Коммерциялық емес акционерлік қоғам

АЛМАТЫ ЭНЕГЕТИКА ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС УНИВЕРСИТЕТІ

Электроника кафедрасы

АВТОМАТТЫҚ БАСҚАРУ НЕГІЗДЕРІ

5В071600 − Аспап жасау
мамандығы студенттеріне арналған
дәрістер жинағы

Алматы 2016

ҚҰРАСТЫРУШЫЛАР: Б.С. Байкенов, А.Б. Нусибалиева. Автоматтық басқару негіздері. 5В071600 – Аспап жасау мамандығы студенттеріне арналған дәрістер жинағы. – Алматы: АЭжБУ, 2016.– 61 б.

«Автоматтық басқару негіздері» дәрістер жинағы өз бетімен оқу үшін арналған. Дәрісте басқарудың негізгі заңдары, типтік динамикалық сілтемелердің уақытша және жиілікті сипаттамаларылары, үзіліссіз тұйықталған және цифрлық басқару жүйелері тұрақтылық критерийлері қарастырылған.

Өндірістің технөлогиялық процесін автоматтандыруды жобалау VisSim және MatLab бағдарламалық орталарында жүзеге асырылған.

Дәрістер 5В071600 –Аспап жасау мамандығы студенттеріне арналған.

Сурет.-49, кесте.-1, әдебиет.-8

Пікір беруші: т.ғ.к. Мусапирова Г.Д.

«Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамы жобасы 2016 жылға бойынша баспаға берілген .

© «Алматы энергетика және байланыс университеті» КЕАҚ, 2016 ж.

Аннотация для ТАУ

Конспект лекций составлен в целях закрепления лекционного материала и применения теории управления в задачах инженерного проектирования систем автоматического управления.

В конспекте кратко изложены основы теории управления. Описан математический аппарат исследования различных систем автоматического регулирования, рассмотрены типовые динамические звенья, структурные схемы и способы их упрощения, временные и частотные характеристики разомкнутых и замкнутых систем, а также рассматриваются основные методы анализа и синтеза линейных систем управления с заданными показателями качества регулирования. Особое внимание уделено анализу и синтезу линейных цифровых систем, рассмотрены современные методы анализа систем на базе промышленных контроллеров.

Конспект может быть использован студентами не только для специальности 5В071600 – «Приборостроение», но и всех электротехнических специальностей АУЭС для самостоятельного изучения теории управления с целью применения в задачах РГР, курсового и дипломного проектирования.

Кіріспе

Дәрістер жинағы материалдарды тұрақтандыру және автоматты басқару жүйелерін инженерлік жобалау тапсырмаларында басқару теорияларын қолдану үшін жазылған.

Дәрісте басқару теорияларының негіздері туралы қысқаша айтылған. Автоматты реттеудің әртүрлі жүйелерін зерттеудің математикалық аппараты сипатталған, үлгілік (типтік) динамикалық буындары, құрылымдық сұлбалары мен оларды жеңілдету тәсілдері, тұйықталмаған және тұйықталған жүйелерінің уақыттық және жиіліктік сипаттамалары қарастырылған, сондай-ақ реттеу сапасы көрсеткіштерімен берілген сызықты басқару жүйелерін талдау және синтездеудің негізгі әдістері қарастырылған. Сызықтық цифрлық жүйелерді талдау және синтездеуге ерекше назар бөлінген, өндірістік контроллер негізінде жүйені талдаудың қазіргі таңдағы әдістері қарастырылған.

Конспект тек қана 5В071600 – Аспап жасау мамандығы студенттеріне ғана емес, АЭжБУ-дің барлық электртехникалық мамандықтарының басқару

теорияларын өз бетімен оқып, ЕГЖ тапсырмаларында, курстық және дипломдық жобаларды жазу барысында қолдану үшін жазылған.

1 Дәріс №1. Басқарудың негізгі түсініктері мен қағидалары

Мақсаты: басқарудың заңдары мен қағидаларын, құрылымдық сұлбаның тұрғызылуын, басқару жүйелерін модельдеу мен жіктеу әдістерін, негізгі терминдер мен анықтамаларды оқып, түсіну.

1.1 Негізгі терминдер мен анықтамалар

Автоматты басқару теориясында арнайы математикалық аппарат пен әдістер негізінде, автоматты басқару жүйелерінің сапасына байланысты қойылған талаптарға сай талдау және синтездеу қарастырылады. Сол себепті негізгі терминдер мен анықтамалармен танысу керекпіз.

Автоматты басқару жүйесі (АБЖ) – басқару сигналдарын есептеу реттеуші немесе бағдарламалық контроллермен жүзеге асырылатын, реттелетін өлшемдерді басқару үшін керек техникалық құралдардың жиынтығы.

Басқару объектісі (БО) – жүргізілетін физикалық процестер - арнайы техникалық құралдар көмегімен басқарылатын (реттелетін) орнату.

Реттелетін өлшем– мәні арнайы техникалық құралдардың көмегімен басқарылатын технөлогиялық параметр.

Әсер ету – басқару объектісінде технөлогиялық процесс ағының өзгертетін сыртқы факторлар. Ұйытқушы және басқарушы әсер ету түрлері бар.

Ұйытқушы әсер ету кездейсоқ сипатты болып келеді. Мысалы, қоршаған орта температурасы, қысым, ауа жылдамдығы, электр желілеріндегі кернеу тербелісі өзгерісі.

Басқару объектісіне басқарушы әсер ету ұйытқушы әсер етуге өтемақы алу үшін АБЖ-да техникалық құрылғымен ұйымдастырылады.

Сигнал ретінде басқару объектісіне келіп түсетін энергия мен заттар, ұйытқушы және басқарушы әсер етулер, сондай-ақ реттеуші өлшемдер қарастырылады. Басқару объектісінің сигналдары бағыты бойынша ажыратылады кіріс *x* және шығыс y болып ажыратылады (1.1 сурет).

Ұйытқушы және басқарушы әсер етулер басқару объектісіне кіріс сигналдары болып табылады; ал реттеуші, физикалық түрде объектінің шекарасынан шықпасада, шығыс сигналдарын қабылдайды. (мысалға, ыдыстағы сұйықтық көлемі, электрқозғағыштың орамындағы кернеу)

Сұлбаларда (1.1 сурет) АБЖ функционалдық элементтері тіктөртбұрыш түрінде , ал сигналдар – меңзерлермен белгіленген.

1.1 сурет - АБЖ функционалдық элементі

Сигналдарды анықтайтын, физикалық процестердің параметрлері өздерінде ақпарат сақтайды.

Құрылымдық сұлба дегеніміз технөлогиялық процесс элементтерінің және олардың арасындағы байланыстардың символдық бейнесі. Ол жүйедегі үрдістердің реттілігін, тізбегін көрсетеді.

1.2 Басқарудың мақсаттары мен қағидалары

Басқарудың міндеті – алға қойған мақсатқа жету үшін тиісті командалар көмегімен басқару объектісінде өтіп жатқан процестерді өзгерту.

Басқарудың қағидалары:

– ашық басқару қағидасы;
– өтемақы қағидасы –ауытқу бойынша басқару;
– кері байланыс қағидасы.

Осылайша, АБЖ - басқарушы айнымалылардың талап етілетін *x(t)* және нақты y (t) мәндер арасындағы рұқсат етілген шекте келіспеушілікті *ε(t)* сақтау үшін оларды ОС қағидасында салыстыратын және алынатын басқару сигналдарын қолданатын жүйе.

Кіріс сигналы *x(t)* – (детермирленген сигнал) басқарудың барлық аралықтарындағы белгілі функция болатын жүйені - бағдарламалық басқару жүйесі деп атаймыз.

Берілген кіріс сигналы *x(t) =const* болатын жүйені – тұрақтылық жүйесі деп атаймыз.

Берілген кіріс сигналы *x(t)* – кездейсоқ функция болатын жүйені – бақылаушы жүйе деп атаймыз.

Тек бір шығыс өлшемі басқаратын жүйені –бір өлшемді деп атаймыз.

Бірөлшемді жүйелер бағдарламалық жүйелердің, тұрақтаушы және бақылаушы жүйелер бола алады.

Сонымен қатар тәжірибеде:

– сапаны көрсеткіштің экстремумын іздеушімен жүйелер;
– тиімді басқару жүйелері;
– бейімделген жүйелер пайдаланылады.

1.3 АБЖ математикалық модельдері

АБЖ есептеу мен жобалаудың бастапқы кезеңдерінде функционалдық сұлбаны талдау негізінде оларды сапалы сипаттаумен, яғни формалды емес сипаттаумен шектеледі. Формалды емес сипаттау дегеніміз АБЖ жайлы, оның жұмысының алгоритмін құру үшін, яғни оның формалды (математикалық) сипаттамасын дайындауға негіз болатын функционалдық сұлбаны құру үшін

жеткілікті ақпараттар жиынтығы. АБЖ-ның формалды емес сипаттама кемшіліктері, ол сандық сипаттамаларына сүйенбейді, сол себепті керекті дәлдік алынбайды. АБЖ математикалық үлгісі ретінде оқылып жатқан жүйе жайлы абстрактылы көріністің сандық форматталуын айтамыз.

Математикалық үлгі –дифференциалдық, интегралдық, айырымдық, алгебралық теңдеулердің формалды сипаттамалары, сонымен қатар теңсіздіктер, жиын және т.б.

У және Х – АБЖ-ның кіріс және шығыс сигналдарының жиыны деп қарастырайық. Егер $y \in Y$ әрбір элементіне тиісті анықталған $x \in X$ элементі қойылса, онда А жүйелік операторы берілген дейміз. Ол арқылы АБЖ кірісі мен шығысы арасында байланыс беріледі.

$$y = A \cdot x. \qquad (1.1)$$

(1.1) операторлық теңдеуін АБЖ математикалық теңдеуі деп қарастыруға болады, себебі ол оның $x(t)$ кіріс және $y(t)$ шығыс сигналдары арасындағы сандық байланысын орнатады. Жүйе операторын беру – оның кіріс сигналынан шығыс сигналын табу ережесін беру деген сөз.

Көп жағдайларда операторлық теңдеулер жүйелері дифференциалдық теңдеулер класына немесе оларға барабар интегралдық теңдеулер класына тиесілі. Дифференциалдық теңдеулер жүйесін алу үшін жалпы алғанда, әдетте, жекелеген элементтерді сипаттайды, яғни жүйеге кіретін әрбір элемент (салыстыру элементі, реттеуші, күшейткіш, жетек, т.б) үшін жеке дифференциалдық теңдеулер құрады.

1.4 АБЖ жіктелуі және басқару заңдары

АБЖ сыныптары және әрекет ету қағидалары бойынша жіктеуге болады.

Дифференциалдық теңдеулер сыныптары бойынша:

1) Сызықты және сызықты емес жүйелер.

Сызықты жүйелер деп сызықты дифференциалды теңдеулермен сипатталатын жүйелер аталады. Олай болмаған жағдайда жүйе сызықты емес класқа кіреді. Сызықты және сызықты емес дискретті жүйелер тиісінше, сызықты және сызықты емес айырымдық теңдеулермен немесе айырымдық теңдеулер жүйесімен сипатталады.

1) Сызықты және сызықты емес стационарлық жүйелер тұрақты коэффициентті дифференциалдық теңдеулермен сипатталады, ал стационарлық емес жүйелер айнымалы коэффициенттермен.

2) Жинақталған және үлестірілген.

Жинақталған жүйелер немесе жинақталған параметрлермен жүйелер кәдімгі дифференциалды теңдеулермен сипатталады.

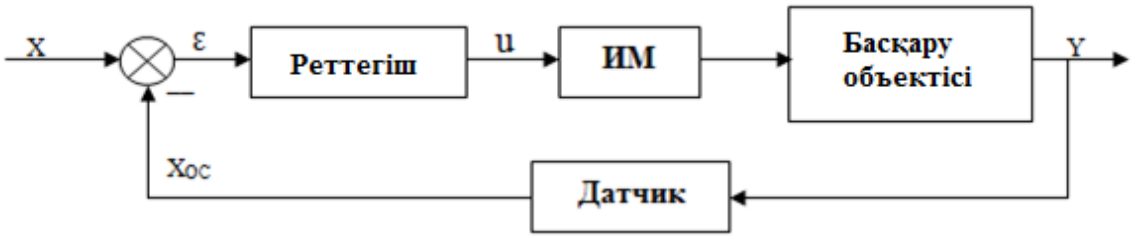
Үлестірілген жүйелер немесе үлестірілген параметрлермен жүйелер туынды дифференциалды теңдеулермен сипатталады.

Басқарудың екі заңы бар: шығыс шамасының ауытқуы және ауытқулар.

АБЖ ауытқу (кейінге қалдыру) бойынша – 1765 жылы ұмынылған И. И. Ползунов қағидасы. Қазіргі уақытта АБЖ өнеркәсібінің 90% пайдаланады.

АБЖ ауытқуының артықшылығы, ол кез келген ауытқуларда әсер етуінің кез келген ықпалдарын өтейді, берілген мәннен оның шыққандағы сигнал мәнінен туғызған айырмашылығы болады (1.2 сурет).

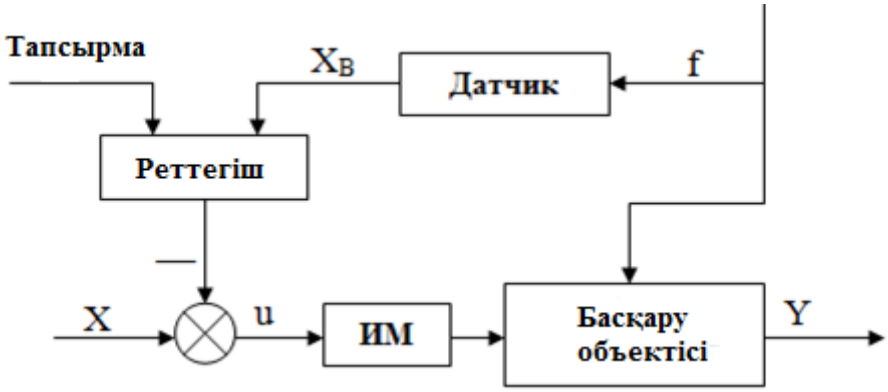
Кемшілігі: ең алдымен ε шығыс сигналының берілген мәнінен ауытқу тууы керек, содан кейін ғана реттеуші ауытқу әсер етуін өтейді.



1.2 сурет - АБЖ ауытқуының құрылымдық сұлбасы

АБЖ ауытқу бойынша –1830 ж. ұсынған Ж.Понселе қағидасы. Егер f объекке ауытқушы әсер ететін болса, оны берілген мәнмен салыстыру және шығыс сигнал мәндерін өзгертетін басқарушы сигналды шығару үшін өлшеп, реттеушіге салады (1.3 сурет).

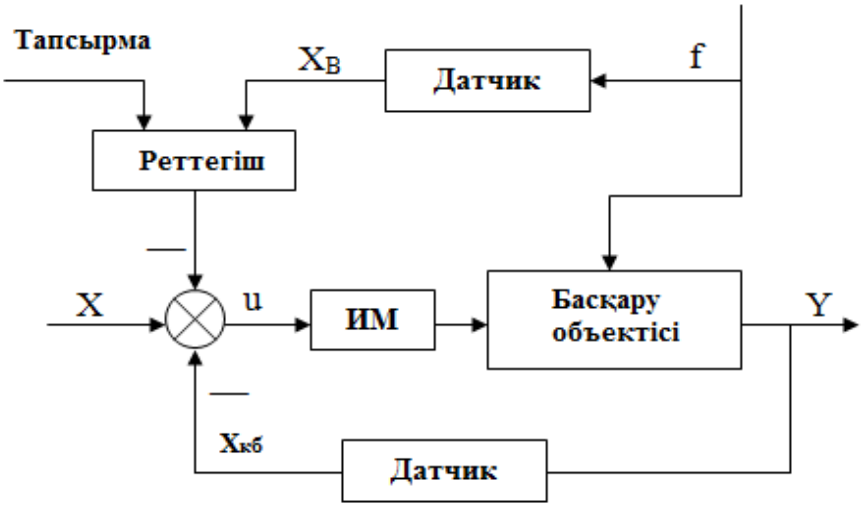
Бұндай басқарушы қағидадада ауытқу әсер етуінің өзгерісі объект жұмысының технөлогиялық режимін құртпай тұрып реттеуші оны өтейді. Алайда оның бір кемшілігі бар – ол басқа әсер етушілердің ықпалын өтей алмауында.



1.3 сурет–АБЖ ауытқуы құрылымдық сұлбасы

АБЖ ауытқу бойынша ашық болып келеді,яғни шығыс сигналына қатысты қайтымсыз байланыс.

Араласқан АБЖ басқарудың екі заңын да өзіне қосады және қарастырылған сұлбалардағыдай көптеген кемшіліктері жоқ (1.4 сурет).



1.4 сурет – Аралас АБЖ құрылымдық сұлбасы

Берілген сигнал өзгерісі заңына қатысты АБЖ тұрақтылық, бағдарламалық және бақылаушы болып бөлінеді.

Реттеушінің шығыс сигналадар өзгерісі заңына қатысты АБЖ дискретті (екі, үш позициялы) және үзіліссіз (аналогты) болып келеді.

Екі позициялы (қосу –өшіру) АБЖ сенімді, арзан, бірақ реттеуші нақтылығы аз.

2 Дәріс №2. Басқару жүйелерінің ауыстыру функциялары

Мақсаты: басқару жүйелерінің құрылымдық сұлбаларын жеңілдету жолдарын оқып, үйрену, ашық және тұйық жүйелерде ауыстыру функцияларын анықтау, сонымен қатар күй кеңістігінде ауыстыру функцияларын анықтау.

2.1 Буын (сілтеме) байланыс түрлері

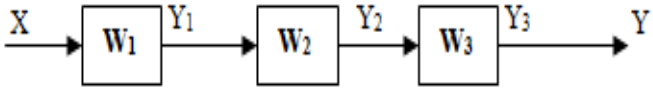
Кез келген қиын сұлбаны үш қосылу түрінің біреуімен бірнеше бөлек блоктарға бөлуге болады. Қосылу түрлері: тізбектелген, параллельді-келісілген және параллельді- қарама-қарсы.

Буыдардың тізбектелген қосылу сұлбасы 2.1 суретте көрсетілген. Тізбектелген тізбектегі әр буынның шығыс сигналын оның аударым функциясы (АФ) арқылы беруге болады:

$$x_1 = W_1(p)x_{BX}(p); \tag{2.1}$$

$$x_2 = W_2(p)x_1(p); \tag{2.2}$$

$$x_{ВЫХ}(p) = x_3(p) = W_3(p)x_2(p). \tag{2.3}$$



2.1 сурет–Буындардың тізбектей қосылу сұлбасы

Шығыс сигналдар мәндерін соңғы теңдеуге қоя отырып,

$$У(p) = W_3(p)W_2(p)W_1(p)X(p), \quad (2.4)$$

яғни тізбектей жалғанған буындардың АФ келесі түрде болады

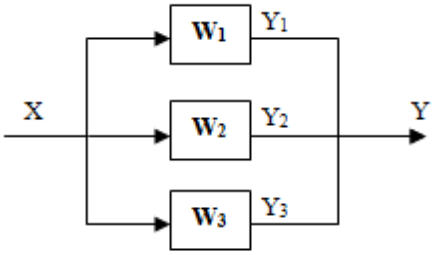
$$W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p). \quad (2.5)$$

Буындардың параллельді-келісімді қосылу сұлбасы 2.2 суретінде көрсетілген. Әр буын үшін шығыс сигналдарын оның АФ арқылы берейік:

$$y_1(p) = W_1(p)x(p); \quad (2.6)$$

$$y_2(p) = W_2(p)x(p); \quad (2.7)$$

$$y_3(p) = W_3(p)x(p). \quad (2.8)$$



2.2 сурет – Буындардың параллельді-келісімді қосылу сұлбасы

Соңғы үш теңдеуді қоссақ:

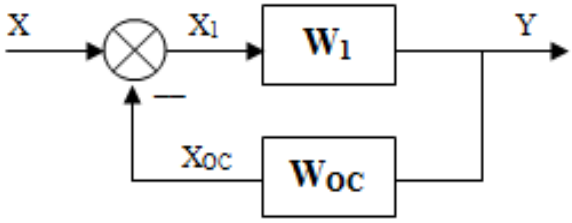
$$y_1(p) + y_2(p) + y_3(p) = y(p) = (W_1(p) + W_2(p) + W_3(p))\,x(p). \quad (2.9)$$

Шығыс сигналының кіріс сигналына қатынасын алсақ, буындардың параллельді-келісімді АФ аламыз:

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) + W_3(p). \quad (2.10)$$

2.2 Тұйық жүйе ауысым функциясы (АФ)

2.3-суретте екі буынның теріс кері байланыспен (ТКБ) қосылу сұлбасы берілген.



2.3 сурет - Теріс кері байланыспен жүйе сұлбасы

Теріс кері байланыс кезінде $x_{1} = x - x_{ОС}$.

Бұл шартты ескере отырып және қиын емес түрлендірулер арқылы теріс кері байланыс буындарының параллельді-қарама-қарсы қосылу АФ-н аламыз:

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}. \qquad (2.11)$$

Оң кері байланыста АФ-ң бөліміндегі таңба қарама –қарсы таңбаға ауысады, яғни теріс таңбаға (-).

