



**Коммерциялық емес
акционерлік қоғам**

**АЛМАТЫ ЭНЕРГЕТИКА
ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС
УНИВЕРСИТЕТІ**

Жоғары математика
кафедрасы

**ОПЕРАЦИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕУЛЕРДІ ҚОЛДАНА ОТЫРЫП
ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУДІ ШЕШУ**

5B071800 – Электр энергетикасы мамандығының студенттері үшін
зертханалық жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар мен
тапсырмалар

Алматы 2014

ҚҰРАСТЫРУШЫЛАР: Дулэпо В.М., Абдулланова Ж.С. Операциялық-есептеулерді қолдана отырып дифференциалдық теңдеуді шешу. 5В071800 – Электр энергетикасы мамандығының студенттері үшін зертханалық жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар мен тапсырмалар. – Алматы: АЭЖБУ, 2014. – 77 б.

Бұл нұсқаулар аналитикалық, графикалық, сандық тәсілдермен математикалық есептерді компьютерде шешімін *Mathcad* компьютерлік математика жүйесінің көмегімен зертханалық жұмыстарды жасауға арналған.
Ил. 8, кесте.29, кітапнама – 5 атау.

Пікір беруші: аға оқытушы Курпенев Б.К.

«Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2014 ж. жоспары бойынша басылды

© «Алматы энергетика және байланыс университеті» КЕАҚ, 2014 ж.

1 Mathcad компьютерлік жүйесінің негіздерімен танысу

Кіріспе

Осы зертханалық жұмыстардың мақсаты – заманымыздың ең жоғары ғылыми жетістіктерінің жемісі–*Mathcad*, компьютерлік математика жүйесімен танысу және оның көмегімен элементар және жоғары математиканың негізгі есептерін тез және оңай шешу жолдарын үйрену.

Mathcad – бұл математикалық амалдарды электрондық (компьютерлік) түрде орындайтын бағдарламалардың біріккен аты. Енді дәстүрлі «қағаз жүзіндегі» математика электронды тасымалдаушыға (носитель) жазылып, толықтырылады.

Mathcad - ғылыми техникалық және оқу есептеулеріне арналған әлемдегі математикалық жүйелердің ішіндегі ең тиімді болып табылады. Символдық математикадағы көптеген амалдарды орындау мүмкіндігімен қоса сандық тәсілдермен есептеуге болады.

Mathcad-тың басқа тамаша компьютерлік жүйелерден (*Maple*, *Mathematica*, *MATLAB*) басты айырмашылығы– интеграл белгісі, түбір, матрица және т.б. символдарды пайдаланып, компьютердің экранына математикалық формулаларды үйреншікті (түсінікті) түрде жазу мүмкіндігі. Барлық математикалық өрнектер экранда кітап пен дәптерде қалай жазылса солай берілетіндігін айта кеткен жөн.

Бұл үлгіні қолданушы арнайы программалау тілдерін үйретуге, математикалық есептерді шешу программаларын жазуға уақытын жібермейді.

Математикалық өрнектері бізге белгілі түрде жазып, мәнін есептеу, алгебралық түрлендіру, теңдеу шешу, дифференциалдау, график салу және т.б. амалдарды орындауға болады. Есептеулерде жазбаша түсініктемелер жасап, барлық істелген жұмыстар туралы толық мәлімет алуға болады.

Mathcad жүйесінің аты *MATHEmatica* (математика) және *CAD* (*Computer Aided Design* – жобалаудың компьютерлік көмекшісі) сөздерінен құралған. Жүйенің ағашқы үлгілері (*Mathcad 1.0*) 90-шы жылдардың басында пайда болса, қазіргі уақытта (2014 ж.) *Mathcad 14* жүйесі қолданыста.

Осы зертханалық жұмыстардың тараулары *Mathcad 13* (және жоғары) жүйесінің көмегімен кейбір элементар және жоғары математиканың есептерін шешуге арналған. Студенттер тобына арналған жеке тапсырмалар және оларды орындауға нұсқаулар келтірілген.

1.1 Mathcad- тың негізгі сипаттамалары

Mathcad -тың математикалық мүмкіндіктері көп. Олар:

- 1) Нақты және жорамал сандарға амалдар қолдану (оның ішінде өлшемдері бар сандарға да.
- 2) Оператор мен логикалық функциялардың көмегімен сандарға, векторларға және матрицаларға амалдар қолдану.
- 3) Элементар және арнайы функциялардың мәндерін есептеу, сызбасын салу.
- 4) Кез кезген символдық өрнектерді қолма қол түрлендіру.
- 5) Теңдеулер мен теңдеулер жүйесін символдық түрде шешу.
- 6) Символдық түрде интегралдау, дифференциалдау, шек табу және қатарлардың қосындысын табу.
- 7) Анықтауыштарды есептеу, кері матрицаны табу, матрицаны транспозициялау әдістері.
- 8) Ықтималдық пен статистикалық есептерді шешу тағы басқа көптеген мүмкіндіктер.

Графика:

- 1) Векторлық және скалярлық өрістер, интерактивтік екі және үш өлшемді графиктер, оның ішінде декарттық, параметрлік, полярлық координаталар жүйесіндегі деңгейлік сызықтар, беттер, гистограммалары.
- 2) Бағытты белгілеу (рассировка), бейнелеу (анимация).
- 3) Жазықтықтағы және үш өлшемді сызбаларды тез салу.

Мәтіндер:

- 1) Орфографияны тексеру.
- 2) Мәтінді үлгілеу (форматтау), формулаларды енгізу.
- 3) Мәтінді басу алдында тексеру.

Осылайша, Mathcad формулалық, мәтіндік, графикалық редакторлармен қатар басқа да математикалық өрнектік жүйелерді біріктіреді.

Барлық жұмыс барысында осы үлгіні пайдаланушыға қажет анықтамалар:

- 1) Мазмұны мен іздеу құралдары (инструмент) анықтамасы.
- 2) Теңдеулерді шешуге арналған нұсқаулар.
- 3) Программа (үлгі) жасау ережелері.
- 4) Керек анықтама кестелер.
- 5) Көптеген жедел ойға түсушілер.

1.2 Mathcad- пен жұмыс жасау

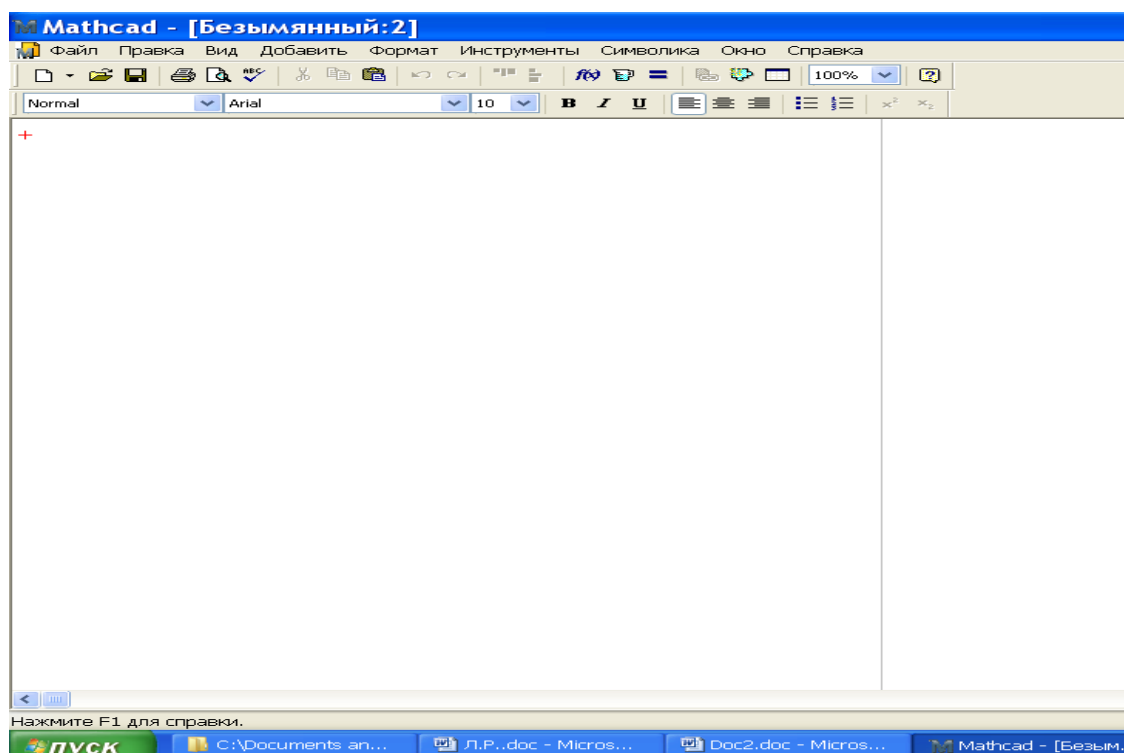
Жұмысты бастамас бұрын алдын ала Windows 95 – XP ортасына Mathcad жүйесі орнатылуы қажет. Ендігі жерде біз осы белгілі компьютерлік

жүйелердің терминдерін және кең тараған офистік қосымшалардың жұмыс тәсілдерін (көшіру (копирование), форматтау, алып бару(перетаскивание), кірістіру (вставка)) пайдаланамыз. Барлық керекті жұмыстарды орындайтын Mathcad жұмыс терезесін тінтуырдың курсорын немесе Enter пернесін Mathcad программасының пиктограммасына (белгісіне) басу арқылы орындалады. Бұл белгіні пайдаланушыға ыңғайлы болу үшін жұмыс үстелінде, аспаптар панелінің немесе папканың ішінде орналастыруға болады. 1 Сурет.



1 сурет

Программаны шақырғаннан кейін экранда белгілі Microsoft Office программасының интерфейсіне ұқсас Mathcad жұмыс құжаты (2 сурет) ашылуы тиіс.



2 сурет

Ашылғаннан кейін Mathcad жүйесі құжат жасауға дайын.

Mathcad-тың жұмыс терезесі бірінші жолы – шақырылған программаның және құжаттың (папка, файл) атымен аталатын экрандағы стандартты жол (біздің жағдайымызда [Безымянный:2]). Бірінші жолдың оң жағында кішірейту (свернуть), кеңейту (развернуть) және терезені жабу(закрыть) деген үш батырма (кнопка)орналасқан.Терезенің екінші жолы-

мәзір (меню) жолы. Тінтуырдың сол жақ батырмасымен мәзірдің нақты жеріне бассақ, мәзірге қосымша пайдаланатын амалдардың тізімі шығады.

Мәзір жолында келесі бөлімдер бар:

- 1) File (Файл) – файлмен жұмыс жасау.
- 2) Edit (Правка) – құжаттарды өңдеу.
- 3) View (Вид) – құжаттардың берілуін өзгерту және жұмыс терезесінің элементтерін бейнелеу/жасыру.
- 4) Insert (Вставка) – объектіні және оның нұсқасын (шаблон) суретімен қоса енгізу.
- 5) Format (Формат) – объектінің форматын өзгерту.
- 6) Tools (Инструменты) – есептерді басқаратын аспаптар.
- 7) Symbolics (Символы) – символдық процессордың амалдарын таңдау.
- 8) Window (Окно) – жүйенің терезелерін басқару.
- 9) Help (Справка) – жүйенің анықтамалық негізімен жұмыс жасау.

Жұмыс терезесінің жоғары жағының үшінші жолы – аспаптар панелі, төртінші жолы – форматтау (үлгілеу) панелі. Осы және жұмыстарымен кейінірек танысамыз.

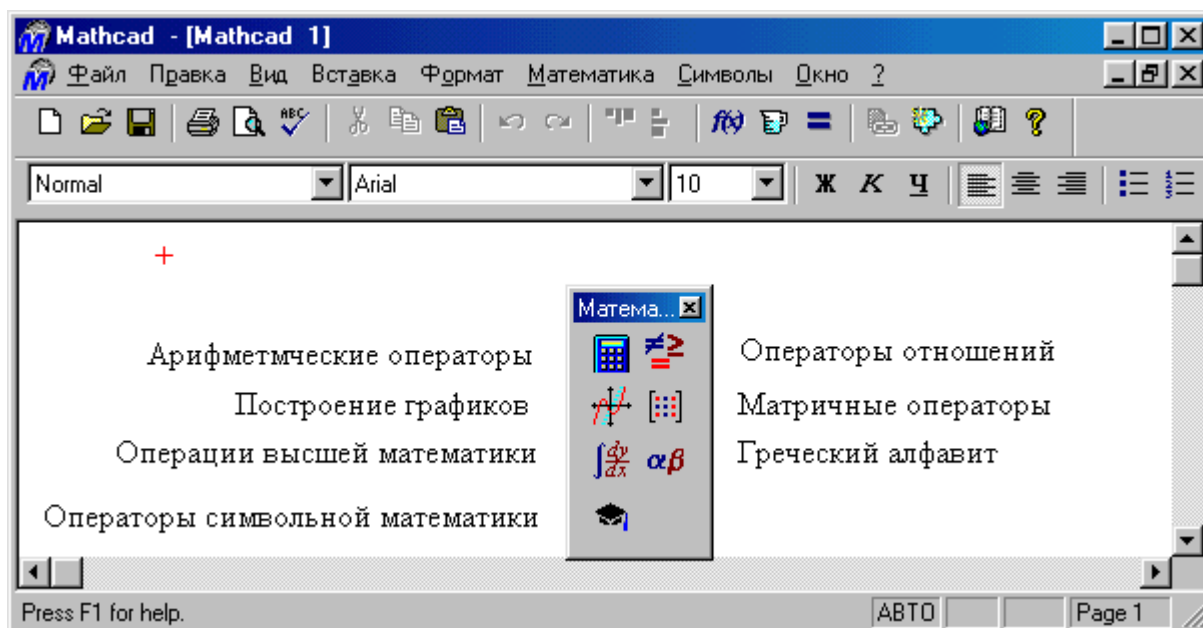
1.3 Mathcad математикалық панелі

Mathcad үшін негізгі мәзірдің барлық позицияларының ішінде есептеу амалдарын орындау үшін қажет математикалық белгілер - матрица, туынды, стандарттық функциялар т.б. шығаратын позиция былай шақырылады (орындалады). Алдымен курсормен негізгі мәзірдің *Вид (View)* командасын басады, сонда шыққан ішкі мәзірдің *Аспаптар панелінің (Tools)* жолын көрсетеміз (баспай), содан кейін кеесі шыққан мәзірдің *Математика (Math)* жолын көрсетеміз.

Экранда сол атпен математикалық панелі шақырылады (3 сурет). Осы панельдің көмегімен тиісті позицияға басу арқылы бір немесе бірден артық математикалық панельдерді шақыруға болады. Оларды жұмыс терезеіне кедергі жасамау үшін экранның кез келген ыңғайлы жеріне орналастыруға болады. Ол үшін панельдің жоғары бөлігін курсормен ұстап, одан соң кілттің сол жақ батырмасын жібермей басып тұрып ыңғайлы жерге жылжыту керек.

4-суретте барлық математикалық панельдер көрсетілген. Олардың тізімі:

- 1) *Калькулятор (Calculator)* – негізгі математикалық амалдар, цифрлар, белгілер орналасқан кірістірмелер.
- 2) *График (Graph)* – график белгілері орналасқан кірістірмелер.
- 3) *Матрица (Matrix)* - матрица және матрицалық қарым қатынасы орналасқан кірістірме.
- 4) *Вычислить (Evaluation)* – мән беретін және есептеудің мәнін шығаратын оператор.

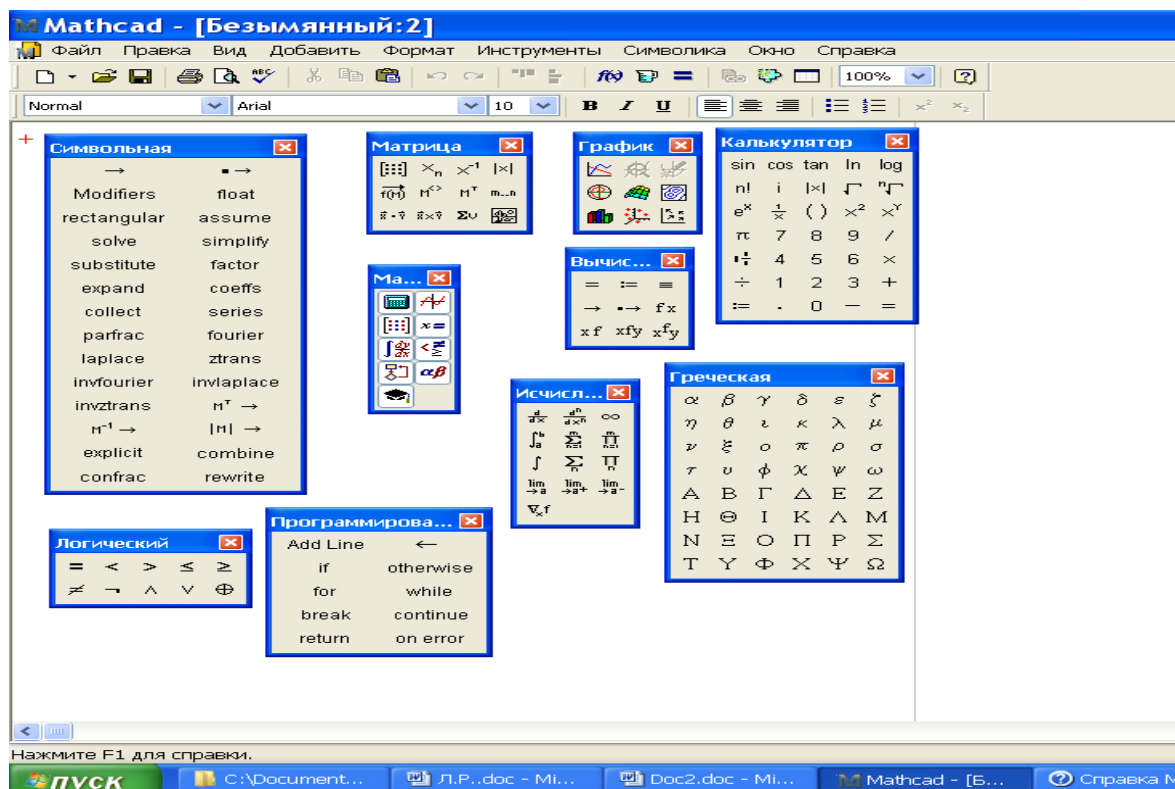


3 сурет

- 5) *Логическая* (Boolean) –логикалық оператор орналасқан кірістірме.
- 6) *Исчисление* (Calculus) - дифференциалдау, интегралдау, қосынды есептейтін қалыптардың кірістірмесі.
- 7) *Программирование* (Programming) – программалау операторы.
- 8) *Греческая* (Greek) – грек әріптері.
- 9) *Символьная* (Symbolics) –символдық есептеулер операторының кірістірмесі.

