Некоммерческое акционерное общество

АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ

Кафедра высшей математики

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания и задания по выполнению расчетно- графических работ для студентов специальности 5В074600 - Космическая техника и технология

Часть 2

Алматы 2014

СОСТАВИТЕЛИ: С. А. Нурпейсов. А. М. Бексултанова. Теория вероятностей и математическая статистика. Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В074600 - Космическая техника и технология. АУЭС. Часть 2.-Алматы: АУЭС, 2014.- 30 с.

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ содержат задачи ТВиМС: «Случайные величины», «Основные понятия математической статистики», «Статистические оценки параметров генеральной совокупности». Даны основные теоретические вопросы программы и решение типового варианта.

Ил. 11, табл. 6, библиогр.-5 назв.

Рецензент: Ибраева Л.Д.

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2014г.

Введение

Это методические указание представляет собой 2-ю часть расчетно-графической работы по курсу «ТВиМС». Одним из самых доступных и проверенных путей повышения эффективности усвоения учебного материала является самостоятельная работа студентов. При этом решения задач являются наиболее распространенным видом самостоятельной работы. Их роль при осмыслении и закреплении знаний, развития мышления студентов бесспорно неоценима.

Прежде чем приступить к выполнению этих заданий, рекомендуется тщательно ознакомиться с методическими указаниями и решениями типовых примеров, предшествующих этим заданиям, а также соответствующей учебной литературой. Настоящее методическое указание адресовано преподавателям и студентам и предназначено для проведения самостоятельной работы во время аудиторных занятий и выдачи индивидуальных домашних заданий. Здесь содержится материал по «ТвиМС».

1 Расчётные задания. Выполнить задания №1-5 по исследованию законов распределения случайных величин

Биномиальное распределение.

1. Среди N отобранных деталей m% нестандартных. Составить закон распределения числа нестандартных деталей среди отобранных.

Таблица 1- Варианты задания №1

№	N	m	№	N	m	№	N	m
1.1	3	14	1.11	4	15	1.21	3	11
1.2	4	22	1.12	5	13	1.22	2	16
1.3	5	20	1.13	3	17	1.23	4	29
1.4	5	25	1.14	2	20	1.24	5	10
1.5	3	30	1.15	4	27	1.25	3	17
1.6	2	10	1.16	5	20	1.26	2	21
1.7	4	15	1.17	3	19	1.27	3	22
1.8	5	17	1.18	2	23	1.28	5	24
1.9	3	12	1.19	4	11	1.29	3	18
1.10	2	15	1.20	5	28	1.30	2	22

Распределение Пуассона.

2. Радиоаппаратура состоит из N элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна p и не зависит от состояния других элементов. а) составить закон распределения числа отказавших элементов; б) какова вероятность отказа не менее m элементов в год?

Таблица 2- Варианты задания №2

№	N	m	p	№	N	m	p
2.1	5500	9	0,004	2.16	1500	3	0,002
2.2	7000	6	0,002	2.17	2000	4	0,001
2.3	6500	8	0,007	2.18	1000	5	0,007
2.4	1000	5	0,002	2.19	3500	1	0,002
2.5	1000	6	0,005	2.20	2000	5	0,001
2.6	5000	2	0,001	2.21	1000	6	0,005
2.7	2000	4	0,001	2.22	4500	2	0,003
2.8	1500	5	0,008	2.23	2000	4	0,001
2.9	3500	7	0,004	2.24	1000	5	0,007
2.10	2000	2	0,003	2.25	3000	7	0,004
2.11	1500	6	0,005	2.26	2000	4	0,001
2.12	4000	2	0,006	2.27	1000	5	0,007
2.13	8000	2	0,001	2.28	3000	7	0,004
2.14	6500	6	0,002	2.29	2000	5	0,002
2.15	3000	2	0,005	2.30	1000	6	0,005

Равномерное распределение.

3. Варианты 1-15. Цена деления измерительного прибора равна a. Показания прибора округляются до ближайшего целого деления. Случайная величина X – ошибка при округлении отсчёта. Найти:

а) плотность её распределения f(x);

б) функцию распределения F(x);

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность того, что при отсчёте будет сделана ошибка меньшая (большая) m.

Построить графики F(x) и f(x). Варианты 16 - 30. Трамваи некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения a минут. Случайная величина X – время ожидания трамвая. Найти:

а) плотность её распределения f(x);

б) функцию распределения F(x);

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать трамвай менее (более) m минут. Построить графики *F(x)* и *f(x)*.

Таблица 3- Варианты задания №3

№	a	m	№	a	m	№	a	m
1	2	3	4	5	6	7	8	9
3.1	0,6	0,01	3.11	0,3	0,08	3.21	19	8
3.2	0,9	0,06	3.12	0,2	0,03	3.22	20	5
3.3	0,5	0,05	3.13	0,9	0,07	3.23	25	5
3.4	0,5	0,01	3.14	0,5	0,06	3.24	9	3

Продолжение таблицы 3

№	a	m	№	a	m	№	a	m
3.5 3.6	0,6 0,9	0,05 0,02	3.15 3.16	0,8 5	0,07 3	3.25 3.26	14 18	7 9
3.7	0,1	0,08	3.17	10	4	3.27	22	8
3.8	0,7	0,01	3.18	15	5	3.28	6	3
3.9	0,4	0,06	3.19	6	2	3.29	12	6
3.10	0,5	0,07	3.20	20	10	3.30	14	8

Показательное распределение.

4. Время безотказной работы элемента (случайная величина T) имеет показательное распределение с параметром λ, где λ - интенсивность отказов, т.е. среднее число отказов в единицу времени. Найти:

а) плотность распределения f(t);

б) функцию распределения F(t), указать её вероятностный смысл;

в) функцию надёжности R(t), указать её вероятностный смысл;

г) математическое ожидание, дисперсию;

д) вероятность того, что за время t элемент откажет и вероятность того, что за время t элемент не откажет. Построить графики F(t), R(t) и f(t).

Таблица 4- Варианты задания №4

№	λ	t	№	λ	t	№	λ	t
4.1	3	7	4.11	2	5	4.21	3	8
4.2	4	10	4.12	3	10	4.22	4	4
4.3	3	9	4.13	4	6	4.23	6	3
4.4	4	8	4.14	6	8	4.24	7	2
4.5	6	4	4.15	7	4	4.25	8	1
4.6	7	3	4.16	8	3	4.26	9	10
4.7	8	2	4.17	9	2	4.27	10	6
4.8	9	1	4.18	10	1	4.28	1	7
4.9	10	7	4.19	1	10	4.29	2	8
4.10	1	9	4.20	2	6	4.30	3	2

Нормальный закон распределения.

5. Случайная ошибка измерения (случайная величина X) подчинена нормальному закону распределения с параметрами a и σ. Найти:

а) плотность распределения f(x);

б) функцию распределения F(x);

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность попадания в интервал $(\alpha;\beta)$;

д) вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине δ.

