



**Коммерциялық емес
Акционерлік қоғам**

АЛМАТЫ
ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ
БАЙЛАНЫС
УНИВЕРСИТЕТІ

Жоғарғы математика
кафедрасы

**ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ
СТАТИСТИКА**

5B074600 мамандығының студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындау
бойынша әдістемелік нұсқаулықтар
2- бөлім

Алматы 2014

ҚҰРАСТЫРУШЫЛАР: Нұрпейісов С.А. Бексултанова А.М.
Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика. 5B074600
мамандығының студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындау бойынша
әдістемелік нұсқаулықтар. 2- бөлім - Алматы : АЭЖБУ, 2014 -28 б.

Бұл әдістемелік нұсқаулар және есептеу-сызбалық жұмыстарындағы
тапсырмалар АЭЖБУ күндізгі бөлімінің 5B074600 - Ғарыштық техника және
технологиялар мамандығы бойынша оқитын студенттерге арналған
«Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика» 2–бөлімі бойынша
2–семестр бағдарламасына сәйкес құрастырылған. Бұл әдістемелік құрал
«Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика» бойынша ЕСЖ
қамтылады. Типтік нұсқаның шешімі келтірілген.

Кесте 6, әдеб. көрсеткіші - 4 атау.

Пікір беруші: Ибраева Л.К.

«Алматы энергетика және байланыс университетінің» коммерциялық емес
акционерлік қоғамының 2014 ж баспа жоспары бойынша басылды.

Кіріспе

Бұл әдістемелік нұсқауларда «Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика (санақтама)» курстарының бөлімдеріне сай есептеу – сызбалық жұмыстарының тапсырмалары берілген. Бұл жұмыс 2 – курс студенттеріне арналған типтік бағдарламаға сәйкес жазылған. Бұл ЕСЖ машықтандыру сабағын жүргізетін оқытушыларға да тигізетін көмегі мол. Студенттерге аудиториялық жеке үй тапсырмаларын өздігінен орындап үйренуіне типтік есептердің шығару жолдары көп көмектеседі. Типтік есептердің шығару жолдарын толық игергеннен кейін, теориялық материалдарды терең меңгеруге, аралық бақылауларды, компьютердегі тест сұрақтарының дұрыс жауаптарын табу тәсілдерін меңгеруге болады.

Сонымен қатар, «Кездейсоқ шамалар» және «Математикалық статистика» бөлімі бойынша студенттердің білуге тиісті негізгі теориялық сұрақтар берілген.

1 Есептік-графикалық жұмыс. №1 Кездейсоқ шамалардың негізгі заңдары.

1 есептік тапсырмалар

Биномдық үлестірім.

1. Таңдап алынған N бұйымның ішінде $m\%$ стандарт емес. Таңдап алынған стандарт емес бұйымдар санының үлестірім заңын құрастыру керек.

1 кесте

№	N	m	№	N	m	№	N	m
1.1	3	11	1.11	4	11	1.21	3	10
1.2	2	16	1.12	5	13	1.22	2	12
1.3	4	29	1.13	3	14	1.23	4	20
1.4	5	10	1.14	2	20	1.24	5	25
1.5	3	17	1.15	4	27	1.25	3	30
1.6	2	21	1.16	5	20	1.26	2	10
1.7	4	22	1.17	3	19	1.27	4	15
1.8	5	24	1.18	2	23	1.28	5	17
1.9	3	18	1.19	4	15	1.29	3	12
1.10	2	22	1.20	5	28	1.30	2	15

Пуассон үлестірімі.

2. Радиоаппаратура N элементтен тұрады. Бір элементтің бір жыл бойына істен шығу ықтималдығы p -ға тең және қалған элементтердің жағдайынан тәуелсіз.

- істен шыққан элементтер санының үлестірім заңын құрастыру керек;
- жылына m -нен кем емес элементтің істен шығу ықтималдығы қандай?

2 кесте

№	N	m	p	№	N	m	p
2.1	1500	3	0,002	2.16	2000	4	0,001
2.2	2000	4	0,001	2.17	1000	5	0,007
2.3	1000	5	0,007	2.18	3000	7	0,004
2.4	3500	1	0,002	2.19	2000	5	0,002
2.5	2000	5	0,001	2.20	1000	6	0,005
2.6	1000	6	0,005	2.21	5000	2	0,001
2.7	4500	2	0,003	2.22	2000	4	0,001
2.8	2000	4	0,001	2.23	1500	5	0,008
2.9	1000	5	0,007	2.24	3500	7	0,004
2.10	3000	7	0,004	2.25	2000	2	0,003
2.11	2000	5	0,002	2.26	1500	6	0,005
2.12	1000	6	0,005	2.27	4000	2	0,006
2.13	6500	8	0,007	2.28	8000	2	0,001
2.14	7000	6	0,002	2.29	6500	6	0,002
2.15	5500	9	0,004	2.30	3000	2	0,005

Бірқалыпты үлестірім.

3. 1-15 нұсқалары.

Өлшегіш құралы бірнеше бөлікке бөлінген, әрбір бөліктің бағасы a -ға тең. Құралдың көрсеткіші жақын бүтін бөлікке дейін жуықталады. X кездейсоқ шамасы – жуықтау қателігі. Табу керек:

- оның үлестірім тығыздығын $f(x)$;
- үлестірім функциясын $F(x)$;
- математикалық үмітін, дисперсиясын;
- есептегенде m -нен кем (артық) қате кету ықтималдығын.

$F(x)$ және $f(x)$ графиктерін салу керек.

16 – 30 нұсқалары.

Қайбір маршруттың трамвайлары кесте бойынша ғана жүреді. Жүру интервалы a минут. X кездейсоқ шамасы –трамвайды күту уақыты. Табу керек:

- оның үлестірім тығыздығын $f(x)$;
- үлестірім функциясын $F(x)$;
- математикалық үмітін, дисперсиясын;
- аялдамаға келген жолаушы трамвайды m минуттен кем (артық) күту ықтималдығын.

$F(x)$ және $f(x)$ графиктерін салу керек.

3 кесте

№	a	m	№	a	m	№	a	m
3.1	0,2	0,04	3.11	0,3	0,08	3.21	19	8
3.2	0,3	0,02	3.12	0,6	0,01	3.22	20	5
3.3	0,1	0,06	3.13	0,9	0,06	3.23	25	5

3 кестенің жалғасы

3.4	0,5	0,01	3.14	0,5	0,05	3.24	9	3
3.5	0,6	0,05	3.15	0,8	0,07	3.25	14	7
3.6	0,9	0,02	3.16	5	3	3.26	18	9
3.7	0,1	0,08	3.17	10	4	3.27	24	8
3.8	0,7	0,01	3.18	15	5	3.28	6	3
3.9	0,4	0,06	3.19	6	2	3.29	12	6
3.10	0,5	0,07	3.20	20	10	3.30	16	8

Көрсеткіштік үлестірім.

4. Элементтің мүлтіксіз жұмыс уақыты (T кездейсоқ шамасы) λ параметрімен көрсеткішті үлестірілген, мұндағы λ - істен шығу интенсивтілігі, яғни бірлік уақыт ішіндегі істен шығудың орта саны. Табу керек:

а) $f(t)$ үлестірім тығыздығын;

б) $F(t)$ үлестірім функциясын, оның ықтималдық мағынасын көрсету керек;

в) сенімділік функциясын $R(t)$, оның ықтималдық мағынасын көрсету керек;

г) математикалық үмітін, дисперсиясын;

д) элементтің t уақыт ішінде істен шығу ықтималдығын және элементтің t уақыт ішінде істен шықпау ықтималдығын. $F(t)$, $R(t)$, $f(t)$ графиктерін салу керек.