2.3 Күй кеңістігіндегі жүйенің АФ

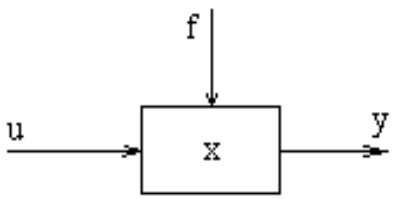
Алдында *X* басқару объектісінің ішкі күйісіз математикалық үлгі жүйесі қарастырылған болатын, ал АФ тек шығыс және кіріс сигналдардың арасындағы байланысты көрсететін.

Бұл сипаттау сыртқы деп аталады:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + ... + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + ... + a_n}. \qquad (2.12)$$

Бұл сипаттау әдісінің артықшылығы, комплексті айнымалыларды пайдалана отырып, алгебралық әдістерді қолдануға болатындығында. *X* айнымалылар күйінің бастапқы мәндері - 0.

Технөлогиялық процестерді сипаттайтын дифференциалды теңдеулерді бірінші түрдегі жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесіне түрлендіруге болады. Бұл жағдайдағ осы теңдеулер күйіндегі сипаттау немесе күй кеңістігіндегі сипаттау деп атайды. Басқару моделін жалпы үлгі түрінде көрсетуге болады.



u – басқарудың кіріс сигнал векторы; f – ауытқудағы кіріс сигнал векторы;
x – күй векторы; y – шығыс сигнал векторы.

2.4 сурет – Жүйе блок-сұлбасы

X басқару объектісінің күйінен оның шығыс және кіріс сигналдар арасындағы байланысты ескеретін жүйе сипаттамасы ішкі деп аталады. Бұл әдістің басты артықшылығы дифференциалды теңдеулер шешу үшін интегрирлеудің сандық әдісін (Эйлер, Рунг Кутт) қолдана алу мүмкіндігі болып табылады.

Күй кеңістігіндегі математикалық аппараттар үлгісі сызықты алгебра болып табылады: векторлар мен матрицалар операциясы. Егер басқарудың кіріс сигналдары $u = (u_1\ u_2\ ...u_r)^T$ және ауытқу $f = (f_1\ f_2\ ...f_m)^T$, жүйенің ағымдағы күйі $x = (x_1\ x_2\ ...x_n)^T$ белгілі болса, онда оның кейінгі қозғалысын білуге болады, яғни шығыс сигналын есептеп шығаруға $y = (y_1\ y_2\ ...y_p)^T$ болады. Бұл жердегі *T* – матрица-бағаның білдіреді.

Матрицалық түрде жүйенің күй теңдеуі былай жазылады:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu,$$

немесе

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + ... + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + ... + b_{1r}u_r$$

$$.....$$

$$\frac{dx_n}{dt} = a_{n1}x_1 + ... + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + ... + b_{nr}u_r.$$

A өлшемді (nxn) және *B* (nxr) өлшемді коэффициенттер матрицалары мынаған тең:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}...a_{1n} \\ ..... \\ a_{n1}...a_{nn} \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} b_{11}...b_{1r} \\ ..... \\ b_{n1}...b_{nr} \end{pmatrix}. \qquad (2.14)$$

Жалғыз кіріс сигнал кезінде, мысалы $u = u_1$ басқарумен, В матрицасында тек бір баған болады.

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} \\ ... \\ b_{n1} \end{pmatrix}. \qquad (2.15)$$

Ішкі жағдайлар арасында, басқару сигналы мен шығыс сигналында тәуелділік болады:

$$y = Cx + Du, \qquad (2.16)$$

мұндағы (pxn) және (pxr) өлшемді С және Д коэффициенттер матрицалары тиісінше тең:

$$C = \begin{pmatrix} c_{11}...c_{1n} \\ ..... \\ c_{p1}...c_{pn} \end{pmatrix}; \qquad D = \begin{pmatrix} d_{11}...d_{1r} \\ ..... \\ d_{p1}...d_{pr} \end{pmatrix}$$

немесе

$$\begin{aligned} &y_1 = c_{11}x_1 + ... + c_{1n}x_n + d_{11}u_1 + ... + d_{1r}u_r \\ &..... \\ &y_p = c_{p1}x_1 + ... + c_{pn}x_n + d_{p1}u_1 + .. + d_{pr}u_r . \end{aligned} \qquad (2.17)$$

Егер жүйеде бір шығыс $y = y_1$ болса, онда C матрицасы бір жолдан $C = (c_1 \ldots c_n)$, тұрады, ал $Д$ матрицасы – нөлдік.

(2.13) және (2.16) формуларын қолдана, Жүйенің ЖФ-ын жағдай айнымаларынын ішкі сипаттамларынан тікелей есептеуге болады. Ол үшін Лаплас бейнесінде (2.13) теңдеуін келістіреміз:

$$pEx(p) = Ax(p) + Bu(p), \qquad (2.18)$$

мұндағы E –(nxn) өлшемді бірлік матрицасы;
$p = d/dt$ –Лаплас операторы.

Онда жағдай векторы тең болады

$$x(p) = (pE - A)^{-1} Bu. \qquad (2.19)$$

x(p)-ді (2.16) формуласына Лаплас бейнесі арқылы келтірсек, шығыс сигналын аламыз:

$$y(p) = C(pE - A)^{-1} Bu(p) + Du(p). \qquad (2.20)$$

Онда жүйе ЖФ-сф мынаған тең болады:

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = C(pE - A)^{-1} + D. \qquad (2.21)$$

ЖФ бөлгіші сипаттамалық теңдеу деп аталады, оның түбірлері полюстар (poles) деп аталады. Полюстар матрицасы A матрицасының сандарымен бірдей. Алым түбірлері нөлдер деп аталады. Егер нөлдерді z_1, ..., z_m, ал полюстерді p_1,..., p_n деп белгілесек, онда кезінде ЖФ формулаларын (2.12) мына түрде жазуға болады

$$W(s) = \frac{K(s - z_1)...(s - z_m)}{(s - p_1)...(s - p_n)} = \frac{a_1}{s - p_1} + ... + \frac{a_n}{s - p_n}, \qquad (2.22)$$

мұндағы a_i – нақты және кешенді тұрақтысы.

Это означает, что выходную переменную *y* можно представить суммой показательных функций (с помощью таблиц обратных переходов Лапласа), которые называются модами

Бұл дегеніміз, модалар деп аталатын,шығыс айнымалы *y*-ті көрсеткіш функциялардың сомасы ретінде ұсынуға болады (Лапластың кері көшу кестесі арқылы):

$$y(t) = C_1 e^{-p_1 t} + ... + C_n e^{-p_n t}. \qquad (2.23)$$

Модалар *u(t)* кіріс басқару сигналдарына тәуелді. Нақты полюс нақты көрсеткішпен құрамдас болатын дәрежеге сәйкес болады, ал екі комплексті-жұптастырылған полюстерді әрқашан бір құрамдас ретінде беруге болады. Шындығында, егер екі полюстер $p_{k,k+1} = -\sigma \pm j\omega,$ мәніне ие болса, онда бұл жұпқа бір құрамдас $C_k e^{-\sigma t} \sin \omega t.$ сәйкес келеді.

Полюстер немесе сызықтық жүйенің А матрицасының меншікті сандары толықтай тұрақтылықты анықтайды. Егер полюстердің заттай бөлігін – теріс (кешенді жазықтықтың сол жақ бөлігінде жатса немесе жай ғана сол), онда шектеулі (мысалы, жалғыз) *u(t)* кіріс сигналына реакция сол секілді әрқашан шектеулі, демек жүйе орнықты.

3 Дәріс №3. Типтік динамикалық буындар

Мақсаты: беріліс функцияларын , басқару жүйесінің жиіліктік және уақыттық сипаттамалары бойынша типтік динамикалық буындарын зерттеу.

3.1 Жиіліктік және уақыттық буындарының сипаттамалары

Буындардың (жүйенің) жиіліктік сипаттамасын гармоникалық сигналдың кірісіне тұрақты амплитуда мен нөлден ∞ дейін айнымалы жиіліктікті беру арқылы алады, сонымен қоса шығысында амплитуда мен сигнал фазасын өлшеп тұрады.

БФ-на s = jω буыны келістірейік:

$$W(j\omega) = \frac{y(s)}{x(s)} = U(j\omega) + V(j\omega) = |A| \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \qquad (3.1)$$

мұндағы $A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$ - БФ модулі;

$\varphi(\omega) = arctg\dfrac{V(\omega)}{U(\omega)}$ - фаза ПФ или фазасы немесе шығыс сигналдың ығысуы.

Зерттемелі амплитуда-фазалы жиілікті сипаттамасын немесе годографты құру үшін жиілік генераторы, вольтметр және частометр қажет.

Логарифмдік амплитудалы-жиіліктік сипаттамаларын құру үшін мына өрнек қолданады:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega). \qquad (3.2)$$

Абцисса осі бойынша логарифм бойынша айқындалған жиіліктер ондықтап жинақталады: 1, 10, 100…. Немесе логарифмде 0, 1, 2…

Буынның (жүйенің) уақытша сипаттамасы өтпелі функциясымен *h(t)* немесе буынның бірлік кіріс сигналын *1(t)* сипаттайтын реакцияны анықтайтын екпін қисығымен анықталады:

$$1(t) = \begin{cases} 1 & \text{кезінде } t \geq 0 \\ 0 & \text{кезінде } t < 0 \end{cases} . \qquad (3.3)$$

Импульсты өтпелі немесе буынның (жүйенің) салмақтық функциясы *ω(t)* деп, дара импульсті әсерін сипаттайтын реакцияны немесе бастапқы нөлдік шарттар кезіндегі $\delta(t) = \dot{1}(t)$ дельта функцияларын атайды.

Импульстік өтпелі функциясы және өтпелі функциясы келесідей байланысады:

$$\omega(t) = \dot{h}(t). \qquad (3.4)$$

3.1.1 Үйлесімді(күшейткіш) буын.

Үйлесімді буынның шығыс және кіріс сигналдарының типтік байланыс теңдеуі алгебралық болып келеді:

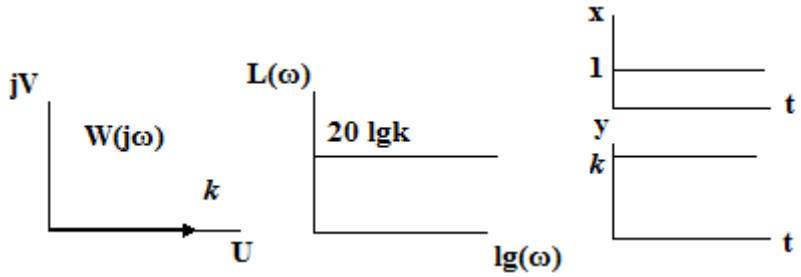
$$y(t) = k\, x(t). \qquad (3.5)$$

Үйлесімді буынның БФ-сы келесі түрде болады:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = k\,. \qquad (3.6)$$

Бұл буынның Амплитудалы-фазалық сипаттамасы (АФС) аналитикалық вектор өрнегі W(jω) = k, бұдан көретініміз БФ кіріс сигнал жиілігіне тәуелді есместігі.

$$A(\omega) = k; \quad \varphi(\omega) = \operatorname{arctg} 0 = 0; \quad L(\omega) = 20 \lg k. \qquad (3.7)$$



3.1 сурет –Үйлесімді буынның жиіліктік және уақыттық сипаттамасы

Екпін қисығы бойынша, шығыс сигналы кіріс сигналына пропоционал және шығыс сигнал ординатасы *к* пропоционалдық коэффициентіне тең екенін көріп отырмыз.

3.1.2 Астатикалық (интегралдық) буын.

Бұл буынның типтік дифференциалдық теңдеуі келесідей түрде болады:

$$T\frac{dy(t)}{dt} = x(t)\,. \qquad (3.8)$$

Дифференциалдық теңдеуді жазудың операторлық формасы:

$$Tpy(p) = kx(p)\,. \qquad (3.9)$$

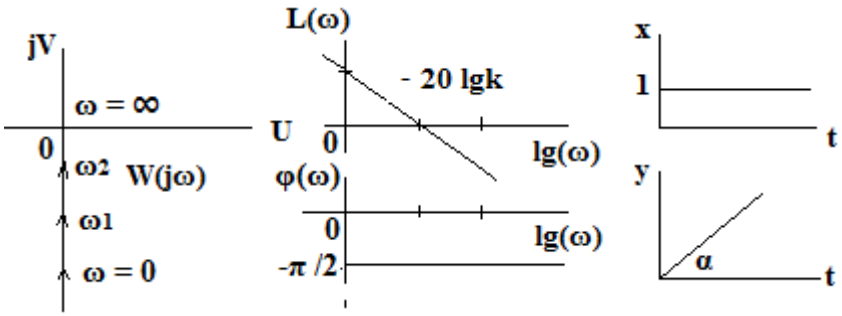
Беріліс функциясы келесі түрде болады:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{1}{Tp}\,. \qquad (3.10)$$

БФ-да $p = j\omega$ ауыстыру жолымен Амплитудалы-фазалық жиіліктік сипаттамасы (АФЖС) векторының аналитикалық өрнегіне айналады

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega t};\quad \varphi(\omega) = arctg(\infty) = -\frac{\pi}{2};\quad L(\omega) = 20\lg k - 20\lg \omega T;\quad h(t) = kt.$$

$$W(j\omega) = \frac{1}{T(j\omega)} = -j\frac{1}{T\omega}\,. \qquad (3.11)$$



3.2 сурет – Астатикалық буынның жиіліктік және уақыттық сипаттамалары

Астатикалық (интегралдаушы) буынмен анықталатын объекттер астатикалық деп аталады. Мұндай объекттер өзін-өзін үзу қасиетіне ие.

3.1.3 Бірініші ретті апериодтық буын.

Бірініші ретті апериодтық буынның дифференциалдық теңдеуі келесідей түрде болады:

$$T\frac{dy}{dt} + y(t) = kx(t)\,. \qquad (3.12)$$

Бұл өрнектен беріліс функциясын алуға болады:

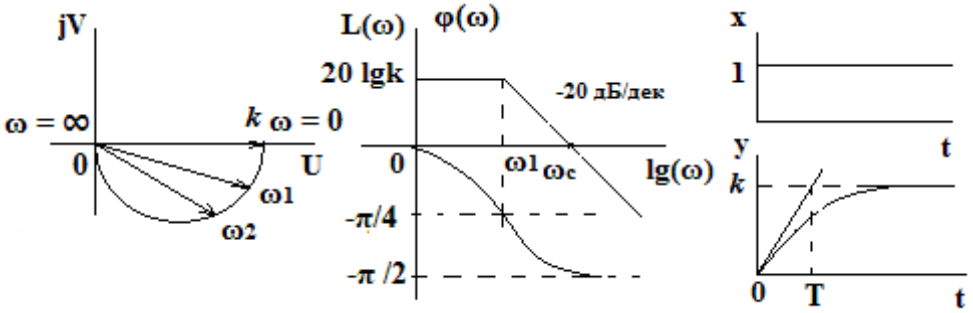
$$W(p) = \frac{K}{Tp+1}\,. \qquad (3.13)$$

Апериодтық буын БФ-на үлгі болып RC және RL элементеріндегі төменгі жиілік фильтрі болып табылады.

Қажетті өзгертулерден кейін келесіні аламыз:

$$W(j\omega) = \frac{k}{1+T^2\omega^2} - j\frac{kT_0\omega}{1+T^2\omega^2}\,. \qquad (3.14)$$

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+T^2\omega^2}};\quad \varphi(\omega) = -arctgT\omega;\quad L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{1+T^2\omega^2}.$$



3.3 сурет – Бірініші ретті апериодтық буынның жиіліктік және уақыттық сипаттамасы

Апредиодтық буын реализациясы ретінде кішігірім қуатты электродвиатель мысал бола алады. Апреиодтық буында беріліс функциясы бар объекттерді статикалық деп атайды.

3.1.4 Екінші ретті апериодтық буын.

Бұл буынның дифференциалдық теңдеуі келесі түрде болады:

$$T_1\frac{dy^2}{dt^2} + T_2\frac{dy}{dt} + y(t) = kx(t). \qquad (3.15)$$

Операторлы жазылу формасы:

$$(T_1 p^2 + T_2 p + 1) y(p) = kx(p)$$

немесе

$$(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1) y(p) = kx(p). \qquad (3.16)$$

Мұндағы $T = T_1$; $\xi = \frac{T_2}{2T_1} = \frac{T_2}{2T}$.

Береліс функциясы келесідей

$$W(p) = \frac{y(p)}{x\ (p)} = \frac{k}{Tp^2 + 2\xi T p + 1}. \qquad (3.17)$$

Апериодтық буынның коэффициентінің ξ демпфировние шамасына қарай 3 түрге бөлінеді:

1) $\xi \geq 1$ – 2 ретті апреиодтық буын.

2) $0 < \xi < 1$ – тербелмелі буын.

3) $\xi = 0$ – консервативті буын.

3.1.4.1 Екінші ретті апреиодтық буын ($\xi \geq 1$).

Буынның БФ-сы екі 1-ші ретті преиодтық буынның тізбектеліп қосылуы сияқты өзгертіледі.

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 + 1)}, \qquad (3.18)$$

мұндағы $T_{1,2} = \frac{T}{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}$.

Сонымен, Екінші ретті апреиодтық буын $\xi \geq 1$ кезінде өзін 2 бірінші ретті апреиодтық буын секілді жүргізеді. Сондықтан АФЖС және ФЖС бірінші ретті буынмен бірдей, бірақ $\omega_1 = 1/T_1$ -20 дБ/дек және тағы $\omega_2 = 1/T_2$ одан ары -20 дБ/дек кезінде логарифмдік амплитудалы-жиіліктік сипаттамасының (ЛАЖС) бұрмалануымен. Жалпы көлбеу – 40 дБ/дек болады.

3.1.4.2 Ауытқулы буын ($0 < \xi < 1$).

Буының БФ-на $p = j\omega$ өрнегін қойсақ, келесіні аламыз:

$$W(j\omega) = \frac{k}{(1 - T^2\omega^2) + j2\xi T\omega} = \frac{k(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2} - j\frac{2k\xi T\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}. \qquad (3.19)$$

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}}; \quad L(\omega) = 20\lg k - 20\lg\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2},$$

$$L(\omega) \approx \begin{cases} 20\ \text{lg}\ k \ \text{кезінде}\ \omega \leq \omega_1 \quad \omega_1 = \dfrac{1}{T} \\ 20\ \text{lg}\ k - 40\ \text{lg}\ T\omega \ \text{кезінде}\ \omega > \omega_1 \end{cases}.$$

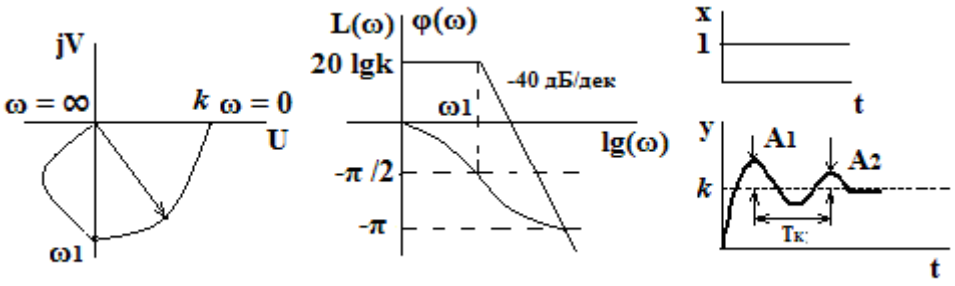
Буыннның Фаза-жиіліктік сипаттамасы келесі мәнге ие:

$$\varphi(\omega)=\begin{cases}-arctg\dfrac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2} & \text{кезінде } \omega\le\omega_1\\ -\pi-arctg\dfrac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2} & \text{кезде } \omega>\omega_1\end{cases}. \qquad (3.20)$$

Буынның нөлдік бастапқы шарттар мен *x(t) =1* кезіндегі дифференциалды теңдеуін шешіп, *h(t)* береліс функциясын немесе екпін қисығын аламыз.

$$h(t)=k[1-\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\beta}e^{-\alpha t}\sin(\beta t+\varphi_0)], \qquad (3.21)$$

мұндағы $\alpha=\frac{\xi}{T};\quad \beta=\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T};\quad \varphi_0=arctg\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}.$



3.4 сурет - Тербелмелі буынның жиіліктік және уақыттық сипаттамасы

Екпін қисығы бойынша тербелмелі буынның T уақыт тұрақтысын және ξ алса болады. Екпін қисығында тербеліс периодын T_m және A_1 мен A_2 тербеліс амплитудаларын өлшей отыра, α және β коэффициенттері формуламен табылады:

$$\alpha=\frac{1}{T_k}\ln\frac{A_1}{A_2};\quad \beta=\frac{2\pi}{T_k}. \qquad (3.22)$$

α және β коэффициенттер мәндерін (3.21)-ге қойып, екі белгісізбен теңеу жүйесін шеше отырып, T және ξ анықтаймыз.

Тербелмелі буынмен анықталатын объекттер, өзін-өзін үзу қасиетіне ие.