Построить графики F(t) и f(t).

Таблица 5-Варианты задания №5

№	a	σ	α	β	δ	№	a	σ	α	β	δ
5.1	17	1	5	14	2	5.16	10	2	9	14	2
5.2	12	4	9	18	4	5.17	12	4	5	14	3
5.3	11	3	4	12	3	5.18	14	1	9	15	5
5.4	17	2	5	19	5	5.19	11	6	8	12	3
5.5	13	5	6	18	3	5.20	13	4	6	17	2
5.6	12	3	7	15	4	5.21	12	9	8	15	4
5.7	10	2	8	17	2	5.22	10	3	6	17	2
5.8	12	4	6	14	6	5.23	12	5	6	13	6
5.9	14	6	11	19	5	5.24	14	2	12	19	5
5.10	15	5	8	12	3	5.25	15	3	4	12	3
5.11	17	4	6	14	2	5.26	17	1	5	14	2
5.12	12	5	7	18	4	5.27	12	4	9	18	4
5.13	18	5	6	12	3	5.28	11	3	4	12	3
5.14	10	4	6	15	2	5.29	17	2	5	19	5
5.15	12	3	5	18	4	5.30	13	5	6	18	3

2 Математическая статистика. Выполнить задание №6 по статистике обработке данных выборки

6. Для заданной выборки определить:

а) вариационный ряд (выборку в порядке возрастания);

б) интервальный статистический ряд (минимальную и максимальную варианты, размах выборки, число интервалов, длину интервалов);

в) по интервальному статистическому ряду построить гистограмму частот и относительных частот;

г) построить дискретный статистический ряд;

д) по дискретному статистическому ряду найти:

1) полигон частот и относительных частот;

2) эмпирическую функцию распределения;

3) выборочную среднюю;

4) выборочную и исправленную выборочную дисперсии;

5) исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение;

6) выборочные моду и медиану.

Таблица 6- Варианты задания №6

№										
6.1	10	15	16	17	18	19	20	15	16	11
	17	12	13	14	15	11	18	16	15	18
	20	20	21	23	26	28	23	28	27	24
	27	24	25	25	26	32	33	31	34	43

Продолжение таблицы 6

	26	32	26	27	28	29	30	21	22	23
	42	24	23	35	23	25	36	37	24	21
	58	54	49	47	32	36	43	23	24	28
6.2	121	116	91	94	102	80	75	102	99	101
	116	122	101	88	80	97	92	91	94	82
	115	100	97	91	87	116	121	101	123	97
	88	90	101	95	93	92	88	94	98	99
	95	105	112	116	118	108	95	99	92	100
	94	106	112	122	100	92	93	82	111	102
	100	101	123	97	90	104	108	101	96	111
6.3	561	555	587	553	548	554	561	562	551	572
	565	555	563	568	586	549	575	537	581	553
	543	568	574	564	547	549	553	572	535	555
	552	545	554	571	569	539	549	553	562	561
	558	563	563	547	552	562	554	563	558	572
	577	554	552	566	557	551	552	571	551	552
	599	561	552	551	561	538	533	541	588	558
6.4	90	123	132	85	122	105	125	142	99	125
	118	105	115	92	115	142	98	123	103	144
	106	92	118	105	118	86	125	105	122	138
	102	130	112	98	115	120	118	103	118	129
	112	115	88	118	103	102	95	124	106	135
	95	124	103	102	118	112	115	92	115	119
	103	122	94	112	97	128	102	116	125	132
6.5	139	112	132	85	122	105	125	142	99	125
	116	105	92	115	98	123	103	144	115	142
	106	92	118	86	125	105	122	138	105	118
	102	130	112	98	115	120	118	103	118	129
	112	115	88	118	103	102	95	124	106	135
	95	124	103	102	118	112	115	103	95	122
	125	118	96	126	98	106	128	118	126	103
	134	112	101	105	117	92	129	99	118	112
6.6	154	143	155	113	155	171	168	153	135	168
	145	168	122	163	117	165	132	139	107	125
	146	152	142	132	152	161	148	136	138	149
	157	178	149	195	146	166	182	135	136	170
	155	152	145	198	192	143	159	116	126	155
	163	169	165	148	151	153	139	166	138	128
	168	157	143	179	165	159	149	141	102	169

Продолжение таблицы 6

6.7	470	801	790	306	364	1195	1033	402	1120	780
	1030	840	369	551	707	635	703	801	859	475
	279	797	789	875	698	1258	1021	1035	910	856
	1095	741	473	988	737	787	667	649	1179	939
	532	885	59	1159	975	1109	731	869	435	889
	1258	967	1095	531	775	485	756	656	680	741
	1095	458	511	857	536	699	474	789	1085	303
6.8	450	434	424	432	440	443	415	446	423	472
	442	452	444	425	403	458	455	431	446	424
	438	442	482	432	416	477	431	432	412	462
	496	468	424	438	452	446	418	474	432	452
	466	488	452	489	451	422	442	492	473	402
	481	468	404	498	467	398	440	449	417	425
	444	498	466	442	483	462	492	435	449	422
6.9	250	244	224	232	240	224	244	226	253	232
	248	216	230	254	258	202	225	224	252	234
	242	212	231	251	204	246	232	282	242	252
	296	242	254	218	226	252	238	224	298	260
	276	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	244	276	224	240	272	268	281	234	268	251
	271	212	234	262	204	261	254	266	278	248
6.10	165	143	152	167	164	199	171	171	156	149
	147	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	175	153	174	154	163	174	152	188	162	197
	187	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	153	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	148	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	154	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	161	164	178	138	164	172	187	178	143	161
6.11	153	174	154	163	174	152	188	162	197	234
	188	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	155	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	149	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	156	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	162	164	178	138	164	172	187	178	143	161
	165	163	177	161	149	146	152	139	156	152
6.12	212	231	251	204	246	232	282	242	252	276
	297	242	254	218	226	252	238	224	298	260
	277	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	345	276	224	240	272	268	281	234	268	232
	272	212	234	292	204	261	254	266	278	248

