рисунок 3.3 – Схема четырехпроводной цепи при соединении звездой

Соответственно, умножение вектора на множитель a означает поворот вектора на 120° в положительном направлении, умножение вектора на a^2 означает поворот вектора на 240° в положительном направлении, или на 120° в отрицательном направлении:

$$\dot{E}_A = E_A;\ \dot{E}_B = a^2\dot{E}_A;\ \ \dot{E}_C = a\dot{E}_A. \qquad (3.2)$$

Токи в фазах:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}} = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}}, \qquad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}} = \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}} = \frac{a^2\dot{E}_A}{\underline{Z}} = a^2\dot{I}_A, \qquad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}} = \frac{\dot{E}_C}{\underline{Z}} = \frac{a\dot{E}_A}{\underline{Z}} = a\dot{I}_A.$$

Ток в нейтральном проводе равен сумме токов: $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$. При симметричном режиме ток нейтрального провода:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_A + a^2\underline{I}_A + a\underline{I}_A = \underline{I}_A(1 + a^2 + a) = 0, \qquad (3.3)$$

и отпадает необходимость в нем.

Линейные напряжения определяются как разности фазных напряжений:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B;\ \ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A;\ \ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - U_C. \qquad (3.4)$$

При симметричном режиме работы трехфазной цепи задача сводится к расчету одной из фаз, аналогично расчету однофазной цепи. При этом сопротивление нейтрального провода не учитывается, т.к. ток в нем и, соответственно, падение напряжения на нем отсутствуют. При соединении фаз звездой: $I_Л = I_Ф, U_Л = \sqrt{3}U_Ф$. Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении фаз звездой показана на рисунке 3.5.

При не симметричной нагрузке, когда $\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$, $\underline{Z}_N \neq 0$, токи определяются по методу узлового напряжения:

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{E}\underline{Y}_A + \dot{E}_B\underline{Y}_B + \dot{E}_C\underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}; \qquad (3.5)$$

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_Л + \underline{Z}_a}; \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_Л + \underline{Z}_b}; \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_Л + \underline{Z}_C}; \underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N},$$

где $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C, \underline{Y}_N$ - комплексные проводимости фаз A, B, C с учетом сопротивления линии и нейтрали.

Токи в фазах определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \left(\dot{E}_A - \dot{U}_{nN}\right)\underline{Y}_A; \quad \dot{I}_B = \left(\dot{E}_B - \dot{U}_{nN}\right)\underline{Y}_B; \quad \dot{I}_C = \left(\dot{E}_C - \dot{U}_N\right)\underline{Y}_C; \quad \dot{I}_N = \dot{U}_{nN}\underline{Y}_N.$$

Фазные напряжения на нагрузке:

$$\dot{U}_a = \dot{I}_A\underline{Z}_a; \quad \dot{U}_b = \dot{I}_B\underline{Z}_b; \quad \dot{U}_C = \dot{I}_C\underline{Z}_c. \qquad (3.6)$$

Линейные напряжения на нагрузке:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b; \quad \dot{U}_{bc} = \dot{U}_b - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_C - \dot{U}_a. \qquad (3.7)$$

Соединение фаз нагрузки в треугольник. При соединении фаз генератора треугольником линейное напряжение между проводами, присоединенными к одной и той же фазе приемника или источника питания, равно соответствующему фазному напряжению: $\dot{U}_Л = \dot{U}_Ф$.

Положительное направление ЭДС во всех ветвях треугольника источника питания будем выбирать в направлении $ACBA$, а напряжения и токи в ветвях приемника в направлении $abca$.

При соединении треугольником линейные токи определяются в соответствии с первым законом Кирхгофа как разности фазных токов. При симметричном режиме $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}$, $I_{ab} = I_{BC} = I_{ca} = I_Ф$, $I_A = I_B = I_C = I_Л$.

Фазные токи нагрузки:

$$\dot{I}_{ab}=\frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}}=\frac{\dot{E}_{BA}}{\underline{Z}};\quad \dot{I}_{bc}=\frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}}=\frac{a^2\dot{E}_{BA}}{\underline{Z}}=a^2\dot{I}_{ab};\quad \dot{I}_{ca}=\frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}}=\frac{a\dot{E}_{BA}}{\underline{Z}}=a\dot{I}_{ab}.$$

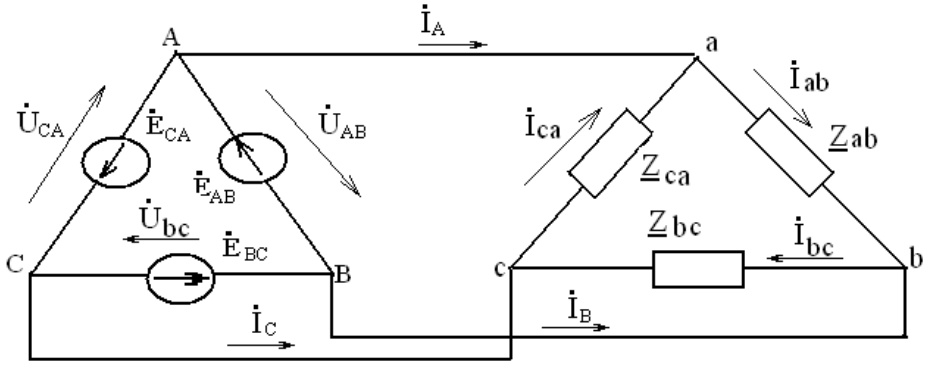
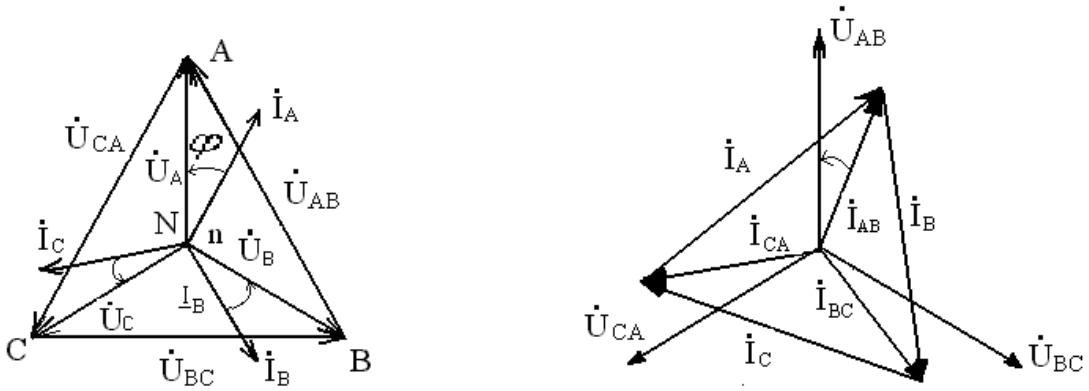


Рисунок 3.4 – Схема трехфазной цепи при соединении треугольником

Токи в линейных проводах:

$$\dot{I}_A=\dot{I}_{ab}-\dot{I}_{ca};\quad \dot{I}_B=\dot{I}_{bc}-\dot{I}_{ab};\quad \dot{I}_C=\dot{I}_{ca}-\dot{I}_{bc}..$$

Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рисунке 8.5.
При соединении фаз треугольником: $I_Л=\sqrt{3}\,I_Ф;\quad U_Л=U_Ф$.



а б

Рисунок 3.5 – Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении звездой (а), треугольником (б)

Пример 1. В четырехпроводную трехфазную цепь с линейным напряжением $U_Л=220B$ включен звездный приемник (рисунок 3.6), комплексные сопротивления фаз которого равны $\underline{Z}_a=3+j4\,Ом,\ \underline{Z}_b=3+j5{,}2\,Ом,\ \underline{Z}_c=4+j3\,Ом$. Определить в линейных и нейтральном проводах.

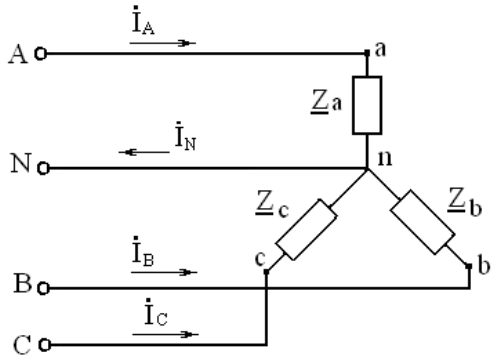


Рисунок 3.6 - Трехфазная четырехпроводная цепь

Решение. Вектор фазного напряжения $\dot{U}_a$ направлен по действительной оси, тогда

$$\dot{U}_a = \frac{\dot{U}_Л}{\sqrt{3}} = 127\ B,$$

$$\dot{U}_b = 127e^{-j120^\circ}\ B,$$

$$\dot{U}_c = 127e^{j120^\circ}\ B,$$

Фазные токи:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{127}{(3+j4)} = \frac{127}{5e^{j53^\circ}} = 25{,}4e^{-j53^\circ}\ A;$$

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{127e^{-j120^\circ}}{(3+j5{,}2)} = \frac{127e^{-j120^\circ}}{6e^{j60^\circ}} = 21{,}2e^{-j180^\circ}\ A;$$

$$\dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{127e^{j120^\circ}}{(4+j3)} = \frac{127e^{j120^\circ}}{5e^{j37^\circ}} = 25{,}4e^{j83^\circ}\ A.$$

Ток в нейтральном проводе:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + I_c = 25{,}4e^{-j53^\circ} + 21{,}2e^{-j180^\circ} + 25{,}4e^{j83^\circ} = 25{,}4(\cos 53^\circ - j\sin 53^\circ) + 21{,}2(\cos 180^\circ -$$

$$- j\sin 180^\circ) + 25{,}4(\cos 83^\circ + j\sin 83^\circ) = 25{,}4(0{,}6018 - j0{,}7986) + 21{,}2(-1) + 25{,}4(0{,}1219 + j0{,}9903) =$$

$$= 15{,}2857 - j20{,}2844 - 21{,}2 + 3{,}09626 + j25{,}1536 = -2{,}819 + j4{,}869 = 5{,}62e^{j120^0}\ A.$$

Векторная диаграмма показана на рисунке 3.7.

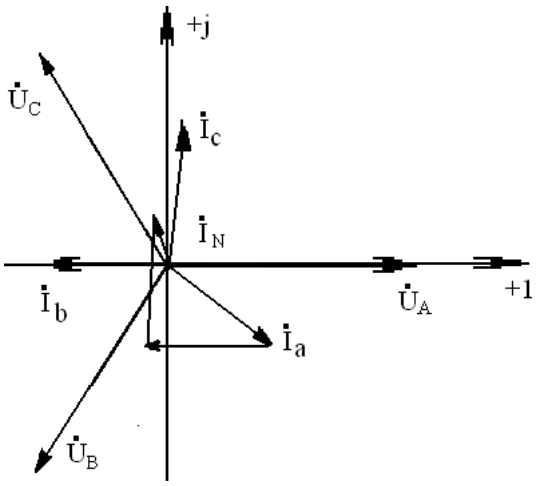


Рисунок 3.7 – Векторная диаграмма токов и напряжений

Пример 2. Для трехфазной цепи, изображенной на рисунке 3.8, с линейным напряжением $U_Л = 220B$ включен приемник, соединенный по схеме «треугольник», сопротивление каждой фазы которого $\underline{Z} = (10 + j10)\,Ом.$ Определить токи в каждой фазе нагрузки и линии.

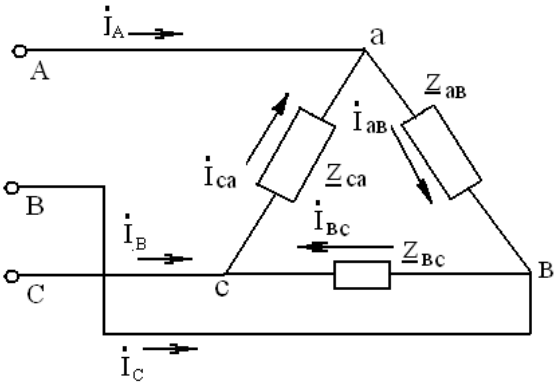


Рисунок 3.8 – Трехфазная цепь соединение приемника треугольником

Решение. Считаем, что вектор линейного напряжения $\dot{U}_{AB}$ направлен по действительной оси, тогда

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{ab} = 220\,B,$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{bc} = 220e^{-j120^\circ}\ B,$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{ca} = 220e^{j120^\circ}\ B.$$

Фазные токи:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}} = \frac{220}{10 + j10} = 15{,}6e^{-j45^\circ} = 11 - j11\ A;$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{10 + j10} = 15{,}6e^{-j165^\circ} = -15 - j4{,}03\ A;$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}} = \frac{220e^{j120^\circ}}{10 + j10} = 15{,}6e^{j75^\circ} = 4{,}03 = j15\ A.$$

Линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 11 - j11 - 4{,}03 - j15 = 6{,}97 - j26 = 26{,}9e^{-j75^\circ}\ A;$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = -15 - j4{,}03 - 11 + j11 = -26 - j5{,}97 = 26{,}9e^{-j165^\circ}\ A;$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = 4{,}03 + j15 + 15 + j4{,}03 = 19 + j19 = 26{,}9e^{j45^\circ}\ A.$$

3.3 Мощность в трехфазной цепи

На практике принято выражать мощность через линейные значения тока и напряжения: $P = \sqrt{3}U_Л I_Л \cos\varphi$.

Реактивная мощность $Q = \sqrt{3}U_Л\, I_Л \sin\varphi$.

Полная мощность : $S = 3U_Ф I_Ф = \sqrt{3}U_Л I_Л$; $S^2 = P^2 + Q^2$,

где φ - сдвиг фаз между фазным напряжением и фазным током.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение трехфазной системы переменного тока.
2. Какое соединение называется звездой?
3. Как строится векторная диаграмма для токов и напряжений при соединении звездой?
4. Какое соединение называется треугольником?
5. В каком случае отсутствует ток в нулевом проводе?
6. Начертите схемы соединения трехфазного генератора.
7. Начертите схемы соединения трехфазного потребителя.
8. Назовите режимы работы трехфазной цепи.
9. Чему равен ток нейтрального провода при симметричном режиме?
10. Какую роль выполняет нейтральный провод?
11. Напишите выражение для мгновенных значений напряжений, образующих трехфазную симметричную систему.
12. Напишите выражение для мгновенных значений токов, образующих симметричную систему, если начальная фаза тока в фазе A равна φ_{iA}.
13. Напишите выражение для активной, реактивной и полной мощностей трехфазной системы.

14. Докажите, что в симметричной трехфазной системе сумма их мгновенных значений всегда равна нулю.

15. Какова связь между линейными и фазными напряжениями при соединении по схеме «звезда»?

16. Какова связь между линейными и фазными напряжениями при соединении по схеме «треугольник»?

17. Что называется смещением нейтрали?

18. Какие способы измерения мощности трехфазной системы вы знаете?

4 Переходные процессы в электрических цепях

4.1 Основные понятия

Переходным процессом называется процесс перехода от одного режима работы электрической цепи к другому, чем-либо отличающегося от предыдущего.

Переходные процессы возникают под действием коммутации. Коммутацией называют процесс замыкания или размыкания рубильников в цепи. Теоретически считается, что коммутация цепи происходит мгновенно при $t = 0$.