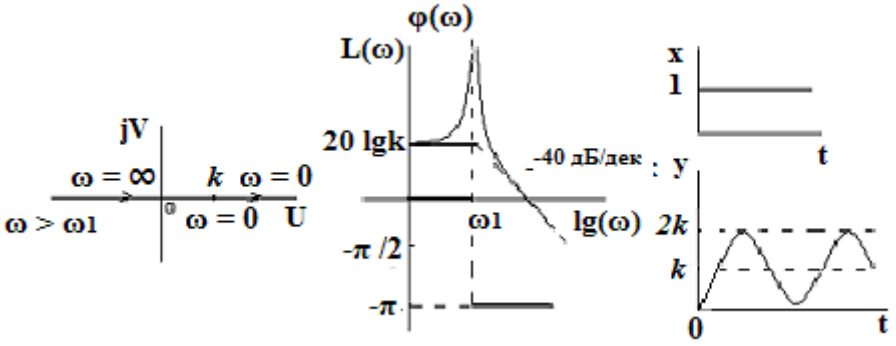
3.1.4.3 Консервативті буын ($\xi = 0$).

Буынның БФ-сы

$$W(p)\frac{k}{T^2p^2+1};\quad W(j\omega)\frac{k}{1-T^2\omega^2};\quad A(\omega)=\frac{k}{1-T^2\omega^2};\quad h(t)=k(1-\cos\omega t). \qquad (3.23)$$

Буынның әртүрлі жиіліктер кезіндегі БФ фазасы:

$$\varphi(\omega)=\begin{cases}0 \text{ кезінде } \omega \le \omega_1\\ -\pi \text{ кезінде } \omega > \omega_1\end{cases}. \qquad (3.24)$$



3.5 сурет – Консервативті буынның жиіліктік және уақыттық сипаттамасы

ЛАЖС-нан көріп тұрғанымыз ол, түйісу амплитудасында БФ-сы шексіздікке ұмтылады, демек резоннас құбылысы болады.

3.1.5 Кешігетін буын.

Кешігетін буынның кіріс және шығыс сигналдардың типтік байланыс теңдеуі:

$$y(t+t_{зап})=kx(t). \qquad (3.25)$$

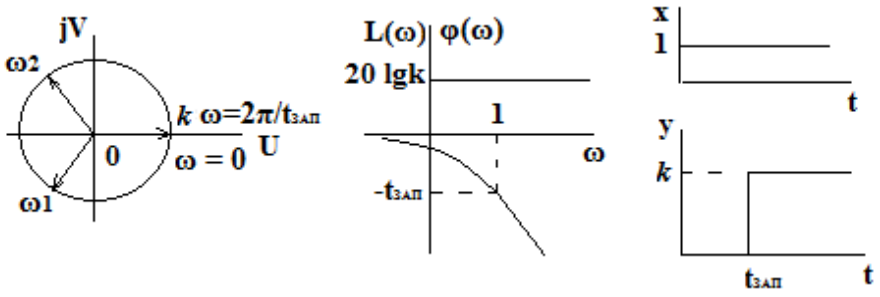
Бұл буынның БФ:

$$W(p)=k\cdot e^{-pt_{зап}}. \qquad (3.26)$$

Бұл буынның АФЖС келесі түрде:

$$A(\omega)=k;\ \ \varphi(\omega)=-\omega t_{зап};\ \ L(\omega)=20\lg k;\ \ h(t)=k\,1(t-t_{зап}). \qquad (3.27)$$

$$W(j\omega)=k\cdot e^{-j\omega t_{зап}}=k[\cos(\omega t_{зап})-j\sin(\omega t_{зап})]. \qquad (3.28)$$



3.6 сурет – Кешігетін буынның жиіліктік және уақыттық сипаттамасы

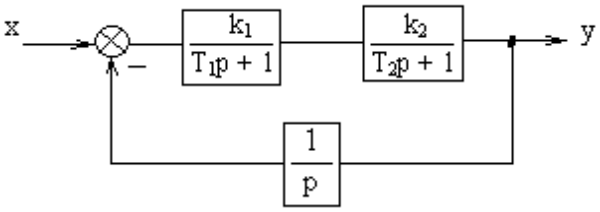
Кешігетін буынның годографы комплексті жазықтық координата басы айналасындағы бірдей радиусты шеңберлердің шексіз санымен анықталады. Бірінші шеңбер $\omega t_{зап} = 2\pi$ немесе $\omega = 2\pi/t_{кеш}$ кезінде түйіледі.

4 Дәріс №4. АФЖС және ЛАЖС

Мақсаты: тұйықталған және тұйықталмаған жүйенің амплитуда-фазалық жиіліктік, логарифмдік амплитудалық жиіліктік сипаттамаларын зерттеу.

4.1 Тұйықталған және тұйықталмаған жүйелердің АФЖС-ы

4.1 суретте құрылымдық сұлбасы берілген, тұйықталған бурконтурлы жүйені қарастырайық.



4.1 сурет –Тұйықталған жүйенің құрылымдық сұлбасы

Тұйықталмаған жүйенің БФ-сы тізбектей қосылған буындардың БФ-на тең:

$$W_p(p) = \frac{k_1 k_2}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} = \frac{k_1 k_2}{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1}. \qquad (4.1)$$

Оңайлық үшін, $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ мен $T_1 = T_2 = T$ тең болғандағы жеке жағдайды қарастырайық. Сол кезде (4.1) мына түрге келеді:

$$W_p(p) = \frac{k^2}{T^2 p^2 + 2Tp + 1}. \qquad (4.2)$$

Жүйенің жиіліктік сипаттамасын құру үшін (4.2) формуласында *p* операторының орнына $j\omega$ ($p = j\omega$) қою керек:

$$W_p(j\omega) = \frac{k^2}{[(1-T^2\omega^2)+j2T\omega]} \cdot \frac{[(1-T^2\omega^2)-j2T\omega]}{[(1-T^2\omega^2)-j2T\omega]} = k^2\left[\frac{1-T^2\omega^2}{(1+T^2\omega^2)^2} - j\frac{2T\omega}{(1+T^2\omega^2)^2}\right]. \qquad (4.3)$$

Берілген жағдайда БФ-ның комплексті шамасы алгебралық түрде көрсетілген, яғни нақты және жорамал бөліктерден тұрады $W_p(j\omega) = X(\omega) + jY(\omega)$.

Көрсетілім түрде кешенді айнымалы келесі түрде болады:

$$W_p(j\omega) = A(\omega)\, e^{j\varphi}, \qquad (4.4)$$

мұндағы $A(\omega)$ – БФ амплитудасы;

φ – кешенді жазықтықтың нақты осьімен БФ векторының арасындағы бұрыш.

Онда (4.3) формуласын келесідей көрсетсе болады:

$$A(\omega) = \sqrt{x^2 + y^2} = k^2 \frac{1}{1+T^2\omega^2}; \qquad \varphi(\omega) = -arctg\frac{2T\omega}{1-T^2\omega^2}. \qquad (4.5)$$

АФЖС-ны құру ұшін жиілікті тұйықталмаған жүйенің кез келген (4.3) немесе (4.5) БФ өрнегінен 0-ден ∞-ке дейін өзгерту керек.

Басында АФЖС қиысығын құру үшін $\omega = 0$ және $\omega = \infty$ кезіндегі екі шеткі нүктесін табады. Сонда (4.3) формуласын қолдана, алатынымыз:

1) $\omega = 0$ $x(\omega) = k^2$ кезінде; $y(\omega) = 0$ – нүкте кешенді жазықтықтың нақты осьінде жатады.

2) $\omega = \infty$ $x(\omega) = 0$ кезінде; $y(\omega) = 0$.

Егер (4.5) көрсеткіш формуласын қолдансақ, онда:

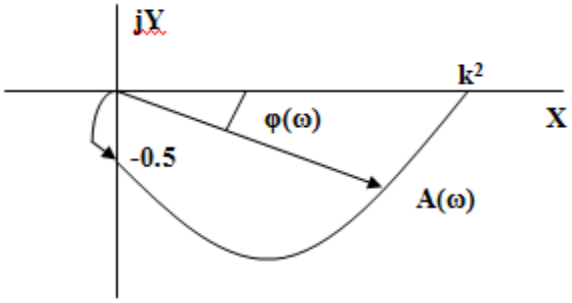
3) $\omega = 0$ $A(\omega) = k^2$ *кезінде;* $\varphi(\omega) = 0$ – нүкте кешенді жазықтықтың нақты осьінде жатады

1) $\omega = \infty$ $A(\omega) = 0$; $\varphi(\omega) = 0$.

Енді АФЖС қиысығының тек *У* кешенді жазықтығымен қиылысу нүктелерін анықтау қажет, үйткені нақты осьпен қиылысқандағы $\omega = 0$ кезіндегі $x(\omega)$ координаталық функцияны анықтап қойғанбыз. Ол үшін $x(\omega)$-ді нөлге теңестіріп ω_0 жиілікті табамыз, одан соң оны (4.3) формуласының $y(\omega)$ жорамал бөлігіне қоямыз:

$$x(\omega) = 0; \qquad 1 - T^2\omega^2 = 0. \qquad (4.6)$$

сонда $\omega_0 = 1/T$ – жиілік кезіндегі, нақты бөлік $x(\omega) = 0$ болады.

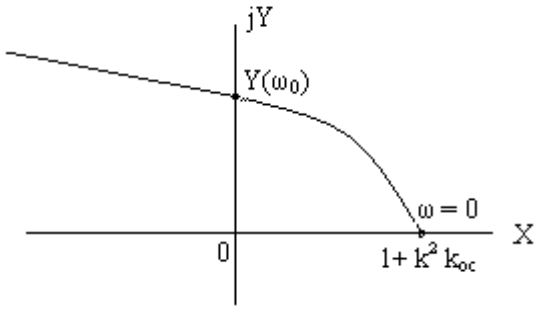


4.2 сурет – Тұйықталмаған жүйе АФЖС-ы

Алынған жиілікті (4.3) формуласының жорамал бөлігіне қойып АФЖС қиысығымен $y(\omega_0) = -0{,}5$ жорамал осьпен қиылысу координаталарын аламыз. Осы нүктелер арқылы шамамен АФЖС-ның қисығын көрсетуге болады. Нақтырақ қисығын $\omega = 0$ –тен ω_0-ге дейінгі аралығында құрады.

Тұйықталған жүйе БФ-сы (4,1 сурет) мынаған тең:

$$W_3(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)W_{oc}(p)} = \frac{k^2}{T^2p^2 + 2Tp + 1 + k^2k_{oc}}. \qquad (4.7)$$



4.3 сурет – Тұйықталған жүйе АФЖС-ы

Тұйықталған жүйе сипаттама теңдеуі мынаған тең:

$$T^2p^2 + 2Tp + 1 + к^2\,к_{ос} = 0. \qquad (4.8)$$

$p = j\omega$–ны сипаттама полиномына қойып, келесіні аламыз

$$-T^2\omega^2 + j\,2T\omega + 1 + k^2k_{ос} = X(\omega) + jY(\omega) = (1 + k^2k_{ос} - T^2\omega^2) + j\,2T\omega, \qquad (4.9)$$

мұндағы $X(\omega) = 1 + k^2k_{oc} - T^2\omega^2$ – полином векторының нақты бөлігі;
$jY(\omega) = 2T\omega$ –полином векторының жорамал бөлігі.

АФЖС қисығының құрылуы: ω жиілікті 0-ден ∞-ке дейін өлшей отырып кешенді жазықтықта координата нүктелерін табады.

Екі шеткі жиіліктер кезіндегі координаталарды табамыз:

1) ω = 0 кезінде $X(0) = 1 + k^2 k_{oc}$, $У(0) = 0$.

2) ω = ∞ кезінде $X(\infty) = -\infty$; $У(\infty) = \infty$.

Қисықтың жорамал осьпен қиылысуы болатын ω_0 жиілік, $X(\omega) = 0$ болған кезде табылады:

$$1 + k^2 k_{oc} - T^2\omega^2 = 0, \quad \omega_0 = \frac{\sqrt{1 + k^2 k_{oc}}}{T}. \qquad (4.10)$$

Табылған ω_0 жиілікті $У(\omega)$ жорамал бөлікке қоя отырып, АФЖС қиысығының кешенді жазықтықтың жорамал осьімен қиылысу координаталарын аламыз:

$$Y(\omega_0) = 2\sqrt{1 + k^2 k_{oc}}. \qquad (4.11)$$

4.2 Жүйенің логарифмдік жиіліктік сипаттамалары

Амплитудалы-фазалық жиілік келесідей болады:

$$W(j\omega) = A(\omega) \exp j\varphi(\omega). \qquad (4.12)$$

Оң және сол жағын логарифмдеп табамыз:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega). \qquad (4.13)$$

lnA(ω) және *φ(ω)* өрнектері логарифмдік-амплитудалық (ЛАС) және логарифмдік фазалық сипаттамаларына (ЛФС) сәйкес.

Екі шамалардың байланысын бағалау үшін логарифмдік бірлік децибелді (дБ) пайдалану шешімі қабылданған. *L* және *A* арасындағы байланыс мына формуламен берілген:

$$L = 20\lg A. \qquad (4.14)$$

Тұйықталмаған жүйелер БФ-сф тең:

$$W(p) = \prod_{i=1}^{n} W_i(p). \qquad (4.15)$$

Егерде модульдар мен аргументтерде көрсетсек, яғни көрсеткіш түрде онда

$$A(\omega) = \prod_{i=1}^{n} A_i(\omega),$$

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(\omega)$$

Немесе логарифмде:

$$L(\omega) = \sum_{i=1}^{n} L_i(\omega) = \sum_{i=1}^{n} 20\lg A_i(\omega), \qquad (4.16)$$

мұндағы $L(\omega)$ – жүйенің логарифмдік жиіліктік сипаттамасы.

Бұл өрнектен ЛАЖС-ны құрудың келесі ережесі пайда болады: бөлек буындар ЛЖС-ы құрады содан кейін ғана оларды сызба түрінде қосады.

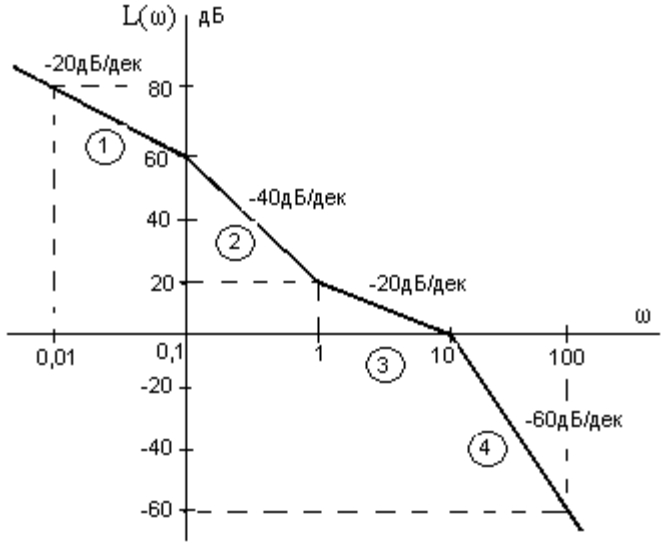
Мысалға: тұйықталмаған жүйе БФ-сы берілсін

$$W(p) = \frac{100(p+1)}{p(10p+1)(0{,}01p^2 + 0{,}1p + 1)}.$$

p = jω-ты орнына қойып, және (4.16) өрнегін қолдана,тұйықталмаған жүйе ЛАЖС-ы келесіге тең болады:

$$L(\omega) = 40 - 20\lg\omega - 20\lg\sqrt{(10\omega)^2 + 1} + 20\lg\sqrt{\omega^2 + 1} - 20\sqrt{(1 - 0{,}01)^2 + (0{,}1\omega)^2}.$$

Асимптотикалық ЛАЖС 4 асимптоттан тұрады. $\omega_1 = 1/10 = 0{,}1$; $\omega_2 = 1$; $\omega_3 = 1/0{,}1 = 10$ сияқты түйісетін жиіліктер анықталады.



4.4 сурет – Тұйықталмаған жүйе ЛАЖС

Түйісу жиілігінен төмен жиіліктер кезінде, түбір астында тек бірліктерді қалдырады.

Сондықтан $\omega < \omega_1$ кезінде $L(\omega) \approx 40 - 20\lg\omega$, – бірінші асимптота теңдеуі

Бірінші асимптотаны кординаталары $\omega_1 = 0{,}1$ және $L(\omega) = 60$ дБ бұрылуы *-20 дБ/дек* тең нүктесі арқылы ω_1 бірінші түйісу жиілігіне дейін жүргізеді:

$$L(\omega_1) = 40 - 20\lg 0{,}1 = 40 + 20 = 60 \text{ дБ}.$$

Екінші асимптотаны бірінші түйісудің соңынан ω_2 екінші түйісу жиілігіне дейін жүргізеді. Оның бұрылуы форсируші, апериодтық немесе тербелмелі буындардың ω_1 түйісу жиілігі болуына байланысты анықталады, яғни *+20, -20* немесе *40 дБ/дек*. Берілген жағдайда ω_1 – апредиодтық буынның түйісу жиілігі, бұрылуы *20 дБ/дек* болады.

Екінші асимптота $\omega_1 \le \omega < \omega_2$ кезінде келесідей болады:

$$L(\omega) \approx 40 - 20lg\omega - 20lg10\omega = 40 - 20lg\omega - 20lg10 - 20lg\omega = 20 - 40lg\omega.$$

Ары қарай екіншіге тұтас үшінші асимптота үшін теңдеу алады.

Үшінші асимптотаны екінші түйісудің соңынан ω_3 үшінші түйісу жиілігіне дейін жүргізеді, оның бұрылуы *+20 дБ* тең болады - ω_2 кезіндегі форсилеуші буын.

Үшінші асимптота $\omega_2 \le \omega < \omega_3$ кезінде келесідей болады

$$L(\omega) \approx 20 - 40lg\,\omega + 20lg\,\omega = 20 - 20lg\,\omega.$$

Төртінші асимптотаны бұрылуы – *40 дБ-ға* тең ω_3 үшінші түйісу жиілігі соңынан жүргізеді - ω_3 кезіндегі тербелмелі буын.

Үшінші асимптота теңдеуі $\omega \ge \omega_3$ кезінде келесідей болады:

$$L(\omega) \approx 20 - 20lg\,\omega - 40lg\,0{,}1\omega = 20 - 20lg\,\omega - 40lg\,0{,}1 - 40lg\,\omega = 60 - 60lg\,\omega.$$

Тұйықталмаған жүйе ЛАЖС-сы 4,4 -суретте келтірілген түрге келеді.

5 Дәріс №5. Тұрақтылықтың алгебралық критерилері

Мақсаты: сызықты жүйелердің тұрақтылығының шарттарын, Раус және Гурвицтың тұрақтылық критерилерін зерттеу.

5.1 Тұрақтылық жайлы түсінік

Тұрақтылық ретінде жүйенің оған әсер етіп, тепе-теңдік күйінен шығарған бағдарламадан кейінгі өздігінен кезекті орнатылған күйге келу қабілеті түсіндіреледі.

А.М. Ляпунов тұрақтылық үшін келесі екі теорема дұрыстығын көрсетті.

Бірінші теорема. Егер сипаттамалық теңдеудің барлық түбірлерінің заттық бөліктерінің бірінші жуықтауы теріс болса, онда жүйе бірінші кішілік кезегінен жоғары ыдырау мүшелерінен тәуелсіз тұрақты болады

Екінші теорема. Егер бірінші жуықтаудың сипаттамалық теңдеуінің түбірлерінің ішінде кем дегенде біреуі оң заттық бөлігімен табылса, онда жүйе бірінші кішілік кезегінен жоғары ыдырау мүшелерінен тәуелсіз болып, тұрақсыз болады.

Бірінші жуықтау теңдеулерін линеаризденген дифференциалдық теңдеу ретінде қарастыруға болатындықтан А.М. Ляпуновтың тұрақтылық шарттары сызықты жүйелер үшін де дұрыс болып табылады. Мысалы, жүйе *n* кезекті сызықты дифференциалдық теңдеумен берілсін:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + ... + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b. \qquad (5.1)$$

Осы теңдеу шешімі:

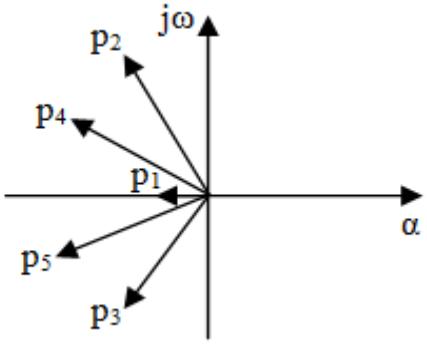
$$x(t) = C_1 \exp p_1 t + C_2 \exp p_2 t + ... + C_n \exp p_n t + \frac{b}{a_0}, \qquad (5.2)$$

мұнда $p_1, p_2, ...p_n$ – сипаттамалық теңдеудің түбірлері:

$$a_n p + a_{n-1} p + ... + a_1 p + a_0 = 0. \qquad (5.3)$$

Егер жүйе тұрақты болса, онда шексіздікке ұмтылған *t* кезіндегі *x(t)* фунциясы b/a_0 өрнегіне жақындайды. Бұл тек $exp(p_i t)$ мүшелерінің әрқайсысы нөлге ұмтылған жағдайда ғана орын алады. Бұл үшін $p_1, p_2, ...p_n$ түбірлерінің барлығы теріс заттық бөлікке ие болу керек. Сипаттамалық теңдеудің түбірлерін кешенді бетте орналасқан векторлар түрінде көрсетуге болады (5.1 сурет). Егер барлық түбірлер жорамал осьтің сол жағында орналасса жүйе тұрақты болатыны анық.