Символьная (Symbolics) панелімен (4 Сурет) төмендегі амалдарды орындайды:

- – теңдік белгісінің символы (символдық есептеу),
- – символдық бағалау;
- float* (плавающий) - сандардың жылжымалы үтір форматына түрлендіру;
- coeffs* (коэффициенты) - көпмүшенің коэффициенттерін табу;
- complex* (комплексное) - нәтижені комплекс түрде жазу;
- assume* - айнымалыларға анықталмаған мәндер беру;
- solve* (решить) - теңдеуді берілген айнымалы бойынша шешу;
- simplify* (упростить) - белгіленген өрнекті ықшамдау (ұқсас мүшелерін біріктіру, ортақ бөлімге келтіру, тригонометриялық теңбе-теңдікті пайдалану т.б.);
- substitute* (подстановка) - көрсетілген айнымалыны алмастыру буферінің ішіндегімен алмастыру;
- factor* (разложить) - өрнекті көбейткіштерге жіктеу;



4 сурет

expand (развернуть) - өрнекті жаю (мысалы, жақшаларды ашу);
collect (собрать) - көрсетілген өрнек бойынша ұқсас қосылғыштарды біріктіру;

series (ряд) - көрсетілген айнымалы бойынша өрнектің Тейлор қатарына жіктелуінің бірнеше мүшелерін табу;

parfrac - жай бөлшектерге жіктеу;

fourier - Фурье түрлендіруі;

invfourier - кері Фурье түрлендіруі;

laplace - Лаплас түрлендіруі;

invlaplace - кері Лаплас түрлендіруі;

ztrans - z-түрлендіруі;

invztrans - кері z-түрлендіруі;

модификаторы - қосымша панель (амалдарымен),

real - нақты мән;

RealRange - нақты мән [a; b] интервалына тиісті;

trig - тригонометриялық түрлендіру бағытын көрсетеді;

$M^T \rightarrow$ - матрицаны алмастыру;

$M^{-1} \rightarrow$ - кері матрицаны алуы;

$|M| \rightarrow$ - матрица анықтауышын есептеу.

Mathcad- та жәй теңдік = белгісінің үш түрі бар. Бұл математикалық мәтіндерде теңдік белгісінің әртүрлі мағынасы болуына байланысты. Мысалы,

$x = y$ деген не айнымалы x ке y тің мәнін беруді, не x өрнегінің y өрнегіне логикалық тең екенін көрсетеді.

Компьютерлік программаларда мұндай құбылмалыққа жол бермейді. Сондықтан Mathcad- та келесі белгілерді қолданады:

$=$ (клавиатурадан енгізілген кәдімгі теңдік) - есептеудің нәтижесін шығару (солдан оңға қарай *Вычислить* командасымен орындалады);

$=$ (қою сызықты теңдік белгісі *Ctrl* түймесін және $=$ белгісін бір уақытта басу арқылы енгізіледі) - x пен y арасындағы теңдік;

$:=$ солдан оңға қарай айнымалыға белгілі мән беру (мысалы, $x := 4$ айнымалы x ке 4 мәнін береді).

Ескерту - Егер айнымалыға жәй теңдік белгісін берсек (мысалы, $x = 5$) құжатта біінші рет кездескенде, ол автоматты түрде айнымалыға мән беру белгісіне ауысады.

1.4 Mathcad -тағы курсор түрлері



Тінтуырдың көрсеткіші. Тінтуырдың қозғалысын көрсетеді. $+$ (монитордағы қызыл крест) беттегі формула немесе мәтінді енгізетін позицияны көрсетіп тұрады.

\perp (көк бұрыш) белсенді математикалық облыстағы формуланы немесе оның бөлігін ерекшелеп көрсетеді. Құжаттың бетінде белсенді математикалық облыс формуланы енгізу бастағаннан пайда болады.

$|$ (қызыл тік сызық) беттегі мәтіндік облысты енгізетін көрсеткіш. Ол экранға " (тырнақша) пернесін басқанда пайда болады. \square \blacksquare экран толтырушылар. Әлі жазылып бітпеген формулалардың ішінде болады. Ол орындарды міндетті түрде толтыру керек.



формуланы басқа жерге ауыстыратын шекарадағы орынды көрсетуші.

1.5 Формулаларды енгізу

Математикалық өрнекті Mathcad- тың жұмыс облысының кез келген жерінде енгізуге болады. Ол үшін курсорды (қызыл крест) беттің бос жеріне апарып, тінтуырды басып, клавиатурадан немесе алдын ала шақырылған аспаптар панелінің көмегімен енгізуді бастауға болады. Бұл кезде математикалық есептеулерге арналған Mathcad программасы танитын және қолданатын математикалық облыс құралады.

Формуланың элементтерін енгізгенде, редактор (түзету) сызықтары деп аталатын көк бұрышпен автоматты түрде белгіленеді. Формуланы дұрыс енгізу үшін осы сызықтарға көңіл бөліп отыру керек. Ол көк сызықпен басқару Пробел (Space) пернесімен және бағыттауышы бар пернелермен орындалады. Бірнеше машықтану жаттығуларынан кейін көк бұрыштың орнын оңай өзгерте аламыз.

1.6 Мәтінді енгізу

Құжаттағы мәтін формулаға түсініктеме, комментарий және баса мақсаттар үшін қажет болуы мүмкін. Мәтіндік облысты ашу үшін ” (тырнақша) пернесі басылып, мәтінді теру басталады.

Мәтінді математикалық облыста теруге болмайды, себебі Mathcad процессоры мәтінді формула деп қабылдап, есептеу нәтижесі дұрыс болмайды.

Мәтіндік облысқа формуланы Word программасының *Добавить/Объект/Microsoft Word* (Insert/Object/Microsoft Word) командаларының немесе мәтіндік облысқа математикалық *Добавить/Математическая область* (Insert/Math Region) командаларымен кірістірме жасап енгізеді.

Мәтіндік облысты ашуды және математикалық облыста мәтінді жасауды ұмытқан жағдайды *Пробел* (Spase) пернесін басып түзетуге болады, сонда Mathcad математикалық облыстан мәтіндік облысқа көшіреді.

1.7 Қарапайым арифметикалық есептеулер

$14 + \frac{18}{3}$ және $14 + \frac{18}{6}$ өрнектерінің мәнін есептейік.

1 к е с т е

Амалдарға нұсқау (түсініктеме)	Экрандағы көрініс
--------------------------------	-------------------

Тышқанды жұмыс құжаттарының кез келген жеріне сырт еткіземіз. Экранда берілгендерді енгізетін позицияны көрсететін «+» белгісі шығады.

+

Символдарды клавиатурадан мына ретпен енгізіңіз: $14 + 18/3$

$$14 + \frac{18}{3}$$

Клавиатурадан теңдік белгісін (=) енгізіңіз. Өрнектің оң жағында нәтиже шығады.

$$14 + \frac{18}{3} = 20$$

3 цифрының төменгі оң жағына тінтуырды сырт еткізіп, *BackSpace* батырмасын басыңыз. Сонда бөлшектің бөлімінде қара белгі шығады.

$$14 + \frac{18}{3} = \blacksquare$$

Клавиатурадан 6 цифрын енгізіп тінтуырды шыққан төртбұрыштың (раманың) сыртынан сырт дегізіңіз.

$$14 + \frac{18}{6} = 17$$

Енді төртбұрыштың ішіндегісін кетіріп тастаймыз. Тінтуырды төртбұрыштың кез келген жеріне сырт дегізіп, *Пробел* батырмасын төртбұрыштың ішіндегісі көк сызықпен белгіленгенше жібермей басып тұрамыз. Содан соң *Backspace* және *Delete* батырмаларын бірінен соң бірін басамыз. Төртбұрыштағы өрнек жойылады.



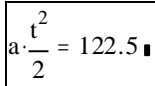
Ескерту

1. Формуланың кез келген бөлігін, тінтуырдың көрсеткішін сол жақ батырмасын жібермей басып тұрып, қараға бояп та көтеруге болады.
2. Төртбұрыштың сыртынан тінтуырмен сырт еткізгенде облыс белсенділігін жояды. Формуланы түзету үшін оның үстінен сырт еткізіп, қайтадан белсенді қалыпты көтеруге болады.

1.8 Айнымалы және оның мәнін анықтау

$t = 5$, $a = 9,8$ айнымалылары мәндерінде $a \cdot t^2 / 2$ өрнегінің мәнін есептеу керек.

2 к е с т е

Амалдарға нұсқау (түсініктеме)	Экрандағы көрініс
Жұмыс құжатының бос жеріне сырт еткізіп, пернетақтадан (клавиатура) $a := 9.8$ символын енгізіңіз ($:$ символын енгізгенде құжатта меншіктеу белгісі $:=$ көрінеді).	
Тінтуырды бос жерге сырт дегізіп, $t := 5$ ті енгіземіз.	
Бос жерге сырт дегізіп, мынаны енгізіңіз $a * t^2$ Пробел / 2 Пробел =	
Назар аударыңыз! Енгізілген өрнектерді Mathcad солдан оңға жоғарыдан төмен қарай орындай алады. Сондықтан өрнек мәндерді анықталған айнымалылардың оң жағында немесе одан төмен орналасуын қадағалап отыру керек.	

1.9 Функцияны анықтау және оның нүктедегі мәнін есептеу.

Функция мәндерінің кестесін жасау

$f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$ функциясын анықтап, оның $x = 1,2$ болғандағы мәнін тауып және барлық $x \in [0; 5]$ тар үшін қадамы 1-ге тең болатын мәндерінің кестесін жасайық.

3 к е с т е

Амалдарға нұсқау (түсініктеме)	Экрандағы көрініс
Жұмыс терезесінің бос жеріне сырт дегізіп пернелер арқылы $f(x) := x + 1$ Пробел / $x^2 + 1$ Пробел + 1 енгізіңіз.	
Бос жерге сырт дегізіп, $f(1.2) =$ енгізіңіз. Есептелген функцияның мәні шығады.	
Енді аргументтің $x \in [0;5]$ дискретті мәндерін беріңіз (1-ге тең қадаммен). Бос жерге сырт дегізіп, $x := 0, 1; 5$ енгізіңіз. (енгізгенде құжатта қос нүкте пайда болады)	
Сырт дегізіп $f(x) =$ В енгізіңіз. Нәтижесінде функция атының астында функция мәндерінің кестесі шығады.	

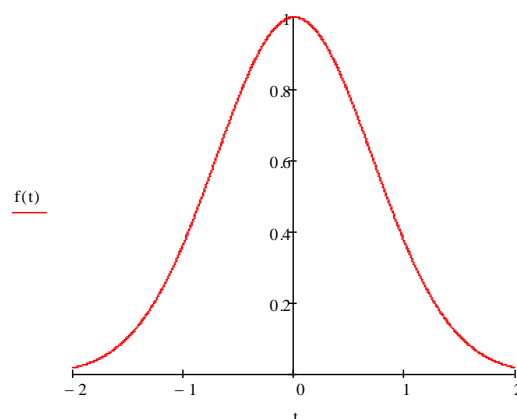
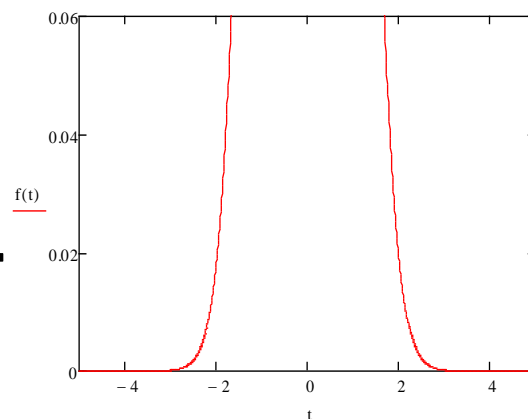
1.10 Функцияның декарттық сызбасын салу

$f(t) = e^{-t^2}$ функциясының сызбасын салайық.

4 к е с т е

Амалдарға нұсқау (түсініктеме)	Экрандағы көрініс
Бос жерге сырт дегізіп функцияны енгіземіз $f(t) := \exp(-t^2)$ Пробел	
Енді <i>Математика</i> панелінен <i>Панель графиков</i> (Graph) шақырамыз да <i>X-Y график</i> батырмасын басамыз. Курсор кара белгіде абсцисса осінде тұр. Аргумент t -ны енгізіп,	

содан соң ординат осінде тұрған қара белгіге сырт дегізіп $f(t)$ -ны енгіземіз. Тінтуырман тік төртбұрыш сыртынан сырт еткізіңіз. Сызба өте нашар шықты. Аргументтің өзгеру аралығын $[-2.2]$ деп өзгертеміз. Ол үшін сызба тұрған жерге сырт дегіземіз. Содан соң абсцисса осіндегі сол жағындағы санға сырт дегізіп, BackSpace пернесі арқылы жойып, 2 санын енгіземіз. Сол сияқты остің оң шекарасына да 2 санын қоямыз. Тік өртбұрыштың сыртынан сырт дегізсек, сызба шығады. Сызбаға координаттар осін салайық. Тінтуырдың оң жақ батырмасын басып, содан соң *Формат* жолындағы *Стиль осей* (Axis Style) бөлімінен *Пересекающиеся* (Crossed) пунктін белгілейміз. *OK* басамыз. Сызба енді жақсы шықты.



Mathcad арқылы қажетті нәтижені амалдарды әртүрлі жолдармен орындап шығарып алуға болады. Басқа да математикалық есептердің шешу мысалдарымен осы нұсқауда әрі қарай танысамыз.

2 Зертханалық жұмыстар

Университеттің компьютерлік сыныптарында орындалатын төрт зертханалық жұмыс ұсынылады. Осы әдістемелік құралда студенттердің тобына аралған әр жұмыс бойынша жеке тапсырмалар және оларды орындауға арналған нұсқаулар келтірілген. Компьютерлік сыныптарда кезекті зертханалық жинақтауышта электронды түрде сақтап, қажет болғанда өздігінен мәтінмен толықтырып, оқытушыға жазбаша басылымын өткізеді. Математикадан қорытынды емтиханға жіберілуі үшін студент жазбаша басылымды өткізуі міндетті.

КЕАҚ Алматы энергетика және байланыс университеті

Жоғары математика кафедрасы

№ 1 зертханалық жұмыс

Тақырыбы: Элементар математика есептерін шешу

Нұсқа № 24

Орындаған БЭ-08-14 тобы студенті Такешева А.Д.

Қабылдаған аға оқытушы Д.Д. Ақжанов

Алматы, 2014

1 сурет – орындаған зертханалық жұмыстың мұқабасының үлгісі (құжат Word та орындалады)

1-тапсырма . Есептеңіз.

$$\left(1\frac{2}{5} + 3,5 : 1\frac{1}{4}\right) : 2\frac{2}{5} + 3,4 : 2\frac{1}{8} - 0,35 \quad (\text{Word- та теріледі})$$

Тапсырманың орындалуы

(Тапсырма Mathcad-та орындалады да, Word- қа кірістіріледі)

$$\left(\frac{1 + \frac{2}{5} + \frac{3.5}{1 + \frac{1}{4}}}{2 + \frac{2}{5}} + \frac{3.4}{2 + \frac{1}{8}} \right) - 0.35 = 3$$

Жауабы: 3 (Word- та)

2-тапсырма. Өрнекті ықшамдаңыз.

$$\frac{\frac{a-b}{2a-b} - \frac{a^2 + b^2 + a}{2a^2 + ab - b^2}}{(4b^2 - 4ab^2 + a^2)} : (2b^2 + a) \cdot (b^2 + b + ab + a)$$

Тапсырманың орындалуы

Жауабы: $\frac{b+1}{b-2a}$

2 сурет – Жазбаша басылымдағы орындалған жұмыс мұқабасының үлгісі
(Word- та орындалады)

1.1 Зертханалық жұмыс №1

Тақырыбы: элементар математика есептері.

Мақсаты: Mathcad көмегімен элементар математика есептерін шешуді үйрету.

Мазмұны:

- 1) Mathcad математикалық жүйесінің жұмысымен танысу.
- 2) Арифметикалық есептеулер.
- 3) Өрнектерді алгебралық түрлендіру.

4) Теңдеулерді шешу.

1- тапсырма. Есептеңіз.