Переходные процессы возникают в цепях, содержащие индуктивные и емкостные элементы. Это связано с тем, что энергия, запасенная в электрическом поле конденсатора и в магнитном поле индуктивности, не может измениться мгновенно.

В основе методов расчета переходных процессов лежат законы коммутации.

Первый закон коммутации: ток в ветви с индуктивной катушкой не может изменяться скачком, т.е. ток в индуктивности непосредственно после коммутации $i_L(0+)$ равен току в индуктивности непосредственно перед $i_L(0_-)$ коммутацией. Математическая форма записи первого закона коммутации: $i_L(0_+) = i_L(0_-)$.

Второй закон коммутации: напряжение на конденсаторе не может изменяться скачком, т.е. напряжение на конденсаторе непосредственно после коммутации $u_C(0+)$ равно напряжению на конденсаторе непосредственно $u_C(0_-)$ до коммутации: $u_C(0_+) = u_C(0_-)$.

Значения тока в индуктивности и напряжения на емкости в момент коммутации называются независимыми начальными условиями $i_L(0_+)$, $u_C(0_+)$.

Значения остальных токов и напряжений при $t = 0_+$ в послекоммутационной схеме называются зависимыми начальными условиями $i_C(0_+)$, $u_L(0_+)$, $u_R(0_+)$.

К наиболее распространенным методам расчета переходных процессов относится классический метод расчета, основанный на составлении дифференциальных уравнений и его решении во временной области.

4.2 Переходные процессы в цепях первого порядка

Включение цепи R-L на постоянное напряжение**.** Цепь, состоящая из последовательного соединения R и L элементов в момент $t=0$ подключается к источнику постоянной ЭДС E (рисунок 4.1).

Уравнение равновесия по второму закону Кирхгофа для цепи после коммутации имеет следующий вид: $u_R + u_L = E; \quad i \cdot R + L\frac{di}{dt} = E.$

Из математики известно, что решение уравнения ищется в виде суммы общего решения однородного дифференциального уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Общее решение однородного уравнения называют свободной составляющей, а частное решение неоднородного уравнения принужденной составляющей. С учетом этого: $i = i_{СВ} + i_{ПР}$.

Решением однородного дифференциального уравнения $i \cdot R + L\frac{di}{dt} = 0$ является показательная функция вида: $i_{СВ} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{R}{L}t}$,

где $p-$ корень характеристического уравнения $pL + R = 0$, $p = -\frac{R}{L}$;

A – постоянная интегрирования.

Принужденная составляющая тока, обусловлена действием источника постоянной ЭДС: $i_{ПР} = \frac{E}{R}$. Тогда ток переходного процесса:

$$i = i_{СВ} + i_{ПР} = Ae^{-\frac{R}{L}t} + i_{ПР}. \qquad (4.1)$$

Постоянная интегрирования А находится из начальных условий:

$$i(0_-) = i(0_+) = A + i_{ПР} = A + \frac{E}{R}; \quad A = -\frac{E}{R}.$$

Закон изменения тока в $R-L$ цепи: $i = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R} = \frac{E}{R}\left(-e^{-\frac{t}{\tau}} + 1\right)$.

Напряжение на элементах цепи:

$$u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{E}{R}\left(-\frac{1}{\tau}\right)\left(-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}, \quad u_R = iR = \frac{E}{R}\left(-e^{-\frac{t}{\tau}} + 1\right)R = E\left(-e^{-\frac{t}{\tau}} + 1\right).$$

Графики изменения тока и напряжения на катушке показаны на рисунке 4.1.

Переходной процесс можно считать завершенным через $t = (3 \div 4)\tau$. При $t = 3\tau$, ток достигает 95% от своего установившегося значения.

Из графиков видно, что i_L непрерывна, u_L изменяется скачком.

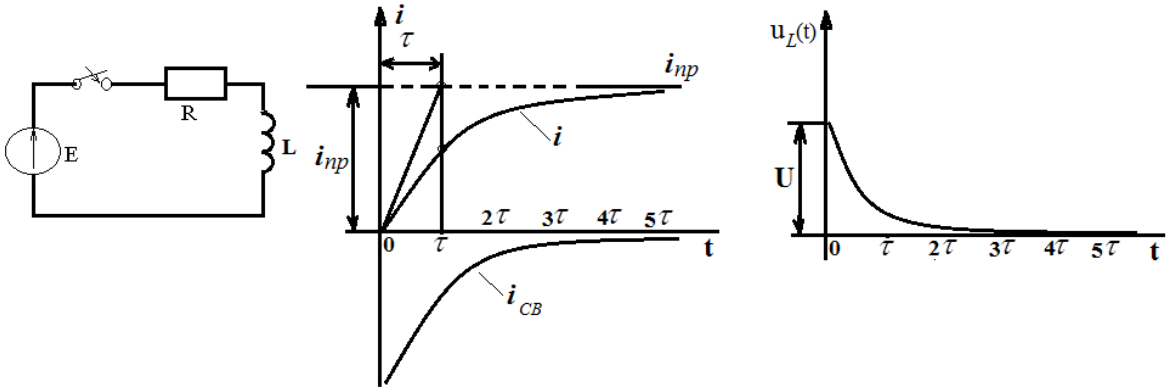


Рисунок 4.1 - Схема цепи и кривые изменения тока и напряжения

Включение цепи R-C на постоянное напряжение. В момент времени $t = 0$, цепь из последовательно соединенных $R-C$ элементов подключается к источнику постоянной ЭДС (рисунок 4.2). В качестве независимой переменной в $R-C$ цепи необходимо выбирать u_C.

Уравнение равновесия цепи после коммутации:

$$u_R + u_C = E, \quad RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E. \tag{4.2}$$

Решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка ищется в виде $u_C = u_{CCB} + u_{CПР}$.

Свободная составляющая ищется в виде $u_{CCB} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, где τ - постоянная времени цепи; А – постоянная интегрирования.

Принужденная составляющая $u_{CПР} = E$.

С учетом этого имеем:

$$u_C = u_{CCB} + u_{CПР} = Ae^{-pt} + u_{CПР} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + u_{CПР}. \tag{4.3}$$

Постоянная интегрирования находится из начальных условий $t = 0_+$, $A = -u_{CПР} = -E$.

Напряжение на конденсаторе: $u_C = -Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$,

и ток в цепи: $i_C = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Графики изменения $u_C(t)$ и $i_C(t)$ показаны на рисунке 4.2.

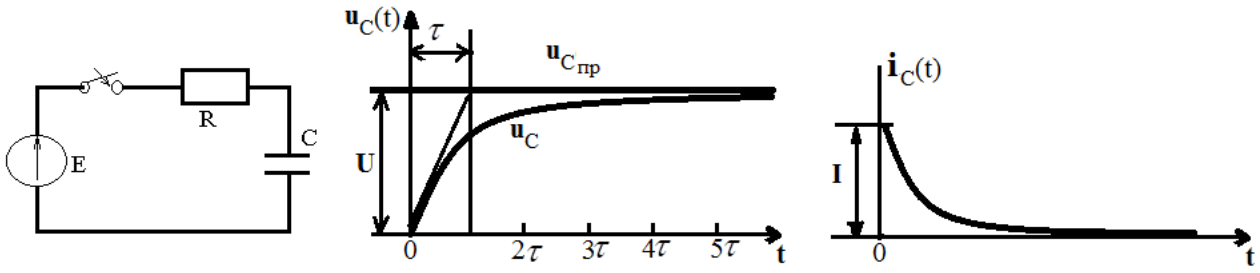
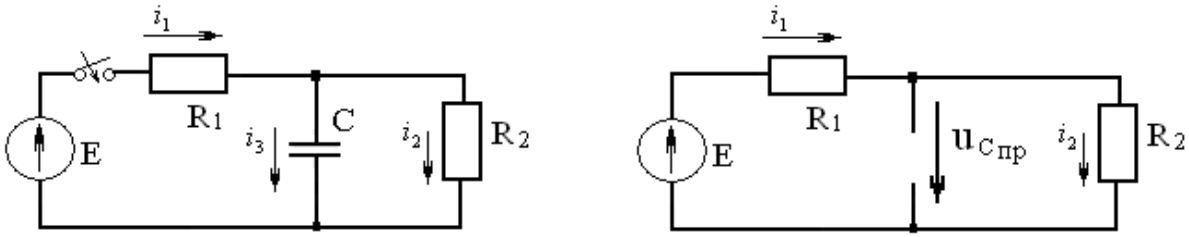


Рисунок 4.2 - Схема цепи и кривые изменения напряжения и тока

Пример 1. Найти зависимость напряжения u_C от времени после замыкания ключа для электрической цепи, изображенной на рисунке 4.3, если $E = 220 В; C = 100 мкФ; R_1 = 20 Ом; R_2 = 30 Ом.$



а б

Рисунок 4.3- Схема электрической цепи первого порядка

Решение. 1. Нахождение начального независимого значения $u_C(0_-)$ из момента времени $t = 0_-$. До коммутации ключ находится в разомкнутом положении $u_C(0_-) = 0$. По второму закону коммутации $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$.

2. Свободная составляющая для цепи первого порядка ищется в виде $u_{C_{СВ}} = A \cdot e^{pt}$, где p - корень характеристического уравнения.

Составление характеристического уравнения и нахождение его корней

$$Z(p) = R_1 + \frac{R_2 \cdot \frac{1}{pC}}{R_2 + \frac{1}{pC}} = 0,$$

$$R_1 R_2 C p + R_1 + R_2 = 0,$$

$$p = -\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 C} = -\frac{50 \cdot 10^6}{20 \cdot 30 \cdot 100} = -\frac{5000}{6} = -833{,}33.$$

$$u_{C_{СВ}} = A e^{-833{,}33 t}.$$

3. Нахождение принужденной составляющей напряжения $u_{C_{ПР}}$.

Принужденная составляющая ищется из момента времени $t \to \infty$. Схема принужденного режима, приведена на рисунке 4.3, б.

$$u_{C_{ПР}} = \frac{E}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = \frac{220}{50} \cdot 30 = 132 B.$$

4. Переходное напряжение на конденсаторе:

$u_C = u_{C_{ПР}} + u_{C_{СВ}} = Ae^{-833,33t} + 120.$

5. Нахождение постоянной составляющей A. Постоянная составляющая ищется из момента времени $t = 0_+$.

$$u_C(0_+) = A + 132,$$
$$A = u_C(0_+) - 132 = -132.$$

6. Напряжение на конденсаторе: $u_C = -132e^{-833,33t} + 132$ В.

Ток через конденсатор:

$i_C = C\frac{du_C}{dt} = -833,33 \cdot (-132e^{-833,33t}) \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 11e^{-833,33t}\ A.$

Графики изменения переходного напряжения u_C и переходного тока i_C от времени показаны на рисунке 4.4.

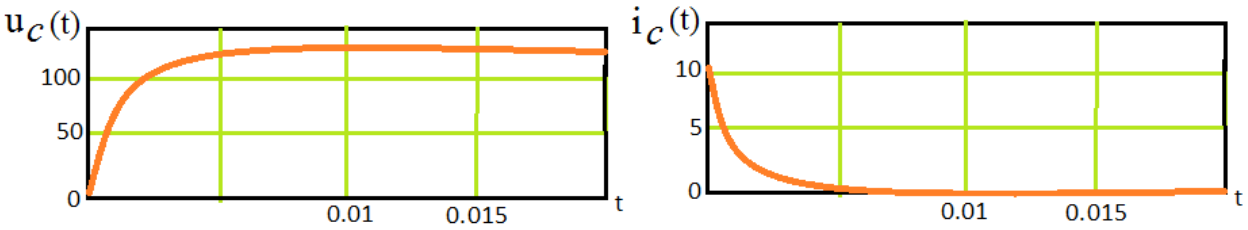


Рисунок 4.4 – Графики изменения переходного напряжения и тока на конденсаторе

Пример 2. Определите напряжение u_L после коммутации, для схемы электрической цепи, изображенной на рисунке 4.5, если: $R_1 = 4 Ом$; $R_2 = 1 Ом$; $L = 0,2\ Гн$; $E = 100\ B$.

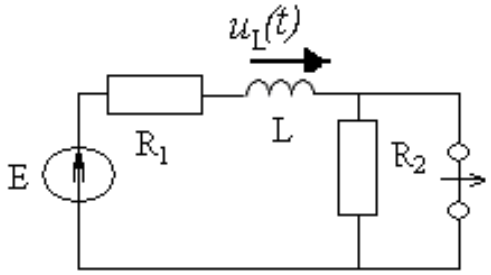


Рисунок 4.5 – Схема цепи первого порядка

Решение. 1. Нахождение начального независимого значения из цепи до коммутации $(t = 0_-)$:

$$i_L(0_-) = \frac{E}{R_1} = \frac{100}{4} = 25 A.$$

По первому закону коммутации: $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 25A.$

2. Составление характеристического уравнения для цепи после коммутации и нахождение его корня:

$$\underline{Z}(p) = R_1 + R_2 + pL = 0;$$
$$4 + 1 + 0{,}2p = 0;$$
$$p = -25.$$

3. Свободная составляющая: $i_{L\,св} = Ae^{pt} = Ae^{-25t}.$

4. Принужденная составляющая $(t \to \infty)$:

$$i_{L\,пр} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{100}{5} = 20A.$$

Ток переходного процесса:

$$i_L = i_{L\,св} + i_{L\,пр} = Ae^{pt} + 20.$$

5. Нахождение постоянной составляющей A из начальных условий $t = 0_+$.

$$i_L(0_+) = A + 20,$$
$$A = 25 - 20 = 5.$$

Ток переходного процесса:

$$i_L = 5e^{-25t} + 20A.$$

Напряжение на катушке:

$$u_L = L\frac{di}{dt} = 0{,}2 \cdot (-25) \cdot 5 \cdot e^{-25t} = -25e^{-25t}\ B.$$

Графики зависимости i_L и u_L от времени показаны на рисунке 4.6.

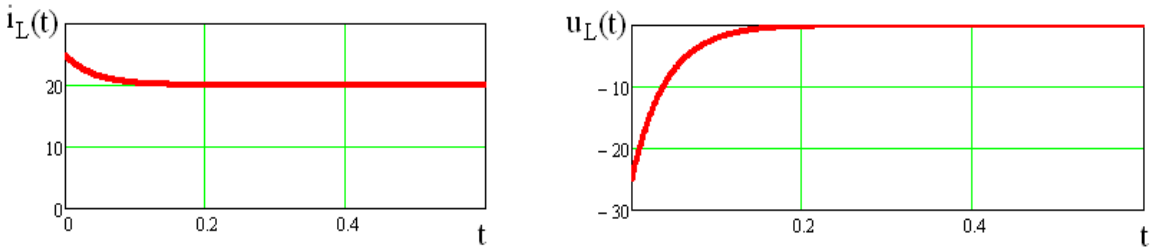


Рисунок 4.6 – Графики изменения переходного тока и напряжения на катушке

4.3 Переходные процессы в цепях второго порядка

Включение цепи RLC к источнику постоянного напряжения. При наличие в цепи двух независимых накопителей энергии переходные процессы описываются уравнениями второго порядка.

В момент времени $t = 0$ цепь из последовательного соединения $R - L - C$ элементов подключается к источнику постоянной ЭДС.