Егер бір заттық түбір немесе кешенді түйіскен жұп түбірлер жорамал осьта орналасқан жағдайда жүйе тұрақтылық шекарасында болады. Жорамал түбірлердің бір жұбы бар жүйелер өшпейтін тербелістер жасай алады. Мұндай жүйелерді тұрақсыздарға жатқызады, себебі олар жұмыс жасай алмайды.



5.1 сурет – Кешенді беттегі түбірлерді бөлу

Сипаттамалық теңдеулері жорамал осьтан солға қарай орналасқан барлық түбірлері бола тұра бір нөлдік түбірі бар сызықты жүйелерді нейтралды-тұрақты деп атайды. Барлық түбірлер сол жақ жартылай бетте болуы үшін сипаттамалық теңдеудің коэффициенттеріне әсер етуге болады. Олар Виет теорамасына сәйкес түбірлермен үзіліссіз байланысқан.

Ляпунов А.М. бойынша түбірлердің заттық бөліктерінің терістігіне көз жеткізу жеткілікті. Мұндай тәсілдер тұрақтылықтың критерилеріне негізделеді. Оларға Раус және Гурвицтің алгебралық критерилерін, Михайлов және Найквисттің жиіліктік критерилерін, оған қоса логарифмдік жиіліктік сипаттамалармен анықталатын тұрақылық шарттарын мысалға алсақ болады.

Екінші тапсырманы шешу үшін тұрақтылық аймақтарын босату тәсілдері қолданылуы мүмкін.

5.2 Тұрақтылықтың алгебралық критерилері

5.2.1 Раус критериі.

Тұрақтылықтың алгебралық критерилері сипаттамалық теңдеудің коэффициенттеріне жасалған алгебралық әрекеттер нәтижелері бойынша жүйенің тұрақты немесе олай емес екендігін анықтауға мүмкіндік береді. Түбірлердің заттық бөліктерінің терістігінің фактын орнатушы шарттар тұрақтылық критерилері болып табылады. Мұндай критерий алғаш ағылшын математигі Э. Рауспен 1977 жылы алгоритмде ұсынылған болатын.

Сипаттамалық теңдеу берілсін делік:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n = 0. \qquad (5.4)$$

Раус кестесінің бірінші жолына өсу ретімен сипаттамалық теңдеудің коэффициенттерінің индексін жазады (5.4). Олар жұп қатарда болады: $a_0\ a_2\ a_4\ a_6\ ...$

Екінші жолда коэффициенттер тақ қатарда орналасқан: $a_1\ a_3\ a_5\ a_7\ ..$.

Басқа жолдар формула бойынша анықталатын элементтерден тұрады

$$C_{k,i} = C_{k+1,i-2} - r_i\ C_{k+1,i-1}\ , \qquad (5.5)$$
$$r_i = C_{1,i-2} / C_{1,i-1}\ , \qquad (5.6)$$

мұнда k – баған нөмеры;
i – жол саны.

Раус кестесінің жол саны (n +1) тең. Раус коэффициентінің критерилері 5.1 кестесінде келтірілген.

5.1 кесте – Раус коэффициенттерінің критерилері

Коэффициенттер r_i	Жол i	Баған k		
		1	2	3
	1	$C_{11} = a_0$	$C_{21} = a_2$	$C_{31} = a_4$
	2	$C_{12} = a_1$	$C_{22} = a_3$	$C_{32} = a_5$
$r_3 = C_{11}/C_{12} =$	3	$C_{13} = C_{21} -$	$C_{23} = C_{31} - r_3C_{32}$	$C_{33} = C_{41} - r_3C_{42}$

a_0/a_1		r_3C_{22}		
.....	....	.....	.....	.....
Rn+1 = C1n /C1n+1	ni +1	C1n+1 = C2n-1 – rn+1 C2n	C2n+1 = C3n-1 – rn+1 C3n	C1n+1 = C4n-1 – rn+1 C4n

Раус критериі: жүйе тұрақты болу үшін Раус кестесінің бірінші бағанының коэффициенттері бірдей таңбада болуы керек және осының өзі жеткілікті. Яғни, $a_0>0$ кезінде оң болды:

$$C_{11} = a_0>0; \quad C_{12} = a_1>0; C_{13}>0; ..... C_{1,n+1}>0 . \qquad (5.7)$$

5.2.2 Гурвиц критериі.

1895 жылы неміс математигі Гурвиц А. келесі тәсілді ұсынды: сипаттамалық теңдеудің (5.4) коэффициенттерінен алдымен басты анықтауышты құрайды.

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 a_3 a_5 a_7 ... 0 \\ a_0 a_2 a_4 a_6 ... 0 \\ 0 a_1 a_3 a_5 ... 0 \\ .... \\ 0.0..0..0.....a_n \end{vmatrix} . \qquad (5.8)$$

Басты анықтауыш бұлай құралады, басты диагональға a_1 бастап өсу ретімен a_n дейін теңдеу коэффициенттері жазылады. Бас диагональдың әр коэфффициентінен вертикаль бойынша жоғары қарай өсу ретімен, ал төмен қарай кему ретімен коэффициенттер индекстері жазылады. Индексі *n* нен жоғары және 0-ден төмен коэффициенттер матрицасындағы орындар нөлмен толтырылады. Егер теңдеудің барлық коэффициенттері мен басты анықтауыштың диагональды минорлары оң болса, түбірлердің заттық бөліктері теріс болады.

Гурвицтің басты анықтауышындағы диагональды минорды сыза отырып, Гурвицтің анықтауыштарының төменгі кезегін аламыз:

$$\Delta_1 = a_1; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 \\ a_0 a_2 \end{vmatrix}; \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 a_5 \\ a_0 a_2 a_4 \\ 0.a_1 a_3 \end{vmatrix}; .... \qquad (5.9)$$

Гурвиц критериі: САУ тұрақты болуы үшін Гурвицтың барлық анықтауыштары сипаттамалық теңдеудің алғашқы a_0 коэффициентімен бірдей таңбалы болу керек және осы жеткілікті, яғни $a_0>0$ оң болу керек

$$\Delta_1 = a_1 > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 \\ a_0 a_2 \end{vmatrix} > 0; \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 a_5 \\ a_0 a_2 a_4 \\ 0. a_1 a_3 \end{vmatrix} > 0; \ldots \quad (5.10)$$

Әдетте Гурвиц критерии $n \leq 4$ жүйелері үшін қолданылады, одан жоғары болғанда Льенар – Шипар критериі қолданылады. Басты анықтауыштың соңғы бағанында тек a_n қана нөлден бөлектенген, сондықтан:

$$\Delta_n = a_n \Delta_{n-1} . \quad (5.11)$$

Сондықтан САУ тұрақтылығын тексеру үшін $\Delta_1 - \Delta_{n-1}$ тапсақ жеткілікті. Егер барлық анықтауыштар $\Delta_1 - \Delta_{n-1} > 0$, ал басты $\Delta_n = 0$, онда САУ тұрақтылық шекарасында орналасқан. Бұл тек екі жағдайда ғана мүмкін: $a_n = 0$ немесе $\Delta_{n-1} > 0$. Біріншіде ($a_n = 0$) САУ апериодикалық тұрақтылық шекарасында орналасқан (түбірлердің біреуі $s_i = 0$); екіншіде ($\Delta_{n-1} > 0$) тербеліс тұрақтыдлық шекарасында (2 кешенді-түйіскен түбірлер жорамал $s_i = j\omega i$; $s_{i+1} = -j\omega i$ осінде орналасқан).

Сипаттамалық теңдеуі $n \geq 5$ жүйелеріне 1914 жылы Льенар П. және Шипар Р. ұсынған Гурвицтың критериінің модификацияларының бірін қолдану ыңғайлы: САУ тұрақты болу үшін мына теңсіздіктер орындалуы керек және осының өзі жеткілікті

$$a_0 > 0, a_1 > 0, \ldots\ldots\ldots a_n > 0 \quad (5.12)$$

$\Delta_1 > 0, \Delta_3 > 0, \Delta_5 > 0 \ldots\ldots\ldots$ – тақ анықтауыштар

немесе

$$a_0 > 0, a_1 > 0, \ldots\ldots\ldots a_n > 0 \quad (5.13)$$

$\Delta_2 > 0, \Delta_4 > 0, \Delta_6 > 0 \ldots\ldots\ldots$ – жұп анықтауыштар.

Бұл критерий Гурвиц критериіне қарағанда екі есе аз анықтауыштардың ашылуын керек етеді, сол үшін де жоғарғы тәртіптегі САУ тұрақтылыққа зерттегенде әсіресе ыңғайлы.

Гурвиц критериінің кейбір теңдеулер үшін мінін қарастырып көрейік.

Үшінші тәртіптегі теңдеу.

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0.$$

Басты анықтауыш

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 a_3 0 \\ a_0 a_2 0 \\ 0. a_1 . a_3 \end{vmatrix} = a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3).$$

Гурвиц шарты $(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0$, $a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0$, $a_i > 0$, i=1, 2, 3.

Демек, егер барлық a_0, a_1, a_2, a_3 коэффициенттер оң және $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$, яғни $a_1 a_2 > a_0 a_3$ болса жүйе тұрақты болады. Үшініші тәртіп теңдеуі оң a_0, a_1, a_2, a_3 коэффициентері кезінде және $a_1 a_2 > a_0 a_3$ шарты орындалған кезде Вышнеградскидің тұрақтылық критері деп аталады.

Төртінші тәртіп теңдеуі

$$a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4 = 0.$$

Басты анықтауыш

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 a_3 .0.0 \\ a_0 a_2 a_4 0 \\ 0.a_1 .a_3 0 \\ 0.a_0 .a_2 a_4 \end{vmatrix}.$$

Гурвиц шарттары

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 \\ a_0 a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 a_3 0 \\ a_0 a_2 0 \\ 0.a_1 .a_3 \end{vmatrix} = a_1 (a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0 a_3^2 > 0$$

немесе

$$\Delta_3 = a_3(a_1a_2 - a_0a_3) - a_1^2a4 = a_3\,\Delta_2 - a_1^2a4 > 0.$$

Δ_3 анықтауышы тек $\Delta_2 > 0$ шартында ғана оң болуы мүмкін. Сол себепті төртінші тәртіпті теңдеу үшін тұрақтылық шарты мына түрде беріле алады

$$a_3\,(a_1a_2 - a_3\,a_0) - a_1^2a4 > 0.$$

Бесінші тәртіпті теңдеу

$$a_0p^5 + a_1p^4 + a_2p^3 + a_3p^2 + a_4p + a_5 = 0.$$

Егер

$$\Delta_3 = a_1(a_2a_3 - a_1a_4) - a_0a_3^2 > 0.$$

$$\Delta_4 = (a_3a_4 - a_2a_5)(a_1a_2 - a_0a_3) - (a_1a_4 - a_0a_5)^2 > 0$$

болса, бесінші тәртіпті теңдеумен сипатталған жүйе тұрақты.

6 Дәріс №6. Тұрақтылықтың жиілік критерийлері

Мақсаты: Найквист және Михаиловтың тұрақтылықтың жиілік критерийлерін оқып үйрену.

1. Найквисттің критерийі.

Найквисттің критерийі жиілік сипаттамаларды қолдануға негізделген, ол жабық САУ-дың тұрақтылығын ашық күйдегі амплитуда-фазалық сипаттамалары арқылы бағалауға мүмкіндік береді. БФ бірконтурлы жүйесіндегі ашық және жабық күйлердің арасында байланыс орнатайық. Функцияны карастырайық:

$$1 + W(p) = 1 + \frac{D(p)}{G(p)} = \frac{G(p) + D(p)}{G(p)}, \qquad (6.1)$$

мұнда алымы жабық күйдегі жүйенің сипаттамалық көпмүшелігі, бөлімі ал бөлімі — басты кері байланыс жүйесінің тұйықталмаған полином сипаттамасы.

Бұл өрнек

$$W(p) = \frac{D(p)}{G(p)} \qquad (6.2)$$

жабық жүйенің өткізі функциясы.

Физикалық жүзеге асу жүйесінің көпмүше реті *D(p)* көпмүше реті *G(p)*-дан асып кетпеу керектігінен, жабық жүйенің сипаттамалық теңдеуі мынаған тең:

$$G(p) + D(p) = 0 \qquad (6.3)$$

ол ашық жүйенің сипаттамалық теңдеуіндегіге тең түбірлерге ие.

$$G(p) = 0. \qquad (6.4)$$

Найквисттің критерийін тұжырымдасақ жүйе ашық және жабық күйде де тұрақты, себебі (6.3) и (6.4) теңдеулердің заттай бөлшектері теріс.

(6.1) теңдеуіндегі *p*-ны *jω*-ға ауыстырып алымы мен бөлімін қарапайым көбейткіштерге жіктесек жабық жүйенің аплитуда-фазалық сипаттамасының теңдеуін аламыз:

$$1 + W(j\omega) = \frac{G(j\omega) + D(j\omega)}{G(j\omega)} = \frac{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2)...(j\omega - p_m)}{(j\omega - s_1)(j\omega - s_2)...(j\omega - s_m)} = \frac{A\exp j\varphi_A}{B\exp j\varphi_B}, \qquad (6.5)$$

$p_1, p_2, ..., p_m$; $s_1, s_2, ..., s_m$ – (6.3) және (6.4) теңдеулердің түбірлері.

(6.5) өрнектің оң жақ бөлігіндегі көбейткіштің алымы мен бөлімі жалған осьтің сол жағындағы комплексті жазықтықта орналасқан векторлар (6.1 сурет). Әр вектордың басы теңдеудің түбіріне сәйкес $p_к$ келетін нүктеде, соңы жалған осьте орналасады.

ω ның жиілігін -∞ тен +∞ өзгертсек әр вектор π бұрышқа бұрылады. (6.5) өрнектің алымы *A* модулі көбейтілген векторлардың модуліне тең вектор болып табылады, φ_A аргументі сол векторлардың аргументтерінің қосындысына тең.

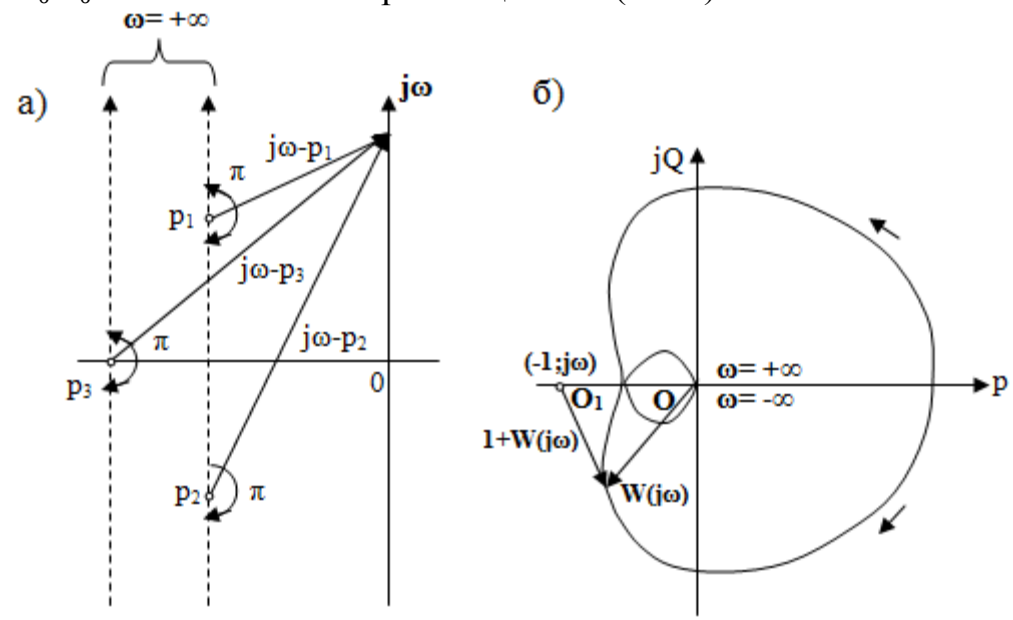
Сондықтан *ω*-ны -∞-тен +∞-ке өзгерткен кезде қорытынды вектор $D(j\omega) + G(j\omega)$ $\varphi_A = m\pi$ бұрышқа бұрылады. Шарт бойынша *G(p) = 0* түбірлері жалған осьтің сол жағында жатыр; қорытынды вектортың бұрылу бұрышы φ_B модульге ие болғандықтан *ω* -∞-тен +∞-ке өзгерген кезде ол да mπ-ға тең болады. Осыдан қорытынды, вектордың бұрылу бұрышы 1 + W(jω) ω -∞-тен +∞-ке өзгерген кезде мынаған тең:

$$\varphi_A - \varphi_B = m\pi - m\pi = 0. \qquad (6.6)$$

Жабық жүйенің амплитуда-фазалық сипаттамасы (АФС) (6.2) теңдеуіндегі *p*-ны *jω*-ға ауыстыру арқылы алынады:

$$W(j\omega) = \frac{D(j\omega)}{G(j\omega)} = \frac{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + ... + a_n}{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + ... + b_m} = P(\omega) + jQ(\omega). \qquad (6.7)$$

Ол тұрақтылық аймағының шекарасын көрсетеді. Мына жағдайда ω→0 $W(j\omega)\to a_n/b_m$, ал ω→∞ W(jω)→0, егер алым реті бөлім ретінен аз (n<m), және $W(j\omega)\to a_0/b_0$ алым және бөлім реті тең болса (n= m).



а) p-рі векторларының комплексті жазықтықта орналасуы;
б) жабық жүйенің АФС.

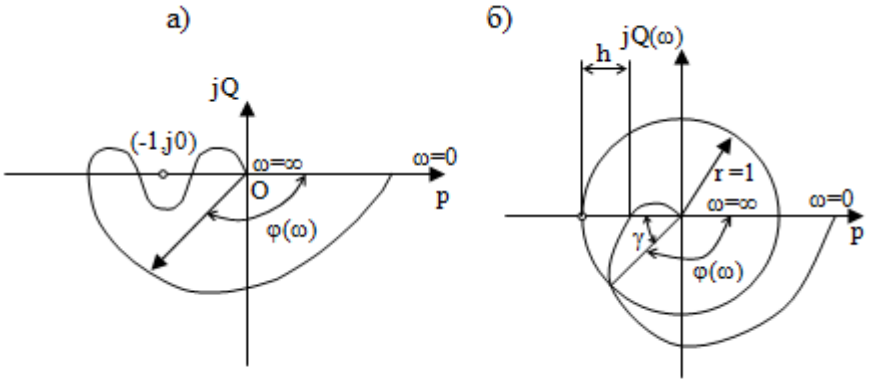
6.1 сурет - Найквиста критерийінің түсіндірілуі

Амплитуда-фазалық сипаттама *ω* -∞-тен +∞-ке өзгерісі кезінде абсцисса осіне қатысты симметриялы (6.1, б сурет). (-1; j0) нүктесінен ұшы амплитуда-фазалық сипаттамасымен жанасатын вектор жүргізсек 1 + W(jω) векторын аламыз, себебі $O_1A = OA - (-1) = 1 + OA = 1 + W(j\omega)$.

ω -∞-тен +∞-ке өзгерісі кезінде *1 + W(jω)* векторының ұшы амплитуда-фазалық сипаттамасымен жылжиды, ал қорытынды векторы нөлге тең вектор бұрышқа бұрылады. Соңғысы (-1;j0) нүктесі амплитуда-фазалық сипаттамасынан тыс жатса ғана орындалады. Бұл шарт (6.6) шартымен үйлеседі егер жүйе тұрақты боса.

Найквисттің бірінші критерийі: жабық жүйе тұрақты болады, егер жабық жүйе тұрақты болып оның амплитуда-фазалық сипаттамасы (-1; j0) нүктесін қамтымау керек.

Тұрақты жүйенің жиіліктік сипаттамасын білдіретін қисық (6.2,б сурет), абсцисса осімен оң жақта (-1;jO) нүктесінен қиылысада және амплитуда-фазалық сипаттаманың бірінші түрі деп аталады. Абсцисса осімен оң жақта және сол жақта (-1;jO) нүктесінде қиылысатын қисық амплитуда-фазалық сипаттаманың екінші түрі деп аталады. Бұл жағдайда жабық күйдегі жүйе тұрақты болады егер абсцисса осінен сол жағында (-1;jO) нүктесінен амплитуда-фазалық сипаттамасының оң және теріс ауысуларының айырмасы нөлге тең болса.



а) АФС екінші түрі; б) тұрақтылықтың модуль және фаза қоры бойынша анықталуы.