Продолжение таблицы 6

	253	262	256	264	272	242	244	246	253	234
	237	264	252	248	247	268	229	235	262	212
	238	242	254	263	261	266	254	264	248	251
6.13	165	143	52	166	164	199	171	171	156	
	148	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	176	153	174	154	163	174	152	188	162	197
	189	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	157	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	150	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	158	175	163	149	162	161	161	193	172	175
6.14	216	230	254	258	202	225	224	252	234	250
	243	212	231	251	204	246	232	282	242	252
	298	242	254	218	226	252	238	224	298	260
	278	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	246	276	224	240	272	268	281	234	268	232
	273	212	234	262	201	261	254	266	278	248
	254	262	256	264	272	242	244	246	253	234
	239	264	252	248	247	268	229	235	262	212
	242	254	263	261	266	254	264	248	251	276
6.15	165	143	152	167	165	199	171	171	156	152
	149	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	153	174	154	163	174	152	188	162	197	178
	190	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	159	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	151	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	160	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	165	164	178	137	164	172	187	178	143	161
6.16	147	153	179	165	159	149	141	102	169	157
	169	154	143	155	113	155	171	168	153	135
	150	152	142	132	152	161	148	136	138	149
	157	178	149	195	146	166	182	135	136	170
	156	152	145	198	192	143	159	116	126	155
	164	169	165	148	151	153	139	166	138	128
	169	169	155	152	175	177	131	154	174	187
	180	177	162	149	146	113	151	152	134	125
6.17	558	563	569	547	552	562	554	549	575	578
	561	552	551	561	538	533	547	552	557	543
	547	565	587	553	548	554	561	564	562	558
	566	555	563	568	586	549	575	564	553	555
	567	556	546	552	543	554	556	566	592	562
	544	568	574	564	547	549	553	578	557	561

Продолжение таблицы 6

	553	545	554	571	569	539	549	538	575	554
	577	552	566	557	551	552	546	584	572	535
6.18	577	568	5574	564	547	549	553	578	557	575
	554	5455	554	571	569	539	549	538	575	566
	558	563	563	547	552	562	554	549	575	558
	547	595	587	553	548	554	561	564	562	544
	555	563	568	586	549	575	564	553	585	592
	577	554	552	566	557	551	552	546	584	556
	601	561	552	551	561	538	533	547	552	557
	555	541	588	558	563	558	572	578	539	556
	553	562	561	572	535	555	543	556	546	538
6.19	77	45	49	92	13	69	52	26	22	36
	48	25	59	57	65	69	55	68	49	63
	38	53	48	68	52	73	42	62	71	45
	63	55	16	78	52	95	77	66	35	54
	68	55	49	65	79	48	59	53	41	38
	12	39	57	51	65	66	43	52	63	43
	55	69	31	62	48	46	51	43	16	34
	74	51	82	52	46	75	49	55	57	54
6.20	347	365	387	348	354	361	364	362	346	358
	365	355	363	368	359	375	364	353	385	363
	343	368	374	364	347	349	353	378	357	358
	352	345	354	352	371	369	349	338	375	388
	366	358	363	347	352	362	354	349	375	341
	377	354	352	366	357	351	352	346	384	351
	399	363	361	352	351	361	338	353	333	357
6.21	9	9	6	9	9	7	6	11	6	7
	6	10	6	7	6	8	6	5	5	4
	6	6	7	12	5	7	8	5	10	9
	7	7	5	11	9	7	6	5	7	6
	5	5	12	9	8	7	9	8	5	5
	6	13	11	11	5	8	10	9	4	7
	3	6	9	8	12	11	9	10	4	14
6.22	39	40	38	43	41	42	40	38	41	42
	41	40	42	39	41	41	36	43	41	42
	34	36	37	42	42	42	40	41	41	46
	47	48	52	56	68	70	68	64	56	58
	41	42	39	33	34	37	43	45	47	71
	43	42	43	41	42	47	48	49	52	53
	57	52	41	42	46	48	49	39	32	40
	39	37	42	43	54	58	59	64	66	68

Продолжение таблицы 6

6.23	10	15	16	17	18	19	20	15	16	11
	17	12	13	14	15	11	18	16	15	18
	20	20	21	23	26	28	23	28	27	24
	27	24	25	25	26	32	33	31	34	43
	26	32	26	27	28	29	30	21	22	23
	42	24	23	35	23	25	36	37	24	21
	58	54	49	47	32	36	43	23	24	28
6.24	150	144	124	132	140	124	144	153	151	148
	116	130	154	158	102	125	124	152	134	148
	142	121	112	131	151	104	146	132	182	142
	152	196	142	154	158	118	126	152	138	124
	144	176	124	140	172	168	181	134	168	132
	144	112	134	162	104	161	154	166	178	148
	162	164	164	172	142	144	146	112	171	
6.25	128	105	115	92	115	142	98	123	103	144
	112	115	88	118	103	102	95	124	106	135
	95	124	103	102	118	112	115	92	115	119
	92	112	132	85	122	105	125	142	99	125
	106	92	118	105	118	86	125	105	122	138
	102	130	112	98	115	120	118	103	118	129
	103	122	94	112	97	128	102	116	125	132
6.26	102	112	118	85	112	115	103	95	122	125
	157	178	149	195	146	166	182	135	136	170
	157	143	179	165	159	149	141	102	169	168
	151	168	122	163	117	165	132	139	107	125
	152	152	142	132	152	161	148	136	138	149
	153	154	143	155	113	155	171	168	153	135
	157	152	145	198	192	143	159	116	126	155
	165	169	165	148	151	153	139	166	138	128
6.27	242	254	218	226	252	238	224	298	260	287
	250	216	230	254	258	202	225	224	252	234
	244	212	231	251	204	246	232	282	242	252
	299	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	276	224	240	272	268	281	234	268	232	300
	274	212	234	262	204	261	254	266	278	248
	255	262	256	264	272	242	244	246	253	234
	240	264	252	248	247	268	229	235	262	212
	241	254	263	261	266	254	264	248	251	
6.28	262	267	275	266	246	252	261	269	262	268
	259	248	266	259	252	248	252	232	269	287
	253	286	275	235	202	239	225	236	237	224

Продолжение таблицы 6

	253	268	277	249	248	263	243	266	212	255
	249	288	213	264	247	242	228	277	256	251
	267	232	258	246	278	279	257	255	243	258
	254	244	265	274	252	265	222	269	254	278
	249	252	294	232	269	263	269	271	245	235
	259	292	217	273	255	251	251	246	277	245
6.29	558	565	587	553	548	554	561	564	562	544
	563	568	586	549	575	564	553	585	577	553
	563	564	547	552	562	554	549	575	558	592
	546	577	568	574	564	547	549	553	578	557
	557	577	568	574	564	547	549	538	575	566
	558	554	552	566	557	551	552	546	584	532
	602	561	552	551	561	538	533	547	552	557
	556	541	588	558	563	558	572	578	539	556
	557	553	562	561	572	535	555	543	556	546
	559	571	537	581	553	562	551	572	552	543
6.30	165	143	152	167	164	199	171	171	156	151
	155	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	177	153	174	154	163	174	152	188	162	197
	191	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	161	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	161	189	199	162	167	198	168	135	152	146
	162	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	153	164	178	138	164	172	187	178	1433	161
	170	163	177	161	149	146	152	139	156	152

1.3 Решение типового варианта

Биномиальное распределение.

1. Среди 6 отобранных деталей 25% нестандартных. Составить закон распределения числа нестандартных деталей среди отобранных.