Уравнение равновесия цепи по второму закону Кирхгофа после коммутации, выбрав в качестве независимой переменной напряжение на конденсаторе u_C имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & u_R + u_C + u_L = E; \\ & iR + L\frac{di}{dt} + u_C = E, \quad i = C\frac{du_C}{dt}; \\ & LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Имеем неоднородное дифференциальное уравнение второй степени относительно u_C, его решение ищется в виде суммы: $u_C = u_{C\,CB} + u_{C\,ПР}$.

Вид принужденной составляющей зависит от характера приложенного напряжения, а свободная составляющая определяется решением однородного дифференциального уравнения второго порядка.

Характеристическое уравнение имеет следующий вид:

$$LC\,p^2 + RC\,p + 1 = 0; \quad p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0; \quad p^2 + \frac{2R}{2L}p + \frac{1}{LC} = 0. \tag{4.5}$$

Уравнение можно привести к следующему виду: $p^2 + 2\alpha\,p + \omega_0 = 0,$

где $\frac{R}{2L} = \alpha$ - коэффициент затухание контура;

$\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ - резонансная частота контура, частота собственных колебаний контура.

Корни уравнения: $p_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$; $p_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$.

От вида корней p_1 и p_2 зависит характер свободного процесса. Возможны три случая:

1) Корни характеристического уравнения вещественные, различные и отрицательные. Свободный процесс в цепи называется апериодический, свободная составляющая имеет вид: $u_{Cсв} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$.

Кривая изменения апериодического процесса приведена на рисунке 4.7.

2) Корни характеристического уравнения комплексно-сопряженные:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -\alpha \pm j\omega. \qquad (4.6)$$

Свободный процесс в цепи называется колебательным, свободная составляющая имеет вид:

$$u_{CCB} = e^{-\alpha t}\left(A_1 \cos\omega t + A_2 \sin\omega t\right) = Ae^{-\alpha t}\sin\left(\omega t + \varphi\right). \qquad (4.7)$$

Формула описывает затухающие синусоидальные колебания. Кривая изменения свободного процесса приведена на рисунке 4.7.

3) Корни характеристического уравнения вещественные и равные: $p_1 = p_2 = -\alpha$.

Свободный процесс в цепи называется критическим, свободная составляющая ищется в виде: $u_{Ccc} = (A_1 + A_2 t)e^{-\alpha t}$.

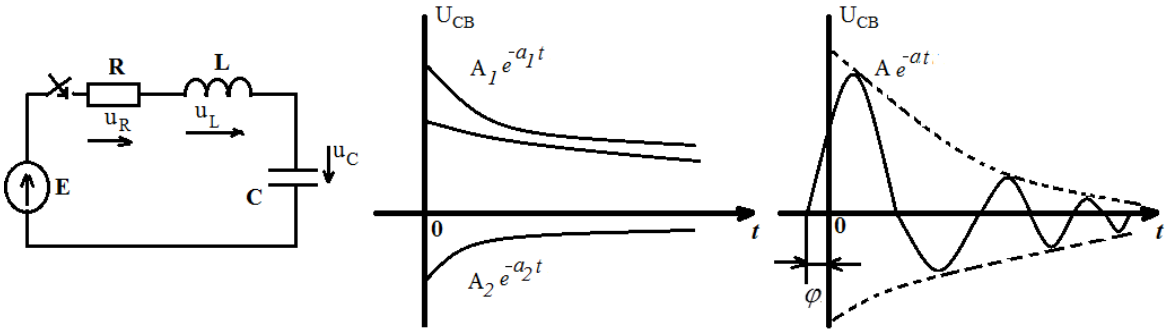


Рисунок 4.7 – Кривые изменения свободного процесса

Это соответствует предельному случаю апериодического переходного процесса в цепи. Малейшие изменения величины α приводит к изменению характера переходного процесса в цепи.

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте законы коммутации и объясните их физический смысл.
2. Дайте определение начальным значениям.
3. Дайте определения начальным независимым значениям.
4. Как определяются начальные независимые значения?
5. Как определяется постоянная времени цепи по заданной кривой тока переходного процесса.
6. Через какой промежуток времени переходной процесс заканчивается?
7. Как определяется постоянная времени цепи через параметры цепи?
8. В каких единицах измеряется постоянная времени?
9. Математический и физический смысл свободной составляющей тока или напряжения.
10. Цепь с параметрами L и R подключается к источнику постоянного напряжения. Составьте для этой цепи дифференциальное уравнение переходного процесса.

11. Цепь с параметрами C и R подключается к источнику постоянного напряжения. Составьте для этой цепи дифференциальное уравнение переходного процесса.

12. Пути составления характеристического уравнения для цепи первого порядка.

13. Как определяется порядок цепи?

5 Магнитные цепи

5.1 Основные понятия и законы магнитных цепей

Магнитной цепью называют совокупность электротехнических устройств, предназначенных для создания в рабочем объеме магнитного поля, заданной интенсивности и конфигурации.

Основными величинами, характеризующими магнитное поле, являются магнитная индукция $\vec{B}$ и намагниченность $\vec{J}$.

Магнитная индукция – это векторная величина, характеризующая силовое действие магнитного поля на ток.

Намагниченность – магнитный момент единицы объема вещества.

Кроме этих величин, магнитное поле характеризуется напряженностью магнитного поля $\vec{H}$ и магнитным потоком Φ.

Вектор магнитной индукции и вектор напряженности магнитного поля связаны соотношением: $\vec{B} = \mu_a \vec{H}$, где μ_a - абсолютная магнитная проницаемость. Три величины $\vec{B}, \vec{J}, \vec{H}$ связаны друг с другом следующей зависимостью:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}), \qquad (5.1)$$

где μ_0 - постоянная, характеризующая магнитные свойства вакуума, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Гн/м$.

Магнитный поток Φ (поток вектора магнитной индукции) в магнитопроводе с площадью поперечного сечения S определяется соотношением:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}, \qquad (5.2)$$

где dS - элемент поверхности S.

Магнитодвижущей силой или намагничивающей силой катушки или обмотки с током называют произведение числа витков катушки w на протекающий ток I: $F = I\,w$.

В основе расчета магнитных цепей лежит закон полного тока: линейный интеграл напряженности магнитного поля вдоль замкнутого контура равен

алгебраической сумме токов сквозь поверхность, охваченную контуром интегрирования.

Математическая запись закона полного тока имеет следующий вид:

$$\oint \vec{H}\, d\, \vec{l} = \sum I\,, \tag{5.3}$$

где dl - элемент длины замкнутого контура l;

$\sum I$ - алгебраическая сумма токов, пронизывающих контур l.

Напряженность магнитного поля кольцевого магнитопровода не зависит от его магнитных свойств и равна его намагничивающей силе, приходящейся на единицу длины средней линии магнитопровода:

$$H = \frac{I\,w}{l_{CP}}\,. \tag{5.4}$$

Падение магнитного напряжения между точками a и b магнитной цепи называют линейный интеграл от напряженности магнитного поля между этими точками

$$U_{M\,ab} = \int_a^b \vec{H}\,\vec{dl}\,. \tag{5.5}$$

Если на этом участке $\vec{H}$ постоянно и совпадает по направлению с элементом пути $\vec{dl}$, тогда

$$U_{M\,ab} = H\int_a^b dl = H\,l_{ab},$$

где l_{ab} - длина пути между точками a и b.

В том случае, когда участок магнитной цепи между точками a и b может быть подразделен на n отдельных частей так, что для каждой части $H = H_k$ постоянно, то

$$U_{M\,ab} = \sum_{k=1}^{n} H_k\, l_k\,.$$

Закон Ома для магнитной цепи устанавливает связь между магнитным напряжением U_M и потоком Φ и имеет следующий вид:

$$U_M = \Phi\frac{l}{\mu\,\mu_0 S} = \Phi\,R_M\,,\quad R_M = \frac{l}{\mu\,\mu_0 S}, \tag{5.6}$$

где R_M - магнитное сопротивление участка магнитной цепи;

μ - относительная магнитная проницаемость.

Обратную величину магнитного сопротивления называют магнитной проводимостью:

$$G_M = \frac{1}{R_M} = \frac{\mu \mu_0 S}{l}. \qquad (5.7)$$

Первый закон Кирхгофа для магнитной цепи: алгебраическая сумма магнитных потоков в любом месте магнитной цепи равна нулю:

$$\sum \Phi = 0. \qquad (5.8)$$

Второй закон Кирхгофа для магнитной цепи: алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль любого замкнутого контура равна алгебраической сумме м.д.с. вдоль того же контура:

$$\sum U_M = \sum I w. \qquad (5.9)$$

При расчете магнитных цепей различают прямую и обратную задачу.

Прямая задача. Заданы геометрические размеры магнитной цепи, характеристики ферромагнитных материалов, магнитный поток. Требуется определить намагничивающую силу обмотки.

Обратная задача. Заданы геометрические размеры магнитной цепи, характеристики ферромагнитных материалов, намагничивающая сила обмотки. Требуется определить магнитный поток.

5.2 Схема замещения магнитной цепи

Простейшим примером неразветвленной магнитной цепи является цепь с кольцевым магнитопроводом, имеющим небольшой воздушный зазор.

Магнитная цепь разбивается на ряд участков: участок 1 (l_1, S_1), участок 2 (l_2, S_2), воздушный зазор 3 (l_B, S_B), намагничивающая обмотка 4. Поскольку магнитными потоками рассеяния пренебрегают, значения магнитного потока в любом сечении магнитопровода принимается одинаковым:

$$B_1 S_1 = B_2 S_2 = B_B S_B = \Phi. \qquad (5.10)$$

Уравнение по закону полного тока для контура средней силовой линии имеет следующий вид:

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_B l_B = I w. \qquad (5.11)$$

Разделив каждое слагаемое этого уравнение на магнитный поток Φ, запишем:

$$\frac{H_1 l_1}{B_1 S_1} + \frac{H_2 l_2}{B_2 S_2} + \frac{H_B l_B}{B_B S_B} = \frac{I w}{\Phi}.$$

$$\frac{H_1 l_1}{B_1 S_1} = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} = R_{M1}; \qquad \frac{H_2 l_2}{B_2 S_2} = \frac{l_2}{\mu_2 S_2} = R_{M2}; \qquad \frac{H_B l_B}{B_B S_B} = \frac{l_B}{\mu_B S_B} = R_{MB}.$$

С учетом введенных обозначений, уравнение примет следующий вид:

$$(R_{M1} + R_{M2} + R_{MB})\Phi = I w;$$

$$U_{M1} + U_{M2} + U_{MB} = I w.$$

Магнитный поток $\Phi = \dfrac{I w}{(R_{M1} + R_{M2} + R_{MB})}$.

Неразветвленная магнитная цепь с воздушным зазором и схема замещения магнитной цепи с приведена на рисунке 5.1.

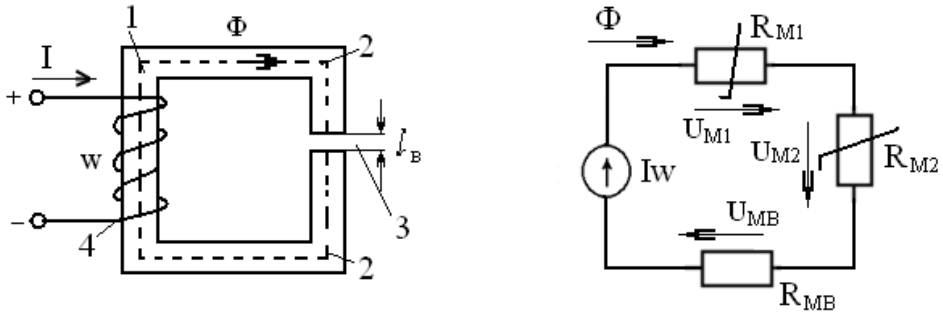


Рисунок 5.1 – Неразветвленная магнитная цепь с воздушным зазором и схема замещения магнитной цепи

Задачи анализа для схемы замещения следуют формулировать следующим образом.

Прямая задача. В схеме замещения задан магнитный поток Φ. Определить магнитодвижущую силу $I w$, обеспечивающую заданный магнитный поток при известных вебер-амперных характеристиках элементов R_{M1}, R_{M2}, R_{M3}.

Обратная задача. В схеме замещения известная магнитодвижущая сила $I w$. Определить магнитный поток Φ при известных вебер-амперных характеристика элементов R_{M1}, R_{M2}, R_{M3}.

5.3 Расчет разветвленной магнитной цепи

Магнитопровод разветвленной несимметричной магнитной цепи, изображенной на рисунке 5.2 имеет в правом стержне воздушный зазор. Магнитное сопротивление правой половины магнитопровода больше магнитного сопротивления его левой половины, поэтому цепь является несимметричной. Расчет разветвленной несимметричной цепи производят, используя законы Кирхгофа для магнитной цепи.

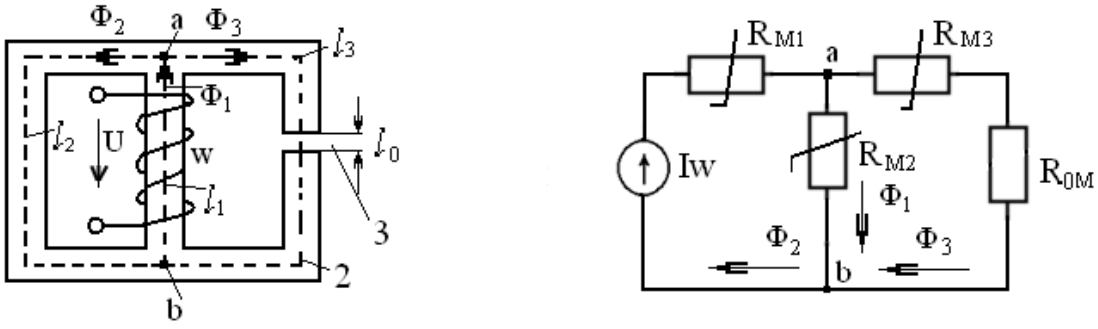


Рисунок 5.2 – Разветвленная магнитная цепь и ее схема замещения

Для заданной цепи по законам Кирхгофа можно составить систему уравнений:

$$\Phi_2 + \Phi_3 = \Phi_1;$$
$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = I\,w;$$
$$H_3 l_3 + H_0 l_0 - H_2 l_2 = 0.$$

Если решается прямая задача, например, по заданному потоку Φ_3 находятся B_3 и B_0, а затем H_3 и H_0. По значениям H_3 и H_0 находят магнитное напряжение $U_{ab} = H_2 l_2 = H_3 l_3 + H_0 l_0$. Зная магнитное напряжение, можно определить напряженность второго участка $H_2 = \frac{U_{ab}}{l_2}$, затем определяют индукцию B_2 и поток Φ_2.