1.1.1 к е с т е - Тапсырмалар нұсқалары

Нұсқа №	Жеке тапсырмалар	Жауап
1.1	$\left(\frac{(3,2-1,7):0,003}{\left(\frac{29}{35}-\frac{3}{7}\right)\cdot 4:0,2} - \frac{\left(1\frac{13}{20}-1,5\right)\cdot 1,5}{\left(2,44+1\frac{14}{25}\right)\cdot \frac{1}{8}} \right) : \left(62\frac{1}{20} \right) + 1,364 : 0,124$	12
1.2	$\frac{\left(\left(3\frac{7}{12} - 2\frac{11}{18} + 2\frac{1}{24} \right) \cdot 1\frac{5}{31} - \frac{3}{52} \left(3\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \right) \right) \cdot 1\frac{7}{13}}{\frac{19}{84} : \left(5\frac{13}{42} - 2\frac{13}{28} + \frac{5}{24} \right) + 1\frac{2}{27} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}}$	5
1.3	$\frac{\left(\left(4,625 - \frac{13}{18} \cdot \frac{9}{26} \right) \cdot \frac{4}{9} + 2,5 : 1,25 : 6,75 \right) : 1\frac{53}{68}}{\left(\frac{1}{2} - 0,375 \right) : 0,125 + \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{12} \right) : (0,358 - 1,4796 : 13,7)} + \frac{10}{27}$	1
1.4	$\frac{3,75 : 1\frac{1}{2} + \left(1,5 : 3\frac{3}{4} \right) \cdot 2\frac{1}{2} + \left(1\frac{1}{72} - \frac{23}{49} \right) : \frac{22}{147}}{2 : 3\frac{1}{5} + \left(3\frac{1}{4} : 13 \right) : \frac{2}{3} - \left(2\frac{5}{18} - \frac{17}{36} \right) \cdot \frac{18}{65}}$	16
1.5	$5\frac{4}{7} : \left(8,4 \cdot \frac{6}{7} \cdot \left(6 - \frac{(2,3+5:6,25)\cdot 7}{8\cdot 0,0125+6,9} \right) - 20,384 \right) - \frac{29}{14}$	-1
1.6	$\frac{\left(0,3275 - \left(2\frac{15}{88} + \frac{4}{33} \right) : 12\frac{2}{9} \right) : 0,07}{(13-0,416):6,05+1,92}$	0,5
1.7	$\left(2 : 3\frac{1}{5} + \left(3\frac{1}{4} : 13 \right) : \frac{2}{3} + \left(2\frac{5}{18} - \frac{17}{36} \right) \cdot \frac{18}{65} \right)$	1,5
1.8	$\left(\frac{3,75 + 2\frac{1}{2} - \frac{2\frac{3}{4} + 1,5}{2}}{2\frac{1}{2} - 1,875} - \frac{2,75 - 1\frac{1}{2}}{2} \right) \cdot \frac{10}{11}$	6
1.9	$\left(1\frac{2}{5} + 3,5 : 1\frac{1}{4} \right) : 2\frac{2}{5} + 3,4 : 2\frac{1}{8} - 0,35$	3
1.10	$\frac{(3,4 - 1,275) \cdot \frac{16}{17}}{\frac{5}{18} \cdot \left(1\frac{7}{85} + 6\frac{2}{17} \right)} + 0,5 \cdot \left(2 + \frac{12,5}{5,75 + \frac{1}{2}} \right)$	3

1.1.1 кестенің жалғасы

1.11	$\left((520 \cdot 0,43) : 0,26 - 217 \cdot 2\frac{3}{7} \right) - \left(31,5 : 12\frac{3}{5} + 114 \cdot 2\frac{1}{3} + 61\frac{1}{2} \right)$	3
1.12	$\left(26\frac{2}{3} : 6,4 \right) \cdot \left(19,2 : 3\frac{5}{9} \right) - \frac{8\frac{4}{7} : 2\frac{26}{77}}{0,5 : 18\frac{2}{3} \cdot 11} - \frac{1}{18}$	10
1.13	$\frac{0,4 + 8 \left(5 - 0,8 \cdot \frac{5}{8} \right) - 5 : 2\frac{1}{2}}{\left(1\frac{7}{8} \cdot 8 - \left(8,9 - 2,6 : \frac{2}{3} \right) \right) \cdot 34\frac{2}{5}}$	9
1.14	$\left(\left(1\frac{1}{7} - \frac{23}{49} \right) : \frac{22}{147} - \left(0,6 : 3\frac{3}{4} \right) \cdot 2\frac{1}{2} + 3,75 : 1\frac{1}{2} \right) : 2,2$	3
1.15	$\frac{0,125 : 0,25 + 1\frac{9}{16} : 2,5}{(10 - 22 : 2,3) \cdot 0,46 + 1,6} + \left(\frac{17}{20} + 1,9 \right) \cdot 0,5$	2
1.16	$\frac{((7 - 6,35) : 6,5 + 9,9) \cdot \frac{1}{12,8}}{\left(1,2 : 36 + 1,2 : 0,25 - 1\frac{5}{6} \right) : \frac{4}{5}} : 0,125 + \frac{7}{3}$	2.5
1.17	$\left(\left(\frac{7}{9} - \frac{47}{72} \right) : 1,25 + \frac{7}{40} \right) : (0,358 - 0,108) \cdot 1,6 - \frac{19}{25}$	1
1.18	$\frac{\left(0,5 : 1,25 + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11} \right) \cdot 3}{\left(1,5 + \frac{1}{4} \right) : 18\frac{1}{3}}$	32
1.19	$\frac{\left(5\frac{4}{45} - 4\frac{1}{6} \right) : 5\frac{8}{15}}{\left(4\frac{2}{3} + 0,75 \right) \cdot 3\frac{9}{13}} \cdot 34\frac{2}{7} + \frac{0,3 : 0,01}{70} + \frac{2}{7}$	1
1.20	$\frac{\left(\frac{3}{5} + 0,425 - 0,005 \right) : 0,1}{30,5 + \frac{1}{6} + 3\frac{1}{3}} + \frac{6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}}{26 : 3\frac{5}{7}} - 0,05$	2
1.21	$\frac{3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{2}}{\frac{62}{75} - 0,16} : \frac{3,5 + 4\frac{2}{3} + 2\frac{2}{15}}{0,5 \cdot \left(1\frac{1}{20} + 4,1 \right)}$	4

1.1.1 кестенің соңы

1.22	$\frac{\left(1\frac{1}{5} : \left(\frac{17}{40} + 0,6 - 0,005\right)\right) \cdot 1,7}{\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3} - 1\frac{23}{30}} + \frac{4,75 + 7\frac{1}{2}}{33 : 4\frac{5}{7}} : 0,25$	
1.23	$\frac{\left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) \cdot \frac{2}{3}}{\left(3\frac{1}{3} \cdot 0,3 + \frac{2}{3}\right) : 2\frac{2}{3}} + \frac{1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,3 - 0,96}{\left(0,2 - \frac{3}{40}\right) \cdot 1,6}$	
1.24	$\frac{\left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{3}{16}}{0,625 - \frac{13}{18} : \frac{26}{9}} + \frac{\left(\frac{0,216}{0,15} + 0,56\right) : 0,5}{\left(7,7 : 24\frac{3}{4} + \frac{2}{15}\right) \cdot 4,5}$	
1.25	$\left(16\frac{1}{2} - 13\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{18}{33} + 2,2 \cdot \left(\frac{8}{33} - \frac{1}{11}\right) + \frac{2}{11}$	

2 –тапсырма. Өрнекті ықшамдаңыз.

1.1.2 к е с т е - Тапсырмалар нұсқалары

Нұсқа №	Жеке тапсырмалар
2.1	$\frac{2x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 3x^{-\frac{1}{3}}} - \frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{2}{3}}} - \frac{x+1}{x^2 - 4x + 3}$
2.2	$\left(\frac{1+x+x^2}{2x+x^2} + 2 - \frac{1-x+x^2}{2x-x^2}\right)^{-1} \cdot (5-2x^2)$
2.3	$\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} \cdot \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) : \frac{a-b-c}{2bc}$
2.4	$\frac{a-b}{2a-b} - \frac{a^2 + b^2 + a}{2a^2 + ab - b^2} : \frac{(4b^4 + 4ab^2 + a^2) : (2b^2 + a)}{(b^2 + b + ab + a)}$
2.5	$\frac{a^2 + 2ax + x^2}{(3x+a)(a+x)} - 2 + 10 \cdot \frac{ax - 3x^2}{a^2 - 9x^2}$
2.6	$\left(\left(\frac{x}{y-x}\right)^{-2} - \frac{(x+y)^2 - 4xy}{x^2 - xy}\right)^2 \cdot \frac{x^4}{x^2y^2 - y^4}$

1.1.2 кестенің жалғасы

2.7	$\left(\left(\frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) \right) : \frac{(x-y)^2 + 4xy}{1+y/x}$
2.8	$\left(\frac{3}{2x-y} - \frac{2}{2x+y} - \frac{1}{2x-5y} \right) : \frac{y^2}{4x^2 - y^2}$
2.9	$\left(6a^2 + 5a - 1 + \frac{a+4}{a+1} \right) : \left(3a - 2 + \frac{3}{a+1} \right)$
2.10	$\frac{x^{-6} - 64}{4 + 2x^{-1} + x^{-2}} \cdot \frac{x^2}{4 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - \frac{4x^2(2x+1)}{1-2x}$
2.11	$\frac{2b+a - \frac{4a^2-b^2}{a}}{b^3 + 2ab^2 - 3a^2b} \cdot \frac{a^3b - 2a^2b^2 + ab^3}{a^2 - b^2}$
2.12	$\frac{a^3 - 2a^2 + 5a + 26}{a^3 - 5a^2 + 17a - 13}$
2.13	$\frac{2a^4 + a^3 + 4a^2 + a + 2}{2a^3 - a^2 + a - 2}$
2.14	$\frac{p^3 + 4p^2 + 10p + 12}{p^3 - p^2 + 2p + 16} \cdot \frac{p^3 - 3p^2 + 8p}{p^2 + 2p + 6}$
2.15	$\left(\frac{z-2}{6z+(z-2)^2} + \frac{(z+4)^2-12}{z^3-8} - \frac{1}{z-2} \right) : \frac{z^3+2z^2+2z+4}{z^3-2z^2+2z-4}$
2.16	$\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \frac{1}{(a+2)(a+3)} + \frac{1}{(a+3)(a+4)} + \frac{1}{(a+4)(a+5)}$
2.17	$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}}$
2.18	$\frac{a^2 - 3ab + ac + 2b^2 - 2bc}{a^2 - b^2 + 2bc - c^2}$
2.19	$\frac{a^4 - 16}{a^4 - 4a^3 + 8a^2 - 16a + 16}$
2.20	$\frac{x-1}{x+x^{\frac{1}{2}}+1} : \frac{x^{0.5}+1}{x^{1.5}-1} + \frac{2}{x^{-0.5}}$
2.21	$\frac{d(a-b)(b-c)+b(a-d)(c-d)}{c(a-b)(c-d)+a(b-c)(c-d)}$
2.22	$\frac{x-1}{x^{\frac{3}{4}}+x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x^{1/2}+x^{1/4}}{x^{1/2}+1} \cdot x^{1/4} + 1$

1.1.2 кестенің соңы

2.23	$\frac{\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2}{\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} - \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)}$
2.24	$\frac{x}{x^2 - 1} + \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - x^2 + x - 1} + \frac{x^2 - x - 1}{x^3 + x^2 + x + 1} - \frac{2x^3}{x^4 - 1}$
2.25	$\frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$

3- тапсырма. Жақшаларды ашып, ұқсас мүшелерді біріктіріңіз.

1.1.3 к е с т е - Тапсырмалар нұсқалары

Нұсқа №	Жеке тапсырмалар
3.1	$(b^3 - b^2 + b - 1)(b + 1)$
3.2	$(a^2 - ab + 2b^2)(a - b) - (a^2 + 2ab - b^2)(a + 2b)$
3.3	$(a^2 + 4 \cdot a \cdot x + x^2) \cdot (a - 2 \cdot x) - (a^2 - 5 \cdot a \cdot x - 2 \cdot x^2) \cdot (a + x)$
3.4	$(2x^3 + x^2y + 3xy^2 - y^3)(x + 5y) - (x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + 5y^3)(2x - y)$
3.5	$(y^3 - 3y^2z + 2yz^2 - 6z^3)(2y - z) - (y^3 - 5y^2z - 6yz^2 + 2z^3)(2y + 3z)$
3.6	$2(7a - 3x)^2 - 3(a - 14x)^2$
3.7	$3 \cdot (5 \cdot x + 2 \cdot y)^2 + 2 \cdot (3 \cdot x - 5 \cdot y)^2$
3.8	$(3a - 5b)^2 + (2a + 9b)^2 - (2a + 3b)(27b - 16a)$
3.9	$(4x - 7y)^2 - (3x + 5y)^2 - 2(2x + 3y)(4y - 17x)$
3.10	$\left(\frac{1}{2}x^2 + 2y - xy\right)\left(\frac{1}{2}x^2 - 2y + xy\right)$
3.11	$\left(10x - \frac{1}{2}z + xz\right)\left(10x - \frac{1}{2}z - xz\right)$
3.12	$(3a - 2b)(3a + 2b) + (a - 3b)^2 - (5a - b)(2a - 5b)$
3.13	$2(5a + 6x)(3a + 2x) - (4a + 7x)^2 - (3a - 5x)(3a + 5x)$
3.14	$(a + b)(a - b + 1) - (a - b)(a + b - 1)$
3.15	$(a^2 - 3a + 1)(2a + 1)^2$
3.16	$(a - 1)^3 + 3(a - 1)^2 + 3(a - 1) + 1$
3.17	$(b - 2)(b^4 + 2b^3 + 4b^2 + 8b + 16)$
3.18	$(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$
3.19	$(2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)$
3.20	$(3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2)$
3.21	$(5x + 3y)(25x^2 - 15xy + 9y^2)$
3.22	$(n + 5k)^2(n - k) + (n - 5k)^2(n + k) - 2n(n + 4k)(n - 4k)$

1.1.3 кестенің соңы

3.23	$x^2(3-x) - (2-x^2)(x+1) - 4x^2$
3.24	$(a+1)^4 + (a-1)^4$
3.25	$(a+3b)(a+b+2) - (a+b)(a+3b+2)$

4-тапсырма. Өрнекті көбейткіштерге жіктеңіз.

1.1.4 к е с т е - Тапсырмалар нұсқалары

Нұсқа №	Жеке тапсырмалар
4.1	$x^5 - x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 9x - 9$
4.2	$x^7 - x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 + x - 1$
4.3	$27x^3 - 27x^2 + 18x - 4$
4.4	$x^4 - x^3 + 2x^2 + x - 3$
4.5	$2x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 13x + 6$
4.6	$2x^4 - x^3 - 9x^2 + 13x - 5$
4.7	$35ax + 24xy - 20ay - 42x^2$
4.8	$48xz^2 + 32xy^2 - 15yz^2 - 10y^3$
4.9	$16ab^2 - 5b^2c - 10c^3 + 32ac^2$
4.10	$6mnk^2 + 15m^2k - 14n^3k - 35mn^2$
4.11	$-28ac + 35c^2 - 10cx + 8ax$
4.12	$-24bx - 15c^2 + 40bc + 9cx$
4.13	$xy^2 - by^2 - ax + ab + y^2 - a$
4.14	$ax^2 - ay - bx^2 + cy + by - cx^2$
4.15	$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$
4.16	$x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x + 36$
4.17	$x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$
4.18	$14x - 4 + 27x^4 - 9x^2$
4.19	$9x^2 + 4x^3 - 1 - 12x^4$
4.20	$a^5 - 6a^4 + 16a^3 - 32a^2 + 48a - 32$
4.21	$a^6 + 2a^5 + 9a^4 + 16a^3 + 24a^2 + 32a + 16$
4.22	$x^3 + x^2z + xyz + y^2z - y^3$
4.23	$x^4 + 6x^3y + 8x^2y^2 - 6xy^3 - 9y^4$
4.24	$18a^2 - 27ab + 14ac - 21bc$
4.25	$10x^2 + 10xy + 5x + 5y$

5 -тапсырма. Бөлшекті жай бөлшектерге жіктеңіз.

1.1.5 к е с т е - Тапсырмалар нұсқалары

Нұсқа №	Жеке тапсырмалар	Нұсқа №	Жеке тапсырмалар
5.01	$\frac{x}{2x^2 - 3x - 2}$	5.14	$\frac{(x^2 - 2x + 3)}{(x - 1)(x^3 - 4x^2 + 3x)}$
5.02	$\frac{1}{6x^3 - 7x^2 - 3x}$	5.15	$\frac{(7x^3 - 9)}{x^4 - 5x^3 + 6x^2}$
5.03	$\frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x}$	5.16	$\frac{x^3 + x^2 + x - 1}{x^4 + 5x^2 + 4}$
5.04	$\frac{x^3 - 1}{4x^3 - x}$	5.17	$\frac{5x^3 - x^2 + 21x - 9}{x^4 + 10x^2 + 9}$
5.05	$\frac{x}{x^4 - 3x^2 + 2}$	5.18	$\frac{x^3 + 4x - 3}{x^4 + 4x^2}$
5.06	$\frac{(2x^2 - 5)}{x^4 - 5x^2 + 6}$	5.19	$\frac{x^4}{x^4 + 5x^2 + 4}$
5.07	$\frac{x^2}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}$	5.20	$\frac{x^3 - x + 2}{x^4 - x^2}$
5.08	$\frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2}$	5.21	$\frac{4x^2 - 2}{x^4 - x^2}$
5.09	$\frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 5}{(x - 2)^4}$	5.22	$\frac{5x}{x^4 + 3x^2 - 4}$
5.10	$\frac{1}{x^4 - x^2}$	5.23	$\frac{3x^2 + 2x + 1}{x^3 - 1}$
5.11	$\frac{x^2}{(x + 2)^2(x + 4)^2}$	5.24	$\frac{x^3 + x^2 - x + 3}{x^4 - x^2}$
5.12	$\frac{x^3 - 6x^2 + 9x + 7}{(x - 2)^2(x - 5)}$	5.25	$\frac{6x}{8 - x^3}$
5.13	$\frac{x^5}{(x - 1)^2(x^2 - 1)^2}$		

6 -тапсырма. Теңдеуді шешіңіз.

1.1.6 к е с т е - Тапсырмалар нұсқалары

Нұсқа №	Жеке тапсырмалар
6.01	$x^{\lg^3 x - 5 \lg x} = 0,0001$
6.02	$2^{x^2 - 3} \cdot 5^{x^2 - 3} = 0,01 \cdot (10^{x-1})^3$
6.03	$(8^x + 2^x) : (4^x - 2) = 5$

1.1.6 кестенің соңы

6.04	$3\left(x + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0$
6.05	$(2x+a)^5 - (2x-a)^5 = 242a^5$
6.06	$5^{1+x^2} - 5^{1-x^2} = 24$
6.07	$ax^4 - x^3 + ax - a = 0$
6.08	$(\sqrt[5]{3})^x + (\sqrt[10]{3})^{x-10} = 84$
6.09	$\frac{x+2}{x+1} + \frac{x+6}{x+3} + \frac{x+10}{x+5} = 6$
6.10	$9^x + 6^x = 2^{2x+1}$
6.11	$(x+1)(x^2+2) + (x+2)(x^2+1) = 2$
6.12	$(1+x^2)^2 = 2x(1-x^2)$
6.13	$27 \cdot 2^{-3x} + 9 \cdot 2^x - 2^{3x} - 27 \cdot 2^{-x} = 8$
6.14	$x \cdot \sqrt[3]{x} - 4 \sqrt[3]{x^2} + 4 = 0$
6.15	$(2x+1)^5 - (2x-1)^5 = 242$
6.16	$\lg(x^2+8) - 0,5 \lg(x^2+4x+4) = \lg 7$
6.17	$t^2 + 5t + 6 = 15 \frac{t^2 + 3t + 6}{t^2 + t}$
6.18	$2u^4 + u^2(u+2) - 3(u+2)^2 = 0$
6.19	$(x^2+2x)^2 - (x+2)(2x^2-x) = 6(2x-1)^2$
6.20	$(x^2-6x+9)^2 = x(x^2-4x+9)$
6.21	$8x^4 + 6x^3 - 13x^2 - x + 3 = 0$
6.22	$x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0$
6.23	$(x^2-6x)^2 - 2(x-3)^2 = 81$
6.24	$(x^2+2x)^2 - (x+1)^2 = 55$
6.25	$(x-2)(x+1)(x+4)(x+7) = 19$

2.2 Зертханалық жұмыс № 2

Тақырыбы: векторлық және сызықтық алгебра есептері.

Мақсаты: Mathcad көмегімен векторлық және сызықтық алгебра есептерін шешуді үйрету.

Мазмұны:

- 1) векторларға амалдар қолдану;
- 2) матрицаларға амалдар қолдану;
- 3) сызықтық теңдеулер жүйесін шешу.

1- тапсырма. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторлары және k, m, n сандары берілген.

Табу керек:

- 1) $n\vec{a}$;
- 2) $n\vec{a} - m\vec{b} + k\vec{c}$;
- 3) \vec{a} және \vec{b} векторларының скаляр көбейтіндісін;
- 4) \vec{a} және \vec{b} векторларының векторлық көбейтіндісін;
- 5) \vec{a} және 4) пунктте табылған вектордың ұзындығын;
- 6) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторларының аралас көбейтіндісін;
- 7) берілген үш векторлар сызықты тәуелді бола ма? Олар базис құра ала ма?