4 кесте

№	λ	t	№	λ	t	№	λ	t
4.1	1	5	4.11	2	5	4.21	3	8
4.2	2	10	4.12	3	10	4.22	4	4
4.3	3	6	4.13	4	6	4.23	6	3
4.4	4	8	4.14	6	8	4.24	7	2
4.5	6	4	4.15	7	4	4.25	8	1
4.6	7	3	4.16	8	3	4.26	9	10
4.7	8	2	4.17	9	2	4.27	10	6
4.8	9	1	4.18	10	1	4.28	1	7
4.9	10	7	4.19	1	10	4.29	2	8
4.10	1	9	4.20	2	6	4.30	3	2

Қалыпты үлестірім заңы.

5. Өлшеудің кездейсоқ қатесі (X кездейсоқ шамасы) α және σ параметрлі қалыпты үлестірім заңына бағынады. Табу керек:

а) $f(x)$ үлестірім тығыздығын;

б) $F(x)$ үлестірім функциясын;

в) математикалық үмітін, дисперсиясын;

г) $(\alpha; \beta)$ аралығына түсу ықтималдығын;

д) өлшеу абсолют шамасы бойынша δ -дан аспайтындай қате жіберу ықтималдығын.

$F(t)$ және $f(t)$ сызбаларын салу керек.

5 кесте

№	a	σ	α	β	δ	№	a	σ	α	β	δ
5.1	10	1	8	14	2	5.16	10	2	9	14	2
5.2	12	2	7	14	3	5.17	12	4	5	14	3
5.3	14	3	10	15	5	5.18	14	1	9	15	5
5.4	11	5	9	12	3	5.19	11	6	8	12	3
5.5	13	2	6	13	2	5.20	13	4	6	17	2
5.6	12	3	7	15	4	5.21	12	9	8	15	4
5.7	10	2	8	17	2	5.22	10	3	6	17	2
5.8	12	4	6	14	6	5.23	12	5	6	13	6
5.9	14	6	11	19	5	5.24	14	2	12	19	5
5.10	15	5	8	12	3	5.25	15	3	4	12	3
5.11	17	4	6	14	2	5.26	17	1	5	14	2
5.12	12	5	7	18	4	5.27	12	4	9	18	4
5.13	18	5	6	12	3	5.28	11	3	4	12	3
5.14	10	4	6	15	2	5.29	17	2	5	19	5
5.15	12	3	5	18	4	5.30	13	5	6	18	3

2 Математикалық статистика

6. Берілген таңдама үшін анықтау керек:

а) вариациялық қатарды (өсу ретімен таңдаманы);

б) интервалдық статистикалық қатарды (минималды және максималды варианттарды, таңдаманың құлашын, интервалдар санын, интервалдар ұзындығын);

в) интервалдық статистикалық қатар бойынша жиілік және қатысты жиілік гистограммасын салу керек;

г) дискретті статистикалық қатарды салу керек;

д) дискретті статистикалық қатар бойынша табу керек:

1) жиілік және қатысты жиілік полигонын;

2) үлестірімнің эмпирикалық функциясын;

3) таңдама ортасын;

4) таңдама және түзетілген таңдама дисперсиясын;

5) түзетілген таңдама орта квадраттық ауытқуын;

б) таңдама модасы мен медианасын.

6 кесте

№	112	101	155	137	109	129	152	128	132	116
6.1	125	125	142	140	125	118	125	135	149	145
	106	109	138	145	118	128	125	105	122	138
	120	118	133	118	129	149	124	153	132	118
	132	132	138	128	122	115	143	140	122	152
	128	118	126	132	134	123	122	159	112	110
	112	121	105	117	112	129	129	118	112	116

6-кестенің жалғасы

6.2	87	85	91	94	102	80	75	102	99	101
	120	122	101	88	80	97	92	91	94	82
	115	100	97	91	87	116	121	101	123	97
	88	90	101	95	93	92	88	94	98	99
	95	105	112	116	118	108	95	99	92	100
	94	106	112	122	100	92	93	82	111	102
	100	101	123	97	90	104	108	101	96	111
6.3	547	565	587	553	548	554	561	562	551	572
	565	555	563	568	586	549	575	537	581	553
	543	568	574	564	547	549	553	572	535	555
	552	545	554	571	569	539	549	553	562	561
	558	563	563	547	552	562	554	563	558	572
	577	554	552	566	557	551	552	571	551	552
	599	561	552	551	561	538	533	541	588	558
6.4	90	123	132	85	122	105	125	142	99	125
	118	105	115	92	115	142	98	123	103	144
	106	92	118	105	118	86	125	105	122	138
	102	130	112	98	115	120	118	103	118	129
	112	115	88	118	103	102	95	124	106	135
	95	124	103	102	118	112	115	92	115	119
	103	122	94	112	97	128	102	116	125	132
6.5	139	112	132	85	122	105	125	142	99	125
	116	105	92	115	98	123	103	144	115	142
	106	92	118	86	125	105	122	138	105	118
	102	130	112	98	115	120	118	103	118	129
	112	115	88	118	103	102	95	124	106	135
	95	124	103	102	118	112	115	103	95	122
	125	118	96	126	98	106	128	118	126	103
	134	112	101	105	117	92	129	99	118	112
6.6	154	143	155	113	155	171	168	153	135	168
	145	168	122	163	117	165	132	139	107	125
	146	152	142	132	152	161	148	136	138	149
	157	178	149	195	146	166	182	135	136	170
	155	152	145	198	192	143	159	116	126	155
	163	169	165	148	151	153	139	166	138	128
	168	157	143	179	165	159	149	141	102	169
6.7	470	801	790	306	364	1195	1033	402	1120	780
	1030	840	369	551	707	635	703	801	859	475
	279	797	789	875	698	1258	1021	1035	910	856
	1095	741	473	988	737	787	667	649	1179	939
	532	885	59	1159	975	1109	731	869	435	889

6 кестенің жалғасы

	1258	967	1095	531	775	485	756	656	680	741
	1095	458	511	857	536	699	474	789	1085	303
6.8	450	434	424	432	440	443	415	446	423	472
	442	452	444	425	403	458	455	431	446	424
	438	442	482	432	416	477	431	432	412	462
	496	468	424	438	452	446	418	474	432	452
	466	488	452	489	451	422	442	492	473	402
	481	468	404	498	467	398	440	449	417	425
	444	498	466	442	483	462	492	435	449	422
6.9	250	244	224	232	240	224	244	226	253	232
	248	216	230	254	258	202	225	224	252	234
	242	212	231	251	204	246	232	282	242	252
	296	242	254	218	226	252	238	224	298	260
	276	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	244	276	224	240	272	268	281	234	268	251
	271	212	234	262	204	261	254	266	278	248
6.10	165	143	152	167	164	199	171	171	156	149
	147	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	175	153	174	154	163	174	152	188	162	197
	187	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	153	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	148	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	154	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	161	164	178	138	164	172	187	178	143	161
6.11	153	174	154	163	174	152	188	162	197	234
	188	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	155	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	149	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	156	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	162	164	178	138	164	172	187	178	143	161
	165	163	177	161	149	146	152	139	156	152
6.12	212	231	251	204	246	232	282	242	252	276
	297	242	254	218	226	252	238	224	298	260
	277	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	345	276	224	240	272	268	281	234	268	232
	272	212	234	292	204	261	254	266	278	248
	253	262	256	264	272	242	244	246	253	234
	237	264	252	248	247	268	229	235	262	212
	238	242	254	263	261	266	254	264	248	251
6.13	165	143	52	166	164	199	171	171	156	
	148	155	158	145	158	177	161	181	153	171