6.2 сурет – Тұрақтылықты АФС бойынша зерттеу

Жүйенің тұрақтылығын амплитуда-фазалық сипаттамасы бойынша анализ жасағанда тұрақтылықтың модуль және фаза қоры ұғымын енгізу керек. Егер (-1;jO) нүктесі арқылы бірлік радиусты шеңбер сызсақ оның амплитуда-фазалық сипаттамамен қиылысу нүктесін аламыз (А нүктесі). тұрақтылықтың модуль бойынша қоры *h* кесіндісі арқылы сипатталады, ал тұрақтылықтың фаза бойынша қоры γ бұрышы арқылы.

Жалпы жағдайда *D(jω)* (6.7) теңдеудегі *G(jω)* көпмүше деңгейінен аз болса және олар теріс емес заттай бөлшекті ортақ түбірлері болмаса Найквисттің формуласы келесі түрде болады: САУ, ашық күйде тұрақсыз және жабық күйде тұрақты болады, егер абсцисса осінен сол жағында (-1;jO) нүктесінен амплитуда-фазалық сипаттамасының оң және теріс ауысуларының айырмасы *r/2* тең болса. Жоғарыда келтірілген Найквисттің тұрақтылық критерийін жалпы жағдайда есептің шарты *r = 0* (r – жабық жүйедегі сипаттамалық теңдеудің оң жағындағы түбірлер саны) тең болғанда ғана қарастыру керек.

6.2 Михайлов өлшемі

Михайлов өлшемі, тұйықталаған жүйенің сипаттамалық векторының соңымен сипатталатын, (6.3) теңдеуінен алынатын жүйенің годограф бойынша тұрақтылығы жайлы айтуға мүмкіндік береді:

$$M(p) = D(p) + G(p). \qquad (6.8)$$

Егерде *p*-ді *jω*-ге ауыстырып *ω* -ті 0-ден ∞ –ге дейін ауыстырып отырсақ, онда вектор өзінің соңы арқылы кешенді жазықтықта Михайлоф годографы деп аталатын қиысықты бейнелейді (6.8) өрнек, Безу теоремасы бойынша көбейткішке жіктелуі мүмкін m ретті полиномды көрсетеді.

$$M(j\omega) = (j\omega - p_1)(j\omega - p_2)\ldots(j\omega - p_m), \qquad (6.9)$$

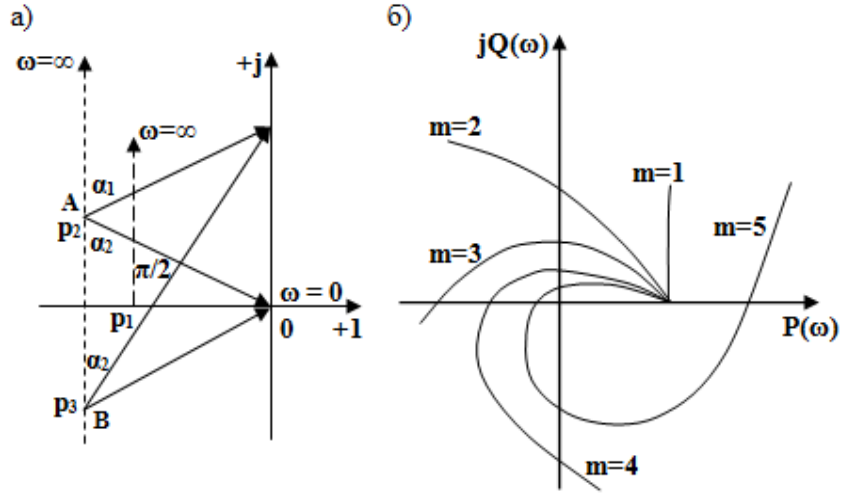
Мұндағы $p_1, p_2, \ldots, p_m$ – (6.3) теңдеуінің түбірлері.

(6.9) өрнегі тұйық жүйе тұрақты болжамымен жазылған. Осы теңдеудің бірінші бөлігі векторлардың көбейтіндісі болады. Түбірлерге сәйкес келетін ($j\omega - p_k$) векторлар абцисса осьімен сәйкес келгендіктен, олардың әрқайсысы $\pi/2$ бұрышына бұрылады. Шынымен, ($j\omega - p_2$) векторы ω-ні 0-ден ∞–ге дейін өлшегенде α_1, $(j\omega - p_3)$ векторы α_2 бұрышқа бұрылады. $\angle ABO = \angle BAO = \alpha_2$ болғандықтан (ΔOAB — теңбүйірлі) екі вектордың нәтижелі бұрылуы $\alpha_1 + \alpha_2 = \pi$ болады.

Сол арқылы, көбейту кезінде аргументтері қосылатын, m векторлардың көбейтіндісі болатын $M(j\omega)$ векторы осы шарттар бойынша $m(\pi/2)$ бұрышына бұрылады.

Михайлов годографы ω=0 кезінде нақты осьте оң бағытта сипаттамалық теңдеудің бос мүшесіне тең кесінді қияды. Сипаттамалық вектордың басы координата басымен сәйкес келеді. Сондықтан, егер жүйе тұрақты болса, саипаттамалық вектор озінің бұрылуы кезінде еш жерде нөлге тең болып қалмауы керек.

Михайлов өлшемі келесідей құрылады: тұйық жүйе тұрақты болады егерде, Михайлов қиысығының векторы өз қозғалысын оң жартылай нақты осьтен бастап, ω-ның 0-ден ∞–ге дейін өзгеруі кезінде еш жерде 0-ге айналмай, кешенді жазықтықтың m квадраттарының оң бағытында өтсе.



а) Михайлов өлшемінің дәлеліне сызба; б) Михайлов годографы.

6.3 сурет – Михайлов бойынша тұрақтылық

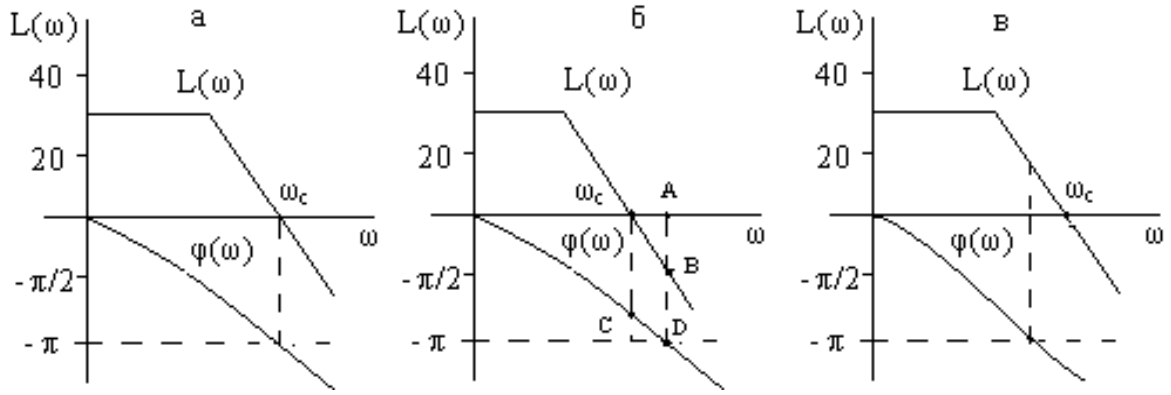
7 Дәріс №7. Әртүрлі сызықтық жүйелердің тұрқтылығы

Мақсаты: ЛАЖС түріне байланысты тұрақтылықты зерттеу және кешігу жүйесімен тұрақтылық шарттары.

7.1 ЛАЖС негізіндегі тұрақтылық шарттары

Бұл әдіс тұйықталған жүйенің логарифмдік амплитудалық және жиіліктік жүйе сипаттамаларымен тұйықталмаған күйде өзара орналасуын көрсету мүкіндікшілігіне негізделеді. Найквист өлшеміне сәйкес, егер жүйе тұрақты болса (-1; j0) нүктесі бірінші ретті АЖС-дан сол жақта жатады.

W(jω) сипаттамалық векторының аргументтерінің мәні тұйықталмаған жүйеде $\varphi = -\pi$ және $|W(j\omega)| = 1$ модулі кезінде жүйе тұрақтылық шегінде болады. Сонымен бірге, $L(\omega) = = 201g|W(j\omega)| = 0$, яғни ЛАС абцисса осінен өтеді (7,1 а сурет). Қиылысу нүктесі қию жиілігімен сипатталады, яғни бұл жиілікте беріліс функция модулі бірлікке тең болады және жүйе күшейткіш қасиетін жоғалтатын жиілік болады.



а)тұрақтылық жолында; б) тұрақты; в) тұрақты емес.

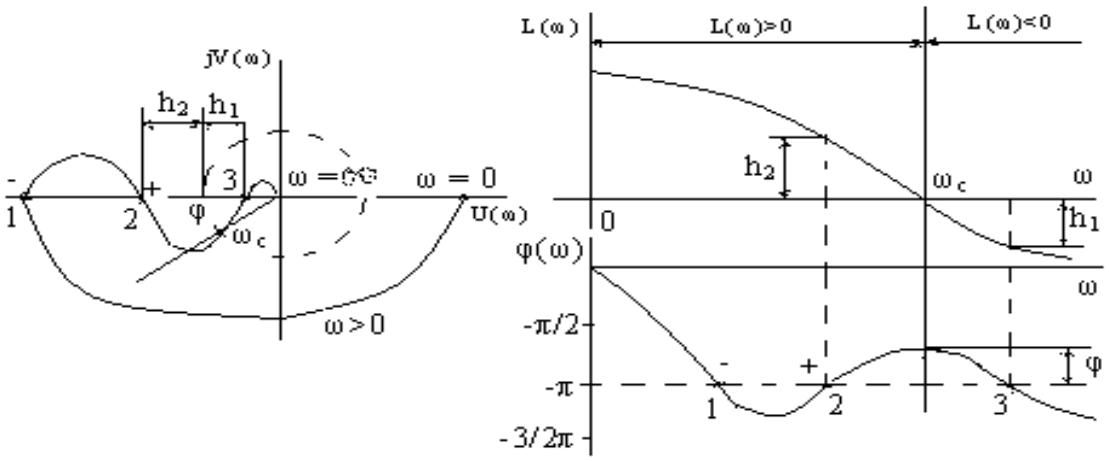
7.1 сурет – ЛАЖС бойынша тұрақтылықты анықтау

Егер жүйе тұрақты болса, онда $\varphi = -\pi$ кезінде шама $A(\omega) = |W(j\omega)| < 1$ мен $L(\omega) = 201gA(\omega) < 0$, яғни ЛАЖС ординатасы теріс белгіге ие болады (7.1,б сурет).

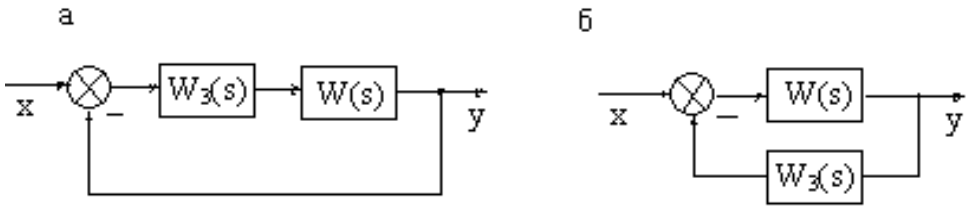
Тұрақты емес жүйеде $\varphi = -\pi$ бұрышына $W(j\omega)| > 1$ *и* $L(\omega) = 201gA(\omega) > 0$ шамасы сәйкес келеді. Бұл жағдайда ЛАЖС ординатасы оң мәнге ие (7.1,в сурет).

Тұйықталмаған күйде тұрақты болатын жүйе, тұйықталмаған жүйеде де тұрақты болуы үшін, сол ω жиіліктер мәндерінде $(-\pi)$ түзу арқылы фазажиіліктік сипаттамаларының оң және теріс өту сандарының айырмашылығы, L(ω) ЛФЖС-сы теріс емес кезінде, нөлге тең болу қажет және жеткілікті.

7.2 суретте тұйықталмаған жүйе амплитуда-фазалық сипаттамасы мен оған сәйкес ЛАЖС-ы бейнеленген. Осы ЛАС мен ЛЖС сараптауынан, $-\pi$ ЛЖС түзулерінің $L(\omega)>0$ кезіндегі оң және теріс өту сандарының айырмашылығы 0-ге тең екенін көруге болады. Демек, егер тұйықталмаған жүйе тұрақты болса (r = 0), онда тұйықталған жүйе де тұрақты болады, оған қоса амплитуда бойынша тұрақтылық қоры h_1 және h_2 тең, ал фаза бойынша тұрақтылық φ-ге тең.



7.2 сурет– Екінші түрдегі АЖС және тұйықталмаған жүйе ЛАЖС-ы



7.3 сурет - Автоматты басқару жүйесінің кешігуінің құрылымдық сұлбасы

ПФ ажыратылған жүйенің кешігуіне тең:

$$W_\tau(s) = W_3(s)W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)}e^{-s\tau}, \qquad (7.3)$$

мұндағы *W(s)=R(s)/Q(s)* – ПФ ажыратылған жүйесінің кешігуі.

Егер кешігу буыны тікелей тізбектерде (7.3,а сурет) болса, онда ПФ тұйық жүйесіне тең:

$$W_{yx}(s) = \frac{W_\tau(s)}{1+W_\tau(s)} = \frac{R(s)e^{-s\tau}}{Q(s)+R(s)e^{-s\tau}} = \frac{R_\tau(s)}{D_\tau(s)}. \qquad (7.4)$$

Егер кешігу буыны тікелей тізбектерде кері байланыста болса, онда ПФ тұйық жүйесіне тең:

$$W_{yx}(s) = \frac{W(s)}{1+W_\tau(s)} = \frac{R(s)}{Q(s)+R(s)e^{-s\tau}} = \frac{R(s)}{D_\tau(s)}. \qquad (7.5)$$

(7.4) (7.5) салыстыра отырып, көрініп тұрған жеріне қарамастан, кешігу буын сипаттамаларылық теңдеуін тұйық жүйе сияқты қосу:

$$D_\tau(s) = Q(s) + R(s)e^{-s\tau} = 0. \qquad (7.6)$$

Көрсеткіш функцияны Тейлор қатарына енгізу арқылы, мынандай өрнекті аламыз

$$e^{-s\tau} = 1 - s\tau + \frac{s^2\tau^2}{2!} - \frac{s^3\tau^3}{3!} + ...$$

Онда (7.6) теңдеуін «шексіз дәрежесі» шексіз саны жұлу ретінде қарастыруға болады. Жүйенің тұрақтылығы үшін (7.6) сипаттамалық теңдеуінің барлық түбірі теріс болуы қажет. Әлбетте, бұл алгебралық критерийлері Рауса және Гурвица үшін зерттеудің орнықтылығын жүйелердің кешігуімен жарамсыз болу жағдайлары кірмейді. Бұл үшін Михайлов және Найквист жиіліктік критерийлері не Д-бөлу әдісін ғана пайдалануға болады.

Михайлова критерийін пайдалану орынсыз күрделілікті құру болып табылады. Сондықтан Найквист критерийін қолдану ұсынылады: тұрақтылық тұйық жүйесінің кешігу бойынша анықталады мінез-құлық АФЧХ Wτ(jω) ажыратылған жүйенің кешігуіне қатысты нүкте (-1,j0). s = jω (7.3) теңдеуге қою арқылы аламыз АФЧХ Wτ(jω) ажыратылған жүйенің кешігуі:

$$W_\tau(j\omega) = W(j\omega)e^{-j\omega\tau} = A(\omega)e^{j\psi(\omega)}e^{-j\omega\tau} = A(\omega)e^{j\psi_\tau(\omega)}, \qquad (7.7)$$

мұндағы $A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$ - АЧХ амплитудалы-жиіліктік сипаттамасы;

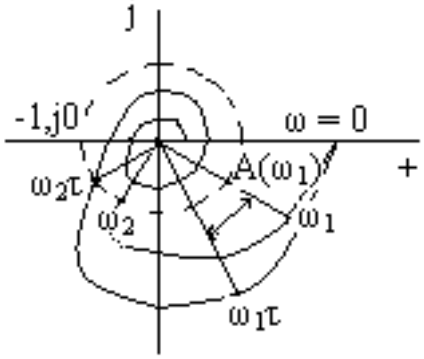
ψ(ω) = arctg (V/U) – жабық жүйенің кешігусіз ФЧХ фаза-жиіліктік сипаттамасы;

$$\psi_\tau(\omega) = \psi(\omega) - \omega_\tau \qquad (7.8)$$

жабық жүйенің кешігумен ФЧХ.

(7.7) және (7.8) көріп тұрғандай, модуль *A(ω)* АФЧХ кешігу буынының болуы ажыратылған жүйенің *W(jω)* өзгертпейді, ал ω_τ, фазалық ығысу тек қосымша енгізеді, барабар жиілігінің бір коэффициенті пропорционалдық τ.уақыт кешігу болып табылады.

Wτ(jω) ажыратылған жүйенің АФЧХ кешігуін құру үшін әрбір модуль A(ωi) векторының АФЧХ *W(jω)* ажыратылған жүйенің жоқ кешігуін құру, бұрышқа *ωiτ* сағат тілінің бағытымен бұруыңыз керек. *ω* жиілігі өсуімен ωτ бұрышы тез қарқынмен өсетін болады, ал модулі *A(ω)* әдетте азаяды. Сондықтан АФЧХ *Wτ(jω)* ажыратылған жүйенің кешігу түрі бар спираль, айналасында айналып жүретін координаталар басынан (7.4 сурет) тұрады.



7.4 сурет – Жабық жүйенің кешігуінің АФЧХ құру

Шекарадағы тұрақтылық АФЧХ *Wτ(jω)* ажыратылған жүйенің кешігуі арқылы (-1,j0) нүкте өтеді. $\tau_{кр}$ және оған тиісті мәні жиілігі $\omega_{кр}$, *Wτ(jω) (-1,j0)* нүктесі арқылы өтетін критикалық уақыт кешігу деп атайды. Критикалық жағдай үшін мынадай шарттар әділ:

$$W_\tau(j\omega_{кр}) = W(j\omega_{кр})e^{-j\omega_{кр}\tau_{кр}} = A(\omega_{кр})e^{j\left|\psi(\omega_{кр})-\omega_{кр}\tau_{кр}\right|} = -1. \qquad (7.9)$$

(7.9) шартын амплитуда және фаза үшін бөлек жазуға болады:

$$A(\omega_{кр}) = |W\tau(j\omega_{кр})| = 1; \qquad (7.10)$$

$$\psi_\tau(\omega_{кр}) = \psi(\omega_{кр}) - \omega_{кр}\tau_{кр} = -\pi(2i + 1), \qquad (7.11)$$

мұндағы i = 0,1,2,3 ….

(7.10)-ден $\omega_{кр}$ табуға болады, содан соң (7.11) –ден $\tau_{кр}$ табуға болады:

$$\tau_{кр} = \frac{\psi(\omega_{кр}) + \pi(2i+1)}{\omega_{кр}} = \frac{\pi + \psi(\omega_{кр})}{\omega_{кр}} + \frac{2\pi}{\omega_{кр}} i. \qquad (7.12)$$

Жүйелер үшін кешігу негізгі мәнге ие *Min* критикалық уақыт кешігу (i = 0), ол уақытылы және шекаралық болып табылады.

$$\tau_{кр} = \frac{\pi + \psi(\omega_{кр})}{\omega_{кр}} = \frac{\pi + arctg\dfrac{V(\omega_{кр})}{U(\omega_{кр})}}{\omega_{кр}} = \frac{\varphi(\omega_{кр})}{\omega_{кр}}, \qquad (7.13)$$

мұндағы $\varphi(\omega_{кр}) = \pi + \text{arctg}[V(\omega_{кр})/U(\omega_{кр})]$ – фаза бойынша тұрақтылық қоры.

8 Дәріс №8. Цифрлы басқару жүйелері (ЦБЖ)

Мақсаты: термин және анықтамаларды оқып үйрену, ЦБЖ классификациясы, *z*-түрлендіргіштің ережесі мен теоремалары және анықтау беріліс функциясының тұйық сандық жүйесі.

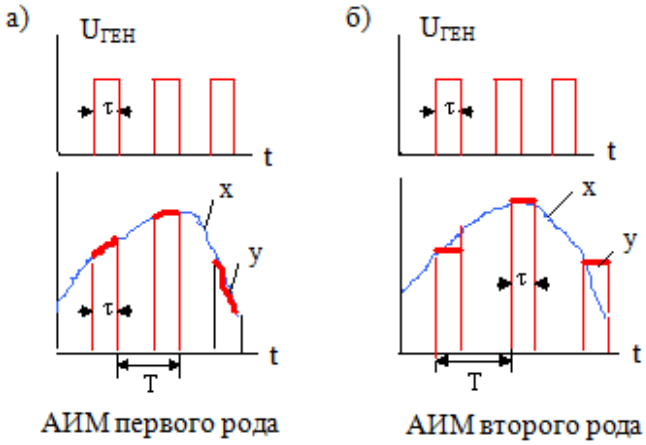
8.1 Негізгі ережелер мен анықтамалар

Цифрлық жүйе деп егер контурға ең болмағанда бір сандық элементі бар жүйені айтады.

Амплитудалы-импульстік модуляция (АИМ) модуляция кезінде импульс амплитудасы модулденген сигнал *У* пропорционал шама ақпараттық сигналдың *Х* берілетін кіру модуляторды айтамыз.