Решение:

дискретная случайная величина X – число нестандартных деталей среди отобранных. Её возможные значения: $x_1 = 0$ (нет нестандартных деталей среди отобранных), $x_2 = 1$ (одна нестандартная деталь среди отобранных) и т.д. $x_7 = 6$ (шесть нестандартных деталей среди отобранных). Возможные значения независимы и вероятность появления каждого из них одинакова и равна p=0,25, поэтому случайная величина X распределена по биномиальному закону: $P(X = k) = P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, где $k = 0,1,2,\ldots,6$, $q = 1 - p$, $n = 6$.

Итак, $P(X = 0) = P_6(0) = C_6^0 0{,}25^0 0{,}75^6$ =0,178;

$P(X=1)=P_6(1)=C_6^1 0{,}25^1 0{,}75^5$ =0,356; $P(X=2)=P_6(2)=C_6^2 0{,}25^2 0{,}75^4$ =0,297;
$P(X=3)=P_6(3)=C_6^3 0{,}25^3 0{,}75^3$ =0,132; $P(X=4)=P_6(4)=C_6^4 0{,}25^4 0{,}75^2$ =0,033;
$P(X=5)=P_6(5)=C_6^5 0{,}25^5 0{,}75^1$ =0,004; $P(X=6)=P_6(6)=C_6^6 0{,}25^6 0{,}75^0$ =0,0002.

Искомый закон распределения.

X	0	1	2	3	4	5	6
p	0,178	0,356	0,297	0,132	0,033	0,004	0,0002

Ниже приведена копия файла из Mathcad с вычислениями.

$\mathbf{C(Q,R) := combin(Q,R)}$,

$\mathbf{C(6,2)\cdot 0.25^2\cdot 0.75^4 = 0.297}$,

$\mathbf{C(6,0)\cdot 0.25^0\cdot 0.75^6 = 0.178}$,

$\mathbf{C(6,3)\cdot 0.25^3\cdot 0.75^3 = 0.132}$,

$\mathbf{C(6,1)\cdot 0.25^1\cdot 0.75^5 = 0.356}$,

$\mathbf{C(6,5)\cdot 0.25^5\cdot 0.75^1 = 4.395\times 10^{-3}}$,

$\mathbf{C(6,4)\cdot 0.25^4\cdot 0.75^2 = 0.033}$,

$\mathbf{C(6,6)\cdot 0.25^6\cdot 0.75^0 = 2.441\times 10^{-4}}$.

Анализ биномиального распределения удобно проводить в среде Mathcad с использованием специальных функций с корневым словом binom (dbinom, pbinom, qbinom, rbinom). Например, функция dbinom (k,n,p) выводит значения вероятностей и т.д.

Распределение Пуассона.

2. Радиоаппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. а) Составить закон распределения числа отказавших элементов; б) какова вероятность отказа не менее 2 элементов в год?

Решение:

а) дискретная случайная величина X – число отказавших элементов распределена по закону Пуассона (предельный для биномиального закон распределения, когда вероятность p появления события в каждом испытании мала, а число n проводимых испытаний велико): $P(X=k)=P_n(k)\approx \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, где $\lambda = np = 1000\cdot 0{,}001$ =1, $k=0,1,2,\ldots,1000$, $n=1000$.

Таким образом, $P(X=0)=P_{1000}(0)\approx \frac{1^0}{0!}e^{-1}$ =0,368; $P(X=1)=P_{1000}(1)\approx \frac{1^0}{1!}e^{-1}$ = 0,368; $P(X=2)=P_{1000}(2)\approx \frac{1^2}{2!}e^{-1}$ =0,184;

$P(X=3)=P_{1000}(3)\approx\frac{1^3}{3!}e^{-1}$ 0,061, и т.д. $P(X=10)=P_{1000}(10)\approx\frac{1^{10}}{10!}e^{-1}$ =0,0000001 и т.д. Искомый закон распределения:

X	0	1	2	3	…	10	…
p	0,368	0,368	0,184	0,061	…	0,0000001	…

В среде Mathcad закону распределения Пуассона соответствуют специальные функции с корневым словом pois (dpois, ppois, qpois, rpois). Например, функция dpois (k,n,p) выводит значения вероятностей и т.д. Ниже приведена копия файла из Mathcad с вычислениями.

$\mathbf{p(k,\lambda) := dpois(k,\lambda)}$

$\mathbf{p(0,1) = 0.368}$,

$\mathbf{p(4,1) = 0.015}$,

$\mathbf{p(1,1) = 0.368}$,

$\mathbf{p(5,1) = 3.066 \times 10^{-3}}$,

$\mathbf{p(2,1) = 0.184}$,

$\mathbf{p(10,1) = 1.014 \times 10^{-7}}$,

$\mathbf{p(3,1) = 0.061}$,

$\mathbf{p(1000,1) = 0}$.

$P(k,\lambda)=ppois(k,\lambda)$ (это $\sum_{i=0}^{k}P(X=i)$),

$\lambda=1$,

$P(1,\lambda)=0{,}736$,

$1-P(1,\lambda)=0{,}264$.

б) вероятность отказа не менее двух элементов вычисляется по формуле:

$P(X\ge 2)=\sum_{k=2}^{\infty}P_{1000}(k)$ или $P(X\ge 2)=1-P(X=0)-P(X=1)$ = 1 - 0,368 - 0,368 = 0,264 или $P(x\le 1)=\sum_{i=0}^{1}P(X=i)$ $\rightarrow P(k,\lambda)=ppois(k,\lambda)$, p(1,1)=0,736.

$1-P(1,\lambda)=0{,}264$.

Равномерное распределение.

3. а) Цена деления измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляются до ближайшего целого деления. Случайная величина X – ошибка при округлении отсчёта. Найти:

а) плотность её распределения f(x);

б) функцию распределения F(x);

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность того, что при отсчёте будет сделана ошибка меньшая (большая) 0,04.

Построить графики F(x) и f(x).

Решение: случайная величина X – ошибка при округлении отсчёта распределена равномерно между двумя целыми делениями; $b-a=0{,}2$ – длина интервала, в котором заключены возможные значения X. Плотность равномерного распределения находится по формуле $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, \text{ если } x\in(a,b)\\ 0, \text{ если } x\notin(a,b)\end{cases}$;

функция распределения – $F(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, \text{ если } a<x\le b\\ 1, \text{ если } x>b\end{cases}$;

математическое ожидание и дисперсия – $M(X)=\dfrac{a+b}{2}$, $D(X)=\dfrac{(b-a)^2}{12}$;

вероятность попадания в интервал (α,β) – $P(\alpha<X<\beta)=\dfrac{\beta-\alpha}{b-a}$.