6-кестенің жалғасы

	176	153	174	154	163	174	152	188	162	197
	189	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	157	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	150	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	158	175	163	149	162	161	161	193	172	175
6.14	216	230	254	258	202	225	224	252	234	250
	243	212	231	251	204	246	232	282	242	252
	298	242	254	218	226	252	238	224	298	260
	278	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	246	276	224	240	272	268	281	234	268	232
	273	212	234	262	201	261	254	266	278	248
	254	262	256	264	272	242	244	246	253	234
	239	264	252	248	247	268	229	235	262	212
	242	254	263	261	266	254	264	248	251	276
6.15	165	143	152	167	165	199	171	171	156	152
	149	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	153	174	154	163	174	152	188	162	197	178
	190	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	159	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	151	161	189	199	162	167	198	168	135	152
	160	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	165	164	178	137	164	172	187	178	143	161
6.16	147	153	179	165	159	149	141	102	169	157
	169	154	143	155	113	155	171	168	153	135
	150	152	142	132	152	161	148	136	138	149
	157	178	149	195	146	166	182	135	136	170
	156	152	145	198	192	143	159	116	126	155
	164	169	165	148	151	153	139	166	138	128
	169	169	155	152	175	177	131	154	174	187
	180	177	162	149	146	113	151	152	134	125
6.17	558	563	569	547	552	562	554	549	575	578
	561	552	551	561	538	533	547	552	557	543
	547	565	587	553	548	554	561	564	562	558
	566	555	563	568	586	549	575	564	553	555
	567	556	546	552	543	554	556	566	592	562
	544	568	574	564	547	549	553	578	557	561
	553	545	554	571	569	539	549	538	575	554
	577	552	566	557	551	552	546	584	572	535
6.18	577	568	5574	564	547	549	553	578	557	575
	554	5455	554	571	569	539	549	538	575	566
	558	563	563	547	552	562	554	549	575	558

6-кестенің жалғасы

	547	595	587	553	548	554	561	564	562	544
	555	563	568	586	549	575	564	553	585	592
	577	554	552	566	557	551	552	546	584	556
	601	561	552	551	561	538	533	547	552	557
	555	541	588	558	563	558	572	578	539	556
	553	562	561	572	535	555	543	556	546	538
6.19	77	45	49	92	13	69	52	26	22	36
	48	25	59	57	65	69	55	68	49	63
	38	53	48	68	52	73	42	62	71	45
	63	55	16	78	52	95	77	66	35	54
	68	55	49	65	79	48	59	53	41	38
	12	39	57	51	65	66	43	52	63	43
	55	69	31	62	48	46	51	43	16	34
	74	51	82	52	46	75	49	55	57	54
6.20	347	365	387	348	354	361	364	362	346	358
	365	355	363	368	359	375	364	353	385	363
	343	368	374	364	347	349	353	378	357	358
	352	345	354	352	371	369	349	338	375	388
	366	358	363	347	352	362	354	349	375	341
	377	354	352	366	357	351	352	346	384	351
	399	363	361	352	351	361	338	353	333	357
6.21	9	9	6	9	9	7	6	11	6	7
	6	10	6	7	6	8	6	5	5	4
	6	6	7	12	5	7	8	5	10	9
	7	7	5	11	9	7	6	5	7	6
	5	5	12	9	8	7	9	8	5	5
	6	13	11	11	5	8	10	9	4	7
	3	6	9	8	12	11	9	10	4	14
6.22	39	40	38	43	41	42	40	38	41	42
	41	40	42	39	41	41	36	43	41	42
	34	36	37	42	42	42	40	41	41	46
	47	48	52	56	68	70	68	64	56	58
	41	42	39	33	34	37	43	45	47	71
	43	42	43	41	42	47	48	49	52	53
	57	52	41	42	46	48	49	39	32	40
	39	37	42	43	54	58	59	64	66	68
6.23	10	15	16	17	18	19	20	15	16	11
	17	12	13	14	15	11	18	16	15	18
	20	20	21	23	26	28	23	28	27	24
	27	24	25	25	26	32	33	31	34	43
	26	32	26	27	28	29	30	21	22	23

6-кестенің жалғасы

	42	24	23	35	23	25	36	37	24	21
	58	54	49	47	32	36	43	23	24	28
6.24	150	144	124	132	140	124	144	153	151	148
	116	130	154	158	102	125	124	152	134	148
	142	121	112	131	151	104	146	132	182	142
	152	196	142	154	158	118	126	152	138	124
	144	176	124	140	172	168	181	134	168	132
	144	112	134	162	104	161	154	166	178	148
	162	164	164	172	142	144	146	112	171	
6.25	128	105	115	92	115	142	98	123	103	144
	112	115	88	118	103	102	95	124	106	135
	95	124	103	102	118	112	115	92	115	119
	92	112	132	85	122	105	125	142	99	125
	106	92	118	105	118	86	125	105	122	138
	102	130	112	98	115	120	118	103	118	129
	103	122	94	112	97	128	102	116	125	132
6.26	102	112	118	85	112	115	103	95	122	125
	157	178	149	195	146	166	182	135	136	170
	157	143	179	165	159	149	141	102	169	168
	151	168	122	163	117	165	132	139	107	125
	152	152	142	132	152	161	148	136	138	149
	153	154	143	155	113	155	171	168	153	135
	157	152	145	198	192	143	159	116	126	155
	165	169	165	148	151	153	139	166	138	128
6.27	242	254	218	226	252	238	224	298	260	287
	250	216	230	254	258	202	225	224	252	234
	244	212	231	251	204	246	232	282	242	252
	299	254	282	242	270	254	260	232	268	242
	276	224	240	272	268	281	234	268	232	300
	274	212	234	262	204	261	254	266	278	248
	255	262	256	264	272	242	244	246	253	234
	240	264	252	248	247	268	229	235	262	212
	241	254	263	261	266	254	264	248	251	
6.28	262	267	275	266	246	252	261	269	262	268
	259	248	266	259	252	248	252	232	269	287
	253	286	275	235	202	239	225	236	237	224
	253	268	277	249	248	263	243	266	212	255
	249	288	213	264	247	242	228	277	256	251
	267	232	258	246	278	279	257	255	243	258
	254	244	265	274	252	265	222	269	254	278
	249	252	294	232	269	263	269	271	245	235

6-кестенің жалғасы

	259	292	217	273	255	251	251	246	277	245
6.29	558	565	587	553	548	554	561	564	562	544
	563	568	586	549	575	564	553	585	577	553
	563	564	547	552	562	554	549	575	558	592
	546	577	568	574	564	547	549	553	578	557
	557	577	568	574	564	547	549	538	575	566
	558	554	552	566	557	551	552	546	584	532
	602	561	552	551	561	538	533	547	552	557
	556	541	588	558	563	558	572	578	539	556
	557	553	562	561	572	535	555	543	556	546
	559	571	537	581	553	562	551	572	552	543
6.30	165	143	152	167	164	199	171	171	156	151
	155	155	158	145	158	177	161	181	153	171
	177	153	174	154	163	174	152	188	162	197
	191	158	154	171	163	172	152	178	151	172
	161	186	147	169	147	166	161	171	161	186
	161	189	199	162	167	198	168	135	152	146
	162	175	163	149	162	161	161	193	172	175
	153	164	178	138	164	172	187	178	1433	161
	170	163	177	161	149	146	152	139	156	152

3 Типтік варианттың шешуі

Биномдық үлестірім.