Контрольные вопросы

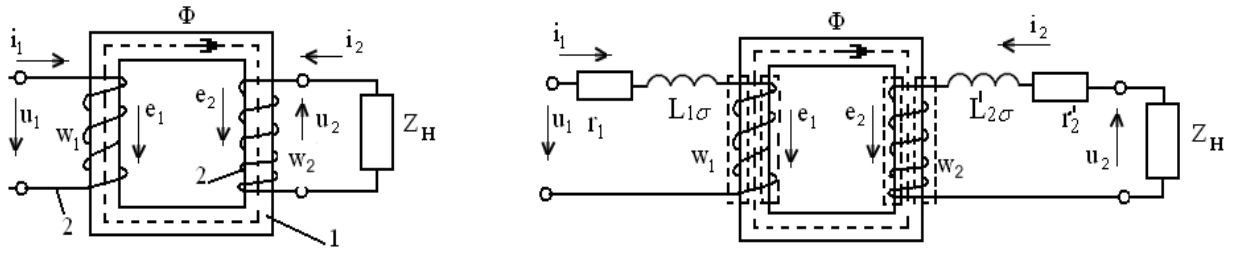
1. Сформулируйте понятия магнитного потока, магнитной индукции, напряженности магнитного поля и укажите в каких единицах они измеряются.
2. Сформулируйте закон полного тока.
3. Как рассчитать симметричную магнитную цепь?
4. Поясните алгоритм прямой и обратной задач.

6 Трансформаторы

6.1 Устройство и принцип действия трансформатора

Трансформатор – это устройство, предназначенное для преобразования одного переменного напряжения в другое переменное напряжение той же частоты.

Трансформатор состоит из магнитопровода (сердечника), из двух или нескольких обмоток, расположенных на стержнях магнитопровода, связанных между собой электромагнитно. Электромагнитные схемы идеалного и реального трансформатора приведены на рисунке 6.1.



а б

Рисунок 6.1 - Электромагнитные схемы идеализированного (а) и реального (б) однофазного трансформатора

Магнитопровод 1 имеет шихтовую конструкцию, он состоит из тонких листов электротехнической стали толщиной 0,35-0,5 мм, покрытых с двух сторон изолирующей пленкой, что позволяет уменьшить потери мощности на нагрев магнитопровода.

Обмотки трансформатора 2 выполняют из обмоточных проводов круглового или прямоугольного сечения, изолированных одна от другой.

Обмотка, которая подключается к источнику электроэнергии, называется первичной. Обмотка, подключенная к потребителю, называется вторичной.

Действие трансформатора основано на явлении электромагнитной индукции. При подключении первичной обмотки трансформатора к источнику переменного тока в витках этой обмотки протекает переменный ток i_1, который создает в магнитопроводе переменный магнитный поток Φ, замыкающийся по стальному магнитопроводу. Магнитный поток оказывается сцепленным как с витками первичной обмотки, так и с витками вторичной обмотки. В первичной обмотке он индуцирует ЭДС самоиндукции e_1, на зажимах вторичной ЭДС взаимной индукции e_2:

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt}; \qquad e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt}, \tag{6.1}$$

где w_1, w_2 - число витков в первичной и вторичной обмотках трансформатора.

При синусоидальном магнитном потоке $\Phi = \Phi_m \sin\omega t$, наводимые ЭДС e_1, e_2 также синусоидальные и отстают по фазе от потока Ф на угол 90^0:

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt} = -\omega w_1 \Phi_m \cos\omega t = \omega w_1 \Phi_m \sin(\omega t - 90^0), \quad \cos\omega t = -\sin(\omega t - 90^0);$$

$$e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt} = -\omega w_2 \Phi_m \cos\omega t = \omega w_2 \Phi_m \sin(\omega t - 90^0).$$

Действующие значения ЭДС первичной и вторичной обмотки:

$$E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega w_1 \Phi}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f w_1 \Phi}{\sqrt{2}} = 4.44 w_1 f \Phi_m; \tag{6.2}$$

$$E_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega w_2 \Phi}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f w_2 \Phi}{\sqrt{2}} = 4.44 w_2 f \Phi_m . \qquad (6.3)$$

При рассмотрении идеализированного трансформатора (рисунок 6.1, а), напряжение на зажимах первичной обмотки трансформатора уравновешивается только ЭДС e_1, ЭДС во вторичной обмотке численно равна напряжению на нагрузке: $u_1 = e_1, u_2 = e_2$, в комплексной форме:

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 = j\omega w_1 \Phi, \ \dot{U}_2 = -\dot{E}_2 = j\omega w_2 \Phi .$$

Отношение $\frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = k$, где k - коэффициент трансформации.

Коэффициентом трансформации k называется отношение ЭДС обмотки высшего напряжения к ЭДС обмотки низшего напряжения.

Схема реального трансформатора (рисунок 11.1, б) отличается от идеализированного активными сопротивлениями обмоток r_1 и r_2, индуктивностями рассеяния $L_{1\sigma}, L_{2\sigma}$, включенными в первичную и вторичную обмотки.

6.2 Схема замещения трансформатора

Для упрощения процесса расчета трансформатора переходят к электрической схеме замещения трансформатора. При составлении схемы замещения исключается магнитная связь между обмотками трансформатора, и все параметры вторичной обмотки пересчитывают на число витков первичной обмотки w_1, причем энергетические показатели остаются без изменения. Вместо реального трансформатора получают приведенный трансформатор. Т-образная схема замещения приведенного трансформатора приведена на рисунке 6.2.

Напряжение, приложенное к первичной обмотке реального трансформатора, уравновешивается ЭДС e_1 рабочего потока, ЭДС от потока рассеяния, а также падения напряжения на активном сопротивлении r_1 первичной обмотки.

Напряжение на зажимах вторичной обмотки уравновешивается ЭДС e_2 от рабочего потока, ЭДС от потока рассеяния и падения напряжения на активном сопротивлении вторичной обмотки r_2.

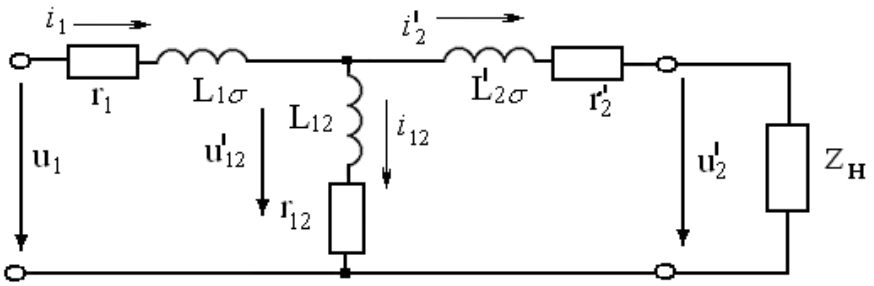


Рисунок 6.2 – Схема замещения приведенного трансформатора

Уравнения электрического состояния в первичной и вторичной обмотках цепи:

$$\begin{aligned}
&\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + I_1 r_1 + jI_1 x_{1\sigma} = -\dot{E}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_1, \quad \underline{Z}_1 = r_1 + jx_{1\sigma}, \\
&\dot{U}'_2 = \dot{E}'_2 - I'_2 r'_2 - jI'_2 x'_{2\sigma} = -\dot{E}'_2 - \underline{Z}'_2 \dot{I}'_2, \quad \underline{Z}'_2 = r'_2 + jx'_{2\sigma}, \\
&\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} + (-\dot{I}'_2).
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Все параметры схемы замещения являются постоянными для данного трансформатора, за исключением Z'_H и могут быть определены из опыта холостого хода и опыта короткого замыкания.

Зависимость напряжения U_2 от тока нагрузки I_2 называется внешней характеристикой трансформатора.

6.3 Потери энергии и коэффициент полезного действия трансформатора

Преобразование электрической энергии в трансформаторе сопровождается потерями на нагрев сердечника и обмоток. Уравнение баланса активных мощностей имеет вид:

$$P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi_1 = P_2 + p_{Э1} + p_C + p_{Э2}, \tag{6.5}$$

где P_1 – активная мощность первичной обмотки;

P_2 – активная мощность на нагрузке;

$p_{Э1}$ – мощность потерь в первичной обмотке;

p_C – мощность потерь в сердечнике;

$p_{Э2}$ – мощность потерь во вторичной обмотке.

Коэффициент полезного действия (КПД) трансформатора при активной нагрузке:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - p_C - p_Э}{P_1}. \tag{6.6}$$

6.4 Режимы холостого хода и короткого замыкания трансформатора

При режиме холостого хода первичная обмотка трансформатора присоединяется к источнику напряжения, а вторичная обмотка остается разомкнутой $I_2 = 0$ (рисунок 6.3).

Под действием напряжения в первичной обмотке протекает небольшой ток холостого хода и трансформатор потребляет из сети электроэнергию, мощность которой называют потерями холостого хода (х.х.)

Так как ток холостого хода и сопротивление обмоток трансформатора относительно малы, то мощностью потерь в обмотке трансформатора можно пренебречь. Мощность потерь холостого хода это потери в стали магнитопровода.

Опытом х.х. называется испытание трансформатора при разомкнутой цепи вторичной обмотки и номинальном первичном напряжении $U_{1X} = U_{1H}$.

Схема опыта холостого хода приведена на рисунке 6.3. По показаниям приборов снимают $U_{1X}, I_{1X}, U_{2X}, P_W$. По данным опыта определяют: $k = \frac{U_{1H}}{U_{2H}}$ - коэффициент трансформации и мощность потерь в магнитопроводе: $P_W = P_{ПX}$.

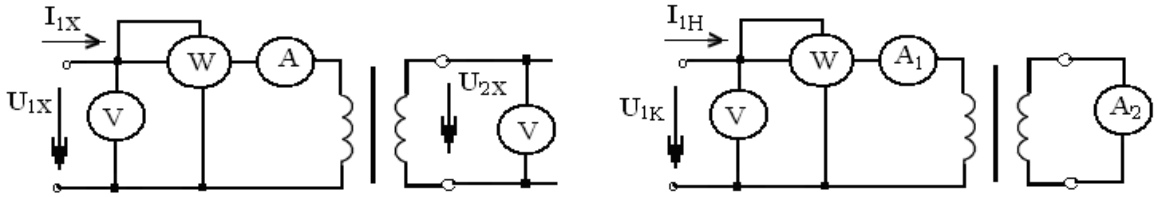


Рисунок 6.3 – Схема опыта холостого хода и короткого замыкания трансформатора

Режимом короткого замыкания называется такой режим, когда выводы вторичной обмотки замкнуты ($Z_H = 0$). Схема опыта короткого замыкания представлена на рисунке 6.3. При к.з. токи в обмотках могут достигнуть величин, превышающих номинальные значения в несколько десятков раз. Поэтому при испытании трансформатора в режиме короткого замыкания напряжение источника резко понижают до величины U_{1K}, при котором ток в первичной обмотке не превышает номинальных значений $I_{1K} << I_{1H}$.

При этом напряжение U_{1K}, при котором $I_{1K} = I_{1H}$ называют напряжением короткого замыкания трансформатора:

$$U_K = \frac{U_{1K} \cdot 100}{U_{1H}}\%. \qquad (6.7)$$

По данным измерений определяют напряжение короткого замыкания, мощность потерь в первичной обмотке трансформатора.

Параметры схемы замещения могут быть определены по формулам:

$$z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1H}},\ r_K = \frac{P_K}{I_{1K}^2},\ x_K = \sqrt{z_K^2 - r_K^2}\ .$$

Потери в опыте короткого замыкания определяются только нагревом обмоток.

Контрольные вопросы.

1. Назначение и принцип действия трансформатора.
2. Как определяется коэффициент трансформации?
3. Почему магнитный поток трансформатора практически не зависит от нагрузки?
4. Какие потери в трансформаторе являются постоянными, а какие переменными?
5. Как определяется к.п.д. трансформатора?
6. Схема замещения трансформатора.
7. Начертите схему опыта короткого замыкания трансформатора.
8. Какие величины определяются из опыта короткого замыкания?
9. Начертите схему опыта холостого хода?
10. Какие величины определяются из опыта холостого хода?
11. Назовите режимы работы трансформатора.

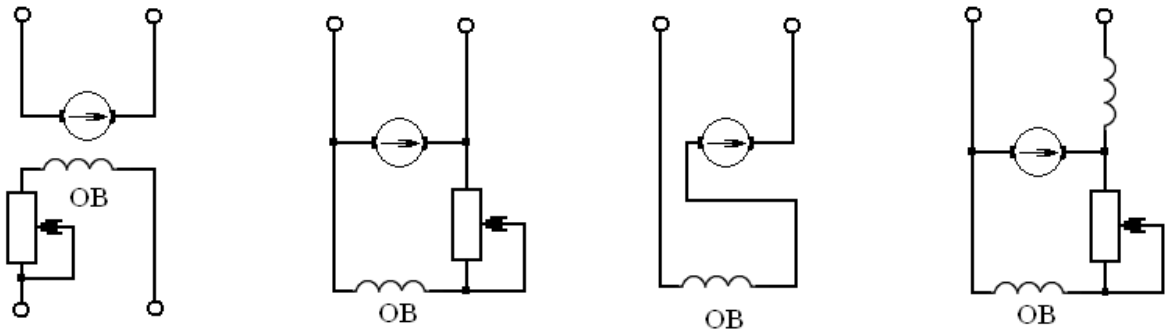
7 Машины постоянного тока

7.1 Устройство и принцип действия машины постоянного тока

Основными частями машины постоянного тока является неподвижная станина, несущая электромагниты, и вращающаяся часть – якорь. Неподвижную часть называют статором, а вращающуюся часть – ротором. Станина с электромагнитами служит для возбуждения главного магнитного поля машины, а во вращающемся якоре индуктируются ЭДСи проходят токи, создающие в генераторе тормозящий момент, а в двигателе – вращающийся момент.

Для работы машины необходимо наличие магнитного поля. В большинстве машин постоянного тока это поле создаётся обмоткой возбуждения, питаемой постоянным током. Свойство машин определяется способом включения обмотки возбуждения, т.е. способом возбуждения.

В связи с этим различают машины независимого возбуждение (рисунок 7.1,а), параллельного возбуждения (рисунок 7.1,б), последовательного возбуждения (рисунок 7.1,в), смешанного возбуждения (рисунок 7.1, г).



а б в г

Рисунок 7.1 – Схемы возбуждения машин постоянного тока

При любом способе включения обмотки возбуждения мощность, затрачиваемая в цепи обмотки возбуждения, относительно мала – менее 1-5% от номинальной мощности.

Машины постоянного тока обратимы, одна и та же машина постоянного тока может работать в режимах генератора и двигателя.

7.2 Режимы работы машины постоянного тока

Режим генератора. При работе в режиме генератора к выводам обмотки приведенного во вращение якоря присоединяется нагрузка. Тогда под действием ЭДС якоря в обмотке возникает ток (рисунок 7.2).

Напряжение на зажимах генератора меньше ЭДС на величину падения напряжения во внутреннем сопротивлении якоря:

$$U = E - I_{Я} r_{Я},$$

где $r_{Я}$ - сопротивление цепи якоря.