2.2.1 кесте – Тапсырмалар нұсқалары

№	Жеке тапсырмалар					
	\vec{a}	\vec{b}	\vec{c}	n	m	k
1.1	(2,-3,1)	(1,4,0)	(5,2,-3)	3	2	-4
1.2	(3,4,1)	(1,-2,7)	(3,-6,21)	5	2	1
1.3	(2,-4,-2)	(7,0,3)	(3,5,-7)	-2	1	3
1.4	(-7,0,2)	(2,-6,4)	(1,-3,2)	-7	2	4
1.5	(-4,2,-1)	(3,5,-2)	(0,1,5)	1	-2	4
1.6	(3,-2,1)	(0,2,-3)	(-3,2,-1)	-5	1	4
1.7	(4,-1,3)	(2,3,-5)	(7,2,4)	2	1	0
1.8	(4,2,-3)	(2,0,3)	(-12,-6,-3)	-1	2	-1
1.9	(-1,0,5)	(-3,2,2)	(-2,-4,1)	2	2	1
1.10	(6,-4,6)	(9,-6,9)	(1,0,8)	3	0	1
1.11	(5,-3,1)	(2,-4,-2)	(3,5,-7)	-1	3	1
1.12	(-4,3,-7)	(4,6,-1)	(6,9,-3)	3	3	2
1.13	(-4,-6,2)	(7,0,5)	(2,3,-2)	2	-3	2
1.14	(-5,2,2)	(2,3,-1)	(-1,5,-3)	3	-7	1
1.15	(-4,2,-3)	(0,-3,5)	(-1,6,-4)	3	1	-2
1.16	(7,-3,2)	(12,4,7)	(0,1,13)	-1	4	-8
1.17	(-4,5,3)	(10,-1,5)	(4,-1,3)	7	0	-3
1.18	(6,2,-1)	(-3,-6,8)	(15,3,0)	-11	3	-5
1.19	(-5,3,2)	(0,1,8)	(-9,6,-9)	1	4	-3
1.20	(2,-4,-1)	(-4,-8,-11)	(-5,10,-1)	5	2	0
1.21	(5,3,-4)	(12,0,5)	(4,0,-5)	-7	-1	-7
1.22	(3,-4,1)	(-6,1,0)	(9,0,9)	0	3	-2
1.23	(0,-2,5)	(-3,5,4)	(9,5,-4)	7	1	3
1.24	(-3,5,0)	(0,1,-7)	(1,-8,2)	5	0	4
1.25	(2,0,-2)	(15,4,6)	(13,0,13)	-4	-5	8

2- тапсырма. А, В, С матрицалары берілген.

- 1) А мен С матрицаларының анықтаушысын есептеңіз;
- 2) B^T матрицасын табыңыз;
- 3) А мен С матрицаларының кері матрицаларын табыңыз, егер олар бар болса;

4) A мен C матрицаларының рангтерін $\text{rank}(A)$ функциясының көмегімен табыңыз;

5) A^2 матрицасын есептеңіз.

2.2.2 кесте – Тапсырмалар нұсқалары

№	Жеке тапсырмалар		
	A	B	C
2.1	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$
2.2	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -9 \\ -2 & 7 & 6 \\ 5 & 2 & -15 \end{pmatrix}$
2.3	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
2.4	$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 3 & 9 \\ 11 & 23 & 35 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & -1 \\ 20 & -12 & -8 \end{pmatrix}$
2.5	$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & 13 \\ 3 & -6 & 0 \end{pmatrix}$
2.6	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
2.7	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 4 & 8 \\ 4 & 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$
2.8	$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 11 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ -1 & 5 & 1 \\ 1 & -5 & 0 \end{pmatrix}$
2.9	$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$
2.10	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
2.11	$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 3 & 9 \\ 11 & 23 & 35 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 9 \\ -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & -1 \\ 20 & -12 & -8 \end{pmatrix}$

2.2.2 кестенің жалғасы

2.12	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 9 \\ -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -9 \\ -2 & 7 & 6 \\ 5 & 2 & -15 \end{pmatrix}$
2.13	$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & 13 \\ 3 & -6 & 0 \end{pmatrix}$
2.14	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$
2.15	$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 11 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ -1 & 5 & 1 \\ 1 & -5 & 0 \end{pmatrix}$
2.16	$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 14 & 2 \\ 9 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
2.17	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 7 & 3 & 18 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$
2.18	$\begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & -18 \\ -4 & 7 & 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 13 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -8 \\ 9 & 11 & 3 \\ 7 & 6 & 12 \end{pmatrix}$
2.19	$\begin{pmatrix} 20 & 7 & 3 \\ 0 & 35 & -1 \\ 6 & -2 & 14 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 11 & 2 \\ 4 & 7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -4 \\ -1 & -6 & 1 \\ -2 & 3 & -5 \end{pmatrix}$
2.20	$\begin{pmatrix} 11 & 14 & 0 \\ -3 & 11 & -7 \\ 1 & 4 & 13 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \\ 6 & -4 & 3 \end{pmatrix}$
2.21	$\begin{pmatrix} 8 & 1 & -4 \\ 0 & -8 & 9 \\ -11 & 16 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & -1 \\ 4 & 15 & 1 & -3 \\ 6 & 5 & 8 & 0 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
2.22	$\begin{pmatrix} 16 & 4 & -3 & -7 \\ 11 & 9 & 5 & -7 \\ 18 & 0 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
2.23	$\begin{pmatrix} 8 & -1 & 3 \\ 7 & 0 & -7 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -8 \\ 5 & 7 & 11 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

2.2.2 кестенің соңы

2.24	$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 8 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 9 & 5 \\ 7 & 1 & 6 & 0 \\ 1 & 8 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 8 & -5 \end{pmatrix}$
2.25	$\begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 4 & 5 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -7 & 40 \\ 11 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

3- тапсырма. $DX=F$ теңдеулер жүйесі берілген.

- 1) осы теңдеулер жүйесін Крамер формулаларымен шешіңіз;
- 2) осы теңдеулер жүйесін кері матрица формуласымен $X = D^{-1}F$ шешіңіз;
- 3) осы теңдеулер жүйесін $lsolve(D,F)$ операциясының көмегімен шешіңіз.

2.2.3 кесте – Тапсырмалар нұсқалары

№	Жеке тапсырмалар	
	D	F
3.1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 5 & 4 & 7 & 6 \\ -4 & 6 & -9 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
3.2	$\begin{pmatrix} 1 & 11 & 8 & 7 \\ 4 & 9 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 4 & 6 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$
3.3	$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 & 6 \\ 2 & 9 & 11 & 4 \\ -2 & 0 & 4 & 7 \\ -3 & 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$
3.4	$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 10 & 5 & -9 \\ 12 & -7 & -4 & 11 \\ 3 & 6 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$
3.5	$\begin{pmatrix} 1 & 11 & 3 & 6 \\ 0 & 4 & 1 & 12 \\ 8 & 13 & 9 & -8 \\ 3 & -7 & -6 & 11 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$
3.6	$\begin{pmatrix} 8 & 11 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & -7 & 1 \\ 3 & -8 & 2 & 4 \\ -4 & 5 & 3 & -9 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 11 \\ 21 \\ 2 \end{pmatrix}$

2.2.3 кестенің жалғасы

3.7	$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 & 6 \\ 1 & 5 & 6 & 1 \\ -4 & 2 & 8 & 7 \\ 0 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 13 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$
3.8	$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 6 & 1 & 5 & 8 \\ 0 & 3 & 4 & 9 \\ 1 & -3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 3 \\ -11 \end{pmatrix}$
3.9	$\begin{pmatrix} 8 & -1 & 3 & 4 \\ 9 & 5 & -8 & 11 \\ 0 & 3 & 5 & 1 \\ 2 & -4 & 8 & 17 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix}$
3.11	$\begin{pmatrix} 1 & 8 & 4 & 3 \\ 5 & 7 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & -4 & 5 \\ 8 & 11 & 3 & 6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 12 \\ 13 \\ -5 \end{pmatrix}$
3.12	$\begin{pmatrix} 8 & 11 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 11 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 11 \\ 3 & -8 & -9 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 11 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$
3.13	$\begin{pmatrix} 7 & 6 & -2 & 1 \\ -1 & 5 & 2 & -5 \\ 0 & 4 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 \\ 12 \\ 14 \\ 5 \end{pmatrix}$
3.14	$\begin{pmatrix} 7 & 12 & 0 & 3 \\ -1 & -4 & -5 & 7 \\ 5 & 6 & -2 & 1 \\ -3 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$
3.15	$\begin{pmatrix} 11 & 0 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & -8 & 1 \\ -6 & 5 & 3 & 2 \\ 8 & -13 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

2.2.3 кестенің жалғасы

3.16	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
3.17	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$
3.18	$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 & 6 \\ 1 & 5 & 6 & 1 \\ -4 & 2 & 8 & 7 \\ 0 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 13 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$
3.19	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$
3.20	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$
3.21	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$
3.22	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$
3.23	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
3.24	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

2.2.3 кестенің соңы.

3.25	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------

2.3 Зертханалық жұмыс № 3

Тақырыбы: математикалық анализ есептері.

Мақсаты: Mathcad көмегімен математикалық анализ есептерін шешуді үйрету.

Мазмұны:

- 1) шектерді есептеу;
- 2) функция туындысын есептеу;
- 3) функция графигін салу.

1- тапсырма. $f(x)$ функциясы және $x = a$ нүктесі берілген.

- 1) Функцияның берілген нүктедегі екі жақты шегін есептеңіз;
- 2) функцияның берілген нүктедегі сол жақ шегін есептеңіз;
- 3) функцияның берілген нүктедегі оң жақты шегін есептеңіз;
- 4) функцияның берілген нүктедегі $x = a$ үзілісі туралы қорытынды жасап, үзіліс тегін анықтаңыз.

2.3.1 кесте - Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар					
№	$f(x)$	x	№	$f(x)$	x
1.1	$\frac{x - \arctg x}{x^3}$	0	1.14	$\frac{(x^2 - 1)(x + 3)}{(x - 1)}$	1
1.2	$\frac{x - \sin x}{x - \tg x}$	0	1.15	$\frac{\ln \tg x}{\cos 2x}$	$\frac{\pi}{4}$
1.3	$\frac{\ln \cos x}{x}$	0	1.16	$\frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{x - 1}$	4
1.4	$\frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x}$	0	1.17	$\frac{(x^3 - 1)(x + 3)}{(x - 1)}$	1
1.5	$\frac{\ln x}{\ln \sin x}$	0	1.18	$\frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}$	-2
1.6	$x^2 e^{-x}$	$+\infty$	1.19	$\frac{2^x - 2}{\ln x}$	1
1.7	$\left[\frac{x}{x - 1} - \frac{1}{\ln x} \right]$	1	1.20	$\frac{(x^4 - 1)(x + 5)}{(x - 1)}$	1

2.3.1 кестенің соңы

1.8	$\frac{1}{\cos \frac{\pi x}{2} \ln(1-x)}$	1	1.21	$\frac{(x^3+1)(x^2+3)}{(x+1)}$	-1
1.9	$(\operatorname{ctg} x - 1)/x$	0	1.22	$\frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$	π
1.10	$x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$	∞	1.23	$(e^x + x)^{\frac{1}{x}}$	0
1.11	$(\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}$	$\frac{\pi}{2}$	1.24	$\left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}$	0
1.12	$\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$	∞	1.25	$\frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$	$\frac{\pi}{4}$
1.13	$\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x}$	1	1.26	$\frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}$	2π

2- тапсырма. Берілген $y(x)$ функциясы үшін $y'(x)$, $y'(x_0)$, $y''(x)$, $y''(x_0)$ туындыларын есептеңіз.

2.3.2 кесте - Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар					
№	$y(x)$	x_0	№	$y(x)$	x_0
2.1	$x^2 - 3x + 2$	3	2.14	$\sin^2 x$	$\frac{\pi}{2}$
2.2	$1 - x^2 - x^4$	1	2.15	$(2x-1)e^{2(1+x)}$	1
2.3	$(x+10)^6$	2	2.16	$\ln(2+x)$	0
2.4	$x^6 - 4x^3 + 4$	1	2.17	$e^x \cos x$	0
2.5	$(x^2+1)^3$	1	2.18	$e^x \sin 2x$	0
2.6	$\frac{1}{1-x}$	-2	2.19	$\frac{x-3}{x-4}$	2
2.7	$\cos^2 x$	$\frac{\pi}{2}$	2.20	$\sin 2x$	π
2.8	$\operatorname{arctg} x$	$\pi/2$	2.21	$(2x+1)^5$	1
2.9	$x^3 \ln x$	$\frac{1}{3}$	2.22	$\ln(1+x)$	2
2.10	$\frac{1-x}{1+x}$	2	2.23	$\frac{1}{2}x^2 e^x$	0
2.11	$e^{4x} + 2e^{-x}$	0	2.24	$e^{-x} \cos x$	1
2.12	$e^{\sqrt{x}} + e^{-\sqrt{x}}$	1	2.25	$(x+1)e^{x+2}$	-1
2.13	$\cos e^x + \sin e^x$	0			

3- тапсырма. $y = f(x)$ функциясының декарттық координатар жүйесінде сызбасын салыңыз.

2.3.3 кесте - Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар			
№	$f(x)$	№	$f(x)$
3.1	$\sqrt{x+2} - \sqrt{x}$	3.14	$\sqrt[3]{(1+x)(x^2+2x-2)}$
3.2	$\sqrt{x^2+1} - x$	3.15	$\sqrt{(x^2-4x+3)^2}$
3.3	$\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$	3.16	$\sqrt[3]{x^2(x+3)}$
3.4	$\sqrt{x^2-2x-1} - \sqrt{x^2-7x+3}$	3.17	$\sqrt[3]{(x+2)^2(x-4)}$
3.5	$\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$	3.18	$\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}$
3.6	$\sqrt{x^3+1} - \sqrt{x^3-1}$	3.19	$\sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}$
3.7	$\sqrt{4+x^2} - 2$	3.20	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$
3.8	$\sqrt{1+2x} - 1 - \sqrt{x}$	3.21	$\sqrt[3]{(x-4)^2(x+2)}$
3.9	$x(\sqrt{x^2+1} - x)$	3.22	$\sqrt{(x^2-2x-3)^2}$
3.10	$x\left(\sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}} - x\sqrt{2}\right)$	3.23	$\sqrt[3]{(3+x)(x^2+6x+6)}$
3.11	$\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$	3.24	$\sqrt{1-x^4-x^8}$
3.12	$\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}} - 1$	3.25	$\sqrt[3]{1+x^2}$
3.13	$\sqrt{1+x} - 1$		

4- тапсырма. Параметрлік түрде берілген $y(x)$ функциясының сызбасын салыңыз.

2.3.4 кесте - Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар		
№	$x(t)$	$y(t)$
4.1	$t^3 + 3t + 1$	$t^3 - 3t + 1$
4.2	$t^3 - 3t$	$t^3 - t$
4.3	$\frac{3t}{1+t^3}$	$\frac{3t^2}{1+t^2}$
4.4	te^t	te^{-t}
4.5	$2\cos t - \cos 2t$	$2\sin t - \sin 2t$
4.6	$\frac{1}{t}$	$\frac{t}{t+1}$
4.7	$\frac{2e^t}{t-1}$	$\frac{te^t}{t-1}$
4.8	$\frac{2t}{1-t^2}$	$\frac{t^2}{1-t^2}$

2.3.4 кестенің соңы

4.9	$\frac{3t}{1+t^3}$	$\frac{3t^2}{1+t^3}$
4.10	$\frac{t-8}{t^2+4}$	$\frac{3}{t(t^2+4)}$
4.11	$-t^2$	$2t^3$
4.12	$3t^2$	$3t - t^3$
4.13	$\cos^3 t$	$\sin^3 t$
4.14	$\cos t + t \sin t$	$\sin t - t \cos t$
4.15	$2 \cos t - \cos 2t$	$2 \sin t - \sin 2t$
4.16	t^2	t^3
4.17	$t^2 - 1$	$t^3 + 1$
4.18	$\frac{t^2}{1+t^3}$	$\frac{t}{1+t^3}$
4.19	$\frac{t^2}{1+t^3}$	$-\frac{t}{1+t^3}$

5-тапсырма. $r(\varphi)$ функциясының сызбасын полярлық жүйеде салыңыз.

2.3.5 кесте - Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар			
№	$r(\varphi)$	№	$r(\varphi)$
5.1	$\sin 3\varphi$	5.14	$2^{-\varphi}$
5.2	$\operatorname{tg} \varphi$	5.15	$2\varphi + 1$
5.3	$\frac{3}{\varphi^2}$	5.16	$\frac{2}{\sin \varphi} + 2$
5.4	$1 + 2\cos \varphi$	5.17	$2 \sin 3\varphi$
5.5	$1 + \sin \varphi$	5.18	$2 \cos \varphi + 3$
5.6	$\sqrt{\frac{\pi}{\varphi}}$	5.19	$\sin 5\varphi$
5.7	$\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\varphi}{\pi}$	5.20	$2\sqrt{\cos 2\varphi}$
5.8	$2 \sin 6\varphi$	5.21	$\sin 4\varphi$
5.9	2^φ	5.22	$\frac{2}{\cos(\varphi/3)}$
5.10	$-2 \operatorname{ctg} \varphi$	5.23	$\frac{2}{\sin \varphi} + 1$
5.11	$\cos 3\varphi$	5.24	$2(1 - \cos \varphi)$

2.3.5 кестенің соңы

5.12	$\sin^3 \frac{\varphi}{3}$	5.25	$\sqrt{\cos \varphi}$
5.13	$\cos 2\varphi$		

6- тапсырма. $y = f(x)$ функциясының декарттық жүйеде сызбасын салыңыз. Сол сызбаға жанама мен нормалды берілген нүктеде салыңыз.

2.3.6 к е с т е - Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар					
№	$f(x)$	x_0	№	$f(x)$	x_0
6.1	$\frac{1}{x}$	-1	6.14	$\ln \cos x$	1
6.2	xe^x	0	6.15	$x^3 + 1$	2
6.3	\sqrt{x}	4	6.16	shx	1
6.4	$x^3 \ln x$	1	6.17	$\ln x$	2
6.5	$\sin^2 x$	0	6.18	$\ln(-3x)$	-1
6.6	$\frac{x}{x-1}$	2	6.19	$1 + \frac{1}{x}$	-1
6.7	$tg x$	0	6.20	shx	2
6.8	$\arcsin x$	0	6.21	$\frac{x^2 + 8}{\sqrt{x^2 - 4}}$	-3
6.9	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	1	6.22	$\frac{x^3 - 32}{x^2}$	1
6.10	$\frac{e^x + e^{-x}}{2}$	0	6.23	$\frac{10x^2 - 9}{\sqrt{4x^2 - 1}}$	10
6.11	$tg^2 x$	0	6.24	$\sqrt[3]{x(x+6)^2}$	5
6.12	$\cos^2 x$	0	6.25	chx	$\frac{1}{2}$
6.13	$x^2 + \frac{1}{x^2}$	1			

7- тапсырма. Берілген функцияның сызбасын салыңыз. Функцияның туындысын, стационар нүктелерін, экстремум нүктелерінің координаталарын табыңыз.