1. Таңдап алынған 6 бұйымның ішінде 25% стандарт емес. Таңдап алынған стандарт емес бұйымдар санының үлестірім заңын құрастыру керек.

Шешуі:

X дискретті кездейсоқ шамасы – таңдап алынған стандарт емес бұйымдар саны. Оның мүмкін мәндері: $x_1 = 0$ (таңдап алынғандардың арасында стандарт емесі жоқ), $x_2 = 1$ (таңдап алынғандардың арасында стандарт емесі біреу) және с.с. $x_7 = 6$ (таңдап алынғандардың арасында стандарт емесі алты). Мүмкін мәндер тәуелсіз, әрқайсысының пайда болуы бірдей және $p=0,25$. Сондықтан, X кездейсоқ шамасы биномдық заң бойынша үлестірілген: $P(X = k) = P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, мұндағы $k = 0, 1, 2, \dots, 6$, $q = 1 - p$, $n = 6$.

Сонымен, $P(X = 0) = P_6(0) = C_6^0 0,25^0 0,75^6 = 0,178$;

$P(X = 1) = P_6(1) = C_6^1 0,25^1 0,75^5 = 0,356$; $P(X = 2) = P_6(2) = C_6^2 0,25^2 0,75^4 = 0,297$;

$P(X = 3) = P_6(3) = C_6^3 0,25^3 0,75^3 = 0,132$; $P(X = 4) = P_6(4) = C_6^4 0,25^4 0,75^2 = 0,033$;

$P(X = 5) = P_6(5) = C_6^5 0,25^5 0,75^1 = 0,004$; $P(X = 6) = P_6(6) = C_6^6 0,25^6 0,75^0 = 0,0002$.

Ізделінді үлестірім заңы:

X	0	1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---	---	---

p	0,178	0,356	0,297	0,132	0,033	0,004	0,0002
---	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------

Төменде Mathcad-та есептеулермен файлдың көшірмелері келтірілген.

$$C(Q,R) := \text{combin}(Q,R),$$

$$C(6,0) \cdot 0.25^0 \cdot 0.75^6 = 0.178,$$

$$C(6,1) \cdot 0.25^1 \cdot 0.75^5 = 0.356,$$

$$C(6,2) \cdot 0.25^2 \cdot 0.75^4 = 0.297,$$

$$C(6,3) \cdot 0.25^3 \cdot 0.75^3 = 0.132,$$

$$C(6,4) \cdot 0.25^4 \cdot 0.75^2 = 0.033,$$

$$C(6,5) \cdot 0.25^5 \cdot 0.75^1 = 4.395 \times 10^{-3},$$

$$C(6,6) \cdot 0.25^6 \cdot 0.75^0 = 2.441 \times 10^{-4}.$$

Биномдық үлестірімнің талдауын Mathcad жүйесінде арнайы функцияларды қолданып жүргізуге болады, ол функциялардың түпкі сөздері binom (dbinom, rbinom, qbinom, rbinom). Мысалы, dbinom(k,n,p) функциясы ықтималдықтың мәндерін шығарады және т.б.

Пуассон үлестірімі

2. Радиоаппаратура 1000 элементтен тұрады. Бір элементтің бір жыл бойына істен шығу ықтималдығы 0,001-ға тең және қалған элементтердің жағдайынан тәуелсіз.

а) істен шыққан элементтер санының үлестірім заңын құрастыру керек; б) жылына 2-ден кем емес элементтің істен шығу ықтималдығы қандай?

Шешуі:

а) X дискретті кездейсоқ шамасы – Пуассон заңы бойынша үлестірілген элементтердің істен шыққандарының саны (оқиғаның әрбір сынақта пайда болуы р аз, ал жүргізілген сынақтың саны n үлкен болғандықтан биномдық заңы үшін шектік болады): $P(X = k) = P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, мұндағы $\lambda = np = 1000 \cdot 0,001 = 1$, $k = 0, 1, 2, \dots, 1000$, $n = 1000$.

Сонымен, $P(X = 0) = P_{1000}(0) \approx \frac{1^0}{0!} e^{-1} = 0,368$; $P(X = 1) = P_{1000}(1) \approx \frac{1^1}{1!} e^{-1} = 0,368$;

$$P(X = 2) = P_{1000}(2) \approx \frac{1^2}{2!} e^{-1} = 0,184;$$

$$P(X = 3) = P_{1000}(3) \approx \frac{1^3}{3!} e^{-1} = 0,061, \text{ и т.д. } P(X = 10) = P_{1000}(10) \approx \frac{1^{10}}{10!} e^{-1} = 0,0000001 \text{ и т.д.}$$

Ізделінді үлестірім заңы:

X	0	1	2	3	...	10	...
p	0,368	0,368	0,184	0,061	...	0,0000001	...

Төменде Mathcad-та есептеулермен файлдың көшірмелері келтірілген.

$$p(k, \lambda) := \text{dpois}(k, \lambda),$$

$$p(0, 1) = 0.368, \quad p(4, 1) = 0.015,$$

$$p(1, 1) = 0.368, \quad p(5, 1) = 3.066 \times 10^{-3},$$

$$p(2, 1) = 0.184, \quad p(10, 1) = 1.014 \times 10^{-7},$$

$$p(3, 1) = 0.061, \quad p(1000, 1) = 0.$$

б) екіден кем емес элементтердің істен шығуы келесі формуламен есептелінеді:

$$P(X \geq 2) = \sum_{k=2}^{\infty} P_{1000}(k) \text{ немесе } P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - 0,368 - 0,368 = 0,264.$$

Пуассон үлестіріміне Mathcad жүйесінде арнайы функцияларды қолданып жүргізуге болады, ол функциялардың түпкі сөздері pois (dpois, rpois, qpois, gpois). Мысалы, dpois (k,n,p) функциясы ықтималдықтың мәндерін шығарады және т.б.

Бірқалыпты үлестірім.

3 а) Өлшегіш құрал бірнеше бөлікке бөлінген, әрбір бөліктің бағасы 0,2-ге тең. Құралдың көрсеткіші жақын бүтін бөлікке дейін жуықталады. X кездейсоқ шамасы – жуықтау қателігі. Табу керек:

а) оның үлестірім тығыздығын $f(x)$;

б) үлестірім функциясын $F(x)$;

в) математикалық үмітін, дисперсиясын;

г) есептегенде 0,04-тен кем (артық) қате кету ықтималдығын.

$F(x)$ және $f(x)$ графиктерін салу керек.

Шешуі:

X кездейсоқ шамасы – жуықтап есептеуде жіберілген қате екі бүтін бөліктеу арасында бірқалыпты жүргізілген; $b - a = 0,2$ – X –тің мүмкін мәндер енетін интервалдың ұзындығы. Бірқалыпты үлестірімнің тығыздығы

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{егер } x \in (a,b) \\ 0, & \text{егер } x \notin (a,b) \end{cases} \text{ формуласымен есептелінеді.}$$

$$\text{Үлестірім функциясы} - F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{егер } a < x \leq b; \\ 1, & \text{егер } x > b \end{cases}$$

$$\text{Математикалық үміті және дисперсиясы} - M(X) = \frac{a+b}{2}, D(X) = \frac{(b-a)^2}{12};$$

$$(\alpha, \beta) \text{ аралығына түсу ықтималдығы} - P(\alpha < X < \beta) = \frac{\beta - \alpha}{b - a}.$$

Біздің есеп үшін:

$$\text{а) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{0,2} = 5, & \text{егер } x \in (0;0,2) \\ 0, & \text{егер } x \notin (0;0,2) \end{cases};$$

$$\text{б) } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x \leq 0 \\ \frac{x}{0,2} = 5x, & \text{егер } 0 < x \leq 0,2; \\ 1, & \text{егер } x > 0,2 \end{cases}$$

$$\text{в) } M(X) = \frac{0,2+0}{2} = 0,1; \quad D(X) = \frac{(0,2-0)^2}{12} = 0,003;$$