Поэтому в нашей задаче:

а) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{0{,}2}=5, \text{ если } x\in(0;0{,}2)\\ 0, \text{ если } x\notin(0;0{,}2)\end{cases}$;

б) $F(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x\le 0\\ \dfrac{x}{0{,}2}=5x, \text{ если } 0<x\le 0{,}2\\ 1, \text{ если } x>0{,}2\end{cases}$;

в) $M(X)=\dfrac{0{,}2+0}{2}=0{,}1$; $D(X)=\dfrac{(0{,}2-0)^2}{12}=0{,}003$;

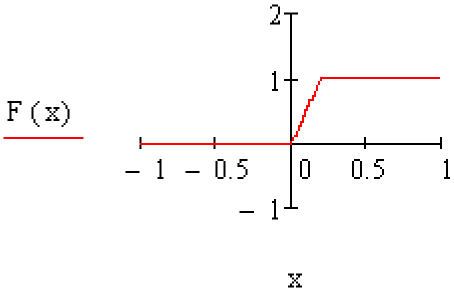
г) ясно, что при отсчёте будет сделана ошибка, меньшая 0,04, если она попадёт в интервал (0; 0,04) или в интервал (0,16; 0,2) (событие A), т.е. вероятность этого события равна $P(A)=P(0<X<0{,}04)+P(0{,}16<X<0{,}2)=$

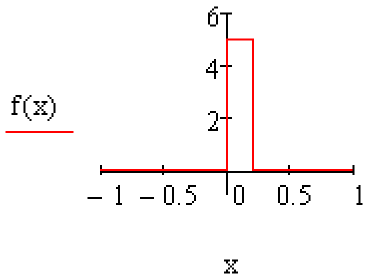
$$F(x) := \begin{vmatrix} 0 \text{ if } x\le 0\\ (5\cdot x) \text{ if } 0<x\le 0.2\\ 1 \text{ if } x>0.2\end{vmatrix}$$

$=\dfrac{0{,}04-0}{0{,}2}+\dfrac{0{,}2-0{,}16}{0{,}2}$ =0,4; при отсчёте будет сделана ошибка большая 0,04, если она попадёт в интервал (0,04; 0,16) (событие B), т.е. вероятность этого события равна $P(B)=P(0{,}04<X<0{,}16)=\dfrac{0{,}16-0{,}04}{0{,}2}$ =0,6 или $P(B)=1-P(A)$.

Построим графики F(x) и f(x) в системе Mathcad.

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \le 0 \\ 5 & \text{if } 0 < x \le 0.2 \\ 0 & \text{if } x > 0.2 \end{cases}$$





б) Трамваи некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения 5 минут. Случайная величина X – время ожидания трамвая. Найти:

а) плотность её распределения f(x);

б) функцию распределения F(x);

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать трамвай менее (более) 3 минут.

Построить графики F(x) и f(x).

Решение:

– случайная величина X – время ожидания трамвая распределена равномерно между двумя последовательными прибытиями автобуса; $b - a = 5$ – длина интервала, в котором заключены возможные значения X. Все формулы для равномерного распределения смотри в предыдущей задаче 3а.

В нашей задаче:

а) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} = 0{,}2, & \text{если } x \in (0;5) \\ 0, & \text{если } x \notin (0;5) \end{cases}$;

б) $F(x)=\begin{cases} 0, \; если\, x \le 0 \\ \dfrac{x}{5}=0{,}2x, если\, 0<x\le 5 \\ 1, \; если\, x>5 \end{cases}$;

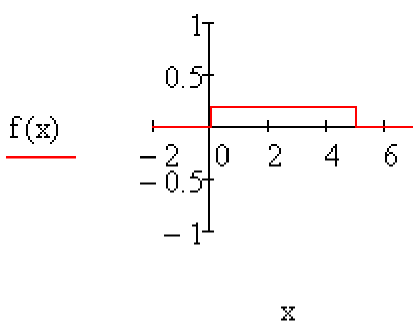
в) $M(X)=\dfrac{5+0}{2}=2{,}5$; $D(X)=\dfrac{(5-0)^2}{12}=2{,}08$;

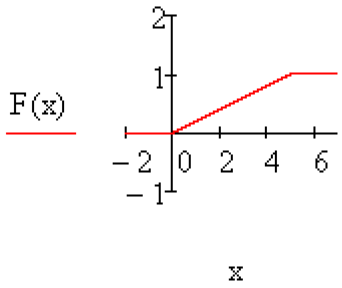
г) ясно, что пассажир будет ждать трамвай менее 3 минут, если он подойдёт к остановке в интервал времени (0; 3) или, что всё равно, в интервал (2; 5) (событие А), т.е. вероятность этого события равна $P(A)=P(0<X<3)=$ $=\dfrac{3-0}{5}$ =0,6;, пассажир будет ждать трамвай более 3 минут, если он подойдёт к остановке в интервал времени (0; 2) или, что всё равно, в интервал (3; 5) (событие В), т.е. вероятность этого события равна $P(B)=$ $P(3<X<5)$ = $=\dfrac{5-3}{5}$ =0,4 или $P(B)=1-P(A)$.

Построим графики F(x) и f(x) в системе Mathcad. В среде Mathcad равномерному закону распределения соответствуют специальные функции с корневым словом unif: dunif(x,a,b)– выводит значения плотности распределения; punif (x,a,b) – выводит значения функции распределения; runif (n,a,b) – выводит массив из n значений независимых случайных чисел, распределённых равномерно в интервале (a,b).

$$\mathbf{f(x)} := \left| \begin{array}{l} 0 \;\; \text{if} \;\; x \le 0 \\ 0.2 \;\; \text{if} \;\; 0 < x \le 5 \\ 0 \;\; \text{if} \;\; x > 5 \end{array} \right.$$

$$\mathbf{F(x)} := \left| \begin{array}{l} 0 \;\; \text{if} \;\; x \le 0 \\ (0.2\cdot x) \;\; \text{if} \;\; 0 < x \le 5 \\ 1 \;\; \text{if} \;\; x > 5 \end{array} \right.$$





Показательное распределение

4. Время безотказной работы элемента (случайная величина Т) имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0{,}5$, где λ – интенсивность отказов, т.е. среднее число отказов в единицу времени. Найти:

а) плотность распределения f(t);

б) функцию распределения F(t), указать её вероятностный смысл;

в) функцию надёжности R(t), указать её вероятностный смысл;

г) математическое ожидание, дисперсию;

д) вероятность того, что за время t=5ч. элемент откажет и вероятность того, что за время t=5ч. элемент не откажет.

Построить графики F(t), R(t) и f(t).