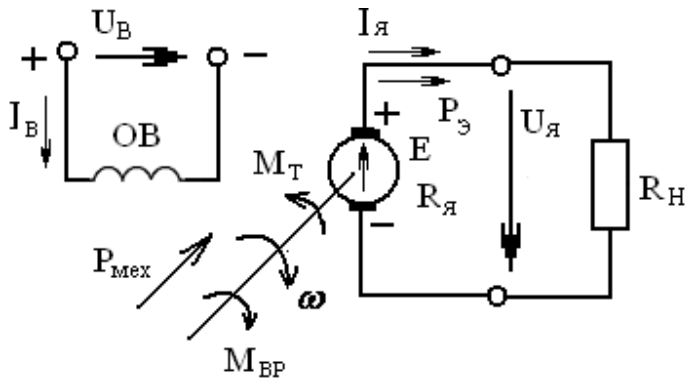


Рисунок 7.2 – Работа в режиме генератора

С появлением тока в проводниках обмотки якоря, находящегося в магнитном поле, возникнут электромагнитные силы. Направление токов в

проводниках обмотки якоря генератора такое же, как и направление вызвавших их ЭДС по правилу «левой руки» установлено, что электромагнитные силы создают тормозной электромагнитный момент, действующий в направлении, обратном направлению вращения якоря. Для того, чтобы машина работала генератором, необходимо первичным двигателем вращать ее якорь, преодолевая тормозной электромагнитный момент.

Вращение якоря с постоянной угловой скоростью означает, что вращающий момент первичного двигателя равен тормозному электромагнитному моменту генератора: $M_{ВР} = M_{ЭМ} = M$.

Уравнение баланса мощностей цепи якоря генератора:

$$EI_{Я} = UI_{Я} + I_{Я}^2 r_{Я}. \qquad (7.1)$$

Уравнение показывает, что мощность отдачи энергии нагрузке и мощность потерь в обмотке якоря составляют электромагнитную мощность $EI_{Я}$, развиваемую генератором и равную механической мощности первичного двигателя: $EI_{Я} = M\Omega = P_{ЭМ}$.

Режим двигателя. Если к зажимам неподвижного якоря подать напряжение, то в цепи якоря появится ток, возникнет электромагнитный момент, действующий в направлении, обратном движению часовой стрелки. Этот магнитный момент начнет вращать якорь, совершая механическую работу. Машина станет работать в режиме электродвигателя. Чтобы преодолеть сопротивление механической нагрузки на валу, электродвигатель должен потреблять электроэнергию от внешнего источника.

По правилу правой руки направление ЭДС, наведенной в обмотке якоря в магнитном поле, противоположно направлению тока. Поэтому ЭДС якоря двигателя называют противо-ЭДС напряжение на зажимах якоря двигателя равно сумме противо-ЭДС и падения напряжения на внутреннем сопротивлении якоря: $U = E + I_{Я} r_{Я}$.

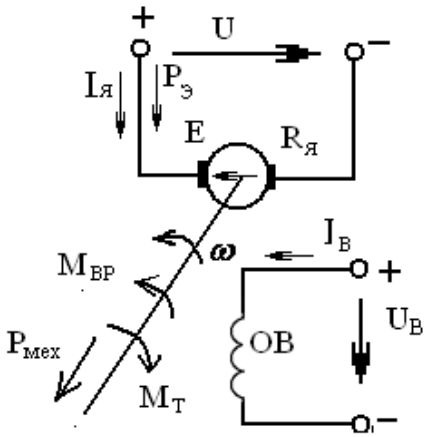


Рисунок 7.3 – Работа машины постоянного тока в режиме двигателя

В электрической машине направление преобразования энергии изменено на обратное. Это свойство электрической машины называется обратимостью.

Баланс мощностей цепи якоря двигателя:

$$UI_{Я} = EI_{Я} + I_{Я}^{2} r_{Я} . \qquad (7.2)$$

Это означает, что мощность поступления электроэнергии в якорь двигателя от внешнего источника равна электромагнитной мощности и мощности потерь в обмотке якоря. Электромагнитная мощность двигателя $EI_{Я}$ равна механической мощности вращения якоря.

7.3 Электромагнитный момент машины

При вращении якоря генератора постоянного тока с постоянной угловой скоростью ω вращающий момент приводного двигателя равен электромагнитному моменту генератора:

$$M_{ВР} = M_{ЭМ} = M . \qquad (7.3)$$

Механическая мощность двигателя равна электромагнитной мощности генератора:

$$P_{ЭМ} = E\, I_{Я} = M\, \omega . \qquad (7.4)$$

Электромагнитный момент:

$$M = \frac{E\, I_{Я}}{\omega} = c_{M} I_{Я} \Phi , \qquad (7.5)$$

где c_{M} - коэффициент, зависящий от конструкции машины.

Электромагнитный момент машины постоянного тока пропорционален току якоря и потоку полюса. Он является вращающимся в двигателе и противодействующим в генераторе.

Мощность на валу, электромагнитный момент и частота вращения связаны:

$$P_{НОМ} = \frac{1}{9.55} M_{НОМ}\, n_{НОМ} . \qquad (7.6)$$

Номинальный момент, частота вращения могут быть определены из паспортных данных машины.

Магнитная характеристика машин. При постоянной скорости вращения якоря и отсутствии тока нагрузки поток полюса Φ_0 и соответствующая ему ЭДС E_0 зависят только от тока возбуждения $I_{В}$. Поэтому зависимость

$E_0(I_B)$ называется характеристикой холостого хода генератора, является также магнитной характеристикой машины $\Phi_0(I_B)$.

Основной рабочей характеристикой генератора является внешняя характеристика, представляющая собой зависимость напряжения на зажимах якоря от тока нагрузки $U(I)$ при нерегулируемой цепи возбуждения.

Внешнюю характеристику снимают при $\omega = \omega_{ном} = const$ и $r_B = const$, что для рассматриваемого генератора соответствует I_B=const.

Регулировочная характеристика - зависимость тока возбуждения от тока нагрузки $I_B(I)$ при $U = const$ и $\omega = const$.

Зависимость скорости вращения от момента двигателя при постоянном напряжении U и сопротивлении якоря называется механической характеристикой $\omega(M)$ двигателя.

Пример. Дан генератор параллельного возбуждения с номинальными данными: $P_H = 5{,}2\,кВт$, $U_H = 230\,В$, частота вращения $n_H = 2860$ *обор/мин.*

Сопротивление обмотки якоря $R_Я = 0{,}75\,Ом$, сопротивление цепи возбуждения $R_B = 154\,Ом$, механические и магнитные потери составляют 4% от номинальной мощности генератора. Определить момент на валу первичного двигателя.

Решение. Номинальный ток нагрузки:

$$I_H = \frac{P_H}{U_H} = \frac{5{,}2 \cdot 100}{230} = 22{,}6\,А.$$

Ток возбуждения:

$$I_H = \frac{U_H}{R_B} = \frac{230}{154} = 1{,}5\,А.$$

Ток якоря:

$$I_{Я\,H} = I_H + I_B = 22{,}6 + 1{,}5 = 24{,}1\,А.$$

ЭДС генератора:

$$E = U_H + R_H I_{ЯH} = 230 + 0{,}75 \cdot 24{,}1 = 248 В.$$

Потери в обмотке якоря и в цепи возбуждения:

$$\Delta P_Я = R_Я \cdot I_{Я\,H}^2 = 0{,}75 \cdot 24{,}1^2 = 435\,Вт;$$
$$\Delta P_B = R_B \cdot I_B^2 = 154 \cdot 1{,}5^2 = 346\,Вт.$$

Сумма механических и магнитных потерь:

$$\Delta P_{МЕХ} + \Delta P_M = 0{,}4 \cdot 5{,}2 \cdot 1000 = 208\,Вт.$$

Суммарные потери при номинальной нагрузке:

$$\sum \Delta P = 435 + 345 + 208 = 0{,}989\ кВт.$$

Мощность на валу первичного двигателя:

$$P_{МЕХ.Н} = \sum \Delta P + P_Н = 0{,}989 + 5{,}2 = 6{,}189\ кВт.$$

КПД генератора при номинальной нагрузке:

$$\eta_Н = \frac{P_Н}{P_{МЕХ.Н}} \cdot 100 = \frac{5{,}2}{6{,}189} \cdot 100 = 84\%.$$

Момент на валу первичного двигателя:

$$M_{Д.В} = 9550 \cdot P_{МЕХ.Н} / n_Н = 9550 \cdot 6{,}189 / 2860 = 20{,}7\ Н \cdot м.$$

Контрольные вопросы.

1. Объясните устройство машины постоянного тока.
2. Объясните принцип работы машины постоянного тока в качестве генератора.
3. Объясните принцип работы машины постоянного тока в качестве двигателя.
4. От каких величин зависит ЭДСобмотки якоря?
5. От каких величин зависит вращающий момент двигателя постоянного тока?
6. Назовите условия самовозбуждения генератора постоянного тока.
7. Какие существуют способы регулирования частоты вращения двигателей постоянного тока?
8. Как изменяются напряжение и ток возбуждения генератора параллельного возбуждения с ростом тока нагрузки?

8 Асинхронные и синхронные машины

8.1 Устройство и принцип действия асинхронной машины

Асинхронная машина состоит из двух основных частей: неподвижного статора и вращающегося ротора. Статор состоит из чугунного или стального корпуса, внутри которого помещен цилиндр, собранный из штампованных листов электротехнической стали. На внутренней стороне цилиндра имеются пазы, в которых размещена трехфазная статорная обмотка, питаемая от трехфазного тока и создающая вращающее магнитное поле с частотой

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p}, \text{ об/мин;} \qquad (8.1)$$

где f_1 – линейная частота трехфазного напряжения;

p – число пар полюсов.

От числа пар полюсов зависит частота вращения. Поскольку число пар полюсов может быть только целым, то скорость вращения магнитного поля может принимать только определенные значения (таблица 8.1).

Таблица 8.1

p	1	2	3	4	5	6
n_1, об/мин	3000	1500	1000	750	600	500

Ротор – вращающая часть машины, состоит из вала на котором расположен сердечник и обмотки. По типу ротора машины делятся на машины с короткозамкнутым ротором и фазным ротором.

Обмотка короткозамкнутого ротора выполняется в виде «беличьей клетки»: в пазы ротора уложены стержни из меди или алюминия. Концы этих стержней по торцам соединены кольцами, выполненными из того же металла.

Фазный ротор имеет трехфазную обмотку, аналогично обмотке статора. Обмотки соединяются в звезду и три ее конца выводятся на контактные кольца.

Двигатели с фазным ротором широкого распространения не получили. Наибольшее распространение получили трехфазные асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором, отличающиеся невысокой стоимостью, надежностью, удобством в эксплуатации.

8.2 Режимы работы трехфазной асинхронной машины

Вращающее магнитное поле, пересекая обмотку ротора, индуктирует в ее проводниках ЭДС, под действием которой в короткозамкнутых витках обмотки потечет ток. Взаимодействие тока ротора с вращающимся магнитным полем вызовет появление электромагнитного момента, под действием которого ротор начнет вращаться в сторону движения магнитного поля со скоростью n. Ротор будет вращаться медленнее поля – асинхронно со скольжением

$$s = \frac{n_1 - n}{n}, \qquad (8.2)$$

где n – частота вращения ротора.

Относительная разность скоростей поля статора и ротора называется скольжением.

Режим работы асинхронного двигателя можно характеризовать скольжением. В зависимости от скольжения асинхронная машина может работать в режиме двигателя, генератора и электромагнитного тормоза.

В режиме двигателя $0 < s < 1$ трехфазная асинхронная машина является преобразователем электрической энергии в механическую.

В режиме генератора $s < 0$ трехфазная асинхронная машина является преобразователем механической энергии в электрическую.

В режиме электромагнитного тормоза $s > 1$.

8.3 Схема замещения асинхронного двигателя

При исследовании асинхронного двигателя пользуются Г-образной эквивалентной схемой замещения, изображенной на рисунке 8.1. Эту схему замещения принимают в качестве расчетной модели трехфазного асинхронного двигателя. Статорная обмотка асинхронного двигателя играет роль первичной обмотки, а роторная – роль вторичной обмотки.

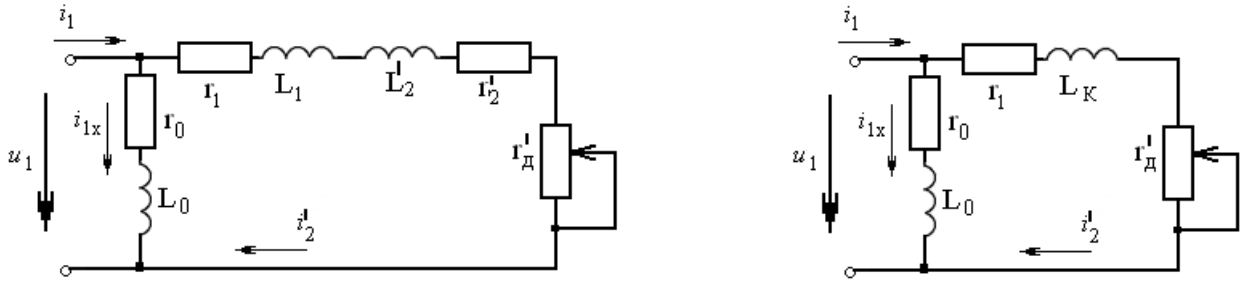


Рисунок 8.1 – Г-образная схема замещения асинхронного двигателя

Сопротивления r_1 и r_2' являются активными сопротивлениями обмоток статора и ротора, r_0 - активное сопротивление намагничивающей цепи. Индуктивное сопротивление статора x_1, индуктивное сопротивление ротора x_2, индуктивное сопротивление намагничивающей цепи x_0. Суммарное индуктивное сопротивление: $x_K = x_1 + x_2'$.

Из упрощенной схемы находится зависимость действующего значения приведенного тока I_2' ротора от скольжения:

$$I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + x_K^2}}. \qquad (8.3)$$

Зависимость электромагнитного момента в трехфазной асинхронной машины от скольжения имеет следующий вид:

$$M = \frac{3U_1^2}{\omega_0\left[\left(r_1 + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + x_K^2\right]} \cdot \frac{r_2'^2}{s}. \qquad (8.4)$$

Из данного выражения следует, что электромагнитный момент асинхронной машины пропорционален квадрату действующего значения напряжения по фазе обмотки статора. На рисунке 8.2 изображена зависимость электромагнитного момента от скольжения.

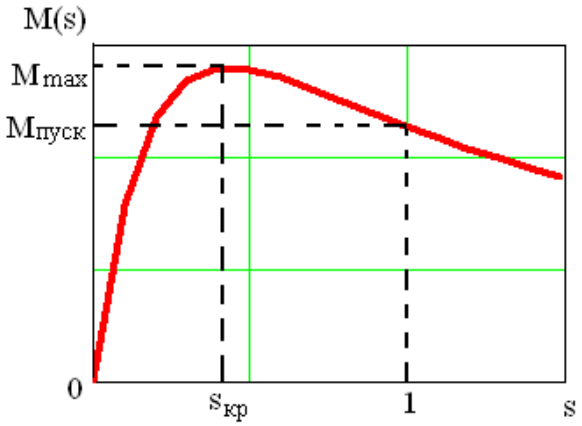


Рисунок 8.2 – Механическая характеристика асинхронного двигателя

Значение скольжения, при котором асинхронная машина развивает максимальный момент называется критическим скольжением:

$$s_{KP} = \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + x_K^2}}. \tag{8.5}$$

В тех случаях, когда не требуется большой точности для приближенного построения механической характеристики асинхронного двигателя, пользуются упрощенной формулой:

$$M = \frac{2M_{max}}{\frac{s}{s_{KP}} + \frac{s_{KP}}{s}}, \tag{8.6}$$

где M_{max} - максимальный электромагнитный момент асинхронной машины:

$$M_{max} = \frac{3U_1^2}{2\omega_0\left(r_1 + \sqrt{r_1^2 + x_K^2}\right)}, \tag{8.7}$$

ω_0 - угловая скорость вращения магнитного поля.