г) егер, ол (0; 0,04) немесе (0,16; 0,2) аралығына түссе (А оқиғасы), онда есептегенде 0,04-тен кем қате кететіндігі белгілі, яғни бұл оқиғаның ықтималдығы

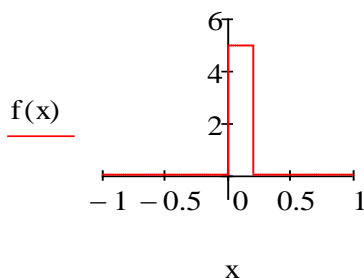
$$P(A) = P(0 < X < 0,04) + P(0,16 < X < 0,2) = \frac{0,04-0}{0,2} + \frac{0,2-0,16}{0,2} = 0,4,$$

егер ол (0,04; 0,16) аралығына түссе (В оқиғасы), онда есептегенде 0,04-тен артық қате кететіндігі белгілі, яғни бұл оқиғаның ықтималдығы

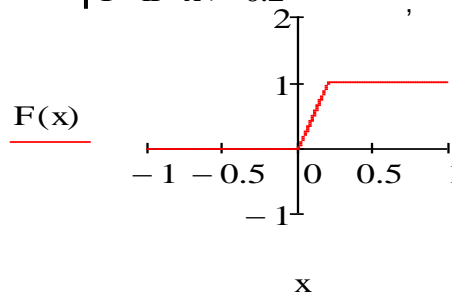
$$P(B) = P(0,04 < X < 0,16) = \frac{0,16-0,04}{0,2} = 0,6 \text{ немесе } P(B) = 1 - P(A).$$

Mathcad жүйесінде $F(x)$ және $f(x)$ сызбаларын саламыз.

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq 0 \\ 5 & \text{if } 0 < x \leq 0.2 \\ 0 & \text{if } x > 0.2 \end{cases}$$



$$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq 0 \\ (5 \cdot x) & \text{if } 0 < x \leq 0.2 \\ 1 & \text{if } x > 0.2 \end{cases}$$



16 – 30 нұсқалары.

3 б) Қайбір маршруттың трамвайлары кесте бойынша ғана жүреді. Жүру интервалы 5 минут. X кездейсоқ шамасы –трамвайды күту уақыты. Табу керек:

а) оның үлестірім тығыздығын $f(x)$;

б) үлестірім функциясын $F(x)$;

в) математикалық үмітін, дисперсиясын;

г) аялдамаға келген жолаушы трамвайды 3 минуттен кем (артық) күту ықтималдығын.

$F(x)$ және $f(x)$ графиктерін салу керек.

Шешуі:

X кездейсоқ шамасы –трамвайды күту уақыты трамвайдың алдамаға тізбектей екі рет келуінің арасында бірқалыпты жүргізілген; $b - a = 5$ – X –тің

мүмкін мәндер енетін интервалдың ұзындығы. Бірқалыпты үлестірімнің барлық формулалары алдыңғы 3а пунктінде.

Біздің есеп үшін:

$$а) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5} = 0,2, & \text{егер } x \in (0;5); \\ 0, & \text{егер } x \notin (0;5) \end{cases};$$

$$б) F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x \leq 0 \\ \frac{x}{5} = 0,2x, & \text{егер } 0 < x \leq 5; \\ 1, & \text{егер } x > 5 \end{cases}$$

$$в) M(X) = \frac{5+0}{2} = 2,5; \quad D(X) = \frac{(5-0)^2}{12} = 2,08;$$

г) егер жолаушы аялдамаға (0; 3) немесе (2; 5) уақыт аралығында келсе (А оқиғасы), онда ол трамвайды 3 минуттен кем күтетіндігі белгілі, яғни бұл

$$\text{оқиғаның ықтималдығы } P(A) = P(0 < X < 3) = \frac{3-0}{5} = 0,6,$$

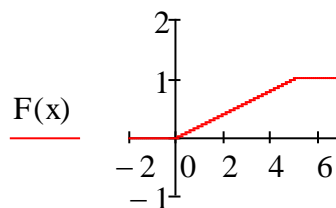
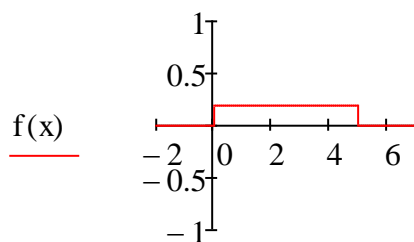
егер жолаушы аялдамаға (0; 2) немесе (3; 5) уақыт аралығында келсе (В оқиғасы), онда ол трамвайды 3 минуттен артық күтетіндігі белгілі, яғни бұл оқиғаның ықтималдығы

$$P(B) = P(3 < X < 5) = \frac{5-3}{5} = 0,4 \quad \text{немесе} \quad P(B) = 1 - P(A).$$

Mathcad жүйесінде F(x) және f(x) графиктерін саламыз.

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq 0 \\ 0.2 & \text{if } 0 < x \leq 5 \\ 0 & \text{if } x > 5 \end{cases},$$

$$F(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq 0 \\ (0.2 \cdot x) & \text{if } 0 < x \leq 5 \\ 1 & \text{if } x > 5 \end{cases}.$$



Бірқалыпты үлестіріміне Mathcad жүйесінде арнайы функцияларды қолданып жүргізуге болады, ол функциялардың түпкі сөздері unif: dunif(x,a,b)– үлестірім тығыздығының мәндерін шығарады; түпкі сөздері runif(x,a,b) – үлестірім функциясының мәндерін шығарады; gunif(n,a,b) – (a,b) аралығында бірқалыпты үлестірілген n тәуелсіз кездейсоқ сандардың массивін шығарады.

Көрсеткіштік үлестірім.

4. Элементтің мүлтіксіз жұмыс уақыты (T кездейсоқ шамасы) $\lambda = 0,5$ параметрімен көрсеткішті үлестірілген, мұндағы λ - істен шығу интенсивтілігі, яғни бірлік уақыт ішіндегі істен шығудың орта саны. Табу керек:

а) $f(t)$ үлестірім тығыздығын;

б) $F(t)$ үлестірім функциясын, оның ықтималдық мағынасын көрсету керек;

в) функцию надёжности $R(t)$, оның ықтималдық мағынасын көрсету керек;

г) математикалық үмітін, дисперсиясын;

д) элементтің $t=5$ сағат уақыт ішінде істен шығу ықтималдығын және элементтің t уақыт ішінде істен шықпау ықтималдығын

$F(t)$, $R(t)$ және $f(t)$ сызбаларын салу керек.