Решение: показательным называют закон распределения непрерывной случайной величины Х с плотностью $f(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, \text{ если } x \ge 0 \end{cases}$. Другие понятия и формулы для показательного распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \text{ если } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, \text{ если } x \ge 0 \end{cases}$$

функция распределения; если случайная величина Х=Т – время безотказной работы элемента, то $F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t}$ определяет вероятность отказа элемента за время t; $R(t) = P(T > t) = e^{-\lambda t}$ – функция надёжности, определяет вероятность безотказной работы элемента за время t:

$$M(X) = \frac{1}{\lambda}, \quad D(X) = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \sigma(X) = \frac{1}{\lambda}; \quad P(\alpha < X < \beta) = e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda\beta}.$$

В нашей задаче, учитывая то, что $t \ge 0$, имеем:

а) $f(t) = 0{,}5e^{-0{,}5t}$;

б) $F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-0{,}5t}$, определяет вероятность отказа элемента за время t;

в) $R(t) = e^{-0{,}5t}$, определяет вероятность безотказной работы элемента за время t:

г) $M(X)=\dfrac{1}{0{,}5}=2$; $D(X)=\dfrac{1}{0{,}5^2}=4$;

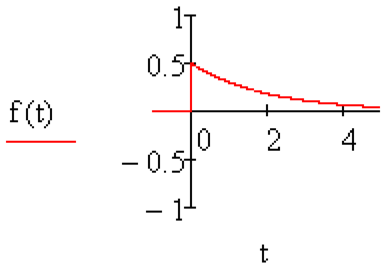
д) поскольку функция распределения определяет вероятность отказа за время t, то, подставив в неё t=5, получим вероятность отказа за время t=5ч: $F(5)=1-e^{-0{,}5\cdot 5}=1-e^{-2{,}5}$=0,918; события «элемент откажет» и «элемент не откажет» - противоположные, поэтому вероятность безотказной работы элемента за время t=5 равна 1-0,918=0,082. Этот же результат можно получить непосредственно, пользуясь функцией надёжности: $R(5)=e^{-0{,}5\cdot 5}=e^{-2{,}5}$=0,082.

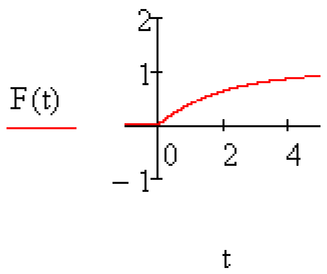
В среде Mathcad показательному закону распределения соответствуют специальные функции с корневым словом exp: dexp (x, λ) – выводит значения плотности распределения; pexp (x, λ) – выводит значения функции распределения; rexp (n, λ) – выводит массив из n значений независимых случайных чисел, распределённых по показательному закону с параметром λ.

Построим графики F(t), R(t) и f(t) и сделаем некоторые вычисления в системе Mathcad:

$$f(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 0.5\cdot e^{-0.5\cdot t} & \text{if } t \ge 0 \end{cases}$$,

$$F(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 1 - e^{-0.5\cdot t} & \text{if } t \ge 0 \end{cases}$$.

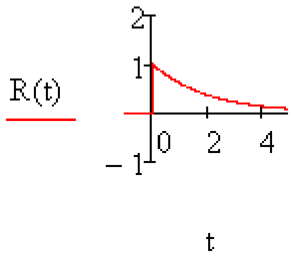




$$e^{-2.5} = 0.082$$

$$R(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ e^{-0.5\cdot t} & \text{if } t \ge 0 \end{cases}$$

,



$$1 - e^{-2.5} = 0.918$$.

Нормальный закон распределения.

5. Случайная ошибка измерения (случайная величина X) подчинена нормальному закону распределения с параметрами a=10 и σ=2. Найти:

а) плотность распределения f(x);

б) функцию распределения F(x);

в) математическое ожидание, дисперсию;

г) вероятность попадания в интервал $(12;14)$;

д) вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине δ=3.

Построить графики F(t) и f(t).

Решение: нормальным называют закон распределения непрерывной случайной величины X с плотностью $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, где a =M(x) – математическое ожидание, $\sigma = \sigma(X)$ – среднее квадратическое отклонение X. Другие понятия и формулы для нормального распределения: функция распределения – $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left[\frac{-(t-a)^2}{2\sigma^2}\right]dt$ или $F(x) = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) + 0{,}5$, где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ – функция Лапласа, её значения табулированы или их можно найти в системе Mathcad ;

$$P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right);$$

вероятность того, что случайная величина отклонится от своего математического ожидания не более чем на δ, находится по формуле: $P(|X - a| \le \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$.

В нашей задаче

а) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}$;

б) $F(x) = \Phi\left(\dfrac{x-10}{2}\right) + 0{,}5$;

в) $M(X) = a = 10$, $\sigma(X) = \sigma = 2$, $D(X) = \sigma^2 = 4$;

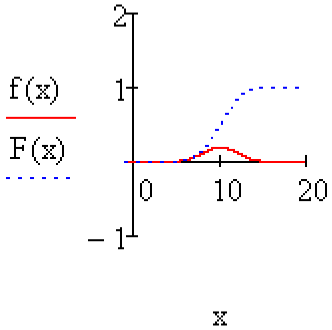
г) $P(12 < X < 14) = \Phi\left(\dfrac{14-10}{2}\right) - \Phi\left(\dfrac{12-10}{2}\right) = \Phi(2) - \Phi(1)$=0,4772-0,3413=0,1359;

д) вероятность того, что измерение произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине δ=3, будет равна $P(|X-10| \le 3) = 2\Phi\left(\dfrac{3}{2}\right) = 2\Phi(1{,}5)$=0,4332.

Здесь значения функции Лапласа взяты из таблицы, хотя их можно было бы найти в системе Mathcad, где нормальному закону распределения соответствуют функции, в названии имеющие корневое слово norm и начинающиеся с букв d, p, q, r. Например, dnorm (x,a, σ) – выводит значения плотности распределения f(x); pnorm (x,a,σ) – выводит значения функции распределения F(x). Воспользуемся этими функциями для построения соответствующих графиков. Копия файла из Mathcad приведена ниже.

f(x) := dnorm(x,10,2),

F(x) := pnorm(x,10,2).



Математическая статистика

6 Дана выборка

20	15	17	19	23	18	21	15	16	13
20	16	19	20	14	20	16	14	20	19
15	19	17	16	15	22	21	12	10	21
18	14	14	18	18	13	19	18	20	23
16	20	19	17	19	17	21	17	19	17
13	17	11	18	19					

Определить:

а) вариационный ряд (выборку в порядке возрастания);

б) интервальный статистический ряд (минимальную и максимальную варианты, размах выборки, число интервалов, длину интервалов);

в) по интервальному статистическому ряду построить гистограмму частот и относительных частот;

г) построить дискретный статистический ряд;

д) по дискретному статистическому ряду найти:

1) полигон частот и относительных частот;

2) эмпирическую функцию распределения;

3) выборочную среднюю;

4) выборочную и исправленную выборочную дисперсии;

5) исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение;

6) выборочные моду и медиану.

Решение: заметим, что вычисления и построение графиков производится в среде Mathcad. Копия файла из Mathcad приведена ниже. То, что получено в Mathcad, следует оформить и пояснить.

а) объём выборки n = 55. Вариационный ряд (выборка в порядке возрастания):

$\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10	11	12	13	13	14	14	14	14	...