АИМ 2 түрі бар: бірінші және екінші ретті. 1-ші реттегі АИМ амплитудасы модулденген сигнал ішінде импульс ұзақтығын *τ* қайталайтын

ақпараттық X сигнал. 2-ші реттегі АИМ кезінде амплитудасы импульс ішінде импульс ұзақтығы τ тұрақты. Мысалы, АСТ АИМ 2-ші түрі пайдаланылады.



8.1 сурет – АИМ түрлері

АСТ түрлендіруі 2 кезеңнен тұрады: T уақыт кезеңімен дискреттеу және аналогтық сигналды деңгей бойынша кванттау.

Сондықтан, АСТ блогын 2-ші элемент түрінде көрсетуге болады: импульстік элементтің жүзеге асыратын дискретизация уақыт үнемдеу импульс орындайтын деңгей бойынша кванттау (8.2,а сурет). АСТ бар сандық жүйе (СЖ) 8.2,б-суретте келтірілген.

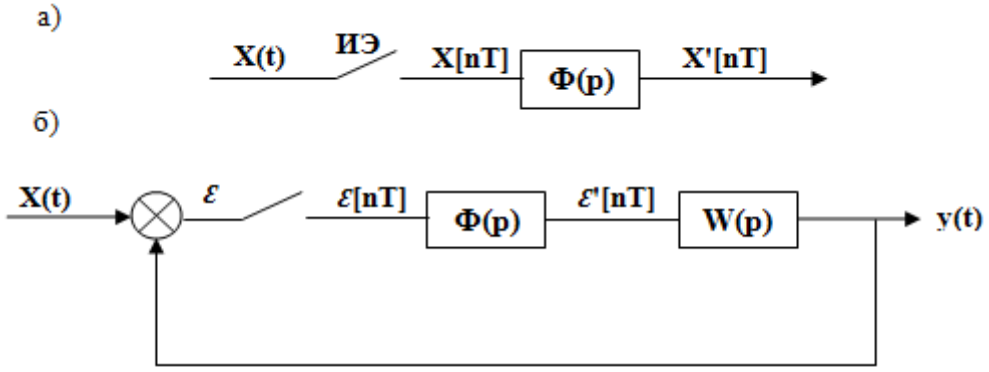
Ұлғайған кезде АСТ разрядтылығы (санының квантований) цифрлық және аналогтық мәнінің арасындағы қате азаяды.

$f(t) = f[Tn] = f[n]$- торлы функция.Мысалы, $f(t) = e^{-\alpha t}$, $f[n] = e^{-\alpha n}$.

$\Delta y[n] = y[n] - y[n-1]$ - 1-ші тәртібінің әртүрлі сатысының теңдеуі.

$\Delta^2 y[n] = \Delta y[n] - \Delta y[n-1] = y[n] - 2y[n-1] + y[n-2]$ -2-ші тәртібінің әртүрлі сатысының теңдеуі.

$\Delta^k y[n] = \Delta^{(k-1)} y[n] - \Delta^{(k-1)} y[n-1]$ - 3-ші тәртібінің әртүрлі сатысының теңдеуі.



8.2 сурет – ЦС АЦТ – мен бірге құрылған құрылымдық сұлбасы

8.2 Z-түрлендіргіш

ЦС сипаттамасына Z-түрлендіргіш қолданылады. Ол үшін t облысынан міндетті түрде p-облысына, содан соң Z облысына өту керек.

Лаплас түрлендіргіші былай сипатталады

$$x(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt}dt. \qquad (8.1)$$

Жақын интегралды жалпы сомма ретінде қараса болады

$$x^*(p) = T\sum_0^{\infty} x[nT]e^{-pTn}. \qquad (8.2)$$

$e^{pT} = z$ деп алсақ, онда

$$x^*(p) = T\sum_0^{\infty} x[nT]z^{-n}$$

немесе

$$x(z) = \sum_0^{\infty} x[nT]z^{-n}. \qquad (8.3)$$

8.3 Z-түрлендіргішінің теоремасы

1) Қосу және азайту. Егер $f_1(t)$ және $f_2(t)$ Z - түрлендіргіші болса, онда

$$z[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(z) + F_2(z).$$

2) Константаға бөлу. Егер $f(t)$ Z – түрлендіргіші $F(z)$ болса, онда

$$Z[a \cdot f(t)] = a \cdot Z[f(t)] = a \cdot F(z).$$

3) Уақыт облысы бойынша ығысу. Егер $f(t)$ Z-түрлендіргіші $F(z)$ болса, онда

$$z[f(t-nT)] = z^{-n} * F(z).$$

4 Мысал. Z-түрлендіргішінің бірлік сатылы функция $1(t)$ кешіктірілген кезде оның бір кезеңінде Т кванттауын табу:

$$Z[1(t-T)] = z^{-1} \cdot Z[1(t)] = z^{-1}\frac{z}{z-1} = \frac{1}{z-1}.$$

4) Түпнұсқаны экспонентке көбейту туралы (жылжуы саласындағы суреттер). Егер $f(t)$ бейнесі $f(z)$ болса, онда

$$Z[e^{\pm\alpha t} f(t)] = [F(p \pm \alpha)] = F(z \cdot e^{\pm\alpha t}).$$

5) Бастапқы мән теоремасы. Егерf(t)z-түрлендіргішіF(z) болса және егер $\lim_{z\to\infty} F(z)$ шектеу болса, онда

$$\lim_{n\to 0} f(nT) = \lim_{z\to\infty} F(z).$$

Теоремадан *f(t)* дискретті сигналының мәні *t=0* болған кезде *F(z)* $z = \infty$ болған кездегі мәнмен анықталады.

6) Соңғы мән теоремасы.

Егер *f(t)z*-түрлендіргіші *F(z)* болса және егер $(1-z^{-1})F(z)$ функциясы $|z| = 1$ бірлік радиусында және оның айналасында полюстері жоқ болса, онда

$$\lim_{n\to\infty} f(nT) = \lim_{z\to 1}(1-z^{-1})F(z).$$

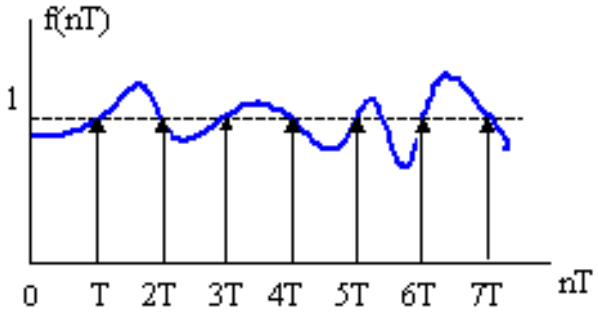
8.3.1 Кері *z*-түрлендіргіш.

Лаплас түрлендіруі және *Z*-түрлендіру кері *z*-түрлендіру үшін үздіксіз функциялар лайық болып табылады. *Z*-түрлендіру үшін кері *z*-түрлендіру бір мәнді болып табылмайды. Кері z-түрлендіру функциясын *F(z)* - *f(nT)* - ге *f(t)* тек $t = n_T$ тең сәттердің дұрыс нәтижесі болып табылады.

z-түрлендіруі бірлік сатылы функциясын 8.3 суретте суреттейді, сол сияқты *z/(z - 1)* бірлік импульске және оның реттілігіне сәйкес келеді. Кері z-түрлендіргіші қайта болуы мүмкін кез келген функциясының маңызы бар, оның бірлік сәттерді *t=0,T,2T* тең. Түсініксіздіктер кері *z*-түрлендіру шектеулерінің бірі осы әдіс болып табылады.

Кері *z*-түрленуі *z*-сурет торлы функцияларға көшуді жүзеге асырады - және төмендегідей белгіленеді:

$$f(kT) = Z^{-1}[F(z)].$$



8.3 сурет - ЦС торлы функциялар

Кері *z*-түрлендіру қарапайым бөлшекті ыдырату әдіспен анықталуы мүмкін. Бұл әдіс жай бөлшекті ыдыраудағы Лаплас түрлендіру әдісіне жақын. Талдау кезінде кері Лаплас түрлендіруі *F(p)* үздіксіз жүйелердің ажыратылған түрінде алынуы мүмкін:

$$F(p) = \frac{A}{p+a} + \frac{B}{p+b} + \frac{C}{p+c}, \qquad (8.4)$$

мұндағы *а, в, с – F(p)* кері полюстері;

A, B, C – F(p) осы полюстегі шегерімдер.

Онда бастапқы мәнге көшуге болады:

$$f(t) = Ae^{-at} + Be^{-bt} + Ce^{-ct}. \qquad (8.5)$$

z-түрлендіруі *F(z)* жағдайы үшін (8.4) керек нысанында, өйткені кері *z*-түрлендіру үшін *A/(z + a)* үлгідегі өрнектері жоқ. Кері *z*-түрлендіру функциясын $Az/(z - e^{-at})$ Ae^{-anT} тең.

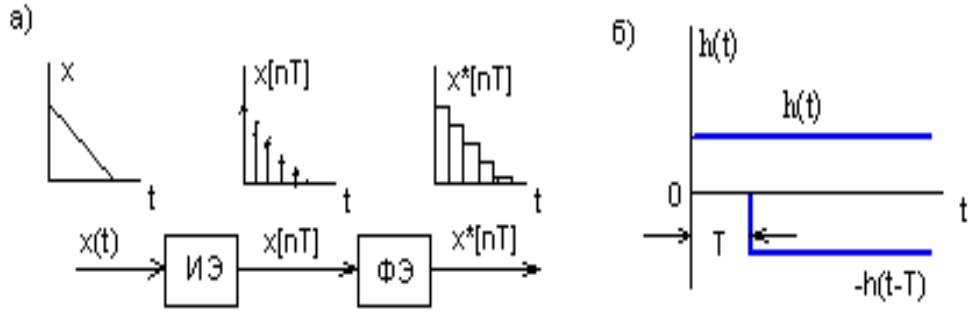
Демек, *F(z)/z* функциясын жай бөлшектерге таратуға ыңғайлы. Кейін ыдырау екі бөлігін білдіру үшін *F(z)/z* құнынан *z* үшін *F(z)* көбейтіледі.

8.4 ПФ цифрлық жүйесінің нөлдік тәртібі бар бекіткіші

Алдыңғы жағдайдан айырмашылығы жүйелілігі импульс кейін импульстік элементтің өзгертіледі қалыптастыратын элемент сатылы сигналдарды амплитудасы бар өзгеретін сәттер nT, байланысты мәндері түсетін импульстер. Мұндай қалыптастырушы бекіткіші бар нөлдік элементі деп аталады. Ол қолданылуы мүмкін модельдеу үшін операцияларды тіркейтін құрылғы таңдау және сақтауға болады. Бұл жағдайда:

$$f_n(t) = f[nT]. \qquad (8.6)$$

Бұл өрнек нөлдік реттегі фиксатордың өтпелі импульс функциямын анықтайды, оның кіріс және шығыс сигналдары 8.4 суретте көрсетілген.



8.4 сурет –Нөлдік реттегі фиксатордың импульстік қозғалысқа әсері

Нөлдік реттегі фиксатордың шығыс сигналы үзіліссіз сигналдың сатылы аппроксимациясы болып табылады, және кванттаудың жиілігінің жоғарылауы дәлдіктің көбеюіне әкеледі. Нөлдік реттегі фиксатордың шығар кездегі сигналы *2 h(t)* және *h(t - T)* (8.5,б сурет) сигналдарымен модельденуі мүмкін.

Нөлдік реттегі фиксатордың импульстік қозғалысқа әсері былай көрсетіледі:

$$g_h(t) = h(t) - h(t - T), \qquad (8.7)$$

мұндағы, h(t) – функцияның бірлік сатысы.

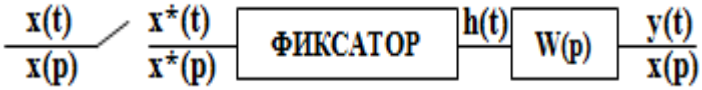
Онда нөлдік реттегі фиксатор ПФ

$$W_h(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} \cdot e^{-Tp} = \frac{1 - e^{-Tp}}{p}. \quad (8.8)$$

Олай болса *z*-түрлендіруу *W(p)* бар болады:

$$W_h(z) = Z\left[\frac{1 - e^{-Tp}}{p}\right] = ((1 - z^{-1}) \cdot Z\left[\frac{1}{p}\right] = 1. \quad (8.9)$$

Бұл жерде нәтиже анық болып тұр, өйткені кванттау периоды кезіндегі нөлдік реттегі фиксатор дискреттік сигналды тұрақты деп ұстап тұрады. Практика жүзінде нөлдік реттегі фиксаторға жүйенің үзілмейтін бөлігі жатады (8.5 сурет)



8.5 сурет – Нөлдік реттегі фиксаторы бар жүйе

Бұл жағдайда шығыс сигналының Z – түрленуі мынадай болады:

$$y(z) = W_1(z) \cdot x(z), \quad (8.10)$$

мұндағы, $W_1(z) = Z[W_h(p) \cdot W(p)]$.

ПФ тұрақтысын (8.8) (8.10) формулаға қойып, мынаны аламыз:

$$W_1(z) = Z\left[\frac{1 - e^{-Tp}}{p} \cdot W(p)\right] = (1 - z^{-1}) \cdot Z\left[\frac{W(p)}{p}\right]. \quad (8.11)$$

Сәйкесінше, ашық дискретті жүйенің нөлдік реттегі фиксаторы бар ПФ анықталуы табыстама функциясының *z*-суретке өткендегі және алынған нәтиженің (1 - z^{-1})-ге көбейткен кездегі [W(p)/p] үзіліссіз бөлігіне сәйкес келеді.

9 Дәріс №9. Шур-Конн тұрақтылығының критерийлері

Мақсаты: цифрлық жүйенің, кешігу жүйесін қосқандағы, тұрақтылығының критерийлері мен шарттарын оқып үйрену.

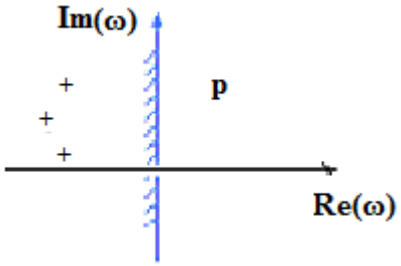
9.1 Цифрлық жүйенің тұрақтылығының критерийлері

Үзіліссіз жүйедегідей, импульстік жүйенің әртекті теңдеуінің жалпы жағдайын оң жағы бар және жеке шешкенде оң жағы жоқ жеке теңдеу жүйесі ретінде қарастыруға болады:

$$x[nT] = x_B[nT] + x_0[nT]. \quad (9.1)$$

$x_B[nT]$ құраушысы жүйенің еріксіз қимылын, $x_0[nT]$ –өтпелі қимылды бейнелейді. Жүйенің орнықты қимылы жайлы әртекті теңдеуден табылатын $x[nT]$ құраушысы арқылы пайымдауға болады.

Үзіліссіз жүйелерді жобалау әдетте P - жазықтықта орналасқан ФТ нөлдері мен полюстерінің орналасуына байланысты анализге негізделеді. Егер осы кезде ФТ барлық полюстері жабық жүйеде болса, яғни сипаттаушы теңдеудің түбірлері P-түбірлерінің жарты жазықтығында жатса, онда жүйе орнықты деп саналады. Тұрақтылық шекараса ретінде жалған ось алынады (9.1 сурет).



9.1 сурет – Тұрақтылық жүйесінің P-жазықтықтағы түбірлері

Жабық импульстік жүйенің z-суреттері үшін теңдеу сипаттамалық теңдеуді алуға мүмкіндік береді, және егер z_1, z_2 ...z_n түбірлері, мысалы, шын сәнінде болса, онда сипаттамалық теңдеудің шешімін мына түрде жазуға болады:

$$x_0[nT] = C_1 z_1^n + C_2 z_2^n + ... + C_m z_m^n, \qquad (9.2)$$

мұндағы C_1, C_2 ...C_m – бастапқы теңдеуден анықталатын тұрақты коэффициенттер.

Егер $t \to \infty$ немесе $n \to \infty$ кезде, x сигналы нөлге ұмтылса, онда жүйе орнықты болады, яғни:

$$Lim_{n\to\infty} x_0[nT] = 0. \qquad (9.3)$$

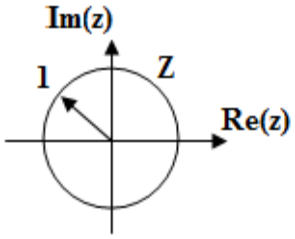
Бұл жүйе, өз кезегінде, z_1, z_2, ..z_m барлық түбірлері модулі бойынша бірден аспаса орындалады.

Олай болса, теңсіздікті бақылау, цифрлық жүйенің орнықтылығының қажетті және керекті шарты болып табылады.

$$|z_m| < 1. \qquad (9.4)$$

$z = e^{pT}$ өрнегіне, $p=j\omega$ қойсақ, $z = ej^{\omega T}$ өрнегін аламыз. ω-ны 0-ден $2\pi/T$-ға дейін өзгерткен кезде, z айнымалысы Z-жазықтықтағы шеңбердің бірлік радиусын өрнектейді. Одан әрі қарай ω-ны $2\pi/T$-дан $4\pi/T$-ға дейін өсіретін болсақ, айнымалы қайтадан шеңберді өрнектейді. Осыған сәйкес, P-жазықтықтағы, тұрақтылық шекарасы болып тұрған, жалған осьтің бір бөлігі,

координата басындағы *Z*-жазықтықтағы орталығында бірлік шеңберге шағыстырылады (9.2 сурет).



9.2 сурет – Z–жазықтықтағы тұрақтылық шекарасының бейнеленуі

Сол *P*-жазықтығына *Z* жазықтықтар түбірінің шеңбердің ішкі бетінің бірлік радиусына сійкес келеді.

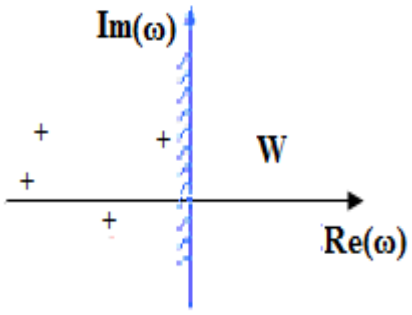
Сипаттамалық теңдеудің жоғары реті кезінде сызықтық цифрлы жүйенің, түбірлерінің орналасуы бойынша, тұрақтылығын анықтау қиын мәселе болып табылады. Тұрақтылық критерийлері түбірді анықтаудан босатады және $|z_m|<1$ басты түбірлер теңсіздігінен туындайтын тұрақтылықты анықтауға байланыс орнатады.

9.2 Шур-Конн тұрақтылығының алгебралық критерийлері

Сипаттамалық теңдеудегі түбірлерді анықтауда Гурвиц критерийлерінің қолданылу әдісін қарастырайық:

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + a_{n-2} z^{n-2} + ... + a_0 = 0. \qquad (9.6)$$

Гурвиц критерийі *p* айнымалысының жалған осіне байланысты көпмүшелік теңдеудің сипаттамаларылық түбірлерінің орналасуын бағалауға мүмкіндік береді. *Z*-суреттердегі тұрақтылықты анықтау үшін шеңбердегі бірлік радиусының түбірлерінің орналасуын табу керек (9.3 сурет).



9.3 сурет - W–жазықтығындағы тұрақтылық шекарасының бейнеленуі

Осыған сәйкес, шеңберді түрлендіру, бірлік шеңбер жалған оське айналатындай етіп, ал бірлік шеңбердің ішкі бөлігі *Re<0* сол жақ шекарасында көрінетіндей етіп жасау керек.

Мұндай бейнелеу сызықты емес түрлендірумен жүзеге асырылады:

$$z = \frac{1+w}{1-w}\,. \qquad (9.7)$$

Айнымалыны (9.6) формулаға қойып, мынаны аламыз:

$$a_n(\frac{1+w}{1-w})^n + a_{n-1}(\frac{1+w}{1-w})^{n-1}.....a_0 = \frac{D(w)}{(1-w)^k}\,, \qquad (9.8)$$

мұндағы D(w) –жаңа айнымалы w-дан болған, дәрежедегі көпмүше, осыған қоса:

$$D(w) = b_n w^n + b_{n-1} w^{n-1} + ... + b_0. \qquad (9.9)$$

D(w) көпмүшесінің түбірлері нақты теріс бөліктерінің керекті және қажетті болуы үшін, Гурвицтың барлық анықтағыштары оң болуы керек.

Мысал ретінде, n=2 екінше ретті жүйені қарастырайық.

n=2 болған кездегі теңдеу (9.9):

$$a_2(\frac{1+w}{1-w})^2 + a_1(\frac{1+w}{1-w}) + a_0 = \frac{a_2(1+w)^2 + a_1(1+w)(1-w) + a_0(1-w)^2}{(1-w)^2} =$$

$$= \frac{(a_2 + a_0 - a_1)w^2 + (2a_2 - 2a_1)w + (a_2 + a_1 + a_0)}{(1-w)^2} = \frac{b_2 w^2 + b_1 w + b_0}{(1-w)^2},$$

мұндағы, $b_2 = a_2 + a_0 - a_1;\ b_1 = 2a_2 - 2a_1;\ b_0 = a_2 + a_1 + a_0$.