2.3.7 к е с т е - Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар			
№	$f(x)$	№	$f(x)$

2.3.7 кестенің соңы

7.1	$\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 8}$	7.14	$\sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1$
7.2	$-x^2\sqrt{x^2 + 2}$	7.15	$4 - x - \frac{4}{x^2}$
7.3	$\frac{1+3x}{\sqrt{4+5x^2}}$	7.16	$x^2 + \frac{16}{x} - 16$
7.4	$x^4 - 2x^2 + 5$	7.17	$\frac{2(x^2 + 3)}{x^2 - 2x + 5} - 1$
7.5	$x + 2\sqrt{x}$	7.18	$2\sqrt{x} - x - 0.5$
7.6	$x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$	7.19	$1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}$
7.7	$x^3 - 3x^2 + 6x - 2$	7.20	$x - 4\sqrt{x} + 3$
7.8	$\sqrt{100 - x^2}$	7.21	$\frac{10}{x^2 + 1} - 3$
7.9	$\frac{1-x+x^2}{1+x-x^2}$	7.22	$-2 + \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}$
7.10	$\frac{x-1}{x+1}$	7.23	$2x^2 + \frac{108}{x^2} - 59$
7.11	$\frac{1}{x} + \frac{4}{1-x}$	7.24	$\frac{4\sqrt{3}}{9x\sqrt{1-x}}$
7.12	x^x	7.25	$\arctg \frac{1-x}{1+x}$
7.13	$\sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}$		

8 -тапсырма. Беттің үшөлшемді сызбасын салыңыз.

2.3.8 кесте - Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар			
№	Функция	№	Функция
8.1	$z = 0.1x^3 + y^2$	8.16	$z = x^5$
8.2	$z = \cos \frac{\pi x}{10} \cdot \cos \frac{\pi y}{10}$	8.14	$x(u, v) = v$ $y(u, v) = v \cos(v)$ $z(u, v) = u$
8.3	$x(u, v) = \cos(v)$ $y(u, v) = \sin(v)$ $z(u, v) = u$	8.15	$z = \sin(x + y)$
8.4	$z = \cos \frac{\pi x}{10} \cdot \sin \frac{\pi y}{10}$	8.16	$x(u, v) = v$ $y(u, v) = u \cos(v)$ $z(u, v) = u$

2.3.8 кестенің соңы

8.5	$x(u, v) = \sin(v) \cos(u)$ $y(u, v) = \sin(v) \sin(u)$ $z(u, v) = \cos(v)$	8.17	$z = e^{x+y}$
8.6	$z = \sqrt{x^2 + y^2}$	8.18	$x(u, v) = v$ $y(u, v) = v \cos(u)$ $z(u, v) = u$
8.7	$z = x^2 - y^2$	8.19	$z = (\sqrt[5]{e})^{x^2 - y^2}$
8.8	$x(u, v) = \cos(v)$ $y(u, v) = \sin(v)$ $z(u, v) = v$	8.20	$x(u, v) = v$ $y(u, v) = v \sin(u)$ $z(u, v) = u$
8.9	$x(u, v) = u \cos(v)$ $y(u, v) = u \sin(v)$ $z(u, v) = u$	8.21	$z = \sqrt[3]{x + y}$
8.10	$x(u, v) = \cos(v)$ $y(u, v) = \cos(v)$ $z(u, v) = u$	8.22	$x(u, v) = v$ $y(u, v) = u \sin(u)$ $z(u, v) = u$
8.11	$z = x^2 y$	8.23	$x(u, v) = u \cos(v)$ $y(u, v) = v \cos(v)$ $z(u, v) = u$
8.12	$z = x^2$	8.24	$z = x^3$
8.13	$x(u, v) = \cos(v)$ $y(u, v) = v \cos(v)$ $z(u, v) = u$	8.25	$z = x^2 y$

2.4 Зертханалық жұмыс № 4

Тақырыбы: интегралдық, амалдық есептеулер және дифференциалдық теңдеулер.

Мақсаты: Mathcad көмегімен интегралдық, амалдық есептеулер және дифференциалдық теңдеулерді шешуді үйрету

Мазмұны:

- 1) интегралдар;
- 2) амалдық есептеулер;
- 3) дифференциалдық теңдеулерді амалды есептеулер көмегімен және Mathcad программасының сандық есептеулері арқылы шешу.

1-тапсырма. $\int f(x)dx$ анықталмаған интегралын табыңыз. Алғашқы функциялар жиынынан үш сызба салыңыз.

2.4.1 к е с т е – Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар			
№	$f(x)$	№	$f(x)$
1.1	$\frac{x^3}{(x-1)^{12}}$	1.13	$\frac{1}{\sin^2 x(1-\cos x)}$
1.2	$x\sqrt[3]{4+x}$	1.14	$\frac{\cos x - \sin x}{(1+\sin x)^2}$
1.3	$\frac{x\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$	1.15	$\frac{1}{\sin x(1-\sin x)}$
1.4	$\frac{1}{1-x^4}$	1.16	$\frac{\cos x}{5+4\cos x}$
1.5	$\frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}}$	1.17	$\frac{\cos x}{1+\sin x-\cos x}$
1.6	$\frac{1}{x-\sqrt{x^2-1}}$	1.18	$\frac{\cos x}{2+\sin x}$
1.7	$\frac{\sqrt{(1+x^2)^5}}{x^6}$	1.19	$\frac{\cos x}{(1-\cos x)^2}$
1.8	$\frac{\sqrt{2x+1}}{x^2}$	1.20	$\frac{1}{\cos x(1-\cos x)}$
1.9	$\arctg(1+\sqrt{x})$	1.21	$\frac{\cos x}{(1+\sin x-\cos x)^2}$
1.10	$\frac{1}{1+\cos^2 x}$	1.22	$\frac{1+\sin x}{1+\sin x-\cos x}$
1.11	$x \ln(1+x^3)$	1.23	$\frac{x^4}{x^{15}-1}$
1.12	$\frac{x}{x-\sqrt{x^2-1}}$	1.24	$\frac{x^4}{\sqrt{x^2-1}}$

2-тапсырма. $\int_a^b f(x)dx$ анықталған интегралын есептеңіз.

2.4.2 к е с т е – Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар					
№	$f(x)$	$[a,b]$	№	$f(x)$	$[a,b]$
2.1	$(2x+1)^2$	$[1;2,5]$	2.14	$\frac{x}{1+x^2}$	$\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$

2.4.2 кестенің соңы

2.2	$\sqrt{1+x^4}$	[0;1]	1.15	$\frac{1}{(5-x^2)^{\frac{3}{2}}}$	[0;4]
2.3	$\frac{x^2}{1+x^2}$	[2;3]	2.16	$\frac{x^4}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$	[0;2]
2.4	$\frac{x}{x^3+16}$	[0;10]	2.17	$\frac{\exp(\sqrt{\frac{4-x}{4+x}})}{(4+x)\sqrt{16-x^2}}$	[0;4]
2.5	$\frac{x^2}{x-1}$	[1,5;2,5]	2.18	$\sqrt{4-x^2}$	[0;5]
2.6	$\frac{x^2+5}{x^2+2}$	[0;2]	2.19	$x^2\sqrt{16-x^2}$	[0;4]
2.7	$3\sqrt{x}$	[1;9]	2.20	$\left(\frac{x^5}{7} - \frac{x^6}{6}\right)$	[0;1]
2.8	$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$	[1;2]	2.21	$\sqrt{256-x^2}$	[0;5]
2.9	$\sqrt{x}(1+\sqrt{x})$	[4;9]	2.22	$x^2\sqrt{1-x}$	[3;5]
2.10	$(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})$	[1;2]	2.23	$\frac{1}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}$	$[0, \sqrt{\frac{5}{2}}]$
2.11	$\frac{1}{6x}$	[1;6]	2.24	$\sqrt{\frac{2-x}{x-6}}$	$[0, \sqrt{\frac{2}{2}}]$
2.12	$\frac{1}{x^2}$	[1;4]	2.25	$x^2\sqrt{25-x^2}$	[0;5]
2.13	$\frac{1}{x^2}$	[1;4]			

3- тапсырма. Функцияның бейнесін табыңыз (Лаплас түрлендіруі).

2.4.3 к е с т е – Тапсырмалар нұсқалары

Жеке тапсырмалар			
№	$f(t)$	№	$f(t)$
3.1	$\sin 5t \cos 3t$	3.14	$t(e^t + cht)$
3.2	$\sin^2 t$	3.15	$t \sin^3 t$
3.3	$t \sin t$	3.16	$\frac{e^t - e^{-t}}{t}$
3.4	$t^2 \cos 8t$	3.17	$\cos 3t \cos t$
3.5	$\cos^4 t$	3.18	$te^t \cos t$
3.6	$(t+1)sh t$	3.19	$t^2 e^{-t}$

2.4.3 кестенің соңы

3.7	$\frac{\sin^2 t}{t}$	3.20	$\sin^4 t$
3.8	$\cos^3 t$	3.21	$(t+4)^2 e^{t+4}$
3.9	$ch^3 5t$	3.22	$(t+8)^4$
3.10	$ch2t \cdot cost$	3.23	$\cos 8t - 3t^6 + 1$
3.11	$e^{-2t} \cos^2 7t$	3.24	$t(2 - sh t)$
3.12	$2 + \sin 3t - t^6$	3.25	$t^2 \cos 3t$
3.13	$(t-1)^6$		

4- тапсырма. Берілген функцияның түпнұсқасын табыңыз (кері Лаплас түрлендіруі).

2.4.4 к е с т е – Тапсырмалар нұсқалары

№	тапсырмалар	№	тапсырмалар
4.1	$\frac{1}{s^3(s^2-16)}$	4.14	$\frac{5}{(s-1)(s^2+4s+5)}$
4.2	$\frac{s}{(s^2+1)(s^2-2)}$	4.15	$\frac{5s}{(s+2)(s^2-2s+2)}$
4.3	$\frac{1}{s^3-1}$	4.16	$\frac{1}{(s-2)(s^2+2s+3)}$
4.4	$\frac{e^{-\frac{s}{2}}}{(s^2+1)(s^2+2)}$	4.17	$\frac{s}{(s^2+4s+8)^2}$
4.5	$\frac{2s+1}{(s+1)(s^2+2s+3)}$	4.18	$\frac{1-s}{s(s^2-4s+5)}$
4.6	$\frac{2-s}{(s-2)(s^2-4s+5)}$	4.19	$\frac{2-s}{(s-1)(s^2-6s+10)}$
4.7	$\frac{2s+3}{s^3-2s^2+5s}$	4.20	$\frac{1}{s(s^3+1)}$
4.8	$\frac{2-s}{(s+1)(s^2+2s+2)}$	4.21	$\frac{6}{s^3-8}$
4.9	$\frac{2}{(s+1)(s^2+2s+2)}$	4.22	$\frac{3}{s^4-1}$
4.10	$\frac{20}{s^2+2s+2}$	4.23	$\frac{1}{s^4+s^3+s^2}$
4.11	$\frac{1}{(s+5)(s^2-2s+4)}$	4.24	$\frac{2s}{(s^2+4s+8)^2}$

2.4.4 кестенің соңы

4.12	$\frac{2+s}{(s+1)(s^2+3s-2)}$	4.25	$\frac{4}{s^2(s^2+4)}$
4.13	$\frac{2s}{(s^2-1)(s^2+2s+2)}$		

5-тапсырма. Дифференциалдық теңдеуді амалдық есептеулер көмегімен шешіңіз (Лаплас түрлендіруі).

2.4.5 к е с т е – Тапсырмалар нұсқалары

№	тапсырмалар	№	тапсырмалар
5.1	$y''-2y'-3y=2t,$ $y(0)=1, y'(0)=1$	5.14	$y''+2y'+10y=2e^{-t}\cos 3t,$ $y(0)=5, y'(0)=1$
5.2	$y''+4y=\sin 2t,$ $y(0)=0, y'(0)=1$	5.15	$y''+4y=8\sin 2t,$ $y(0)=3, y'(0)=-1$
5.3	$y''+5y'=29\cos t,$ $y(0)=-1, y'(0)=0$	5.16	$y''-y'-6y=2t,$ $y(0)=1, y'(0)=0$
5.4	$y''+y'+y=t^2+t,$ $y(0)=1, y'(0)=-3$	5.17	$y''+4y=4e^{2t}+4t^2,$ $y(0)=1, y'(0)=2$
5.5	$y''+y'-2y=e^t,$ $y(0)=-1, y'(0)=0$	5.18	$y''+2y'+10y=12e^{3t},$ $y(0)=2, y'(0)=1$
5.6	$y''+y=2\cos t,$ $y(0)=0, y'(0)=1$	5.19	$y''+y=sht,$ $y(0)=2, y'(0)=1$
5.7	$y''-2y'-3y=2t,$ $y(0)=2, y'(0)=1$	5.20	$y''+4y'+29y=e^{-2t},$ $y(0)=0, y'(0)=1$
5.8	$y''+2y'=\sin \frac{t}{2},$ $y(0)=-2, y'(0)=4$	5.21	$2y''+3y'+y=3e^t,$ $y(0)=0, y'(0)=1$
5.9	$y''-y'=4\sin t,$ $y(0)=-1, y'(0)=-2$	5.22	$y''-y=\cos 3t,$ $y(0)=1, y'(0)=1$
5.10	$y''+2y'+y=t^2+t-3,$ $y(0)=2, y'(0)=2$	5.23	$y''+4y'+4y=\sin 2t,$ $y(0)=0, y'(0)=1$
5.11	$y''+3y'-10y=\cos 3t-\sin 3t,$ $y(0)=3, y'(0)=-1$	5.24	$y''+2y'-2y=3t+1,$ $y(0)=1, y'(0)=4$
5.12	$2y''+3y'+y=t-\sin t,$ $y(0)=0, y'(0)=1$	5.25	$y''-3y'+2y=4t^2,$ $y(0)=-1, y'(0)=2$
5.13	$y''-3y'+2y=t,$ $y(0)=-1, y'(0)=1$	5.25	

6-тапсырма. Дифференциалдық теңдеулер жүйесін амалдық есептеулер көмегімен шешіңіз.

2.4.6 к е с т е – Тапсырмалар нұсқалары

№	тапсырмалар	№	тапсырмалар
6.1	$\begin{cases} x' = x + 3y + 2, & x(0) = -1 \\ y' = x - y + 1 & y(0) = 2 \end{cases}$	6.14	$\begin{cases} x' = -x + 3y + 1, & x(0) = 1 \\ y' = x + y & y(0) = 2 \end{cases}$
6.2	$\begin{cases} x' = x + 4y, & x(0) = 1 \\ y' = 2x - y + 9 & y(0) = 0 \end{cases}$	6.15	$\begin{cases} x' = x + 2y, & x(0) = 0 \\ y' = 4x - y & y(0) = 1 \end{cases}$
6.3	$\begin{cases} x' = 2x + 5y, & x(0) = 1 \\ y' = x - 2y + 2 & y(0) = 1 \end{cases}$	6.16	$\begin{cases} x' = -2x + 5y, & x(0) = 0 \\ y' = x + 2y + 1 & y(0) = 2 \end{cases}$
6.4	$\begin{cases} x' = 3x + y, & x(0) = 2 \\ y' = -5x - 3y + 2 & y(0) = 0 \end{cases}$	6.17	$\begin{cases} x' = -3x - 4y + 1, & x(0) = 0 \\ y' = 2x + 3y & y(0) = 2 \end{cases}$
6.5	$\begin{cases} x' = -2x + 6y + 1, & x(0) = 0 \\ y' = 2x + 2y & y(0) = 1 \end{cases}$	6.18	$\begin{cases} y' = 2x + 3y + 1, & x(0) = -1 \\ y' = 4x - 2y & y(0) = 0 \end{cases}$
6.6	$\begin{cases} x' = x + 2y, & x(0) = 0 \\ y' = 2x + y + 1 & y(0) = 5 \end{cases}$	6.19	$\begin{cases} x' = 2x - 2y, & x(0) = 3 \\ y' = -4x & y(0) = 1 \end{cases}$
6.7	$\begin{cases} x' = -x - 2y + 1, & x(0) = 1 \\ y' = -1.5x + y & y(0) = 0 \end{cases}$	6.20	$\begin{cases} x' = 3x + 5y + 2, & x(0) = 0 \\ y' = 3x + y + 1 & y(0) = 2 \end{cases}$
6.8	$\begin{cases} x' = 3x + 2y, & x(0) = 0 \\ y' = 2.5x - y + 2 & y(0) = 1 \end{cases}$	6.21	$\begin{cases} x' = 2y + 1, & x(0) = -1 \\ y' = 2x + 3 & y(0) = 0 \end{cases}$
6.9	$\begin{cases} y' = 2x + 8y + 1, & x(0) = 2 \\ y' = 3x + 4y & y(0) = 1 \end{cases}$	6.22	$\begin{cases} x' = 2x + 2y + 2, & x(0) = 0 \\ y' = 4y + 1 & y(0) = 1 \end{cases}$

2.4.6 кестенің соңы

6.10	$\begin{cases} x' = x + y, & x(0) = 1 \\ y' = 4x + y + 1 & y(0) = 0 \end{cases}$	6.23	$\begin{cases} x' = x - 2y + 1, & x(0) = 0 \\ y' = -3x & y(0) = 1 \end{cases}$
6.11	$\begin{cases} x' = 3y + 2, & x(0) = -1 \\ y' = x + 2y & y(0) = 1 \end{cases}$	6.24	$\begin{cases} x' = x + 4y + 1, & x(0) = 0 \\ y' = 2x + 3y & y(0) = 1 \end{cases}$
6.12	$\begin{cases} x' = 2y, & x(0) = 2 \\ y' = 2x + 3y + 1 & y(0) = 1 \end{cases}$	6.25	$\begin{cases} x' = -2x + y + 2, & x(0) = 1 \\ y' = 3x & y(0) = 0 \end{cases}$

Ескертулер

Дифференциалдық теңдеулерді амалдық есептеулер арқылы шешуге арналған 7-11 тапсырмаларға арналған.

$F(t, y, y') = 0$ дифференциалдық теңдеуін шешу дегеніміз – берілген дифференциалдық теңдеуді қанағаттандыратын айқын немесе айқын емес $y=y(t)$ функциясын табу. Бұрын біз ол функцияны тауып, аналитикалық түрде жазатынбыз.