Шешуі:

X үзіліссіз кездейсоқ шамасы $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x}, & \text{егер } x \geq 0 \end{cases}$ тығыздығымен

берілсе, онда ол көрсеткіштік үлестірім заңына бағынады. Көрсеткіштік

үлестірімнің басқа ұғымдары мен формулалары: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{егер } x \geq 0 \end{cases}$

үлестірім функциясы; егер кездейсоқ шама $X=T$ - уақыты болса, онда

$F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t}$ элементтің t уақытындағы істен шығуының

ықтималдығы; $R(t) = P(T > t) = e^{-\lambda t}$ - сенімділік функциясы, t уақытындағы

элементтің мүлтіксіз жұмысының ықтималдығы;

$$M(X) = \frac{1}{\lambda}, D(X) = \frac{1}{\lambda^2}, \sigma(X) = \frac{1}{\lambda}; P(\alpha < X < \beta) = e^{-\lambda\alpha} - e^{-\lambda\beta}.$$

Біздің есепте $t \geq 0$ болатындығын ескерсек:

а) $f(t) = 0,5e^{-0,5t}$;

б) $F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-0,5t}$, элементтің t уақытындағы істен шығуының ықтималдығын анықтайды;

в) $R(t) = e^{-0,5t}$, t уақытындағы элементтің мүлтіксіз жұмысының ықтималдығын анықтайды;

$$\text{г) } M(X) = \frac{1}{0,5} = 2; D(X) = \frac{1}{0,5^2} = 4;$$

д) үлестірім функциясы t уақытындағы ықтималдығын анықтайтын болғандықтан, оған $t=5$ мәнін қойып, $t=5$ сағат уақыты ішіндегі істен шығуының

ықтималдығын аламыз: $F(5) = 1 - e^{-0,5 \cdot 5} = 1 - e^{-2,5} = 0,918$; «элемент істен шығады»

және «элемент істен шықпайды» оқиғалары - қарама-қарсы, сондықтан $t=5$ уақытындағы элементтің мүлтіксіз жұмысының ықтималдығы $1 - 0,918 = 0,082$. Бұл

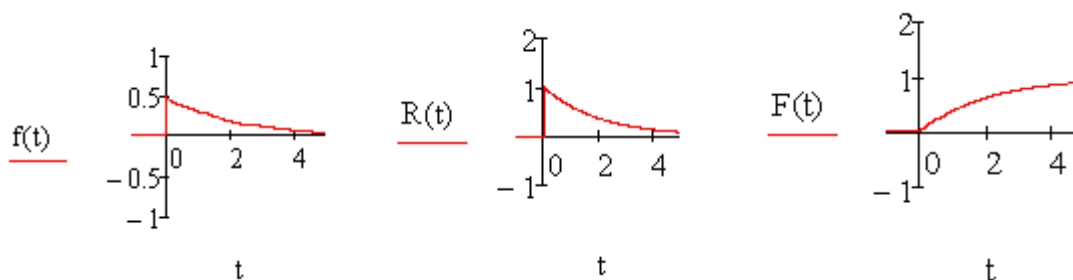
нәтижені сенімділік функциясын қолданып алуға болады:

$$R(5) = e^{-0,5 \cdot 5} = e^{-2,5} = 0,082.$$

Mathcad жүйесінде $F(t)$, $R(t)$ және $f(t)$ графиктерін салып, кейбір есептеулер жүргіземіз:

$$f(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 0.5 \cdot e^{-0.5 \cdot t} & \text{if } t \geq 0 \end{cases}, \quad F(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 1 - e^{-0.5 \cdot t} & \text{if } t \geq 0 \end{cases}.$$

$$R(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ e^{-0.5 \cdot t} & \text{if } t \geq 0 \end{cases} \quad e^{-2.5} = 0.082, \quad 1 - e^{-2.5} = 0.918.$$



Көрсеткіштік үлестіріміне Mathcad жүйесінде арнайы функцияларды қолданып жүргізуге болады, ол функциялардың түпкі сөздері $\text{exp}(x, \lambda)$ – үлестірім тығыздығының мәндерін шығарады; $\text{rexp}(x, \lambda)$ – үлестірім функциясының мәндерін шығарады; $\text{gehr}(n, \lambda)$ – λ параметрлі көрсеткішті үлестірілген n тәуелсіз кездейсоқ сандардың массивін шығарады.

Қалыпты үлестірім.

5. Өлшеудің кездейсоқ қатесі (X кездейсоқ шамасы) $a=10$ және $\sigma=2$ параметрлі қалыпты үлестірім заңына бағынады. Табу керек:

- $f(x)$ үлестірім тығыздығын;
- $F(x)$ үлестірім функциясын;
- математикалық үмітін, дисперсиясын;
- (12;14) аралығына түсу ықтималдығын;

д) өлшеу абсолют шамасы бойынша $\delta=3$ -тен аспайтындай қате жіберу ықтималдығын.

$F(t)$ және $f(t)$ сызбаларын салу керек.

Шешуі:

X үзіліссіз кездейсоқ шамасы $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ тығыздығымен берілсе,

онда ол қалыпты үлестірім заңына бағынады, мұндағы $a = M(x)$ – математикалық үміт, $\sigma = \sigma(X)$ – орта квадраттық ауытқу. Қалыпты үлестірімнің басқа ұғымдары

мен формулалары $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}\right] dt$ немесе

$F(x) = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) + 0,5$, мұндағы $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ – Лаплас функциясы, оның

мәнін кестеден немесе Mathcad жүйесінде табуға болады;

$$P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right).$$

Кездейсоқ шаманың өзінің математикалық үмітінен δ -дан артық емес ауытқуының ықтималдығы $P(|X - a| \leq \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$ формуласымен есептелінеді.

Біздің есеп үшін

а) $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}$;

б) $F(x) = \Phi\left(\frac{x-10}{2}\right) + 0,5$;

в) $M(X) = a = 10$, $\sigma(X) = \sigma = 2$, $D(X) = \sigma^2 = 4$;

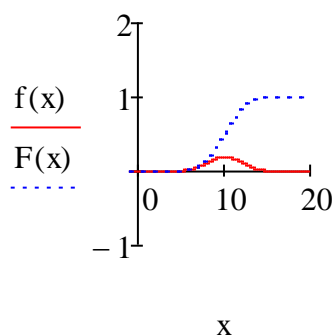
г) $P(12 < X < 14) = \Phi\left(\frac{14-10}{2}\right) - \Phi\left(\frac{12-10}{2}\right) = \Phi(2) - \Phi(1) = 0,4772 - 0,3413 = 0,1359$;

д) өлшеу абсолют шамасы бойынша $\delta=3$ -тен аспайтындай қате жіберу ықтималдығын $P(|X - 10| \leq 3) = 2\Phi\left(\frac{3}{2}\right) = 2\Phi(1,5) = 0,4332$.

Бұл жерде Лаплас функциясының мәні кестеден алынған, оны Mathcad жүйесінде де табуға болады.

Қалыпты үлестіріміне Mathcad жүйесінде арнайы функцияларды қолданып жүргізуге болады, ол функциялардың түпкі сөздері `norm` және `d`, `p`, `q`, `r` әріптерінен басталатын сөздер. Мысалы, `dnorm(x,a,σ)` – үлестірім тығыздығының мәндерін шығарады; түпкі сөздері `pnorm(x,a,σ)` – үлестірім функциясының мәндерін шығарады. Осы функцияларды сәйкес сызбаларды салу үшін қолданамыз. Төменде Mathcad-та есептеулермен файлдың көшірмелері келтірілген.

$f(x) := \text{dnorm}(x, 10, 2)$, $F(x) := \text{pnorm}(x, 10, 2)$.



Математикалық статистика.

6. Таңдама берілген

20	15	17	19	23	18	21	15	16	13
20	16	19	20	14	20	16	14	20	19

15	19	17	16	15	22	21	12	10	21
18	14	14	18	18	13	19	18	20	23
16	20	19	17	19	17	21	17	19	17
13	17	11	18	19					

Анықтау керек:

- а) вариациялық қатарды (өсу ретімен таңдаманы);
- б) интервалдық статистикалық қатарды (минималды және максималды варианттарды, таңдаманың құлашын, интервалдар санын, интервалдар ұзындығын);
- в) интервалдық статистикалық қатар бойынша жиілік және қатысты жиілік гистограммасын салу керек;
- г) дискретті статистикалық қатарды салу керек;
- д) дискретті статистикалық қатар бойынша табу керек:
 - 1) жиілік және қатысты жиілік полигонын;
 - 2) үлестірімнің эмпирикалық функциясын;
 - 3) таңдама ортасын;
 - 4) таңдама және түзетілген таңдама дисперсиясын;
 - 5) түзетілген таңдама орта квадраттық ауытқуын;
 - 6) таңдама модасы мен медианасын.