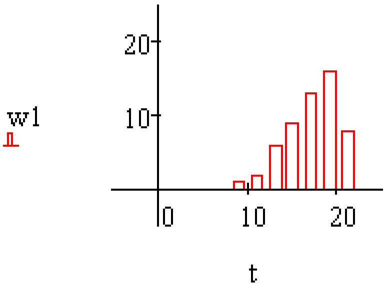
(в среде Mathcad эта таблица просматривается вся нажатием на указатель направления движения);

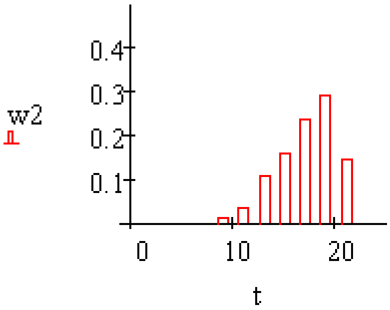
б) для построения интервального статистического ряда определим сначала следующее: наибольшая и наименьшая варианты: $a = x_{\min} = 10$, $b = x_{\max} = 23$; размах выборки: $R = b - a = 13$; величину интервалов найдём по формуле Стерджеса $h = \dfrac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + \log_2 n}$, h = 1,917 и округляем до целого $h \approx 2$; число интервалов – знаменатель этой формулы $m = 1 + \log_2 n$ или $m = \dfrac{R}{h}$ =6,781, округляем до целого $m \approx 7$; за начало первого интервала рекомендуется брать величину $x_{нач} = x_{\min} - \dfrac{h}{2}$, $x_{нач} = 9{,}041 \approx 9$; число, вариант, попавших в каждый интервал (т.е. частоты n_i) и относительные частоты (т.е. $p_i = \dfrac{n_i}{n}$) найдены в среде Mathcad (см. $w1^T$ и $w2^T$).

Таким образом, искомый интервальный ряд имеет вид:

интервалы	[9,11)	[11,13)	[13,15)	[15,17)	[17,19)	[19,21)	[21,23]
n_i	1	2	6	9	13	16	8
$p_i = \dfrac{n_i}{n}$	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

в) по интервальному статистическому ряду построим гистограмму частот и относительных частот (в среде Mathcad):





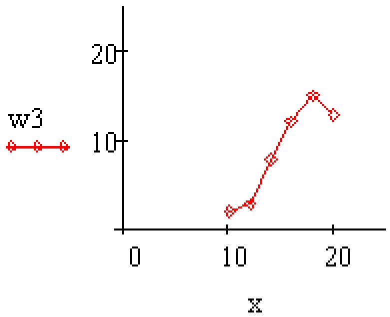
г) для построения дискретного статистического ряда (или в некоторых учебниках его называют группированным статистическим рядом) найдём середины интервалов $\dfrac{x_i + x_{i+1}}{2}$ (см. x^T в Mathcad), им будут отвечать соответствующие частоты и относительные частоты из интервального ряда.

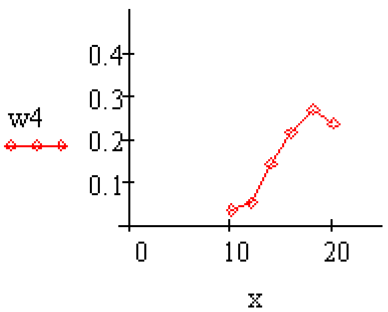
Искомый дискретный статистический ряд:

$\dfrac{x_i + x_{i+1}}{2}$	10	12	14	16	18	20	22
n_i	1	2	6	9	13	16	8
p_i	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

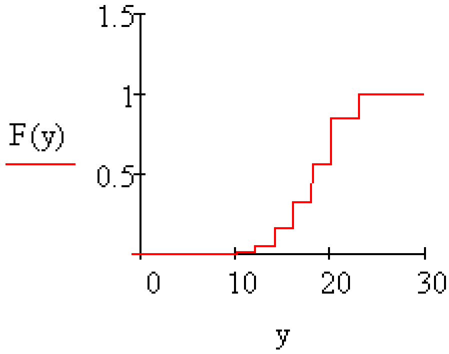
д) по дискретному статистическому ряду найдём:

1) полигон частот и относительных частот:





2) эмпирическую функцию распределения (см. F^T и $F(y)$ в Mathcad):



$$F(x)=\begin{cases} 0,\ при\ x\le 10 \\ 0{,}018,\ при\ 10<x\le 12 \\ 0{,}054,\ при\ 12<x\le 14 \\ 0{,}163,\ при\ 14<x\le 16 \\ 0{,}327,\ при\ 16<x\le 18 \\ 0{,}563,\ при\ 18<x\le 20 \\ 0{,}854,\ при\ 20<x\le 23 \\ 1,\ при\ x>23 \end{cases}$$

3) выборочную среднюю (см. mean(X) в Mathcad): $\bar{x}_в=\dfrac{\sum\limits_i x_i n_i}{n}$ или $\bar{x}_в=\sum\limits_i x_i\cdot p_i$ =17,564;

4) выборочную и исправленную выборочную дисперсии (см. var(X) и s в Mathcad): $D_в=\dfrac{\sum n_i(x_i-\bar{x}_в)^2}{n}$ или $D_в=\dfrac{\sum\limits_i n_i\cdot x_i^2}{n}-(\bar{x}_в)^2$ = 8,428 – выборочная дисперсия; $s^2=\dfrac{n}{n-1}D_в$ = 8,584 – исправленная выборочная дисперсия;

5) исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение (см. σ в Mathcad): $\sigma=\sqrt{s}=2{,}93$;

6) выборочные моду и медиану (см. mode(X) и median(X) в Mathcad): мода M_0 = 19 определяет варианту имеющий наибольшую частоту; медиана M_e =18 определяет середину вариационного ряда и зависит от чётности объёма выборки: $M_e=\begin{cases} x_{k+1},\ при\ n=2k+1 \\ \dfrac{x_k+x_{k+1}}{2},\ при\ n=2k \end{cases}$.

Копия файла из Mathcad :

$n := 55$

$X := (20\ \ 15\ \ 17\ \ 19\ \ 23\ \ 18\ \ 21\ \ 15\ \ 16\ \ 13\ \ 20\ \ 16\ \ 19\ \ 20\ \ 14\ \ 20\ \ 16\ \ 14\ \ 20\ \ 19\ \ 15$

$Y := \mathrm{sort}\left(X^{T}\right)$

$b = 23$

$a := \min(X)$

$b := \max(X)$

$a = 10$

$X^{T} =$

	0
0	20
1	15
2	17
3	19
4	23
5	18
6	21
7	15
8	16
9	13
10	20
11	16
12	19
13	20
14	14
15	...

$Y^{T} =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10	11	12	13	13	14	14	14	14	...