Аналитикалық жолдан басқа дифференциалдық теңдеулерді шешудің сандық әдістері де бар. Бұл әдісте ізделінді функцияны кесте түрінде табады (Эйлер, Рунге-Кутт, Адам әдістері және т.б.). Алайда бұл әдістер өте күрделі және ұзақ есептеулер. Mathcad программасы осы есептеулерді өз қолына алды. Нәтижесінде дифференциалдық теңдеулерді шешудің қарапайым және көрнекті әдісі табылды.

Mathcad программасында дифференциалдық теңдеулерді және жүйелерді шешудің оннан астам әдістері бар. Біз олардың ішінен Рунге-Кутт әдісіне негізделген *Odesolve* және *rkfixed* әдісін (*Ode* – ағылшынша «қарапайым дифференциалдық теңдеулер» сөзінің аббревиатурасы, *solve* - шешу, *rk* - Рунге-Кутт, *fixed* – шешу аралығындағы бекітілген қадам). Шешу нәтижесі сандық жән сызбалық түрде оңай шығады.

Түсініктемелер Mathcad құжатының мәтіндік облысында жазылып, *Shift* + “ батырмасымен шақырылады.

7- тапсырма.

- 1) Берілген дифференциалдық теңдеуді Mathcad программасының *Given/Odesolve* процедурасының көмегімен сандық әдіс арқылы шешіңіз;
- 2) табылған шешімнің графигін салыңыз;
- 3) табылған шешімнің мәнін берілген $x=2,8$ нүктесінде есептеңіз.

2.4.7 к е с т е – Тапсырмалар нұсқалары

№	тапсырмалар	№	тапсырмалар
7.1	$y' = -\frac{e^x}{e^x + 1}, \quad y(0) = 0.5$	7.2	$y' = -\frac{y \ln y}{x}, \quad y(1) = e$
7.3	$y' = -\frac{xy^2 + x}{\sqrt{4 - x^2}}, \quad y(0) = \operatorname{tg} 2$	7.4	$y' = \frac{3e^x \operatorname{tg} y \cos^2 x}{2 - e^x}, \quad y(1) = \operatorname{arctg}(2 - e)$
7.5	$y' = \frac{e^x}{(1 + e^x)y}, \quad y(0) = 1$	7.6	$y' = \frac{y \ln y}{\sin x}, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$
7.7	$y' = \frac{x(1+x)}{y(1+y)}, \quad y(1) = 1$	7.8	$y' = \frac{1+y^2}{x}, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$
7.9	$y' = 2\sqrt{y}, \quad y(0) = 1$	7.10	$y' = -\frac{2e^x}{e^x + 2}, \quad y(0) = \frac{1}{9}$
7.11	$y' = -\frac{xy^2 + x}{\sqrt{\frac{\pi^2}{4} - x^2}}, \quad y(0) = -1$	7.12	$y' = \frac{y}{3x - y^2}, \quad y(0) = 1$
7.13	$y' = -\frac{2y \ln y}{x}, \quad y(1) = e$	7.14	$y' = \frac{6x + 3xy^2}{2x^2y + 6y}, \quad y(1) = 2$
7.15	$y' = \frac{x + xy^2}{y^2x + y}, \quad y(1) = 1$	7.16	$y' = \frac{\sin y}{\sin x}, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$
7.17	$y' = \frac{1}{3y^2}, \quad y(1) = 1$	7.18	$y' = \frac{1}{2e^y - x}, \quad y(0) = 0$
7.19	$y' = \frac{y}{x + y^2}, \quad y(0) = 0$	7.20	$y' = \frac{2y - x^2}{x}, \quad y(1) = 0$
7.21	$y' = y + e^x, \quad y(0) = 1$	7.22	$y' = \frac{2y}{x} + 2x^3, \quad y(1) = 0$
7.23	$y' = \frac{1}{\cos x} - y \operatorname{tg} x, \quad y(0) = 0$	7.24	$y' = \frac{2y}{x} + \frac{3}{x^2}, \quad y(1) = -1$
7.25	$y' = 2x(x^2 - y), \quad y(0) = 0$		

8-тапсырма.

- 1) Екінші ретті дифференциалдық теңдеуді шешіңіз;
- 2) алынған шешімнің сызбасын салыңыз (функцияның);

- 3) функцияның аргументтер мен мәндері кестесін құрыңыз;
 4) табылған шешімнің $t = 2,1$ нүктесіндегі мәнін есептеңіз.

2.4.8 к е с т е –Тапсырмалар нұсқалары

№	тапсырмалар
8.1	$y'' - 2y' - 3y = 2t, y(0) = 1, y'(0) = 1$
8.2	$y'' + 4y = \sin 2t, y(0) = 0, y'(0) = 1$
8.3	$y'' + 5y' = 29 \cos t, y(0) = -1, y'(0) = 0$
8.4	$y'' + y' + y = t^2 + t, y(0) = 1, y'(0) = -3$
8.5	$y'' + y' - 2y = e^t, y(0) = -1, y'(0) = 0$
8.6	$y'' + y = 2 \cos t, y(0) = 0, y'(0) = 1$
8.7	$2y'' - y' = \sin 3t, y(0) = 2, y'(0) = 1$
8.8	$y'' + 2y' = \sin \frac{t}{2}, y(0) = -2, y'(0) = 4$
8.9	$y'' + 4y = 8 \sin 2t, y(0) = 3, y'(0) = -1$
8.10	$y'' - y' - 6y = 2, y(0) = 1, y'(0) = 0$
8.11	$y'' + 4y = 4e^{2t} + 4t^2, y(0) = 1, y'(0) = 2$
8.12	$y'' + 2y' + 10y = 12e^{3t} y(0) = 2, y'(0) = 6$
8.13	$y'' + y = \sin t, y(0) = 2, y'(0) = 1$
8.14	$y'' + 4y' + 29y = e^{-2t}, y(0) = 0, y'(0) = 1$
8.15	$2y'' + 3y' + y = 3e^t, y(0) = 0, y'(0) = 1$
8.16	$y'' - y = \cos 3t, y(0) = 1, y'(0) = 1$
8.17	$y'' + 2y' + 8y = e^t, y(0) = 2, y'(0) = 1$
8.18	$y'' + y = e^{2t}, y(0) = 0, y'(0) = 1$
8.19	$y'' + 4y = e^t, y(0) = 0, y'(0) = 1$
8.20	$y'' - y' + 7y = t^2, y(0) = 2, y'(0) = 0$
8.21	$3y'' + 2y' - y = 5e^t, y(0) = 0, y'(0) = 3$
8.22	$y'' + 4y' + 8y = e^t + t, y(0) = 2, y'(0) = 2$
8.23	$y'' - 7y' + y = t^3, y(0) = 0, y'(0) = 1$
8.24	$y'' - 8y' + y = e^t + 1, y(0) = 0.5, y'(0) = 1$
8.25	$y'' + 6y = \sin t, y(0) = 1.2, y'(0) = 1$

9-тапсырма.

1)
$$\begin{cases} x_1' = a_1x_1 + b_1x_2 + c_1 + d_1e^{-t} \\ y_1' = a_2x_1 + b_2x_2 + c_2 + d_2e^{-t} \end{cases}$$
 дифференциалдық теңдеулер жүйесін

Given/Odesolve процедурасының көмегімен шешіңіз. Мына алғашқы шарттар барлық нұсқаларға ортақ: $x_1(0) = 2, x_2(0) = 1$;

- 2) функцияның аргументтер мен мәндері кестесін құрыңыз;
 3) табылған шешімнің $t = 3,4$ нүктесіндегі мәнін есептеңіз;

- 4) алынған шешімдердің сызбасын салыңыз (функциялардың);
 5) жүйенің фазалық кескінін салыңыз.

2.4.9 к е с т е – Тапсырмалар нұсқалары

N	a ₁	b ₁	c ₁	d ₁	a ₂	b ₂	c ₂	d ₂
9.1	4	2	3	-1	-7	-5	-3	2
9.2	4	2	3	-1	-9	-5	-3	2
9.3	4	2	3	-1	-6	-5	-3	2
9.4	4	2	3	-1	-6	-4	-3	2
9.5	4	2	3	-1	-6	-3	-3	2
9.6	4	2	3	-1	-6	-5	-3	2
9.7	4	2	3	-1	-6	-6	-3	2
9.8	4	2	3	-1	-4	-6	-3	2
9.9	4	2	3	-1	-5	-5	-3	2
9.10	4	2	3	-1	-7	-4	-3	2
9.11	3	2	3	-2	-9	-4	-3	1
9.12	3	3	3	-2	-9	-4	-3	1
9.13	-9	3	3	-2	-9	-4	-3	1
9.14	-4	2	3	-2	-9	-4	-3	1
9.15	-5	2	3	-2	-9	-4	-3	1
9.16	-6	-2	3	-2	-9	-4	-3	1
9.17	5	3	3	-2	-9	-4	-3	1
9.18	5	4	3	-2	-9	-4	-3	1
9.19	5	5	3	-2	-9	-4	-3	1
9.20	6	5	3	-2	-9	-4	-3	1

10-тапсырма.

- 1) $\begin{cases} x_1' = (a - bx_2)x_1 \\ y_1' = (-c + dx_1)x_2 \end{cases}$ дифференциалдық теңдеулер жүйесін (автономды)

Mathcad программасының *rkfixed* функциясы көмегімен шешіңіз. Мына алғашқы шарттар барлық нұсқаларға ортақ: $x_1(0) = 3$, $x_2(0) = 1$;

- 2) функцияның аргументтер мен мәндері кестесін құрыңыз;
 3) табылған шешімнің $t = 4,2$ нүктесіндегі мәнін есептеңіз;
 4) алынған шешімдердің сызбасын салыңыз (функциялардың);
 5) жүйенің фазалық кескінін салыңыз.

2.4.10 к е с т е – Тапсырмалар нұсқалары

N	a	b	c	d	N	a	b	c	d
10.1	4	3	2	1	10.11	5	4	2	1
10.2	4	3	2	2	10.12	5	4	3	1

2.4.10 кестенің соңы

10.3	4	3,5	2	1	10.13	5	4	2	2
10.4	4	3,5	2	2	10.14	5	4	2	3
10.5	4	3,5	3	1	10.15	5	4,5	2	1
10.6	4	3,5	3	2	10.16	4	3	2	3
10.7	4	3,5	4	4	10.17	4	3	2	4
10.8	4	3,5	4	3	10.18	4	3,5	2	3
10.9	5	3	2	1	10.19	4	3,5	2	4
10.10	5	3	3	1	10.20	4	3,5	3	3

2.5 № 1 зертханалық жұмысты жасау үлгісі

Н а з а р а у д а р ы ң ы з !

1. Құжаттың математикалық облысында сандар мен формулалар пернелер тақтасынан (клавиатура) немесе математикалық аспаптар (инструменты) панелінің көмегімен енгізіледі. Формуланы тергенде көк бұрышты көрсеткішті бақылап отыру керек.

2. Құжаттың мәтіндік облысы " (тырнақша) белгісін тергенде ашылады.

3. Мәтіндік облысқа формулаларды *Добавить /Объект/Microsoft Word (Insert/Object/Microsoft Word)* командасымен немесе мәтіндік облысқа математикалық *Добавить /Математическая область (Insert/Math Region)* командаларымен кірістірме жасап енгізеді.

4. Пернелер тақтасын ағылшын тіліне көшіреміз.

5. Ондық санның бүтін бөлігі үтірмен немесе нүктемен бөлінеді.

6. Аралас бөлшек *Калькулятор* панелімен теріледі немесе бүтін және бөлшек санның қосындысына келтіруге болады.

7. Тапсырманың сәтті орындалуы *Нұсқауды бұлжытпай орындауға* байланысты.

1-тапсырма. Есептеңіз.

$$\left(1\frac{2}{5} + 3,5 : 1\frac{1}{4}\right) : 2\frac{2}{5} + 3,4 : 2\frac{1}{8} - 0,35$$

(Word программасының математикалық редакторын *Добавить Объект /Microsoft Word* командаларын шақырып тереді).

Тапсырманың орындалуы (Mathcad-та теріледі).

$$\left(\frac{1 + \frac{2}{5} + \frac{3.5}{1 + \frac{1}{4}}}{2 + \frac{2}{5}} + \frac{3.4}{2 + \frac{1}{8}} \right) - 0.35 = 3$$

Нұсқау. Пернелер тақтасынан өрнекті тергеннен кейін = батырмасын басу керек. Нәтиже экранда пайда болады.

Жауабы: 3.

2-тапсырма. Өрнекті ықшамдаңыз.

$$\frac{\frac{a-b}{2a-b} - \frac{a^2+b^2+a}{2a^2+ab-b^2}}{(4b^2+4ab^2+a^2):(2b^2+a)} \cdot (b^2+b+ab+a)$$

Тапсырманың орындалуы.

$$\frac{\frac{a-b}{2 \cdot a - b} - \frac{a^2+b^2+a}{2 \cdot a^2 + a \cdot b - b^2}}{\left[\frac{(4 \cdot b^4) + 4 \cdot a \cdot b^2 + a^2}{2 \cdot b^2 + a} \right]} \cdot (b^2 + b + a \cdot b + a)$$

$$b + 1$$

$$b - 2 \cdot a$$

Нұсқау. Санды квадраттау үшін пернелер тақтасынан *Shift* және *b* батырмаларын бірден басу арқылы орындалады. Өрнекті тергеннен кейін оны толығымен тік бұрышты көк бұрышпен белгілеп, бас мәзірдің *Символы* (Simbolics) позициясына, одан соң *Упростить* (Simplify) деген позициясына сырт дегізу керек (тінтуырдың көмегімен). Экранда терілген өрнектен төменірек нәтиже пайда болады.

$$\text{Жауабы: } \frac{-(b+1)}{(2 \cdot a - b)}$$

3-тапсырма. Жақшаларды ашып, ұқсас мүшелерін жинақтаңыз.

$$(b^3 - b^2 + b - 1) \cdot (b + 1)$$

Тапсырманың орындалуы.

$$(b^3 - b^2 + b - 1) \cdot (b + 1).$$

Нұсқау. Өрнекті тергеннен кейін, оны толығымен көк сызықпен әрлеп, *Символы* (Symbolics), содан соң *Развернуть* (Expand) позициясына сырт дегізу керек.

Жауабы: $b^4 - 1$

4-тапсырма. Көбейткіштерге жіктеңіз.

$$a^2 \cdot b + a \cdot b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot c + b^2 \cdot c + a^2 \cdot c + a \cdot c^2 + b \cdot c^2.$$

Тапсырманың орындалуы.

$$a^2 \cdot b + a \cdot b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot c + b^2 \cdot c + a^2 \cdot c + a \cdot c^2 + b \cdot c^2$$

Нұсқау. Өрнекті тергеннен кейін, оны толығымен көк сызықпен әрлеп алып, *Символы* (Symbolics) содан соң *Фактор* (Factor) позициясына сырт дегізу керек.

Жауабы: $(b + c) \cdot (c + a) \cdot (a + b)$

5-тапсырма. Жай бөлшектерге жіктеңіз.

$$\frac{x^2 - 3 \cdot x + 7}{(x - 1)^2 \cdot (x^2 + x + 1)}$$

Тапсырманың орындалуы.

$$\frac{x^2 - 3 \cdot x + 7}{(x - 1)^2 \cdot (x^2 + x + 1)}$$

Нұсқау. Өрнекті тергеннен көк сызықпен тек қана x –ті белгілейміз. *Символы* (Symbolics) позициясының *Переменные* (Variable) жолынан *Преобразовать в элементарные дроби* (Convert to Partial Fractions) командасын сырт дегізу керек.

Жауабы: $\frac{5}{[3 \cdot (x - 1)^2]} - \frac{2}{(x - 1)} + \frac{2}{3} \cdot \frac{(5 + 3 \cdot x)}{(x^2 + x + 1)}$

6-тапсырма.

Мысалдар.

1. Теңдеуді шешіңіз:

$$x^3 + 4x^2 = 6x + 4$$

Тапсырманың орындалуы.

Нұсқау. *Математическая* панелінен *Символьная* (Symbolics), содан соң *Решить* (Solve) батырмасын сырт дегізіп, осы сөздің сол жағына $F(x;y) = 0$ теңдеуінің сол жағын, ал оң жағына белгісіз айнымалыны үтір арқылы енгізу керек. Айнымалы тек қана біреу болса, оң жағына ештеңе жазбай-ақ бос жерге сырт дегізу керек.

$$x^3 + 4x^2 + 6x + 4 \text{ solve} \rightarrow \begin{pmatrix} -2 \\ -1 + i \\ -1 - i \end{pmatrix}$$

Жауабы: $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 + i \\ -1 - i \end{pmatrix}$

2. Теңдеуді шешіңіз.

$$\cos(3 \cdot x) - 2 \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{3} \\ \frac{2 \cdot \pi}{3} \end{pmatrix}$$

Жауабы: $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot \pi \\ \frac{1}{3} \cdot \pi \\ \frac{2}{3} \cdot \pi \end{pmatrix}$

Ескерту. Тригонометриялық теңдеулердің түбірлерінің тек бас мәндері табылған.

2.7 № 2 зертханалық жұмысты орындау үлгісі

1-тапсырма. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторлары және k, m, n сандары берілген.

Табу керек:

1) $n\vec{a}$

2) $n\vec{a} - m\vec{b} + k\vec{c}$

3) \vec{a} және \vec{b} векторларының скаляр көбейтіндісін;

4) \vec{a} және \vec{b} векторларының векторлық көбейтіндісін;

5) \vec{a} және 4) пунктте табылған вектордың ұзындығын;

6) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторларының аралас көбейтіндісін.

7) берілген үш векторлыр сызықты тәуелді бола ма?

Олар базис құра ала ма?

Мысалдар

1. $\vec{a} = 2 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$ векторы берілген. Табу керек $3 \cdot \vec{a}$.

Тапсырманың орындалуы.

Mathcad-та векторлар тік жол матрица түрінде береміз:

$$\vec{a} := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} . \quad \text{Сонда} \quad 3 \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Нұсқау. Тік жол матрицаны енгізу: *Математическая* панелінен *Матрицы* (Matrix) немесе *Матрица* немесе *вектор* батырмасын, экранда пайда болған терезеде ОК батырмасын басу арқылы жатық жол (Rows) және тік жол (Columns) сандарын, матрицаның элементтерін енгіземіз.

Назар аударыңыз! Mathcad тапсырманы жатық жол бойынша солдан оңға және төмен қарай оқып орындайды. Сондықтан $3\vec{a}$ векторы экранда \vec{a} векторынан төмен орналасуы керек.

Жауабы: $3 \cdot \vec{a} = 6 \cdot \vec{i} + 9 \cdot \vec{j}$.

2. $\vec{a}(1, 2, 3), \vec{b}(3, 4, 5), \vec{c}(6, 7, 8)$ векторлары және 5, -8, 2 сандары берілген. Табу керек $5 \cdot \vec{a} - 8 \cdot \vec{b} + 2 \cdot \vec{c}$.