Шешуі:

Айта кетелік, есептеулер мен сызбалар салу Mathcad-та жүргізіледі. Төменде Mathcad-та есептеулермен файлдың көшірмелері келтірілген. Mathcad-та алынған нәтижелерге түсініктеме беріп, ресімдеу керек.

а) таңдама көлемі $n = 55$. Вариациялық қатар (таңдама өсу ретімен алынған):

$$Y^T = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \\ \hline 0 & 10 & 11 & 12 & 13 & 13 & 14 & 14 & 14 & 14 & 14 & \dots \\ \hline \end{array}$$

(Mathcad-та кестені бағыттаушы бағытын басып көруге болады);

б) интервалдық статистикалық қатар құру үшін келесі шамаларды анықтау керек: ең үлкен және ең кіші варианттар: $a = x_{\min} = 10$, $b = x_{\max} = 23$;

таңдама құлашы: $R = b - a = 13$; интервалдар санын Стерджес формуласымен

анықтаймыз $h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + \log_2 n}$, $h = 1,917$ және бүтін бөлікке дейін жуықтаймыз

$h \approx 2$; интервалдар саны – формуланың бөлімі $m = 1 + 1,029$ немесе

$m = \frac{R}{h} = 6,781$, бүтін бөлікке дейін жуықтаймыз $m \approx 7$; бірінші интервалдың басы

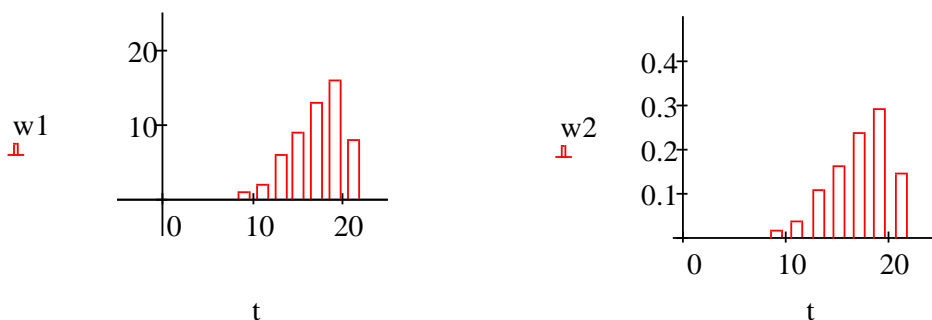
ретінде $x_{\text{басы}} = x_{\min} - \frac{h}{2}$, $x_{\text{басы}} = 9,041 \approx 9$ шамасын алуды ұсынады; әрбір

интервалға енген варианттар саны n_i (яғни $p_i = \frac{n_i}{n}$) Mathcad-та есептелінген (қараңыз $w1^T$ және $w2^T$).

Сонымен, ізделінді интервалдық қатар:

интервалдар	[9,11)	[11,13)	[13,15)	[15,17)	[17,19)	[19,21)	[21,23]
n_i	1	2	6	9	13	16	8
$p_i = \frac{n_i}{n}$	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

в) интервалдық статистикалық қатар бойынша жиілік және қатысты жиіліктер гистограммасын құрамыз (Mathcad-та):



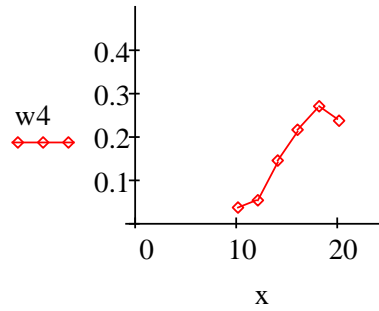
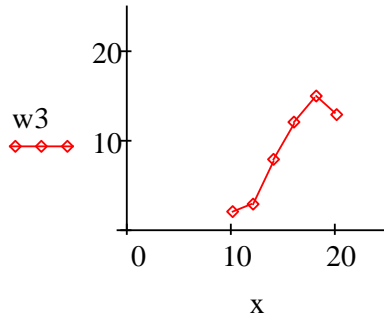
г) дискретті статистикалық қатарды құру үшін (кейбір оқулықтарда топталған статистикалық қатар деп атайды) интервалдар ортасын табамыз $\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$ (Mathcad-та x^T қара), оларға интервалдық қатардың сәйкес жиілік және қатысты жиіліктері дәл келеді.

Ізделінді дискретті статистикалық қатар:

$\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$	10	12	14	16	18	20	22
n_i	1	2	6	9	13	16	8
p_i	0,018	0,036	0,109	0,164	0,236	0,291	0,145

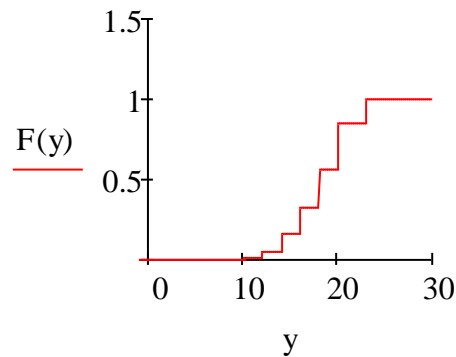
д) дискретті статистикалық қатар бойынша келесі шамаларды табамыз:

1) жиілік және қатысты жиіліктер полигонын:



2) үлестірімнің эмпирикалық функциясын (Mathcad-та F^T және $F(y)$ қара):

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{егер } x \leq 10 \\ 0,018, & \text{егер } 10 < x \leq 12 \\ 0,054, & \text{егер } 12 < x \leq 14 \\ 0,163, & \text{егер } 14 < x \leq 16 \\ 0,327, & \text{егер } 16 < x \leq 18 \\ 0,563, & \text{егер } 18 < x \leq 20 \\ 0,854, & \text{егер } 20 < x \leq 23 \\ 1, & \text{егер } x > 23 \end{cases}$$



3) таңдама ортасы (Mathcad-та $\text{mean}(X)$): $\bar{x}_e = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n}$ немесе $\bar{x}_e = \sum x_i \cdot p_i = 17,564$;

4) таңдама дисперсиясы мен түзетілген таңдама дисперсиясы (Mathcad-та $\text{var}(X)$ және s): $D_e = \frac{\sum n_i \cdot (x_i - \bar{x}_e)^2}{n}$ немесе $D_e = \frac{\sum n_i \cdot x_i^2}{n} - (\bar{x}_e)^2 = 8,428$ – таңдама дисперсиясы; $s^2 = \frac{n}{n-1} D_e = 8,584$ – түзетілген таңдама дисперсиясы;

5) түзетілген таңдама орта квадраттық ауытқуы (Mathcad-та σ): $\sigma = \sqrt{s} = 2,93$

таңдама модасы мен медианасы (Mathcad-та $\text{mode}(X)$ және $\text{median}(X)$):

мода $M_0 = 19$ ең үлкен жиілігі бар вариантыны анықтайды; медиана $M_e = 18$ вариациялық қатардың ортасын анықтайд және таңдама көлемінің жұптығына

байланысты:
$$M_e = \begin{cases} x_{k+1}, & n = 2k + 1 \\ \frac{x_k + x_{k+1}}{2}, & n = 2k. \end{cases}$$

Mathcad-тан файл көшірмесі:

	0
0	20
1	15
2	17
3	19
4	23
5	18
6	21
7	15
8	16
9	13
10	20
11	16
12	19
13	20
14	14
15	...