$R := b - a$

$R = 13$

$$h := \frac{b - a}{1 + \dfrac{\ln(55)}{\ln(2)}}$$

$h = 1.917$

$$m := \frac{R}{h}$$

$h1 := 2$

$$x0 := a - \frac{h}{2}$$

$x0 = 9.041$

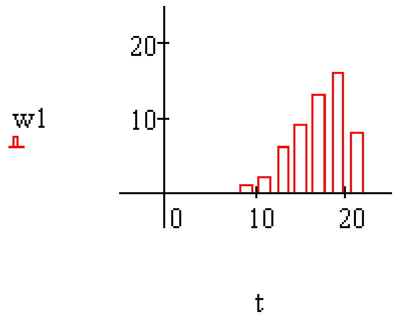
$a1 := 9$

$m1 := 7$

$m = 6.781$,

$j := 0..m1$,

$i := 0..m1 - 1$,



$x_i := t_i + \frac{h1}{2}$,

$t_j := a1 + h1 \cdot j$,

$w1 := hist(t, X)$,

$w2 := \frac{w1}{n}$

$t^T = (9 \quad 11 \quad 13 \quad 15 \quad 17 \quad 19 \quad 21 \quad 23)$,

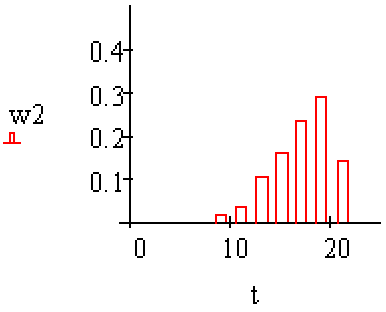
$x^T = (10 \quad 12 \quad 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20 \quad 22)$.

$w1^T = (1 \quad 2 \quad 6 \quad 9 \quad 13 \quad 16 \quad 8)$,

$w2^T = (0.018 \quad 0.036 \quad 0.109 \quad 0.164 \quad 0.236 \quad 0.291 \quad 0.145)$,

$0.018 + 0.036 + 0.109 + 0.164 + 0.236 + 0.291 + 0.145 = 0.999$,

$mode(X) = 19$,



$x1 := mean(X)$,

$x1 = 17.564$,

$M = 18$,

$M := median(X)$,

$x2 := var(X)$,

$x2 = 8.428$,

$s := \frac{n}{n-1} \cdot x2$,

$s = 8.584$,

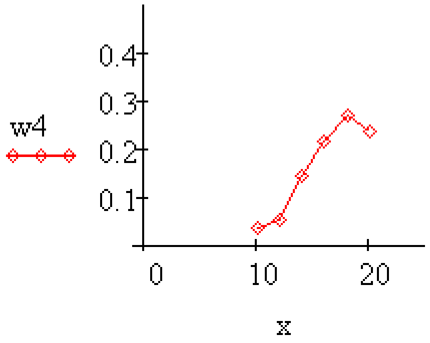
$stdev(X) = 2.903$,

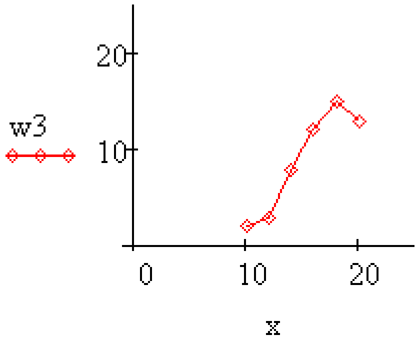
$\sigma := \sqrt{s}$,

$\sigma = 2.93$,

$w4 := \frac{w3}{n}$.

$w3 := hist(x, X)$,





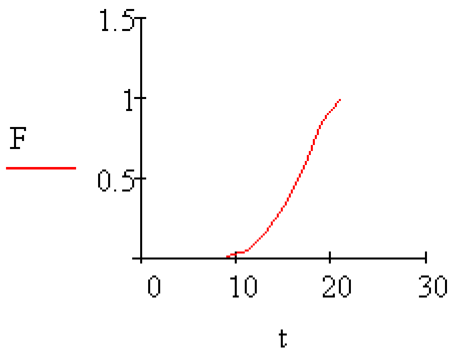
$F^T = (0.018 \quad 0.054 \quad 0.163 \quad 0.327 \quad 0.563 \quad 0.854 \quad 0.999)$,

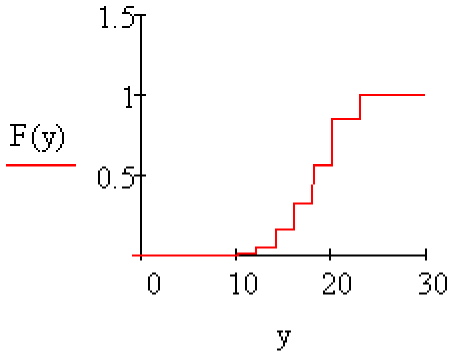
$w := (0.018 \quad 0.036 \quad 0.109 \quad 0.164 \quad 0.236 \quad 0.291 \quad 0.145)^T$,

$i := 0..6$,

$$F_i := \sum_{j=0}^{i} w_j$$

$$F(y) := \begin{cases} 0 & \text{if } y \le 10 \\ 0.018 & \text{if } 10 < y \le 12 \\ 0.054 & \text{if } 12 < y \le 14 \\ 0.163 & \text{if } 14 < y \le 16 \\ 0.327 & \text{if } 16 < y \le 18 \\ 0.563 & \text{if } 18 < y \le 20 \\ 0.854 & \text{if } 20 < y \le 23 \\ 1 & \text{if } y > 23 \end{cases}$$





Список литературы

1. Ивановский Р.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами изадачами в среде Mathcad. - СПб.: БХВ- Петербург, 2008. – 528 с.

2. Письменный Д. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистики, случайные процессы. – М.: Айрис -пресс, 2006. – 288 с.

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 2003.- 279 с.

4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. школа, 1999.- 400 с.

5. Базарбаева С.Е., Ералиев С. Математика. Теория вероятностей и математическая статистика. Задания к расчетно-графическим работам. – Алматы: АИЭС, 2003. – 32 с.

Содержание

1 Теоретические вопросы ……………………………………………………3
2 Расчётные задания………………………………………………………….3
4 Решение типового варианта ………………………………………….....12
5 Список литературы………………………………………………………..29

Сводный план 2014 г., поз. 225

Нурпеисов Сатыбалды Арыстанович
Бексултанова Алтынай Молыбаевна

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания и задания по выполнению расчетно- графических работ для студентов специальности
5В074600 - Космическая техника и техналогия
Часть 2

Редактор Л.Сластихина
Специалист по стандартизации Н.К. Молдабекова

Подписано в печать_______ Формат 6084 1/16
Тираж _____экз. Бумага типографская №1
Объем 1,9 уч.-из.л. Заказ______ цена 950 тг.

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013, Алматы, ул.Байтурсынова, 126