Тапсырманың орындалуы.

$$a := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} \quad 5a - 8 \cdot b + 2 \cdot c = \begin{pmatrix} -7 \\ -8 \\ -9 \end{pmatrix}$$

Жауабы: $5 \cdot \vec{a} - 8 \cdot \vec{b} + 2 \cdot \vec{c} = -7 \cdot \vec{i} - 8 \cdot \vec{j} + (-9) \cdot \vec{k}$

3. Алдыңғы мысалдағы \vec{a} мен \vec{b} векторларының скаляр және векторлық көбейтіндісін табу керек .

Тапсырманың орындалуы.

$a \cdot b = 26$ - скаляр көбейтінді,

векторлық $a \times b = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ көбейтінді.

Нұсқау. Векторлық көбейтінді енгізу үшін *Матрица* панелінің *Векторное произведение* (Gross Product) батырмасын басып , көбейткіштерді енгіземіз. Барлық өрнекті көк сызықпен әрлеп (пробел пернесі арқылы), пернелер тақтасынан теңдік белгісін басу керек.

Жауабы : $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 26, \quad \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

4. $a \times b$ векторының ұзындығын табу керек.

Тапсырманың орындалуы.

Назар аударыңыз! Вектор ұзындығы мен матрица анықтауышын есептейтін операторлар бірдей болғанмен (санның модулі сияқты), оларды әртүрлі жолмен табамыз. Вектордың ұзындығын *Калькулятор* панелінің *модулімен* , ал матрицаның анықтауышын *Матрица* панелінің модулімен есептейміз.

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = 4.899 \quad \vec{a} \times \vec{b} \text{ векторының ұзындығы.}$$

Нұсқау. *Матрица* панеліндегі *Определитель* (Determinant) батырмасын басып, қара белгінің орнына $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ –ны енгізу керек. Оны көк сызықпен әрлеп, пернелер тақтасынан теңдік белгісін басу керек.

Жауабы: 4,899 .

5. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторының аралас көбейтіндісін табу керек.

Тапсырманың орындалуы.

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = 0 \text{ - аралас көбейтінді.}$$

Жауабы: 0 .

6. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторлары сызықты тәуелді ме, жоқ па? Олар кеңістікте базис құра ала ма?

Тапсырманың орындалуы.

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторларының координаталарынан матрица құрып, оның анықтауышын есептейміз.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

Жауабы: есептелген анықтауыш мәні 0 –ге тең болғандықтан, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторлары сызықты тәуелді. Олар кеңістіктің базисін құра алмайды.

2-тапсырма. A, B, C матрицалары берілген.

- 1) A мен C матрицаларының анықтауышын есептеңіз;
- 2) B^T матрицасын анықтаңыз;
- 3) A мен C матрицаларының кері матрицаларын табыңыз, егер олар бар болса;
- 4) A мен C матрицаларының рангтерін $\text{rank}(A)$ операциясының көмегімен есептеңіз;
- 5) A матрицасының B матрицасына көбейтіндісін табыңыз;
- 6) A^2 матрицасын табыңыз.

Мысалдар.

1. A матрицасының анықтаушыын есептеңіз (1-тапсырманың 6-шы мысалын қараңыз);
2. B матрицасы үшін транспонирленген B^T матрицасын табыңыз.

Тапсырманың орындалуы.

$$B := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ -1 & -1 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix} \quad B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 6 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Нұсқау. Тапсырма *Матрица* панелінің *Транспонирование матрицы* батырмасымен орындалады.

Жауабы: $B^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 6 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

3. C матрицасына кері матрицаны табыңыз.

Тапсырманың орындалуы.

$$C := \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C^{-1} = \begin{pmatrix} 1.1 & -1.9 & 0.7 \\ -0.3 & 0.7 & -0.1 \\ -0.1 & -0.1 & 0.3 \end{pmatrix}$$

Нұсқау. Тапсырманы *Матрица* панелінің *Инверсия (Inverse)* батырмасы арқылы орындайды. Егер анықтаушының мәні 0-ге тең болса, онда ол матрицаның кері матрицасы болмайды.

Жауабы: $C^{-1} = \begin{pmatrix} 1.1 & -1.9 & 0.7 \\ -0.3 & 0.7 & -0.1 \\ -0.1 & -0.1 & 0.3 \end{pmatrix}$

4. C матрицасының рангісін табыңыз (алдыңғы тапсырмадағы).

Тапсырманың орындалуы.

$\text{rank}(C) = 3$ (пернелер тақтасынан теріледі)

Жауабы: 3.

5. АВ және A^2 матрицасының мәндерін табыңыз.

$$\underline{A} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 11 \\ 9 & 13 & 22 \\ 3 & 5 & 11 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 \\ 6 & 9 & 6 \\ 6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

3-тапсырма. $DX=F$ теңдеулер жүйесі берілген.

- 1) осы теңдеулер жүйесін Крамер формулаларымен шешу керек;
- 2) осы теңдеулер жүйесін кері матрица формуласымен $X=D^{-1}F$ шешіңіз;
- 3) осы теңдеулер жүйесін `lsolve(D,F)` операциясының көмегімен шешіңіз;

Мысалдар.

1. Теңдеулер жүйесін Крамер формулаларының көмегімен шешіңіз.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 30 \\ -x + 2y - 3z + 4t = 10 \\ y - z + t = 3 \\ x + y + z + t = 10 \end{cases} \quad \text{Жүйенің матрицасы} \quad D := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Жүйе анықтаушы: $\Delta := |D|$.

$\Delta = -4$ анықтауыш мәні 0-ге тең емес, сондықтан жүйенің тек бір ғана шешімі бар.

Жүйенің бірінші қосымша анықтаушы:

$$\Delta_1 := \begin{vmatrix} 30 & 2 & 3 & 4 \\ 10 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \Delta_1 = -4$$

Жүйенің екінші қосымша анықтауышы:

$$\Delta_2 := \begin{vmatrix} 1 & 30 & 3 & 4 \\ -1 & 10 & -3 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{Дәл осылай:} \quad \Delta_3 := \begin{vmatrix} 1 & 2 & 30 & 4 \\ -1 & 2 & 10 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 10 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = -8$$

$$\Delta_3 = -12$$

$$\Delta_4 := \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 30 \\ -1 & 2 & -3 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 10 \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} x := \frac{\Delta_1}{\Delta} & x = 1 \\ z := \frac{\Delta_3}{\Delta} & z = 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} y := \frac{\Delta_2}{\Delta} & y = 2 \\ t := \frac{\Delta_4}{\Delta} & t = 4 \end{matrix}$$

Жауабы: $x = 1, y = 2, z = 3, t = 4.$

2. Осы теңдеулер жүйесін матрицалық әдіспен шешіңіз.

Шешімін мына формуламен табамыз (мәтіндік облыста теріледі):

$$X = D^{-1} \cdot F, \quad \text{мұнда} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Тапсырманың орындалуы.

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 & 3 \\ 0.75 & -1.25 & 4 & -2 \\ 0.5 & -0.5 & 1 & -1 \\ -0.25 & 0.75 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad F := \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix} \quad D^{-1} \cdot F = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

3. Осы теңдеулер жүйесін шешіңіз.

$lsolve(D,F)$ функциясының көмегімен

Тапсырманың орындалуы.

$$\text{Isolve}(D,F) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Жауабы : $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$, $t = 4$.

2.7 № 3 зертханалық жұмысты орындау үлгісі

1-тапсырма. $f(x)$ функциясы мен $x = a$ нүктесі берілген.

- 1) функцияның берілген нүктедегі екі жақты шегін табыңыз;
- 2) функцияның берілген нүктедегі сол жақ шегін табыңыз;
- 3) функцияның берілген нүктедегі оң жақ шегін табыңыз;
- 4) функцияның $x = a$ нүктесіндегі үзілістігі туралы қорытынды жасап, үзіліс нүктесінің түрін анықтаңыз.

Тапсырманың орындалуы.

$f(x) := e^{\frac{1}{x}}$ функциясы және $x=0$ нүктесі берілген.

Нұсқау. *Математика* панелінен *Панель исчисления* (Cflculus Toolbar) батырмасына, содан соң *Двухсторонний предел* (Two-sided Limit) өрнекті тересіз. *Математика* панелінен *Символьное вычисление* (Symbolic Evaluation (стрелка)) батырмасына сырт дегіземіз. Ең соңында кез-келген бос жерге сырт дегіземіз.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \rightarrow \text{undefined} \quad (x = 0 \text{ нүктесінде екі жақты шегі жоқ})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \rightarrow 0 \quad (\text{сол жақ шек})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \rightarrow \infty \quad (\text{оң жақ шек})$$

Қортынды: $x = 0$ нүктесінде функцияның екінші текті үзіліс нүктесі болады.

2-тапсырма. $f(x)$ функциясы үшін келесі мәндерді есептеу керек.

1) $f'(x)$;

2) $f'(x_0)$;

3) $f''(x)$;

4) $f''(x_0)$

Тапсырманың орындалуы.

Нұсқау. Бұл тапсырма да алдыңғы есеп сияқты *Исчисление* пәнімен орындалады.

$$f(x) := x \cdot \cos(x) \quad \text{және} \quad x = \frac{\pi}{3} \text{ нүктесі.}$$

$$f_1(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

.

$$f_1(x) \rightarrow \cos(x) - x \cdot \sin(x) \quad \text{- бірінші ретті туынды.}$$

$$f_1\left(\frac{\pi}{3}\right) \rightarrow \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{6} = -0.407 \quad \text{- туындының нүктедегі мәні.}$$

$$f_2(x) := \frac{d^2}{dx^2} f(x) \quad f_2(x) \rightarrow -2 \cdot \sin(x) - x \cdot \cos(x) \quad \text{- екінші ретті туынды,}$$

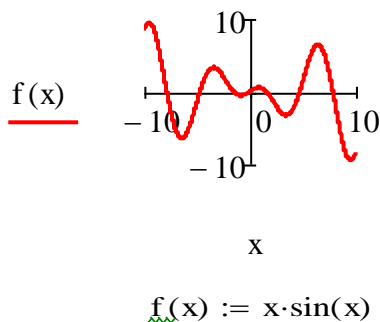
$$f_2\left(\frac{\pi}{3}\right) \rightarrow -\frac{\pi}{6} - \sqrt{3} = -2.256 \quad \text{- екінші ретті туындының нүктедегі мәні.}$$

$$\begin{aligned} \text{Жауабы:} \quad & \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{6} = -0.407 \\ & -\frac{\pi}{6} - \sqrt{3} = -2.256 \end{aligned}$$

3-тапсырма. $f(x) = x \sin x$ функциясының сызбасын декарттық координат жүйесінде салу керек.

Нұсқау. Берілген функцияны $f(x)$ деп белгілейміз (перне тактадан тереміз). *Математика* панелінен *Панель графиков* (Graph) батырмасына сырт дегіземіз. Содан соң *X-Y график* (X-Y Plot) батырмасына басып, Оу осіндегі қара белгіні функциямен, ал Ох осіндегі қара белгіні айнымалымен белгілейміз. Сызбадан тыс жерге сырт дегіземіз.

Тапсырманың орындалуы.



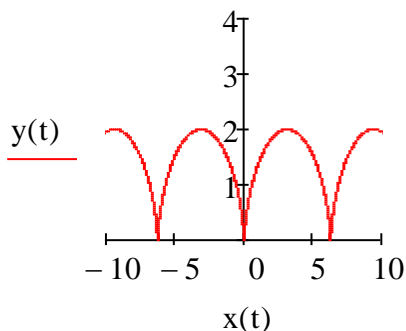
Нұсқау. Сызба жақсы шығу үшін координата остерін көрсетіп қоямыз. Тінтуырдың оң жақ батырмасын сызбадан сырт дегіземіз. Шыққан терезеден *Формат* командасын, сосын *Стиль осей* (Axis Style) бөлімінен *Пересечение* (Crossed) позициясына басамыз. *OK* батырмасын сырт дегіземіз.

4-тапсырма. Параметрлік түрде берілген $y(x)$ функциясының сызбасын салыңыз.

Тапсырманың орындалуы.

$x(t) := t - \sin(t)$ - циклоида

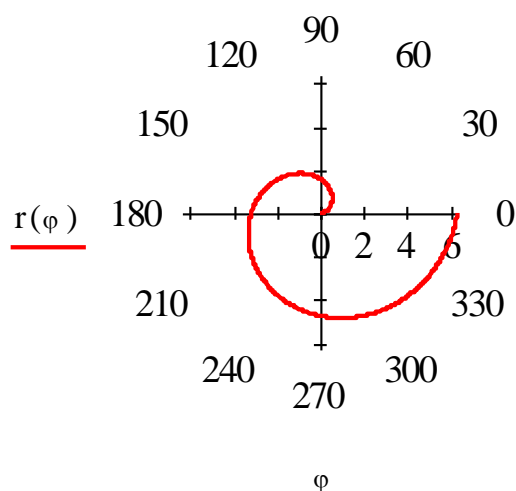
$y(t) := 1 - \cos(t)$



5-тапсырма. Функцияның полярлық координаттар жүйесіндегі сызбасын салыңыз.

$r(\varphi) := \varphi$ - Архимед спиралі

Тапсырманың орындалуы.



6-тапсырма. $y = f(x)$ функциясының сызбасын декарттық координаттар жүйесінде салу керек. Осы сызбаға берілген нүктеде жанама мен нормаль сызбасын салу керек.

Нұсқау.

1. $y = f(x)$ функциясын анықтау.
2. Жанаманың бұрыштық коэффициентін анықтау.
3. Берілген нүктедегі бұрыштық коэффициентті есептеу.
4. Берілген нүкте арқылы өтетін жанама теңдеуін жазу.
5. Берілген нүкте арқылы өтетін нормальдың теңдеуін жазу.
6. Декарттық координаттар жүйесін шақырып, үш сызба үшін қара белгілерді толтырып, функцияның, оның жанамасының және нормалінің сызбаларын салу.

Тапсырманың орындалуы.

$f(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ - шынжыр сызық. Жанама мен нормаль нүктесі (1; ch1).

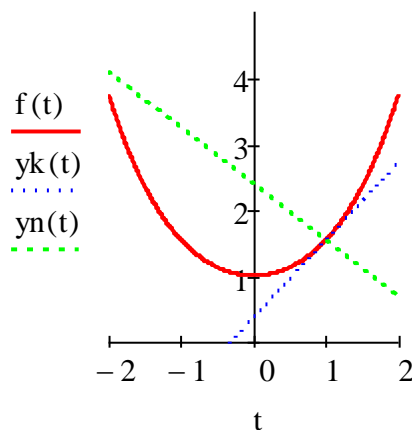
$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x)$ - жанаманың бұрыштық коэффициенті.

$k := f'(1)$ - $x = 1$ нүктесіндегі жанаманың бұрыштық коэффициенті.

$y_k(x) := f(1) + k \cdot (x - 1)$ - жанама теңдеуі.

$y_n(x) := -\frac{1}{k} \cdot (x - 1) + f(1)$ - нормаль теңдеуі.

Сызбалар:



Нұсқау.(Оу) осінде бірнеше функцияны енгізу үтір арқылы орындалады.

Назар аударыңыз! Кей жағдайда Mathcad кейбір өрнектерді немесе айнымалыны қызылмен тереді де, қажетті команданы орындамайды. Мұндай жағдайлар мәтінде көптеген әртүрлі тапсырмалар орындалғанда немесе кейбір белгілеулер қайталанған жағдайда болады. Жұмысты жалғастыру үшін жаңа құжат ашу керек немесе бұрынғы құжаттағы айнымалыларды басқаша белгілеу керек.

7-тапсырма. Берілген функцияның сызбаларын сызып, туындысын туындының нольдерін (кризистік нүктелерін), экстремум нүктелерінің координаталарын табыңыз.

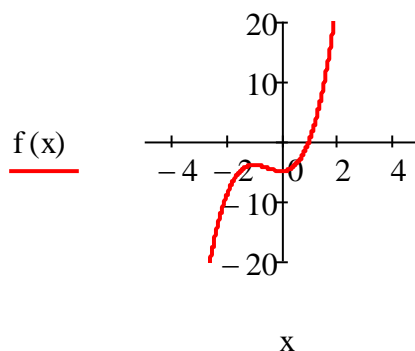
$$f(x) := 2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - 5$$

Тапсырманың орындалуы.

$$f'(x) := \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 6 \cdot x^2 + 6 \cdot x \quad \text{-туындыны есептеу.}$$

$$6 \cdot x^2 + 6 \cdot x \text{ solve} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ - кризистік нүктелер.}$$

$$f(0) = -5 \quad f(-1) = -4 \quad \text{функцияның кризис нүктелеріндегі мәндері.}$$

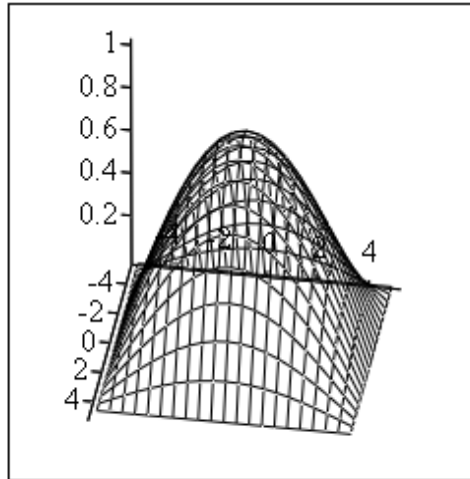


Жауабы: максимум нүктесі- $(-1, 4)$, минимум нүктесі - $(0, -5)$.

8-тапсырма. Беттің үш өлшемді сызбасын салыңыз.

Мысалдар. 1. $z(x, y) := \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{10}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot y}{10}\right)$ бетінің сызбасын салыңыз.

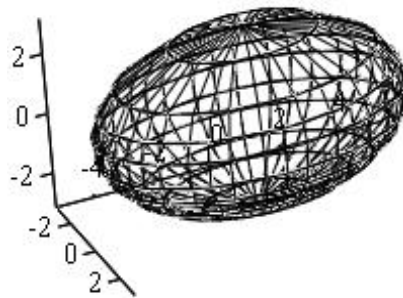
Нұсқау. *Математика панелі /График / График поверхности (Surface Plot)*. Сол жақ төменгі бұрышта орналасқан белгіні мұқият толтыру керек. Егер курсорды сызбаға жақындатып, тінтуырдың сол жақ батырмасын басып қозғағанда, сызба бұрыла бастайды. Бетті қарастыруға қолайлы жағдайды осылай тандап алуға болады. Тінтуырдың дөңгелегін айналдырып, сызбаның масштабын өзгертеміз.



z

1 сурет - Параболоид

2. $x(u, v) := 3 \cdot \sin(u) \cdot \cos(v)$ $y(u, v) := 5 \cdot \sin(u) \cdot \sin(v)$
 $z(u, v) := 3 \cdot \cos(u)$ беттің сызбасын салыңыз.