Егер D(w) көпмүшесінің коэффициенттері оң болса, екінші реттегі жүйелер үшін Гурвиц анықтауыштары оң болады, яғни $b_2 \rangle 0, b_1 \rangle 0, b_0 \rangle 0$.

Егер

$$\begin{aligned} &a_2 + a_0 - a_1 > 0, \\ &2a_2 - 2a_0 > 0 \quad или \quad a_2 > a_0, \\ &a_2 + a_1 + a_0 > 0. \end{aligned} \qquad (9.10)$$

болса, онда жүйе тұрақты болады.

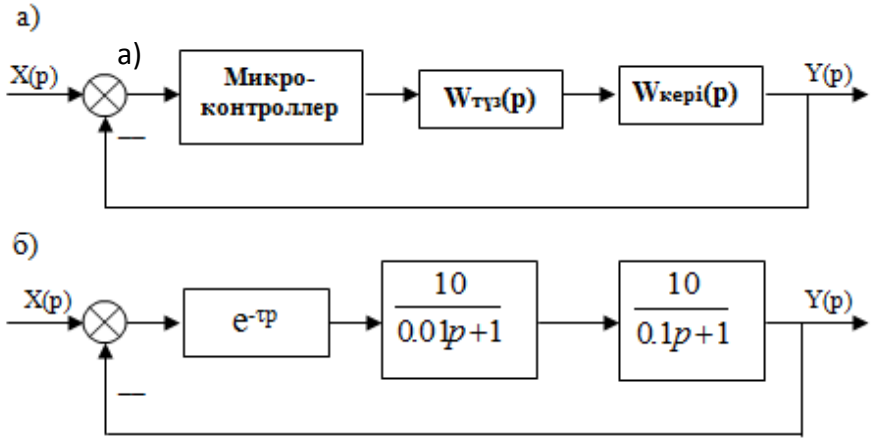
Осы 9.10 теңдеу екінші ретті жүйелер үшін Шур-Конн алгебралық критерийі деп аталады.

Үзіліссіз жүйеге қарағанда 1-ші ретті цифрлық жүйе тұрақсыз болуы мүмкін. Жүйенің тұрақтылығы Т кванттелуінің периодына тәуелді болады.

9.3 Таза кешігу үзбесімен ЦЖ тұрақтылық талдауы

Микроконтроллер басқаруымен цифрлық жүйесін тұрақтылыққа екі тәсілмен тексеруге болады: микроконтроллерді таза кешігу үзбесімен $e^{-\tau p}$ ауыстыру арқылы.

9.4,а суретте микроконтроллер базасындағы жүйенің құрылымдық сұлбасы келтірілген, ал 9.4,б суретте $\tau=0,01$ *с* кешігу үзбесімен ауыстырылған және өлшемдері берілген.



9.4 сурет – Микроконтроллер басқаруымен жүйенің құрылымдық сұлбасы

Найквист критерийі бойынша тұрақтылық талдауына ЛАЖХ және ФЖХ көмегімен түйіндесу жиілігін анықтаймыз:

$$\omega_{\text{Ñ}_1}=\frac{1}{T_1}=\frac{1}{0,1}=10c^{-1},\quad \omega_{C_2}=\frac{1}{T_2}=\frac{1}{0,01}=100c^{-1}.$$

Логарифмдік кешенді беріліс, жіберу коэффициенті мынаған тең:

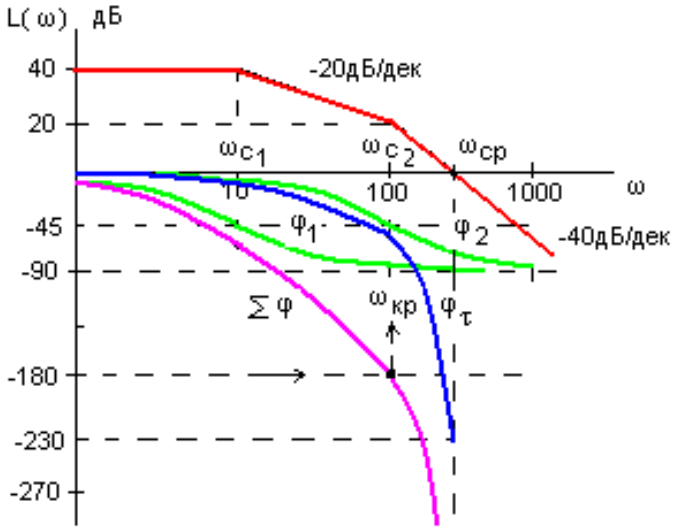
$$L(\omega)=20\lg 100-20\lg\sqrt{1+0,0001\omega^2}-20\sqrt{1+0,01\omega^2}.$$

ФЖХ $\tau = 0,01$с ескерсек жүйе мынаған тең:

$$\varphi(\omega)=-arctg0,01\omega-arctg0,1\omega-\omega\tau=-arctg0.01\omega-arctg0,1\omega-0,01\omega.$$

ЛАЖХ-тан $\omega_{ср} = 400\ c^{-1}$ қиылу жиілігі алынған және аумалы жиілік $\omega_{кр} = 100\ c^{-1}$ алынған. ФЖХ кешігу үзбесінің иілу бұрышы кесілу жиілігі болғанда $\varphi_\tau(400) = 400 \cdot 0,01 = 4\ рад = 230^o$.

Найквист критерийіне сай $\omega_{кр}<\omega_{ср}$, тиісінше, жүйе тұрақсыз. τ кешігу уақыты азайған сайын кванттелу ізі де азая бастайды және тиісінше, цифрлау қателігіде азая бастайды.



9.5 сурет – ЛАЖХ және ЛФЖХ МК жүйе

Осыған орай, микроконтроллер орнына таза кешігу үзбесі үлгісін қолдану, кесілу бұрышына қарағанда кешігу уақыты аз болса, осы жағдайда ғана аз қателік береді, $\tau << \omega_{ср}$.

10 Дәріс №10. Жиіліктік аймақтағы цифрлық жүйе талдауы

Мақсаты: билинейного ауысуды оқып үйрену, логарифмдік жиіліктік сипаттамаларды құру тәсілдері.

Сызықтық цифрлық жүйелерде көмкергіш (АЦТ немесе микроконтроллер) жиіліктік сипаттамалардың құрылысын қиындататын жоғары жиілікті гармоникалардың генераторы ретінде қызмет атқарады.

Жиіліктік аймақтағы ЦЖ зерттеу Найквист немесе ЛАЖХ годографтарын қолданып, жүзеге асыруға болады.

АФ ашық жүйесіне *W(z)* Годограф Найквист құру арқылы және оның жай-күйін (-1,j0) зерттеу арқылы, тұйық жүйе тұрақтылығын талдасақ болады.

ЛАЖХ дБ амплитуданың графикалық көрсетілімі және ω жиілігінен тәуелді ашық жүйенің фазалық бұрышы көрсетілімі болып келеді.

10.1 Биосызықтық түрлендіру әдісі

ЦЖ жиіліктік сипаттамасын құру үшін биосызықтық түрлендіруін қолдануға болады:

$$z = \frac{1+w}{1-w}. \qquad (10.1)$$

Берілген қатынастан:

$$w = \frac{z-1}{z+1}. \qquad (10.2)$$

Мәніне $z = e^{j\omega T} = \cos\omega T + j\sin\omega T$ қойып, нәтижесінде:

$$w = \frac{e^{jwT} - 1}{e^{jwT} + 1} = \frac{\frac{e^{j\omega T/2}}{e^{-jwT/2}} - 1}{\frac{e^{jwT/2}}{e^{-jwT/2}} + 1} = \frac{e^{jwT/2} - e^{-jwT/2}}{e^{jwT/2} + e^{-jwT/2}} = jtg(\frac{\omega T}{2}). \qquad (10.3)$$

аламыз.

Бұл жағдайда, бірлік шеңбер *Z*- жазығында комплексті *W*-жазықтығында жорамал осьі бейнеленеді. *Z*- жазықтығындағы бірлік шеңбердің ішкі ауданы *W*- жазықтығының сол жақ жартысына сай келеді, ал оң бағыт жорамал осьтің жиілік диапазонына сәйкес келеді $0<\omega<\omega_s$.

Егер кешенді айнымалы w мына түрде болса:

$$w = \sigma + j\overline{\lambda}. \qquad (10.4)$$

Ондай болса (10.3) нәтижесінде:

$$\overline{\lambda} = tg\left[\frac{\omega T}{2}\right], \qquad (10.5)$$

w жиілігі мен арасында байланыс орнататын $\overline{\lambda}$. Аз мәндері кезіндегі $\omega T/2$ есептеулерде:

$$\overline{\lambda} = tg\left[\frac{\omega T}{2}\right] \approx \frac{\omega T}{2}. \qquad (10.6)$$

Сондықтан аз мәндер кезінде жалғанжиіліктердің $\omega T/2$ өлшемін жай жиілікпен алмастыруға болады, ол үшін абсолюттік жалғанжиілікте λ енгізіледі (10.6) нәтижесінде:

$$\frac{2}{T}\overline{\lambda} = \omega = \lambda. \qquad (10.7)$$

Кезегінде, $\overline{\lambda} = \left(\frac{T}{2}\right)\cdot\lambda$ және *w* мен абсолюттік λ жалғанжиілік арасындағы байданысты есептей отыра аламыз (10.6):

$$w = j\frac{T}{2}\lambda. \qquad (10.8)$$

10.2 ЦЖ логарифмдік жиілік сипаттамасы

Бисызықтық түрлендірулер нәтижесінде АФ бейнесі, ажыратылған ЦЖ ішіндегі ЛАЖХ құрылғылары қиыншылық көрмейді.

1-мысал. Үзіліссіз АФ бөлшектері ажырытылған ЦЖ- та мына қалыпта болады:

$$W(p)=\frac{K(1+T_1p)}{p^2}.$$

Жүйеде 0-дік реттегі бекіткіш бар. Бекіткішпен кілт үзіліссіз бөлікте орнатылған. ЛАЖХ және ФЖХ тұрғызу.

АФ түрлендірсек

$$W(p)=\frac{K}{p^2}+\frac{KT_1}{p}=W_1(p)+W_2(p).$$

$W_1(p)$ және $W_2(p)$ үшін z-түрлендіруді тапсақ:

$$W_1(z)=\frac{z-1}{z}Z\left[\frac{K}{p\cdot p^2}\right]=\frac{z-1}{z}\cdot\frac{T^2z(z+1)K}{2(z-1)^3}=\frac{KT^2(z+1)}{2(z-1)^2},$$

$$W_2(z)=\frac{z-1}{z}Z\left[\frac{KT_1}{p\cdot p}\right]=\frac{z-1}{z}\cdot\frac{Tz\cdot KT_1}{(z-1)^2}=\frac{KT\cdot T_1}{z-1}.$$

Онда

$$W(z)=W_1(z)+W_2(z)=\frac{KT^2}{2}\left[\frac{(z+1)+\frac{T_1}{T}2(z-1)}{(z-1)^2}\right]=\frac{KT^2}{2}\left[\frac{\left(\frac{z+1}{z-1}\right)+2\frac{T_1}{T}}{z-1}\right]. \qquad (10.9)$$

z орнына қою арқылы, w-түрлендіруінде АФ табамыз (10.1):

$$W(w)=\frac{KT^2}{4}\left[\frac{\left(\frac{1}{w}+\frac{2T_1}{T}\right)(1-w)}{w}\right]=\frac{KT^2}{4}\left[\frac{\left(1+w\frac{2T_1}{T}\right)(1-w)}{w^2}\right],$$

мұнда $\frac{1-w}{w}=\frac{2}{z-1}$.

(10.8) пайдалана отырып, жиілікті жіберілетін функцияны аламыз:

$$W(j\lambda)=\frac{KT^2}{4}\left[\frac{\left(1+j\frac{T}{2}\cdot\frac{2T_1}{T}\lambda\right)\left(1-j\frac{T}{2}\lambda\right)}{(j\lambda)^2\cdot\frac{T^2}{4}}\right]=\frac{K(1+jT\lambda)\left(1-j\frac{T}{2}\lambda\right)}{(j\lambda)^2}. \qquad (10.10)$$

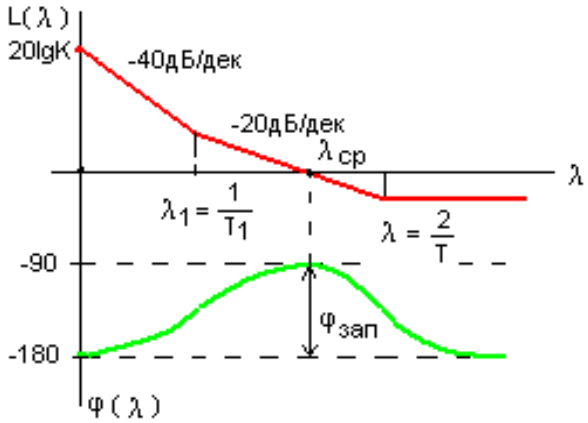
$W(j\lambda)$ модулі тең:

$$|W(j\lambda)|=A(\lambda)=\frac{K\sqrt{1+T_1^2}\cdot\sqrt{1+\left(\frac{T^2}{4}\right)\lambda^2}}{\lambda^2}. \qquad (10.11)$$

Фаза-жиіліктік сипаттамасы:

$$\varphi(\lambda) = -180^0 + arctgT_1\lambda - arctg\frac{T}{2}\lambda. \qquad (10.12)$$

ЛАЖХ және ФЖХ үзіліссіз жүйе секілді ережелермен құрылады (10.1 сурет). Минималды емес-фазалық түйін түрінде көрсетілетін және (10.10) алымына кіретін мүшенің амплитудалық сипаттамасы $(1-j\frac{T}{2}\lambda)$, жылдамдату түйініне ұқсайды. Бұл түйін ЛАЖХ λ аз мәндерінде 0-дік бұрышпен иілу амплитудасын және үлкен λ кезіндегі түзу сызықты +20 дБ/дек иілуін көрсетеді. бұл екі түзу $\lambda = 2/T$ кезінде қиылысады. Бұл түйін ФЖХ инерциялық түйін сипаттамасымен сәйкес келеді және $\lambda = 2/T$ жиілігінде -45^0 фазалық жылу туғызады.



10.1 сурет – ЛАЖХ және ФЖХ цифрлық жүйесі

Егер үзіліссіз жүйе АФ мен цифрлық жүйе (10.10) АФ салыстырсақ, онда олардың көбейткішке (1-j(T/2)λ) дейін сәйкес екенін көруге болады. Осыған орай, төменгі жиіліктер аймағында цифрлық жүйелер сипаттамасы үзіліссіз жүйе жиіліктік сипаттамасымен сәйкес келеді.

Сызықтық цифрлық жүйе АФ алу жолы келесідей:

а) ашық цифрлық жүйенің W(p) үзіліссіз бөлігіне АФ алу;

б) ω-ді λ-ға ауыстыра отырып және алынған мәндерді (1-j(T/2)λ) өлшемге көбейте отырып жалғанжиілікке өту.

Осы жолмен алынған ЛАЖХ және ФЖХ, *2/T* –дан аз жиіліктерге жарамды.

10.3 Жоғары жиілікті аймақтағы ЛАЖХ тұрғызу ерекшеліктері

Жоғары жиілікті аймақта $\omega>2/T$ болғанда ЛАЖХ үзіліссіз бөліктер бірнеше варианттары болуы мүмкін (10.2 сурет). Штрихталған сызық жоғары жиілікті және төменгі жиілікті аймақтарды бөледі. ЛАЖХ *2/T* жиілігінде қандай иілу бұрышына ие болуына байланысты сипаттамалар ерекшеленеді. Бұл ЛАЖХ келесі өрнекпен сипатталады, жуықталады.

Бірінші жағдайда (10.2,а сурет):

$$W_{B1}(p)=\frac{\omega_B}{p(1+T_{q+1}p)...(1+T_np)}, \qquad (10.13)$$

мұндағы, T_{q+1}, $...T_n$ – тұрақты уақыт, *2/T* жиілігінен көп жиілікті түйіндестіреді;

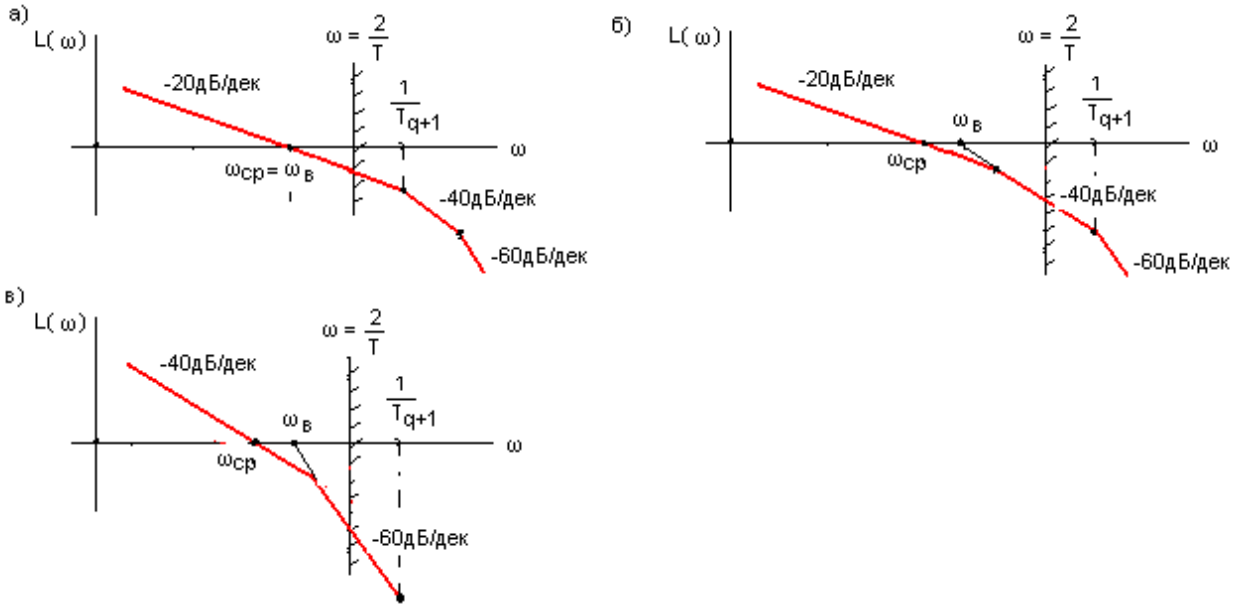
ω_B – жоғарғы жиілікті бөлшекті жіберу коэффиценті, бірінші асимптоттың жиілігі жоғары ЛАЖХ бөлігінің нөл децибел осьімен қиылысу жиілігімен анықталады ($\omega_{ср}$ қиындысының жиілігімен сай келуі мүмкін).

Екінші жағдайда (10.2,б сурет):

$$W_{B2}(p)=\frac{\omega_B^2}{p^2(1+T_{q+1}p)...(1+T_np)}. \qquad (10.14)$$

Үшінші жағдайда (10.2,в сурет)

$$W_{B3}(p)=\frac{\omega_B^3}{p^3}. \qquad (10.15)$$



10.2 сурет – ЛАЖХЖЖ аумағында

z – түрлендіру кестесін негізге ала отырып және $j\lambda$ алмастыру жалғанжиілік алмастыруды қолдана отырып, ТЖ диапазонындағы ЛАЖХ – ны аламыз.

10.3 Жоғары жиілікті аймақта ЛАЖС құру ерекшеліктері

ЖЖ аймақта $\omega>2/T$ кезінде үздіксіз бөлікте ЛАЖС бірнеше түрде болуы мүмкін (10.2 сурет). Штрихті сызықтар ЖЖ және ТЖ аймақтарды бөледі. Олардың сипаттамалары, *2/T* жиілікте ЛАЖС қандай бұрылысқа ие болатынымен ерекшеленеді. Бұл ЛАЖС келесі өрнектердің біреуімен дөңгелектелінеді.

Бірінші жағдайда (10,2 сурет):

$$W_{B1}(p)=\frac{\omega_B}{p(1+T_{q+1}p)...(1+T_np)}, \qquad (10.13)$$

мұндағы T_{q+1}, $...T_n$ –2/T жиіліктен жоғары түйісу жиіліктерінің уақыт тұрақтылары;

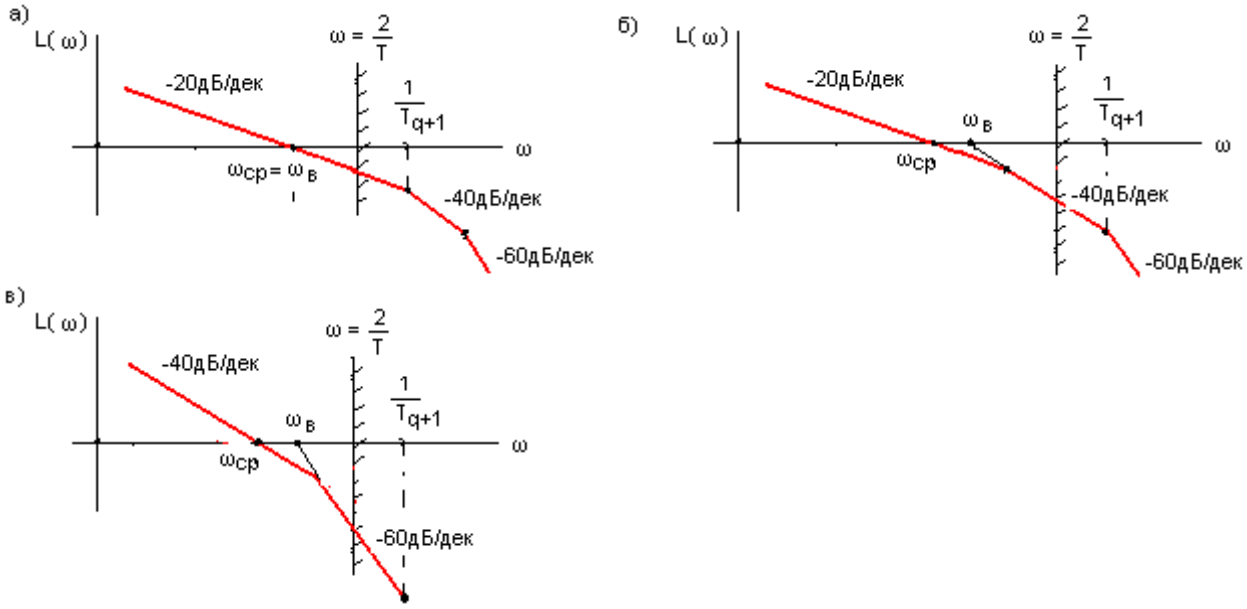
ω_B – жоғарыжиілікті аймақтың тарату коэффициенті.