Зависимости $M(s), M(n)$ называются механическими характеристиками асинхронного двигателя.

8.4 Активная мощность и кпд асинхронного двигателя

При работе асинхронного двигателя происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии переменных токов в сети в

механическую энергию вращательного движения. Этот процесс сопровождается расходом части энергии источника питания на нагрев машины, который характеризуют величинами мощностей электрических, магнитных и механических потерь. Мощность электрических потерь характеризует нагрев обмоток статора и ротора, обладающих активными сопротивлениями r_1, r_2.

Мощность магнитных потерь характеризует нагрев пакетов магнитопровода, вызванный гистерезисом, вихревыми токами.

Механические потери слагаются из потерь механической энергии на трение в подшипниках и контактных кольцах, а также на вентиляцию воздуха внутри машины.

Мощность электрических потерь характеризует нагрев обмоток статора и ротора, обладающих активными сопротивлениями r_1, r_2.

Мощность магнитных потерь характеризуют нагрев пакетов магнитопровода, вызванный гистерезисом, вихревыми токами.

Механические потери слагаются из потерь механической энергии на трение в подшипниках и контактных кольцах, а также на вентиляцию воздуха внутри машины.

Процесс преобразования электрической энергии в полезную механическую энергию, развиваемую асинхронным двигателем может быть описан уравнением баланса активной мощности:

$$P_1 = 3U_1 I_1 \cos\varphi_1 = p_{1Э} + p_{1М} + p_{2Э} + p_{2М} + p_{МЕХ} + P_2,$$

где P_1 - мощность потребления машиной электрической энергии;

$p_{1Э}$ - мощность электрических потерь в обмотке статора;

$p_{1М}$ - мощность магнитных потерь в магнитопроводе статора;

$p_{2Э}$ - мощность электрических потерь в обмотке ротора;

$p_{2М}$ - мощность магнитных потерь в магнитопроводе ротора;

P_2 - полезная механическая мощность двигателя.

КПД асинхронного двигателя определяется отношением полезной мощности P_2 к подводимой мощности P_1: $\eta = \frac{P_2}{P_1}$.

Пример. Номинальная мощность трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором $P_Н = 10 кВт$, номинальное напряжение $U_Н = 380 В$, номинальная частота вращения ротора $n_Н = 1420 об/мин$, номинальный КПД $\eta_Н = 0{,}84$, номинальный коэффициент мощности $\cos\varphi_Н = 0{,}85$. Кратность пускового тока $\frac{I_{ПУСК}}{I_Н} = 6{,}5$, перегрузочная способность двигателя $\lambda = 1{,}8$.

Определить: потребляемую мощность, номинальный и максимальный (критический) вращающие моменты, пусковой ток, номинальное скольжение и критическое скольжение. Построить механическую характеристику $M = f(s)$.

Решение. Потребляемая мощность $P_1 = \frac{P_H}{\eta_H} = \frac{10}{0{,}84} = 11{,}9$ кВт.

Номинальный и максимальный моменты:

$$M_H = 9550 \cdot \frac{P_H}{n_H} = 9550 \cdot \frac{10}{1420} = 67{,}3 H \cdot м;$$

$$M_{\max} = \lambda \cdot M_H = 1{,}8 \cdot 67{,}3 = 121 H \cdot м.$$

Номинальный и пусковой ток:

$$I_H = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_H \cos\varphi_H} = \frac{11{,}9 \cdot 100}{1{,}73 \cdot 380 \cdot 0{,}84} = 21{,}2 A;$$

$$I_{ПУСК} = 6{,}5 I_H = 6{,}5 \cdot 21{,}2 = 138 A.$$

Номинальное и критическое скольжение:

$$s_H = \frac{n_0 - n_H}{n_0} = \frac{1500 - 1420}{1500} = 0{,}053;$$

$$s_{KP} = s_H (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) = 0{,}053 (1{,}8 + \sqrt{1{,}8^2 - 1}) = 0{,}175.$$

Механическая характеристика $M = f(s)$ строится по уравнению:

$$M = \frac{2M_{KP}}{(\frac{s_{KP}}{s} + \frac{s}{s_{KP}})} = \frac{242}{\frac{0{,}175}{s} + \frac{s}{0{,}175}}.$$

Механическая кривая $M = f(s)$, построенная с помощью программы MATHCAD, приведена на рисунке 8.3.

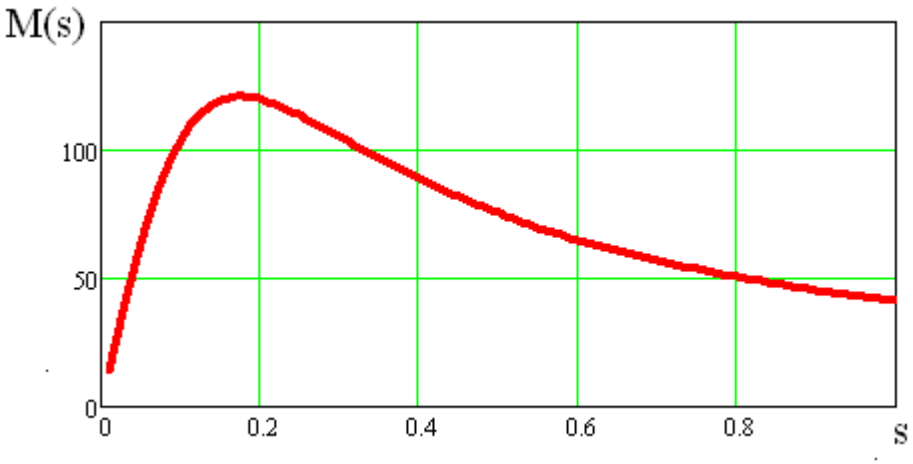


Рисунок 8.3 – Механическая характеристика

8.5 Устройство синхронной машины

Электрические машины переменного тока, в которых ротор и магнитное поле токов статора вращаются синхронно, т.е. с одной и той же скоростью называются синхронной машиной.

Синхронные машины обратимы, они могут работать в режимах генератора и двигателя, но основной областью применения синхронных машин является использование их в качестве промышленных генераторов для выработки электроэнергии на электростанциях.

Статор синхронной машины не отличается от статора асинхронной машины. Обмотка статора, создающая вращающееся поле, подключается к сети переменного тока, а обмотка ротора – к источнику постоянного тока.

Ротор представляет собой электромагнит, возбуждаемый постоянным током. Ротор должен вращаться синхронно с частотой вращения поля n_0.

Число пар полюсов и конструкция ротора синхронной машины зависят от синхронной частоты его вращения:

$$n_0 = \frac{60 \cdot f}{p} \quad \text{об/мин}, \tag{8.6}$$

где f - частота ЭДС переменного тока;

n_0 - синхронная частота вращения.

Магнитное поле, создаваемое МДС ротора называют основным, магнитный поток которого равен Φ_0. Синусоидально изменяющее потокосцепление Ψ_0 основного магнитного поля наводит в ней ЭДС e_0. ЭДС связана с магнитным потоком следующим соотношением:

$$E_0 = 4{,}44\, f\, w\Phi_0. \tag{8.9}$$

Токи статора создают вращающееся магнитное поле статора. Изменяющееся потокосцепление магнитного поля статора Ψ_a наводит в ней ЭДС e_a.

Так как магнитные поля ротора и статора вращаются синхронно, их результирующее потокосцеление:

$$\dot{\Psi} = \dot{\Psi}_0 + \dot{\Psi}_a \ . \tag{8.10}$$

Результирующая ЭДС

$$\dot{E}_P = \dot{E}_0 + \dot{E}_a. \tag{8.11}$$

Учитывая активное сопротивление фазы статора R и индуктивное сопротивление рассеяния X_d, можно записать уравнение электрического состояния фазы генератора при токе статора:

$$\dot{E}_P = \dot{U} + RI + jX_d \dot{I}. \quad (8.12)$$

ЭДС, наводимая магнитным полем статора:

$$-\dot{E}_a = jX_a \dot{I}. \quad (8.13)$$

ЭДС от потока рассеяния:

$$-\dot{E}_d = jX_d \dot{I}. \quad (8.14)$$

Тогда уравнение примет вид:

$$\dot{E}_P = \dot{U} + RI + j(X_d + X_a)\dot{I}. \quad (8.15)$$

Сумму сопротивлений $X_d + X_a = X$ называют синхронным индуктивным сопротивлением синхронной машины.

Пренебрегая членом $R\dot{I}$, $(R << X)$, получим упрощенное уравнение электрического состояния фазы синхронного генератора: $\dot{E}_0 = \dot{U} + jX\dot{I}$. Из этого уравнения следует, что синхронный генератор – это источник ЭДС $\dot{E}_0$, внутреннее сопротивление jX которого имеет индуктивный характер. Уравнению соответствует схема замещения одной фазы (рисунок 8.4) и упрощенная векторная диаграмма, угол между векторами ЭДС $\dot{E}_0$ и напряжения $\dot{U}$ принят равным θ.

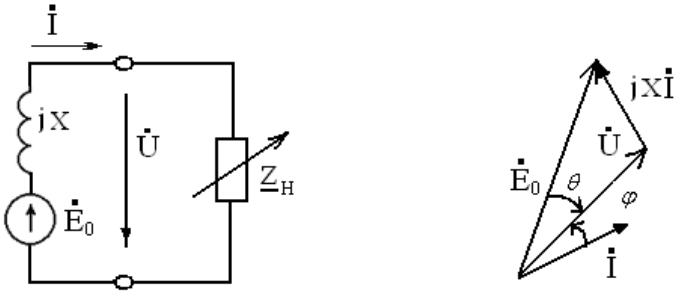


Рисунок 8.4 – Схема замещения фазы синхронного генератора и векторная диаграмма генератора

8.6 Угловая характеристика и регулирование активной мощности синхронного генератора

Зависимость электромагнитной мощности или электромагнитного момента синхронной машины от угла рассогласования полюсов называется угловой характеристикой синхронного генератора.

Угловые характеристики позволяют анализировать процессы, происходящие в синхронном генераторе при изменении нагрузки. Работа синхронного генератора устойчива при изменении угла $|\theta|$ в пределах $0 \div \pi$. Значению $|\theta| = \frac{\pi}{2}$ соответствует максимальная мощность $P_{\max} = \frac{3E_0U}{x}$ и максимальный момент $M_{ЭМ\max} = \frac{3pE_0U}{\omega x}$.

Область значений $|\theta| > \frac{\pi}{2}$ соответствует неустойчивой работе синхронного генератора. Угловая характеристика синхронного генератора приведена на рисунке 8.4.

Для синхронного генератора мощность в зависимости от угла θ имеет вид:

$$P = 3E_0 I \cos\varphi = \frac{3E_0U}{X_{сии}} \sin\theta . \qquad (8.16)$$

Электромагнитный момент: $M = \frac{3E_0U}{X_{сии}\omega} \sin\theta$.

Зависимость тока статора от тока возбуждения $I(I_B)$ при постоянном моменте первичного двигателя называется U- образной характеристикой синхронного генератора. U- образные характеристики синхронного генератора показаны на рисунке 8.5.

Регулирование активной мощности синхронного генератора, производится изменением момента первичного двигателя. При этом скорость вращения ротора сохраняется неизменной и равной скорости вращения поля статора, которая задается частотой сети.

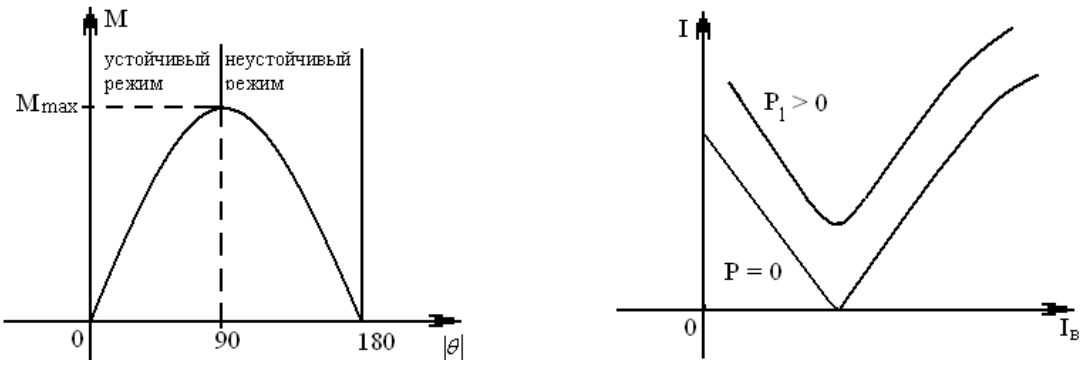


Рисунок 8.5 – Угловые и U-образные характеристики синхронного генератора

Контрольные вопросы.

1. Объясните принцип работы асинхронного двигателя.
2. Как образуется вращающее магнитное поле?
3. От каких величин зависит вращающий момент асинхронного двигателя?
4. Назовите способы регулирования частоты вращения асинхронного двигателя.
5. Назовите недостатки однофазных асинхронных двигателей?
6. Устройство синхронной машины.
7. Как осуществляется пуск синхронных двигателей?

9 Полупроводниковые приборы

9.1 Полупроводниковые приборы

Полупроводниковым диодом называется двухполюсный элемент, содержащий один $p-n$ переход.

Вывод, подключенный к полупроводнику p-типа, называют анодом A, а к полупроводнику n-типа – катодом K. Условное изображение диода показано на рисунке 14.1. На условном изображении диода направление стрелки совпадает с направлением тока.

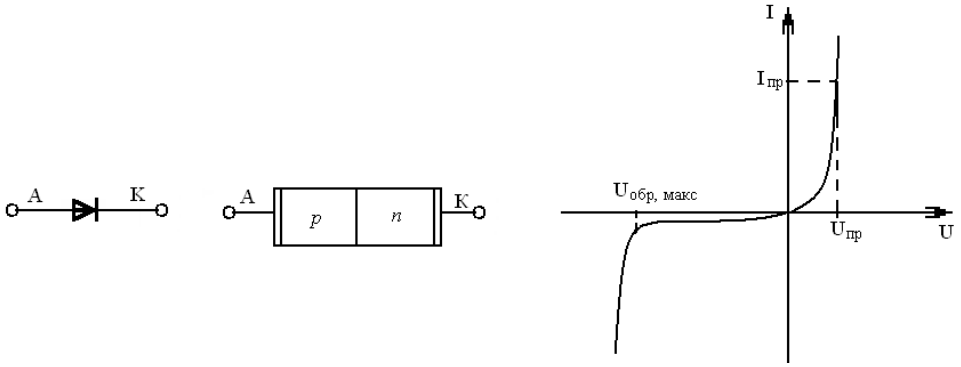


Рисунок 9.1 – Условное изображение и вольт-амперная характеристика диода

Диоды обладают ярко выраженным вентильным эффектом, т.е. обладают односторонней проводимостью. Вольт - амперная характеристика диода резко несимметрична. При малых положительных напряжениях, диод работает в прямом направлении, прямой ток резко возрастает. Диод пропускает ток от анода к катоду. Однако, он не должен превышать максимального значения $I_{макс}$, так как может произойти перегрев и диод выйдет из строя.