(20 15 17 19 23 18 21 15 16 13 20 16 19 20 14 20 16 14 20 19)

$Y := \text{sort}(X^T)$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	10	11	12	13	13	14	14	14	14	...

$a := \min(X), \quad b := \max(X),$

$a = 10, \quad b = 23, \quad R := b - a,$

$R = 13, \quad h := \frac{b - a}{1 + \frac{\ln(55)}{\ln(2)}}, \quad h = 1.917,$

$h1 := 2, \quad m := \frac{R}{h}, \quad x0 := a - \frac{h}{2},$

$x0 = 9.041, \quad m = 6.781,$

$a1 := 9, \quad m1 := 7,$

$j := 0.. m1, \quad i := 0.. m1 - 1,$

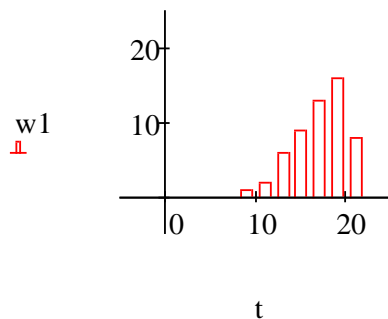
$t_j := a1 + h1 \cdot j, \quad x_i := t_i + \frac{h1}{2},$

$w1 := \text{hist}(t, X), \quad w2 := \frac{w1}{n},$

$t^T = (9 \ 11 \ 13 \ 15 \ 17 \ 19 \ 21 \ 23),$

$x^T = (10 \ 12 \ 14 \ 16 \ 18 \ 20 \ 22),$

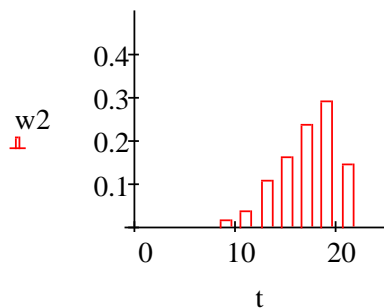
$w1^T = (1 \ 2 \ 6 \ 9 \ 13 \ 16 \ 8).$



$$w2^T = (0.018 \quad 0.036 \quad 0.109 \quad 0.164 \quad 0.236 \quad 0.291 \quad 0.145) ,$$

$$0.018 + 0.036 + 0.109 + 0.164 + 0.236 + 0.291 + 0.145 = 0.999 .$$

$$\text{mode}(X) = 19 ,$$



$$x1 := \text{mean}(X), \quad x1 = 17.564 ,$$

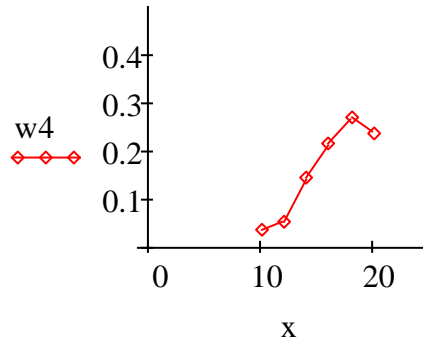
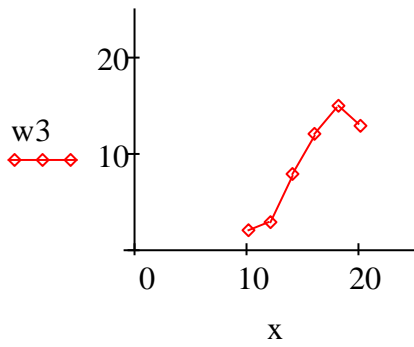
$$M := \text{median}(X), \quad M = 18 ,$$

$$x2 := \text{var}(X), \quad x2 = 8.428 ,$$

$$s := \frac{n}{n-1} \cdot x2, \quad s = 8.584 ,$$

$$\text{stdev}(X) = 2.903 , \quad \sigma := \sqrt{s}, \quad \sigma = 2.93 ,$$

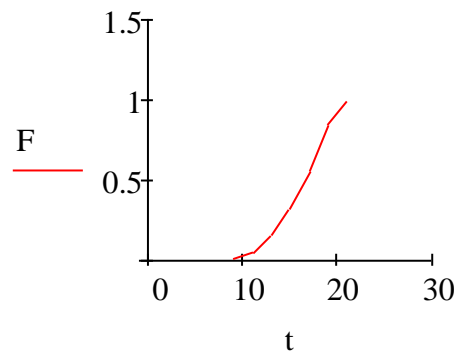
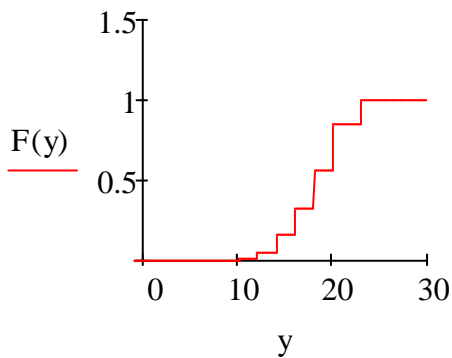
$$w3 := \text{hist}(x, X), \quad w4 := \frac{w3}{n} .$$



$$i := 0..6, \quad w := (0.018 \quad 0.036 \quad 0.109 \quad 0.164 \quad 0.236 \quad 0.291 \quad 0.145)^T,$$

$$F_i := \sum_{j=0}^i w_j \quad F^T = (0.018 \quad 0.054 \quad 0.163 \quad 0.327 \quad 0.563 \quad 0.854 \quad 0.999) .$$

$$F(y) := \begin{cases} 0 & \text{if } y \leq 10 \\ 0.018 & \text{if } 10 < y \leq 12 \\ 0.054 & \text{if } 12 < y \leq 14 \\ 0.163 & \text{if } 14 < y \leq 16 \\ 0.327 & \text{if } 16 < y \leq 18 \\ 0.563 & \text{if } 18 < y \leq 20 \\ 0.854 & \text{if } 20 < y \leq 23 \\ 1 & \text{if } y > 23 \end{cases} .$$



Әдебиеттер тізімі

1. Ивановский Р.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде Mathcad. - СПб.: БХВ- Петербург, 2008. – 528 с.
2. Жаңбырбаев Б.С., Жаңбырбаева У. Б. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика элементтері. Оқу құралы - Алматы «Са Та», 2006. - 280 бет
3. Қазешев А. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика. Есептер жинағы-А. : «Ғылым», 2005. –184 б.
4. Тлепиев М.Ш., Ералиев С Ықтималдықтар теориясы - Алматы: АИЭС, 2007. - 73 б.

Мазмұны

1 Теориялық сұрақтар	3
2 Есептік тапсырмалар	3
3 Типтік варианттың шешуі	12
Әдебиеттер тізімі	26

2014 ж. жинтық жоспары, реті 224

Нурпеисов Сатыбалды Арыстанович
Бексултанова Алтынай Молыбаевна

ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ СТАТИСТИКА

5B074600 мамандығының студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындау
бойынша әдістемелік нұсқаулықтар
2- бөлім

Редактор Б.С.Қасымжанова
Стандарттау бойынша маман Н.Қ.Молдабекова

“ ___ ” _____ басуға қол қойылды
Таралымы 70 дана
Көлемі 1,6 оқу- бас. ә.

Пішімі 60×84 1/16
№1 типографиялық қағаз
Тапсырыс ___ Бағасы 850 т.

«Алматы энергетика және байланыс университетінің»
Коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірмелі -көбейткіш бюросы
050013, Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126