Екінші жағдайда (10.2,б сурет):

$$W_{B2}(p)=\frac{\omega_B^2}{p^2(1+T_{q+1}p)...(1+T_np)}. \qquad (10.14)$$

Үшінші жағдайда (10.2,в сурет)

$$W_{B3}(p)=\frac{\omega_B^3}{p^3}. \qquad (10.15)$$



10.2 сурет – ЖЖ аймақтағы ЛАЖС

z-өзгерту кестесі негізінде және jλ жалған жиілік қойылымын қолдана отырып, ТЖ аралығында ЛАЖС үшін аламыз:

$$W_{B1}(j\lambda)=\frac{\omega_B\left(1-j\lambda\frac{T}{2}\right)\left[1+j\lambda\left(\frac{T}{2}-T_\Sigma\right)\right]}{j\lambda\left(1+j\frac{T}{2}\right)}, \qquad (10.16)$$

мұнда $T_\Sigma=\sum_{i=q+1}^{n}T_i$.

(10.16) өрнегін ЛАЖС құруға қолдануға болады, сондай-ақ модуль тең болады:

$$|W_{B1}(j\lambda)| = \frac{\omega_{cp}\sqrt{1+\lambda^2\left(\frac{T}{2}-T_{\Sigma}\right)^2}}{\lambda}. \qquad (10.17)$$

Соған байланысты, ЖЖ «құйрығын» құруда T_{Σ} және (1-jλ/2), қосымша көбейткішті ескеру қажет.

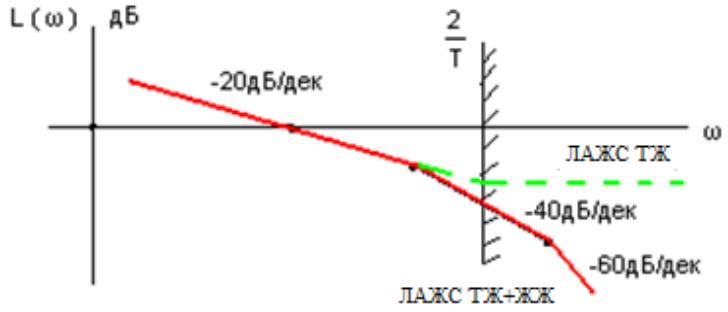
2-ші нұсқа үшін (10.2,б сурет) алатынымыз:

$$W_{B2}(j\lambda) = \frac{\omega_B^2\left(1-j\lambda\frac{T}{2}\right)\left(1-j\lambda T_{\Sigma}\right)}{(j\lambda)^2}. \qquad (10.18)$$

3-ші нұсқа үшін (10.2,в сурет) аламыз:

$$W_{B3}(j\lambda) = \frac{\omega_B^3\left(1-j\lambda\frac{T}{2}\right)\left(1+j\lambda\frac{T}{2\sqrt{3}}\right)\left(1-j\lambda\frac{T}{2\sqrt{3}}\right)}{(j\lambda)^3}. \qquad (10.19)$$

(10.16, 18,19) өрнектері жоғары жиілікті аймақта ЛАЖС және ФЖС құру үшін қолданылады. $\lambda = \frac{2}{T}$ жиілігінде ТЖ және ЖЖ сипаттамалар түйісуі болады.



10.3 сурет – ЖЖ аймағында дискретизацияны еске алу

11 Дәріс №11. Цифрлік реттегіштердің беріліс функциялары

Мақсаты: беріліс функциясын, цифрлік Б, БИ және БИД реттегіштердің уақыттық сипаттамаларын зерттеу.

11.1 Цифрлік реттегіш

Цифрлік реттегіш БФ-сы келесі түрде болады:

$$W(z)=\frac{E_2(z)}{E_1(z)}=\frac{b_0+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+..+b_mz^{-m}}{a_0+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+...+a_nz^{-n}}, \qquad (11.1)$$

мұнда $A_0 \neq 0, B_0 \neq 0 \quad , m < n$.

E(z) –реттегіштің кіру және шығу (11.1) өрнегінің кері z-өзгертуін анықтайық:

$$E_2(z)(a_0+a_1z^{-1}+....+a_nz^{-n})=E_1(z)(b_0+b_1z^{-1}+...+b_mz^{-m}),$$

$$a_0e_2^*(t)+\sum_{k=1}^{n}a_ke_2^*(t-kT)=\sum_{k=0}^{m}b_ke_1^*(t-kT). \qquad (11.2)$$

Осыдан

$$e_2^*(t)=\frac{1}{a_0}\sum_{k=0}^{m}b_ke_1^*(t-kT)-\frac{1}{a_0}\sum_{k=1}^{n}a_ke_2^*(t-kT). \qquad (11.3)$$

Берілген өрнек реттегіштің шығу сигнал мәні кірістің сигналының қазіргі уақыттағы мәні мен шығыс сигналының алдыңғы мәніне байланысты болатынын көрсетеді. (11.3) формуласы бойынша есептеу бағдарламасын құру үшін 2 операция қажет:

– МК мәліметтер жинақтау;

– арифметикалық: көбейту, қосу және алу.

Мысалы. Цифрлік реттегіш БФ-сы берілген:

$$W(z)=\frac{E_2(z)}{E_1(z)}=\frac{5(1+0{,}25z^{-1})}{(1-0{,}5z^{-1})(1-0{,}1z^{-1})}.$$

Қиыстырып көбейтуден кейін алатынымыз:

$$(1-0{,}6z^{-1}-0{,}05z^{-2})E_2(z)=5(1+0{,}25z^{-1})E_1(z).$$

Кері z-өзгерту тең:

$$e_2^*(t)=5e_1^*(t)+1{,}25e_1^*(t-T)+0{,}6e_2^*(t-T)-0{,}05e_1^*(t-2T),$$

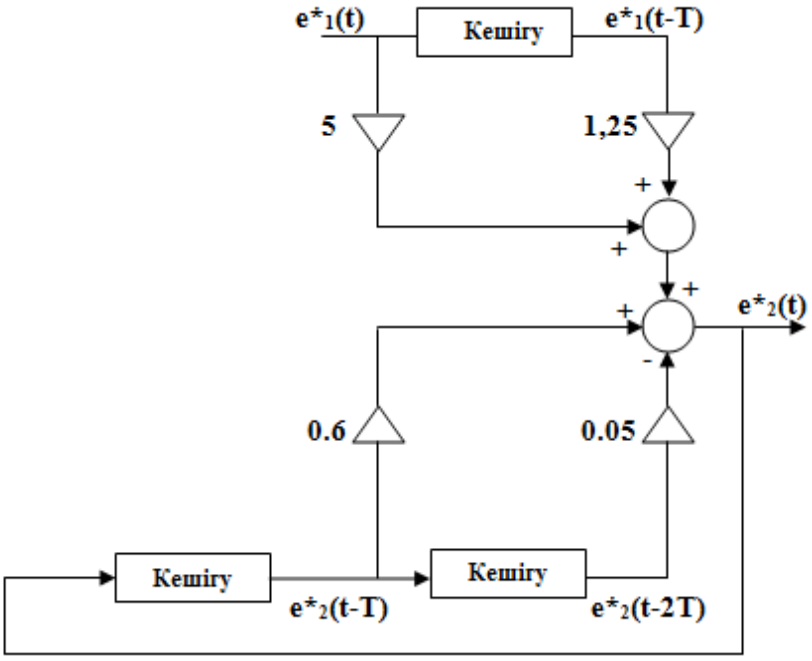
мұнда T –кванттау периоды.

Цифрлік сигналдың БФ-сын іске асыратын МК бағдарлама блок-сұлбасы 11,1 суретте келтірілген.

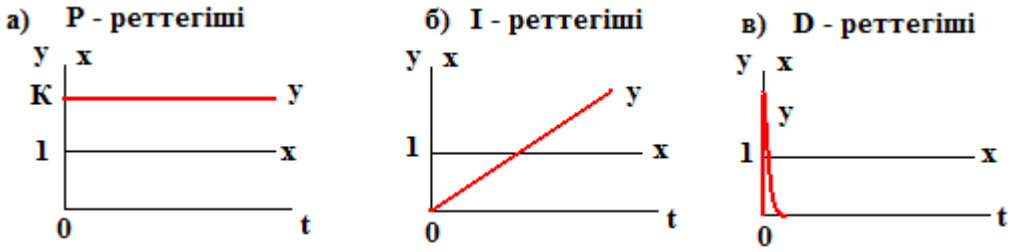
Автоматтық реттегіш заңы – бұл u басқару ықпалын көрсететін реттегіш теңдеуі.

Реттеу заңына сәйкес реттегіштер бөлінеді:

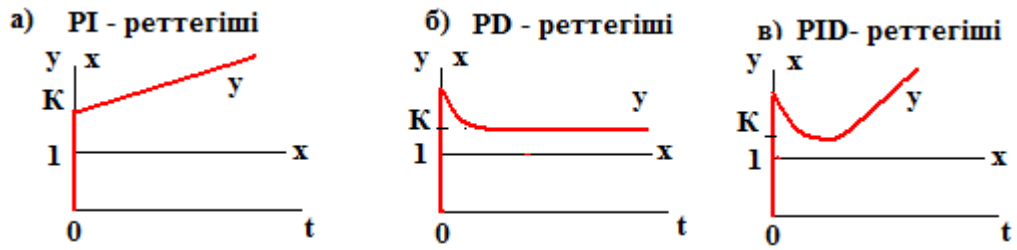
– пропоционалды немесе статикалық реттегіштер (П – реттегіштері);
– интегралды немесе астатикалық реттегіш (И – реттегіш);
– пропоционалды-интегралды (ПИ – реттегіш);
– пропоционалды – дифференциалды реттегіш (ПД – реттегіш);
– пропорционалды–интегралды–дифференциалды (ПИД) реттегіш.



11.1 сурет – ЦР бағдарлама блок-сұлбасы



11.2 сурет – P, I, D-реттегіштерінің уақыттық сипаттамасы



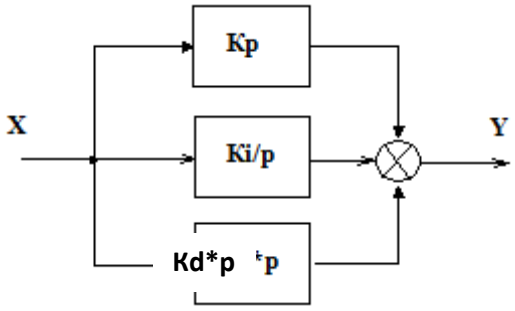
11.3 сурет – PI, PD и PID-реттегіштерінің уақыттық сипаттамалары

PID реттегішінің басқару ықпалы реттелгіштің параметрінің ауытқуына, осы ауытқудың интегралы мен жылдамдық ауытқуына пропоционал.

Пропоционалды – интегралды –дифференциалды реттегіш заңы (ПИД – реттегіш):

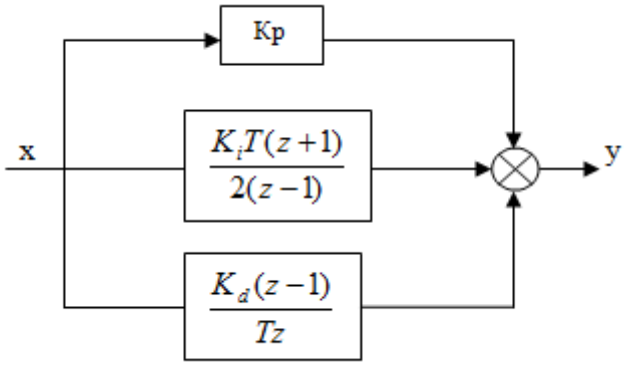
$$u = K\varepsilon + \frac{1}{T_u}\int \varepsilon\, dt + T_n \frac{d\varepsilon}{dt}. \qquad (11.4)$$

ПИД - реттегіш орнату параметрі болып табылатындар: реттегіштің беру коэффициенті K, уақыт тұрақтысы T_u және дайындау уақыты T_n.



11.4 сурет – ПИД – реттегішінің құрылымдық сұлбасы

Егер (11.4) – тен Лаплас түрлендіруін алса, содан кейін z-өзгертуін алса, онда цифрлық ПИД-реттегіші үшін құрылымдық сұлба мына түрге келеді.



11.5 сурет – Цифрлық ПИД-реттегіш құрылымдық сұлбасы

11.2 АЦТ дәлдігі

САУ іске асыру кезінде бір қатар сұрақтар туындайды: түрленгіштердің қателіктері қандай болу қажет (АЦТ, ЦАТ); есептеулер қандай дәлдікпен жүргізілу қажет. Бұл сұрақтарға жауап алу үшін тұйықталған жүйеге басқару сапасы мен тұрақтылығына осындай шектеулердің әсерін түсіну қажет. Бұл сұрақтарға жауапта ең болмағанда дөрекі бағалаумен шектелейік.

1) Сөздің қорытынды ұзындығының әсері.

Қателіктердің негізгі көзі болып:

– АЦТ және ЦАТ ішіндегі дискретизация;

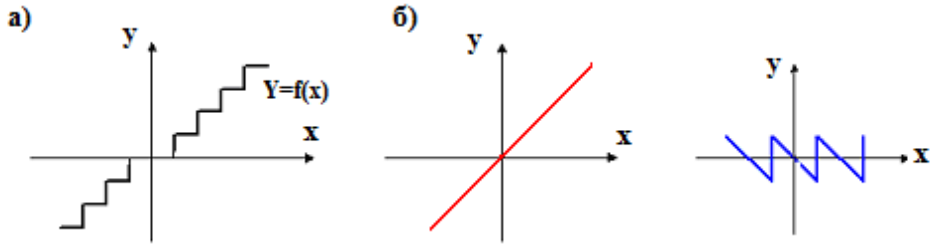
– операцияны орындауда дөңгелектеу және толтырып тастау .

АЦТ 0.4; 0.1; 0.025; 0.006 рұқсатқа келетін 8,10,12 және 14 белгі дәлдігіне ие.

Сандар әртүрлі әдістермен беріледі. Дөңгелектеу және шектеулі разряд мөлшермелі сандар ұсынысы салыстырмалы түрде шағын қателіктер тудырса, түрленгіштердің толып кетуі апат салдарларға әкелуі мүмкін. Сондықтан алдымен керек сөз ұзындығын түрленгіш айнымалы мәнімен келістіру қажет.

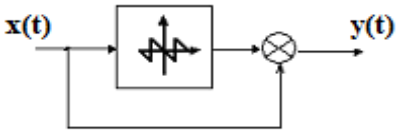
2) Деңгей бойынша кванттау эффекті.

АЦТ деңгей бойынша түрлендіруді жүзеге асырады (11.6,а сурет). Кванттаушы қатесі разрядтар санына байланысты, ал кванттаушының өзі математикалық моделін 2 элемент түрінде беруге болатын сызықтық емес құрылғы болып саналады: сызықтық және сызықтық емес (11.6,б сурет).



11.6 сурет –АЦТ беру сипаттамасы және оның математикалық моделі

Байқайтынымыз, екі сигналды қосуда АЦТ шығысында сатылы сигнал пайда болады. сондықтан АЦТ моделінің құрылымдық сұлбасы келесі түрде болады.



11.7 сурет –АЦТ құрылымдық сұлба

Айтарлық жағдай, тұйықталған жүйеде деңгей бойынша кванттау тұрақталған қателіктердің және өшпейтін тербелістердің пайда болуына алып келуі мүмкін.

Әдебиеттер тізімі

1 Анхимюк В.Л. Теория автоматического управления. - Мн.: Дизайн ПРО, 2002.

2 Зотов М.Г. Многокритериальное конструирование систем автоматического управления. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.

3 Методы классической и современной теории автоматического управления. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления /Под ред. К.А.Пупкова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014.

4 Олсон Г. Цифровые системы автоматизации и управления. – СПб.: Невский диалект, 2001.

5 Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. – СПб.: Профессия, 2012.

6 Рутгайзер О.З. Радиоавтоматика: Учебное пособие. – Алматы: АИЭС, 1992.

7 Савин М.М. Теория автоматического управления. - Ростов н/Д: Феникс, 2007.

8 Справочник по теории автоматического управления/Под ред. А.А.Красовского.- М.: Наука, 1987.

Мазмұны

Кіріспе..... 3
1 Дәріс №1. Басқарудың негізгі түсініктері мен принциптері..... 3
1.1 Негізгі терминдер мен анықтамалар..... 3
1.2 Басқарудың мақсаттары мен қағидалары..... 4
1.3 АБЖ математикалық модельдері..... 5
1.4 АБЖ жіктелуі және басқару заңдары..... 6
2 Дәріс №2. Басқару жүйелерінің ауыстыру функциялары..... 7
2.1 Буын (сілтеме) байланыс түрлері..... 8
2.2 Тұйық жүйе ауысым функциясы (АФ)..... 9
2.3 Күй кеңістігіндегі жүйенің АФ..... 9
3 Дәріс №3. Типтік динамикалық буындар..... 12
3.1 Жиіліктік және уақыттық буындарының сипаттамалары..... 12
4 Дәріс №4. АФЖС және ЛАЖС..... 19
4.1 Тұйықталған және тұйықталмаған жүйелердің АФЖС-ы..... 19

4.2 Жүйенің логарифмдік жиіліктік сипаттамалары..... 22
5 Дәріс №5. Тұрақтылықтың алгебралық критерилері..... 24
5.1 Тұрақтылық жайлы түсінік..... 24
5.2 Тұрақтылықтың алгебралық критерилері..... 26
6 Дәріс №6. Тұрақтылықтың жиілік критерийлері..... 29
6.2 Михайлов өлшемі..... 32
7 Дәріс №7. Әртүрлі сызықтық жүйелердің тұрқтылығы..... 34
7.1 ЛАЖС негізіндегі тұрақтылық шарттары..... 34
8 Дәріс №8. Цифрлы басқару жүйелері (ЦБЖ)..... 37
8.1 Негізгі ережелер мен анықтамалар..... 38
8.2 Z-түрлендіргіш..... 39
8.3 Z-түрлендіргішінің теоремасы..... 39
8.4 ПФ цифрлық жүйесінің нөлдік тәртібі бар бекіткіші..... 41
9 Дәріс №9. Шур-Конн тұрақтылығының критерийлері..... 43
9.1 Цифрлық жүйенің тұрақтылығының критерийлері..... 43
9.2 Шур-Конн тұрақтылығының алгебралық критерийлері..... 44
9.3 Таза кешігу үзбесімен ЦЖ тұрақтылық талдауы..... 46
10 Дәріс №10. Жиіліктік аймақтағы цифрлық жүйе талдауы..... 47
10.1 Биосызықтық түрлендіру әдісі..... 48
10.2 ЦЖ логарифмдік жиілік сипаттамасы..... 49
10.3 Жоғары жиілікті аймақтағы ЛАЖХ тұрғызу ерекшеліктері..... 51

10.3 Жоғары жиілікті аймақта ЛАЖС құру ерекшеліктері..... 52
11 Дәріс №11. Цифрлік реттегіштердің беріліс функциялары..... 54
11.1 Цифрлік реттегіш..... 54
АЦТ дәлдігі..... 57
Әдебиеттер тізімі..... 59

2016 ж. жиынтық жоспары, реті 271

Б.С. Байкенов
А.Б. Нусибалиева

АВТОМАТТЫҚ БАСҚАРУ НЕГІЗДЕРІ

5В071600 − Аспап жасау
мамандығы студенттеріне арналған
дәрістер жинағы

Редактор Ж. Изтелеуова
Стандарттау бойынша маман Н.Қ. Молдабекова

Басуға _____ қол қойылды
Таралымы 50 дана.
Көлемі 3,8 есептік-баспа-табақ

Пішімі 60х84 1/16
Баспаханалық қағаз №1
Тапсырыс___. Бағасы 1900 тенге

«Алматы энергетика және байланыс университеті»
коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірмелі -көбейткіш бюросы
050013, Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126