При отрицательном напряжении ток крайне мал, диод заперт. Обратный ток при напряжениях $U_{обр} > U_{обр,макс}$ возрастает до значений, соизмеримых с

прямым током. В этой области диоды не могут работать, в них происходит локальный перегрев, приводящий к выводу их из строя. Максимальное обратное напряжение определяется конструкцией диода и находится в пределах $10В \div 10кВ$. В связи с этим свойством диоды часто называют вентилями.

На практике широко используются германиевые, кремниевые, арсенид-галиевые полупроводниковые диоды. Полупроводниковые диоды имеют небольшие габаритные размеры, малую массу, высокий коэффициент полезного действия, большой срок службы, высокую надежность.

В электронике для стабилизации напряжения используют стабилизаторы напряжения. Самым простым стабилизатором напряжения является стабилитрон.

Стабилитрон предназначен для стабилизации, т.е. для поддержания постоянства напряжения.

Условное изображение стабилитрона и его вольт-амперная характеристика показаны на рисунке 9.2.

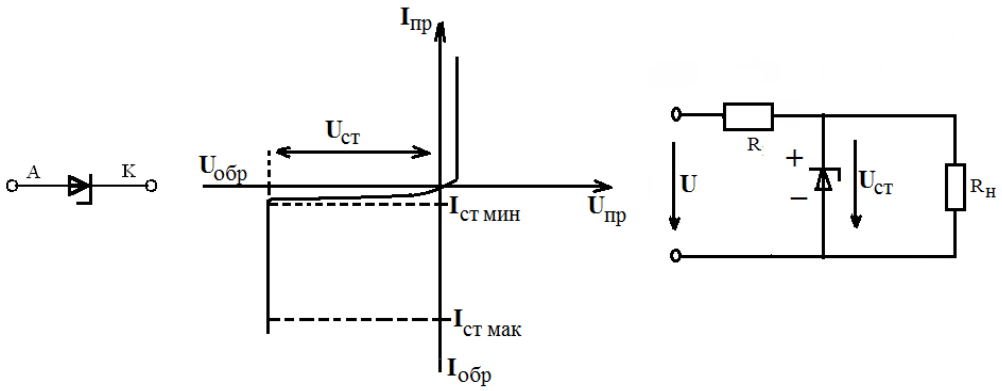


Рисунок 9.2 – Условное изображение стабилитрона, его вольт-амперная характеристика и схема стабилизатора напряжения

В отличие от диода стабилитрон работает не на прямом участке вольт-амперной характеристики, а на обратной ветви вольт-амперной характеристики. Незначительное обратное напряжение вызывает значительное увеличение обратного тока через прибор.

Напряжение на стабилитрон подают обратной полярности, анод соединяют с отрицательным полюсом источника питания. При таком включении через стабилитрон течет обратный ток $I_{обр}$. По мере увеличения обратного напряжения обратный ток растет медленно, характеристика почти параллельно оси $U_{обр}$. При некотором напряжении $U_{обр}$ $p-n$ переход пробивается и через него течет значительный обратный ток. Вольт-амперная характеристика идет параллельно оси $I_{обр}$. Этот участок является для стабилитрона рабочим. Пробой же $p-n$ перехода не ведет к порче прибора, если ток через него не превышает некоторого допустимого значения.

На рисунке 9.2 приведена схема стабилизатора напряжения. Сопротивление R ограничивает максимально допустимый ток, текущий через стабилитрон. Параметрами стабилитрона являются напряжение стабилизации $U_{СТ}$, ток стабилизации $I_{СТ}$, минимальный ток стабилизации $I_{СТ\,мин}$, максимальный ток стабилизации $I_{СТ\,мак}$.

Тиристоры. Тиристором называется полупроводниковый прибор с тремя и более $p-n$ переходами, используемый для переключения. Он состоит из четырех чередующих типов электропроводности областей полупроводника и имеет три вывода: анод, катод и управляющий электрод. К группе тиристоров относятся динисторы, тринисторы, симисторы, запираемые тиристоры.

Условное графическое изображение, схема подключения и вольт-амперная характеристика тиристора приведены на рисунке 9.3.

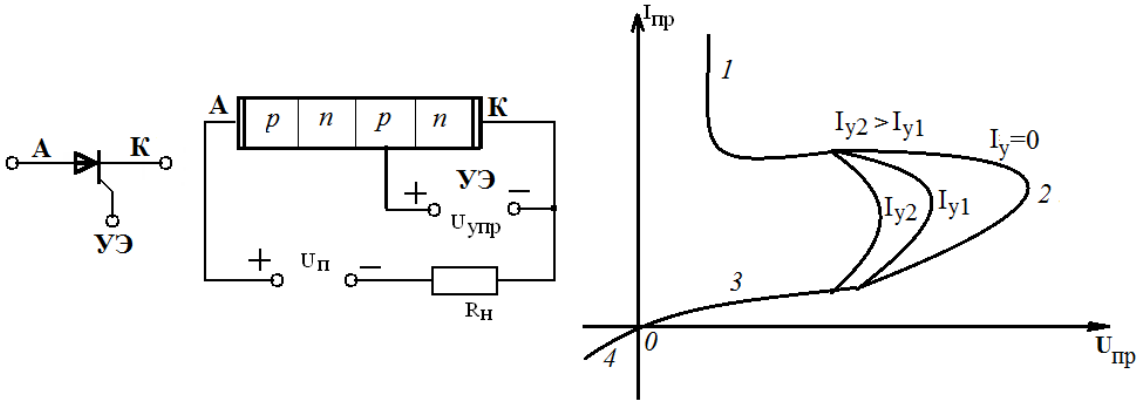


Рисунок 9.3 – Условное изображение, схема включения и ВАХ тиристора

Участок 1 соответствует открытому состоянию тиристора, участки 2 соответствует отрицательному сопротивлению и пробою коллекторного перехода, участок 3 соответствует запертому состоянию тиристора в прямом включении, участок 4 соответствует обратному включению тиристора.

9.2 Транзисторы

Транзистор – полупроводниковый прибор с тремя выводами, имеющий два взаимодействующих перехода, который служит для усиления входного сигнала по мощности. Различают кремниевые и германиевые транзисторы, биполярные и полевые. На практике транзисторы используются в качестве усилительных приборов.

В зависимости от порядка чередования областей различают биполярные транзисторы типа $p-n-p$ и типа $n-p-n$. Принцип действия биполярных транзисторов различных типов одинаков. Транзисторы называются биполярными, так как их работа обеспечивается носителями зарядов двух

типов: основными и неосновными. Условное обозначение показано на рисунке 9.4.

Одну из крайних областей транзисторной структуры создают с повышенной концентрацией примесей, используют в режиме инжекции и называют эмиттером (Э). Среднюю область называют базой (Б), другую крайнюю область называют коллектором (К). Каждая область имеет свои выводы, с помощью которых транзистор включается в цепь. Два перехода транзистора называют эмиттерным и коллекторным. Обычно переход эмиттер – база смещен в прямом направлении, а переход база – коллектор – в обратном.

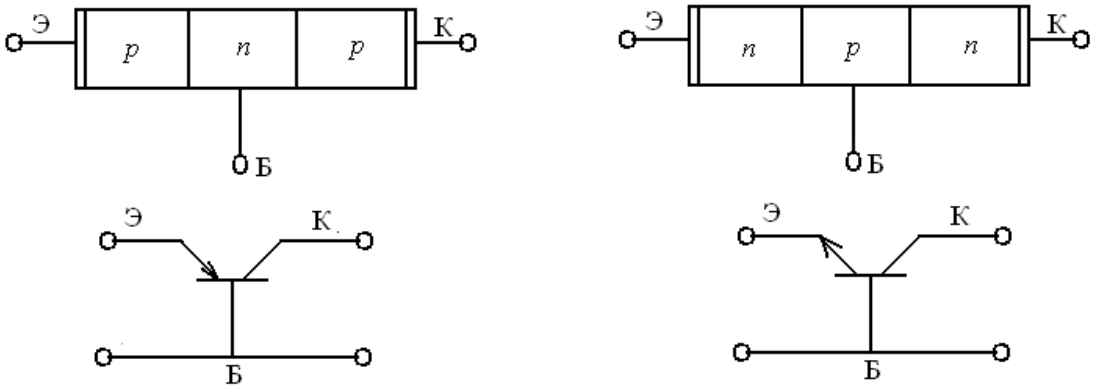


Рисунок 9.4 – Условное изображение транзисторов

Основная особенность транзистора состоит в том, что коллекторный ток $I_К$ является кратным базовому току $I_Б$. Их отношение $B = \frac{I_К}{I_Б}$ называют коэффициентом усиления по току. Режим работы трансформатора описывается с помощью семейства его характеристик.

Семейство входных $I_Б = f(U_{БЭ})$ и выходных характеристик $I_К = f(U_{КЭ})$, для транзистора $n - p - n$ для схемы с общим эмиттером приведено на рисунке 9.5.

Различают три способа включения транзистора: с общей базой, общим эмиттером, общим коллектором.

Входная характеристика показывает зависимость $I_Б = f(U_{БЭ})$. С ростом отрицательного напряжения $U_{КЭ}$ наблюдается сдвиг входных характеристик вправо. При увеличении $U_{КЭ}$ растет обратное напряжение, приложенное к коллекторному переходу и почти все подвижные носители заряда быстро втягиваются в коллектор, не успев рекомбинировать в базе. Поэтому ток базы уменьшается при увеличении напряжения $U_{КЭ}$.

Значения входных токов в схеме с общим эмиттером гораздо больше, чем в схеме с общей базой.

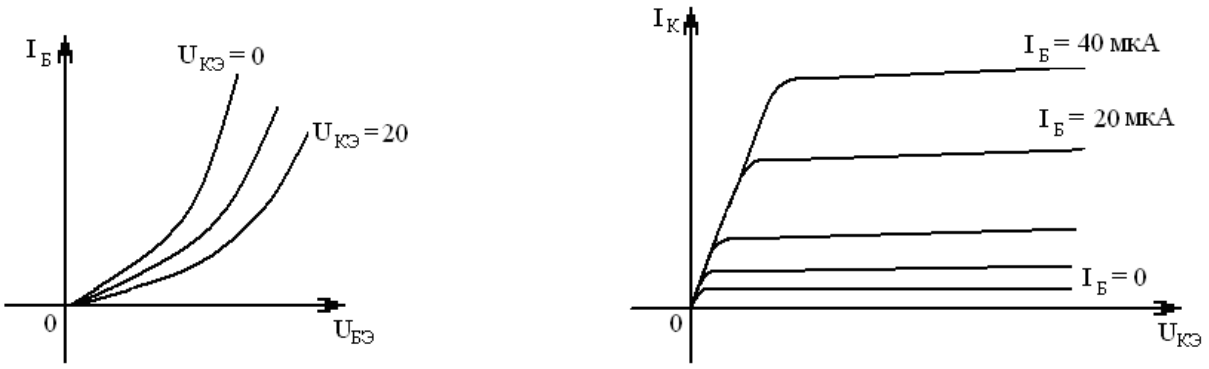


Рисунок 9.5 – Семейство входных и выходных характеристик транзистора

Контрольные вопросы.

1. Принцип работы полупроводникового диода.
2. Как вы понимаете термин пробой диода?
3. Что такое $p-n$ переход?
4. Какими свойствами обладает $p-n$ переход?
5. Каковы прямые падения для германиевых и для кремниевых диодов?
6. Что такое напряжение пробоя?
7. Каковы особенности работы стабилитрона?
8. Как включается стабилитрон в цепь?
9. Нарисуйте вольт-амперную характеристику тиристора и опишите его работу.
10. Для чего используются тиристоры?
11. Как устроен транзистор?
12. Какие два типа биполярных транзисторов существуют?
13. Нарисуйте схематическое обозначение $n-p-n$ и $p-n-p$ транзисторов.
14. Как правильно подать напряжения смещения на $n-p-n$ и $p-n-p$ транзисторы?

10 Однофазные и трехфазные выпрямители

10.1 Однофазные выпрямители

Выпрямительные устройства преобразуют переменное напряжение питающей сети в постоянное напряжение на нагрузке (рисунок 10.1).

Переменное напряжение питающей сети с помощью силового трансформатора понижается до необходимого значения, затем выпрямляется с помощью выпрямителя. В результате на выходе выпрямителя образуется напряжение неизменного направления, которое является пульсирующим и поэтому непригодно для питания большинства электронных устройств. Для

уменьшения пульсаций выпрямленного напряжения на выходе выпрямителя включают сглаживающий фильтр. Для обеспечения неизменной величины выходного напряжения используются стабилизаторы напряжения. Стабилизаторы напряжения удерживают выходное напряжение на постоянном уровне.

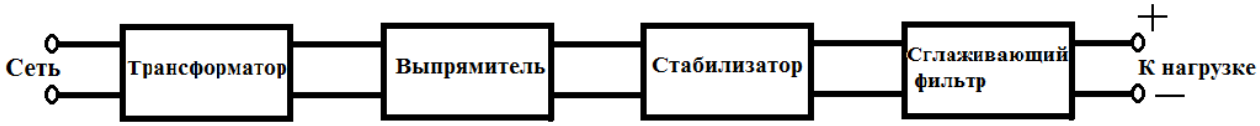


Рисунок 10.1- Структурная схема источника питания

Основными параметрами, характеризующими выпрямители, являются: номинальное среднее выпрямленное напряжение U_0, номинальный средний выпрямленный ток I_0, коэффициент пульсаций выпрямленного напряжения.

Основными параметрами, характеризующими диоды в выпрямителях, являются: среднее значение прямого тока, максимальное значение обратного напряжения, рассеиваемая мощность.

Выпрямительные схемы можно подразделить на однополупериодные и двухполупериодные, на однофазнфе и трехфазные.

Схема однополупериодного выпрямителя изображена на рисунке 10.2. Когда на верхнюю часть вторичной обмотки подан положительный полупериод переменного тока, на диод подается прямое напряжение, он пропускает ток, а когда отрицательный, то диод заперт. Через нагрузку протекает пульсирующий ток.

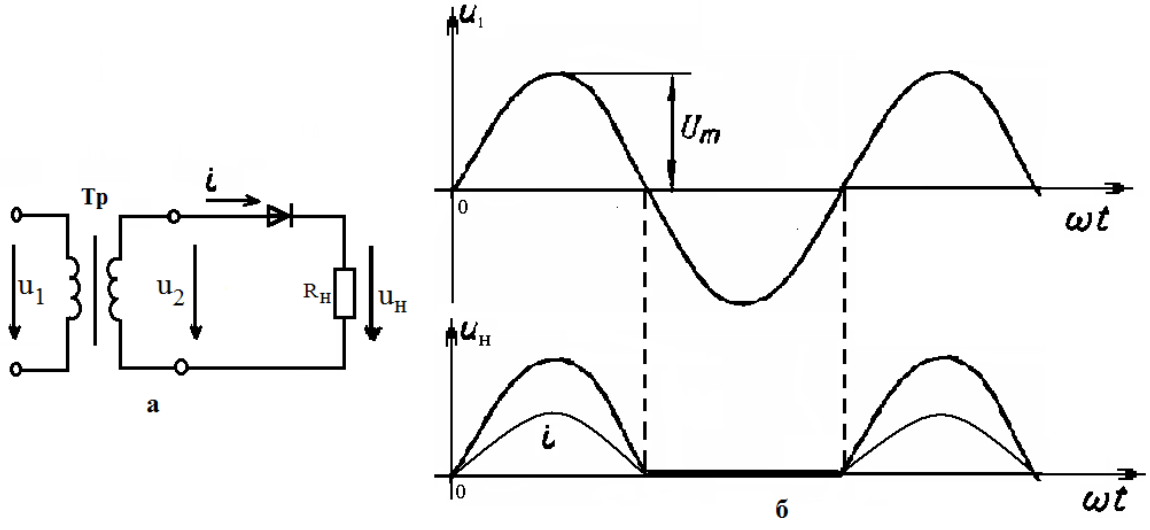


Рисунок 10.2 – Схема однополупериодного выпрямителя и временные диаграммы

Постоянная составляющая выпрямленного напряжения на нагрузке равна среднему значению за один период:

$$U_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u_H dt = \frac{1}{T}\int_0^{\pi} U_m \sin(\omega t)dt = \frac{U_m}{\pi} = 0{,}318U_m = 0{,}45U\,, \qquad (10.1)$$

где U - действующее значение переменного напряжения.

Среднее значение выпрямленного тока: $I_0 = \frac{I_m}{\pi}$,

где I_m – амплитудное значение тока.

Во время отрицательного полупериода, когда диод закрыт, он находится под напряжением вторичной обмотки трансформатора, поэтому наибольшее обратное напряжение, действующее на диод $U_{ОБР} = U_m = \pi U_0$.

Обратное напряжение на диоде более чем в 3 раза превышает выпрямленное напряжение на нагрузке.

Мостовая схема выпрямителя изображена на рисунке 10.2 и состоит из четырех диодов. Диагональ AB моста подключена к вторичной обмотке трансформатора, а диагональ CD – к нагрузке. Полярность напряжения на вторичной обмотке изменяется каждую половину периода, в результате чего при более высоком потенциале точки A по сравнению с потенциалом точки B ток проходит в течение полупериода $A \to D1 \to C \to R_H \to D \to D3 \to B \to A$, а в следующий полупериод по пути $B \to D2 \to C \to R_H \to D \to D4 \to A \to B$.

Выпрямленный ток идет через нагрузку R_H в течение всего периода переменного тока, поэтому мостовая схема является двухполупериодной.

Значение выпрямленного напряжения и тока в мостовой схеме определяются соотношениями: $U_0 = \frac{2U_m}{\pi}$, $I_0 = \frac{2I_m}{\pi}$.

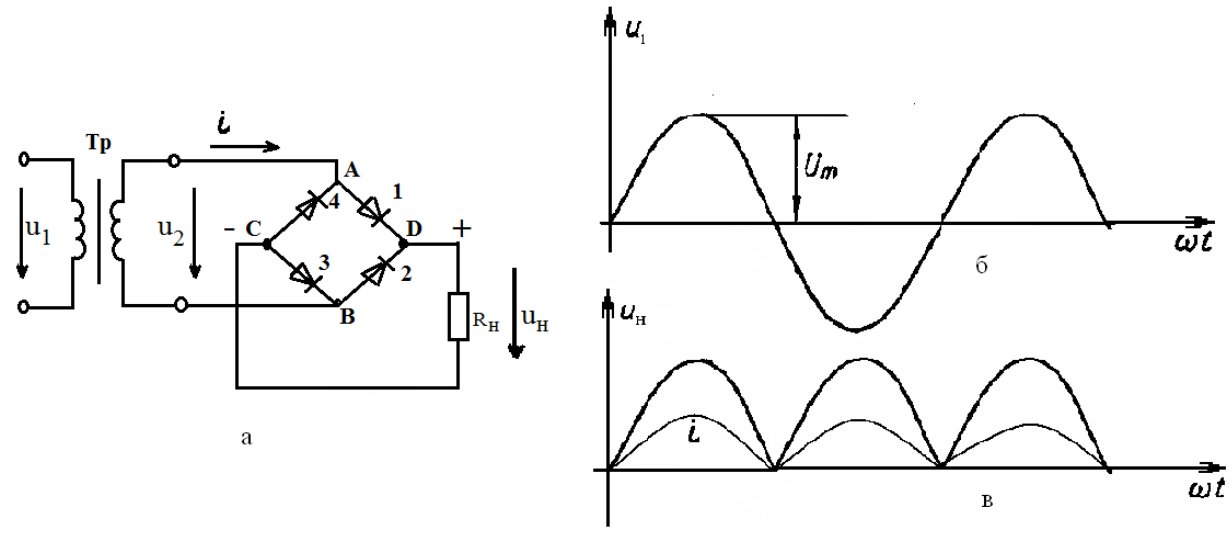


Рисунок 10.3 - Мостовая схема выпрямителя и временные диаграммы

Обратное напряжение, действующий на каждый диод $U_{ОБР} = 1{,}57U_0$.

Действующее значение тока, протекающего через диод: $I = \frac{I_0 \pi}{4} = 0.785 I_0$.

10.2 Трехфазные выпрямители

Простейшая схема трехфазного выпрямителя с нейтральной точкой изображена на рисунке 10.4. Первичные обмотки трансформатора соединяются звездой или треугольником, а вторичные – звездой, в каждую вторичную обмотку включено по диоду.

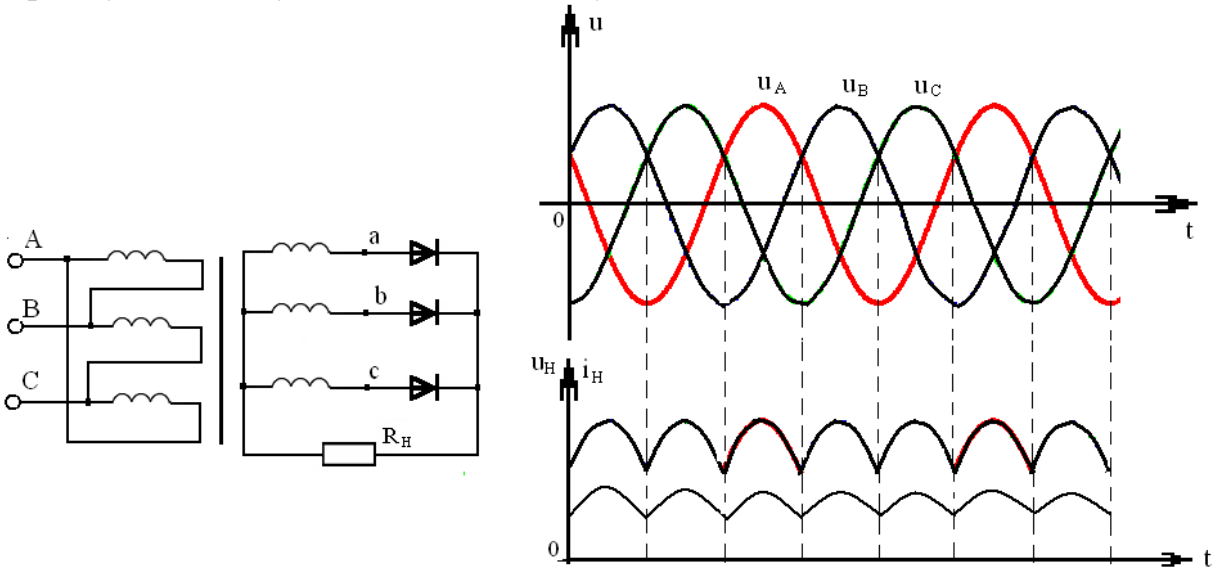


Рисунок 10.4 - Схема трехфазного выпрямителя с нейтральной точкой и временные диаграммы

В этом случае в каждый момент выпрямленный ток проходит только через диод, анод которого соединен с зажимом обмотки, имеющий наибольший положительный потенциал по отношению к нейтральной точке трансформатора. Поэтому выпрямленное напряжение будет изменяться по кривой, являющейся огибающей положительных полуволн фазных напряжений вторичных обмоток трансформатора (рисунок 10.4). Переключение диодов происходит в моменты, соответствующие пересечению положительных полусинусоид напряжения. Токи в нагрузке, проходящие через три диода суммируются.

Среднее значение выпрямленного напряжения в этой схеме: $U_0 = 1.17 U_Ф$, среднее за период значение выпрямленного тока, проходящего через каждый диод: $I = \frac{I_0}{3}$.

Мостовая трехфазная схема выпрямителя изображена на рисунке 10.5. В этой схеме для выпрямления первичные и вторичные обмотки могут быть соединены как звездой, так и треугольником. Схема выпрямителя содержит трехфазный трансформатор, первичная и вторичная обмотки которого соединены в звезду, шесть диодов и нагрузку.

Диоды в схеме выпрямителя образуют две группы: верхнюю – с общим анодом и нижнюю – с общим катодом. Они работают попарно и поочередно. В любой момент времени проводят два диода: один из нижней группы, напряжение на аноде которого, имеет наибольшее положительное значение, и один из верхней группы, напряжение на катоде которого имеет наибольшее отрицательное значение. Каждый диод проводит одну треть периода. Диоды работают со сдвигом по фазе на одну шестую периода, переключение происходит каждую шестую часть периода.

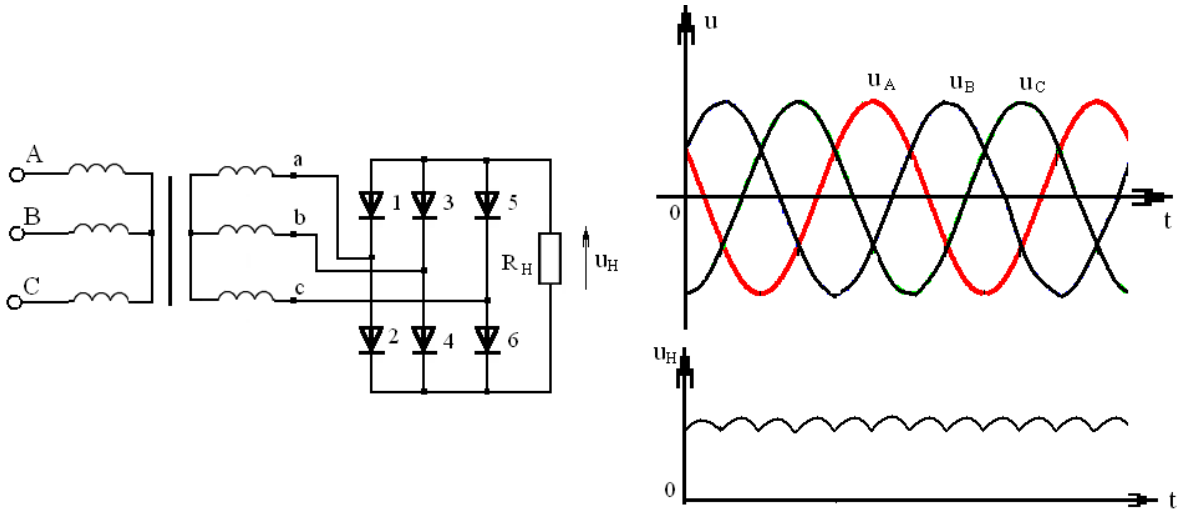


Рисунок 10.5 - Трехфазная мостовая схема и временные диаграммы

Схемы выпрямления переменного тока позволяют получить выпрямленное напряжение. Для устранений пульсаций применяют сглаживающие фильтры.

Простейшие фильтры состоят из одного реактивного элемента – конденсатора или катушки (рисунок 10.6), сложные фильтры содержат несколько элементов. Наиболее распространенными сглаживающими фильтрами в выпрямителях являются *П* - образные LC-фильтры.

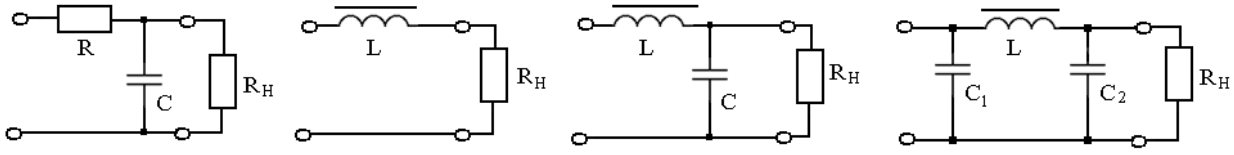


Рисунок 10.6 – Схемы сглаживающих фильтров

Основными параметрами, характеризующими работу фильтра, являются: коэффициент сглаживания, коэффициент фильтрации, коэффициент передачи постоянной составляющей.

Коэффициент сглаживания g – отношение коэффициентов пульсации на входе и выходе фильтра.

Коэффициент фильтрации $K_Ф$ – отношение амплитуд основных гармоник напряжения на входе и выходе фильтра.

Коэффициент передачи постоянной составляющей γ – отношение постоянных составляющих на входе и выходе фильтра.

Контрольные вопросы.

1. Нарисуйте схему однополупериодного выпрямителя.
2. Объясните работу однополупериодного выпрямителя.
3. Каковы недостатки однополупериодного выпрямителя?
4. Каковы недостатки двухполупериодных выпрямителей?
5. Объясните работу трехфазного выпрямителя.
6. Принцип работы сглаживающего фильтра.
7. Каково назначение сглаживающего фильтра?

Список литературы

Основная.

1 Сагитов П.И., Иманбекова Т.Д. Основы электротехники и электроники. – Алматы, 2015.

2 Белов Н.В.Электротехника и основы электроники. – СПб., 2012.

3 Иванов И.И. Электротехника и основы электроники. – СПб., 2012.

4 Подкин Ю.Г. Электротехника и электроника. – Т.1 – М., 2011.

5 Петленко А.Я. Электротехника и электроника. – М., 2010.

6 Светашев Г.М. Электротехника и электроника. – Алматы., АУЭС, 2010.

7 Баймаганов А.С., Светашев Г.Г. Электротехника и электроника. - Алматы., АУЭС, 2010.

Дополнительная.

1 Касаткин А.С. Электротехника. – М., 2008.

2 Касаткин А.С. Курс электротехники. – М., 2005.

3 Герасимов Г.Г. Электротехника и электроника. – М., 1998.

4 Герасимов Г.Г. Сборник задач по электротехнике и основам электроники. – М., 1998.

5 Панфилов Д.И. Электротехника и электроника в экспериментах и упражнениях. – М., 1999.

6 Рекус Г.Г., Белоусов А.И. Сборник задач по электротехнике и основам электроники. – М., 1991.

7 Прянишников В.А. Электроника. – СПб., 2003.

8 Иванов И.И. Электротехника. – СПб., 2006.

9 Баймаганов А.С. Электротехника и электроника. – Алматы., АУЭС, 2008.

Тохтабуби Джумадиловна Иманбекова
Макпал Бексултановна Жаркымбекова

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

Учебное пособие

Редактор Н.М. Голева

Подписано в печать _____ 2016
Тираж 100 экз. Формат 60х84 1/16

Бумага типографская № 2
Уч.- изд. л. 5,0. Заказ № ____.
Цена _____ тенге.

Некоммерческое АО «АУЭС»
г. Алматы, ул. Байтурсынова, 126

Копировально – множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
г. Алматы, ул. Байтурсынова, 126