(x, y, z)

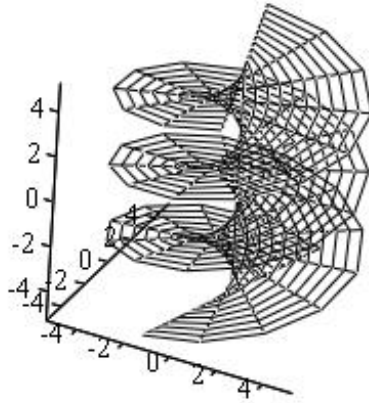
2 сурет- Эллипсоид

3. Бетті салыңыз.

$$\underline{x}(u, v) := u \cdot \cos(v)$$

$$\underline{y}(u, v) := u \cdot \sin(v)$$

$$\underline{z}(u, v) := v$$



(x, y, z)

3 сурет- Геликоид

2.8 № 4 зертханалық жұмысты орындау үлгісі

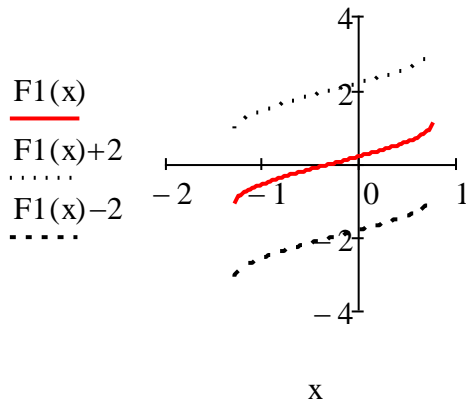
1-тапсырма. Анықталмаған интегралды есептеп, дұрыстығын дифференциалдау арқылы тексеріңіз. Алғашқы функциялар жиынынан 3 сызба салыңыз.

Мысал.
$$\int \frac{1}{\sqrt{-2 \cdot x^2 - x + 2}} dx.$$

Тапсырманың орындалуы.

$$\int \frac{1}{\sqrt{-2x^2 - x + 2}} dx \rightarrow \frac{\sqrt{2} \cdot \arcsin \left[\frac{\sqrt{17} \cdot (4 \cdot x + 1)}{17} \right]}{2} - \text{интегралды есептеу.}$$

$$F1(x) := \frac{\sqrt{2} \cdot \arcsin \left[\frac{\sqrt{17} \cdot (4 \cdot x + 1)}{17} \right]}{2} - \text{алғашқы функцияны } F1(x) \text{ деп белгілеу.}$$



- алғашқы функциялар сызбаларын салу.

Жауабы:
$$\frac{\sqrt{2} \cdot \arcsin\left[\frac{\sqrt{17} \cdot (4 \cdot x + 1)}{17}\right]}{2}$$

2-тапсырма. Анықталмаған интегралды есептеңіз.

Мысал -
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos(x) \cdot (1 - \cos(x))} dx$$

Тапсырманың орындалуы.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos(x) \cdot (1 - \cos(x))} dx \rightarrow \infty$$

$\ln(\sqrt{2} + 1) - \sqrt{2} + 1 = 0.467$ -интегралдың дәл және жуық мәні.

Жауабы:0,467.

3-тапсырма. Функцияның бейнесін табыңыз (Лаплас түрлендіруі).

Тапсырманың орындалуы.

$$f1(t) := (\cos(t))^2 \quad f1(t) \text{ laplace} \rightarrow \frac{s^2 + 2}{s^3 + 4 \cdot s}$$

Нұсқау. Символьная панелі, Laplace командасы.

$$\text{Жауабы : } \frac{s^2 + 2}{s^3 + 4 \cdot s}$$

4-тапсырма. Функцияның түпнұсқасын табыңыз (кері Лаплас түрлендіруі).

Тапсырманың орындалуы.

$$F(s) := \frac{s + 4}{s^2 + 4s + 5}$$

$$F(s) \text{ invlaplace} \rightarrow e^{-2 \cdot t} \cdot (\cos(t) + 2 \cdot \sin(t))$$

Нұсқау. Символьная панелі, *Invlaplace* командасы.

$$\text{Жауабы: } e^{-2 \cdot t} \cdot (\cos(t) + 2 \cdot \sin(t))$$

5-тапсырма. Дифференциалдық теңдеуді амалдық есептеу көмегімен шешіңіз (Лаплас түрлендіруі).

$$\frac{d^2}{dt^2} y(t) + 4y = 8 \sin 2t, \quad y(0) = 3, \quad \frac{d}{dt} y(0) = -1$$

Тапсырманың орындалуы.

Функцияның және оның туындыларының бейнелерін мына формулалар арқылы табады (мәтіндік облыста жазу керек):

$$y(t) \div Y(s)$$

$$y'(t) \div sY(s) - y(0)$$

$$y''(t) \div s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0)$$

Теңдеудің сол жағының бейнесінің түрі мынадай болады:

$$s^2 \cdot Y(s) - s \cdot 3 - (-1) + 4 \cdot Y(s) \quad (\text{математикалық әдіс}).$$

Оң жағының бейнесін *Laplace* командасының көмегімен табамыз:

$$8 \cdot \sin(2 \cdot t) \text{ laplace} \rightarrow \frac{16}{s^2 + 4}$$

Операторлық теңдеудің жалпы түрі (бейнесі):

$$s^2 \cdot Y(s) - s \cdot 3 - (-1) + 4 \cdot Y(s) = \frac{16}{(s^2 + 4)}$$

Бұл теңдеу 1-ші алгебралық теңдеу болып табылады. Оны $Y(s)$ бойынша шешеміз:

$$\frac{(3 \cdot s^3 + 12 \cdot s - s^2 + 12)}{(s^4 + 8 \cdot s^2 + 16)} \text{ invlaplace, } s \rightarrow 3 \cdot \cos(2 \cdot t) + \frac{\sin(2 \cdot t)}{2} - 2 \cdot t \cdot \cos(2 \cdot t)$$

Шыққан өрнекке кері Лаплас түрлендіруін қолданамыз, яғни $Y(s)$ үшін түпнұсқа табамыз.

$$s^2 \cdot Y(s) - s \cdot 3 - (-1) + 4 \cdot Y(s) = \frac{16}{(s^2 + 4)} \text{ solve, } Y(s) \rightarrow \frac{3 \cdot s + \frac{16}{s^2 + 4} - 1}{s^2 + 4}$$

$$\text{Жауабы: } y(t) = -2 \cdot t \cdot \cos(2 \cdot t) + \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot t) + 3 \cdot \cos(2 \cdot t)$$

6-тапсырма. Дифференциалдық теңдеулер жүйесін амалдық есептеу көмегімен шешіңіз (Лаплас түрлендіруі).

Тапсырманың орындалуы.

Назар аударыңыз! Mathcad-та тапсырманы жазғанда кейбір кезде қою теңдік белгісі жазылады.

$$\frac{d}{dt} x(t) = 4x(t) + 2 \cdot y(t) + 3 - e^{-t}$$

$$\frac{d}{dt} y(t) = -9x(t) - 5y(t) - 3 + 2e^{-t} \text{ жақшалар қойылмайды)}$$

$$\text{алғашқы шарттар: } x(0) = 2 \quad y(0) = 1$$

Алдымен аналитикалық жолмен дифференциалдық теңдеулер жүйесін операторлық түрге келтіреміз (Лаплас түрлендіруі):

$$\begin{cases} sX(s) = 4X(s) + 2Y(s) + \frac{3}{s} - \frac{1}{s+1} \\ sY(s) = -9X(s) + 2Y(s) - \frac{3}{s} + \frac{1}{s+1} \end{cases}$$

$X(s)$, $Y(s)$ екі белгісізі бар екі теңдеуден тұратын жүйені алдық. Енді оны стандарт түрде *solve* функциясының көмегімен жазайық.

$$\mathring{A} := \begin{bmatrix} (4-s)X + 2Y = \frac{1}{s+1} - \frac{3}{s} - 2 \\ -9X - (5+s)Y = \frac{3}{s} - \frac{2}{s+1} - 1 \end{bmatrix} \quad \text{өлшемі } 2 \times 1 \text{ болатын матрица.}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} := \mathring{A} \text{ solve}, X, Y \rightarrow \cdot$$

Жүйенің операторлық шешімі:

$$X := \frac{2 \cdot s^2 + 14 \cdot s + 9}{s^3 + s^2 - 2 \cdot s} \quad Y := \frac{22 \cdot s^2 - s^3 + 39 \cdot s + 15}{s^2 - 2 \cdot s^3 - s^4 + 2 \cdot s}$$

X пен Y үшін түпнұсқалар есептейміз:

$$\frac{2 \cdot s^2 + 14 \cdot s + 9}{s^3 + s^2 - 2 \cdot s} \text{ invlaplace} \rightarrow \frac{25 \cdot \sqrt{e^{2 \cdot t}}}{3} - \frac{11 \cdot e^{-2 \cdot t}}{6} - \frac{9}{2}$$

$$\frac{22 \cdot s^2 - s^3 + 39 \cdot s + 15}{s^2 - 2 \cdot s^3 - s^4 + 2 \cdot s} \text{ invlaplace} \rightarrow \frac{e^{-t}}{2} + \frac{11 \cdot e^{-2 \cdot t}}{2} - \frac{25 \cdot \sqrt{e^{2 \cdot t}}}{2} + \frac{15}{2}$$

Жауабы:
$$\begin{cases} x(t) = \frac{25}{3}e^t - \frac{11}{6}e^{-2t} - \frac{9}{2} \\ y(t) = \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{11}{2}e^{-2t} - \frac{25}{2}e^t + \frac{15}{2} \end{cases}$$
 - берілген жүйенің шешімі.

7-тапсырма.

1) 1-ші ретті дифференциалдық теңдеуді Mathcad программасының сандық әдісі *Given/Odesolve* процедурасымен шешіңіз.

2) Алынған шешімнің сызбасын салыңыз.

3) Алынған шешімнің (функцияның) $x=3.6$ нүктесіндегі мәнін есептеңіз.

1-ші ретті дифференциалдық теңдеу $y' = f(t,y)$ түрінде жазылуы керек және бір алғашқы шарты болуы қажет, яғни $y(t_0)$ функциясының t_0 нүктесіндегі мәні (Коши есебі).

Бұл тапсырманың шешімі *Odesolve(t, t₁)* командасының көмегімен алынады, мұнда t –ізделінді $y=y(t)$ функциясының аргументі, ол $[0; t_1]$ кесіндісінде ізделеді.

Назар аударыңыз! Mathcad-та тапсырманы жазғанда кейбір кезде қою теңдік белгісі жазылады.

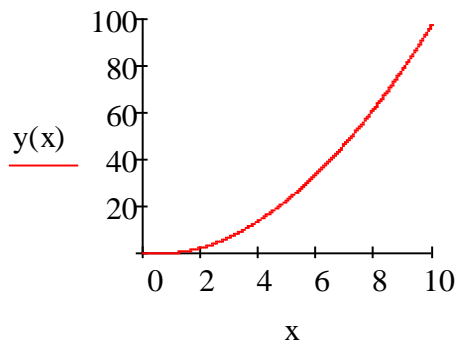
Тапсырманың орындалуы.

Given - тапсырманы орындаудың басталуы

$$\frac{d}{dx}y(x) = x^3 - xy(x) \text{ - берілген теңдеу.}$$

$$y(0) = 0 \text{ - алғашқы шарттар.}$$

$$y := \text{Odesolve}(x, 10) \text{ - теңдеудің } [0;10] \text{ кесіндісіндегі шешімі.}$$



- $y(x)$ функцияның сызбасы.

$y(3.6) = 10.963$ - функцияның $x = 3.6$ нүктесіндегі мәні.

Жауабы: $y(3.6) = 10.963$, сызбасы жоғарыда.

8-тапсырма.

- 1) Берілген 2-ші ретті дифференциалдық теңдеуді шешіңіз
 $y'' + 2y' = \sin 2t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$
- 2) Алынған шешімнің графигін салыңыз.
- 3) Аргументтер мен функция мәндерінің кестесін құрыңыз.
- 4) Алынған шешімнің $t=2.1$ нүктесінде немесе кез-келген нүктедегі мәнін есептеңіз.

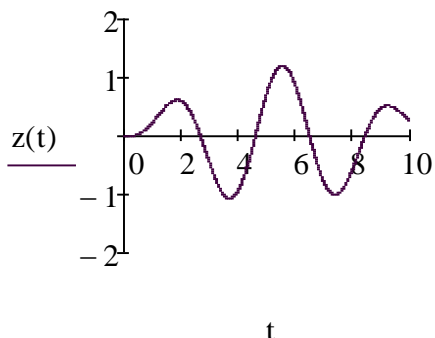
Ескерту! Mathcad-тың бір құжатында өте көп тапсырмаларды орындауға болмайды. Себебі бірдей белгілеулер кездесіп қалса, программа оларды орындай алмай қалады. Жаңа құжат ашып немесе функцияны басқаша белгілеген жөн.

Берілген шешімде y функциясы z –ке ауыстырылған.

Тапсырманың орындалуы

Given

$$\frac{d^2}{dt^2}z(t) + 2z(t) = \sin(2t) \quad z(0) = 0 \quad z'(0) = 0$$



$t := 1..100$ - кестеге қажет t -ның мәндерін беру *Матрица* панелінің көмегімен орындалады.

t =	z(0.1t) =
1	$3.323 \cdot 10^{-4}$
2	$2.635 \cdot 10^{-3}$
3	$8.759 \cdot 10^{-3}$
4	0.02
5	0.039
6	0.065
7	0.098
8	0.14
9	0.189
10	0.244
11	0.303
12	0.364
13	0.424
14	0.481
15	0.532
...	...

- кестені шығару үшін аргумент немесе функция енгізіледі де, жәй теңдік белгісі қойылады. Функциядан төмен кесте пайда болады. Берілген кестеде есептеу қадамы 0,1-ге тең.

$$z(2.1) = 0.557$$

Жауабы: $z(2.1) = 0.557$. Сызба мен кестені жоғарыдан қараңыз.

9-тапсырма.

$$1) \begin{cases} x_1' = a_1 x_1 + b_1 x_2 + c_1 + d_1 e^{-t} \\ y_1' = a_2 x_1 + b_2 x_2 + c_2 + d_2 e^{-t} \end{cases} \quad \text{дифференциалдық теңдеулер}$$

жүйесін *Given/Odesolve* процедурасымен шешіңіз.

Барлық нұсқалар үшін алғашқы шарттар бірдей: $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = 1$.

2) Аргументтер мен функция мәндерінің кестесін құрыңыз.

3) Алынған функцияның $t = 3$, нүктесіндегі немесе кез-келген нүктедегі мәнін есептеңіз.

- 4) Алынған функциялардың сызбасын салыңыз.
 5) Жүйенің фазалық кескінін салыңыз.

Тапсырманың орындалуы.

Giver

$$\frac{d}{dt}y_1(t) = y_2(t)$$

- теңдеулер жүйесі.

$$\frac{d}{dt}y_2(t) = -y_1(t) - 0.1y_2(t)$$

$$y_1(0) = 0.1$$

$$y_2(0) = 0$$

- алғашқы шарттар.

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, t, 10 \right]$$

-жүйе шешімі.

$$t := 0, 0.1..8$$

- аргумент қадамы 0.1-ге тең.

t =

0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
1.1
1.2
1.3
1.4
...

y1(t) =

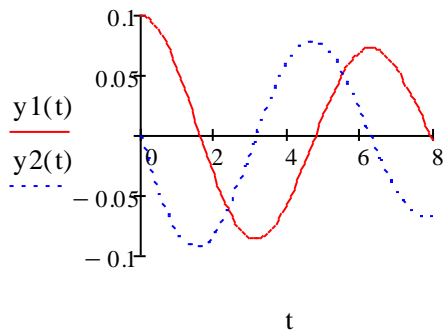
0.1
0.1
0.098
0.096
0.092
0.088
0.083
0.077
0.07
0.063
0.055
0.047
0.039
0.03
0.021
...

y2(t) =

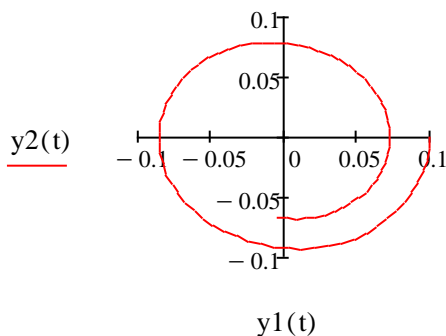
0
-9.934·10 ⁻³
-0.02
-0.029
-0.038
-0.047
-0.055
-0.062
-0.069
-0.075
-0.08
-0.084
-0.088
-0.09
-0.092
...

$$y_1(3.7) = -0.073$$

$$y_2(3.7) = 0.044 \text{ - функцияның нүктедегі мәні}$$



- функция сызбасы.



- жүйенің фазалық кескіні.

Жауабы: $y_1(3.7) = -0.073$, $y_2(3.7) = 0.044$, кесте мен сызбасын жоғарыдан қараңыз.

10-тапсырма.

1) Берілген теңдеулер жүйесін

$$\begin{cases} x_1' = (4 - 2.5x_2)x_1 \\ y_1' = (-2 + x_1)x_2 \end{cases} \quad \text{мынадай алғашқы шарттармен } x_1(0) = 3, \quad x_2(0) = 1$$

Mathcad –тың *rkfixed* функциясының көмегімен шешіңіз.

2) Аргументтер мен функциялар мәндерінің кестесін құрыңыз.

3) Алынған функциялардың $x = 2.7$ немесе кез-келген басқа нүктедегі мәнін есептеңіз.

4) Алынған функциялардың сызбаларын салыңыз.

5) Жүйенің фазалық кескінін салыңыз.

rkfixed(y_0, t_0, t_1, M, D) функциясының компоненттері:

y_0 – жүйенің алғашқы мәндерінің матрицасы (вектор);

t_0 – есептеудің бастапқы нүктесі;

t_1 – есептеудің соңғы нүктесі;

M – шешімнің орналасқан қадамдар саны;

D – екі аргументті векторлық функция: скалярлық және векторлық.

Тапсырманың орындалуы.

ORIGIN := 1 - шешімдер кестесіндегі (матрицасындағы) жолдар мен бағандар нумерациясын № 1-ден бастап көрсетеді.

$x := \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ - алғашқы шарттардан құралған матрица-баған.

$D(t, x) := \begin{bmatrix} (4 - 2.5 \cdot x_2) x_1 \\ (-2 + 1 \cdot x_1) x_2 \end{bmatrix}$ - жүйенің оң жағынан құрылған матрица-баған.

Назар аударыңыз! D матрицасын тергенде абай болыңыз. x айнымалылары төменгі индекстерімен жазылады. Олар [(квадрат жақша) батырмасының көмегімен немесе *Матрица* панелінің көмегімен теріледі. M:=400- [0;10] интервалын бөлген нүктелер саны.

$u := \text{rkfixed}(x, 0, 10, M, D)$ - x1 мен x2 функцияларын табу.

rkfixed функциясы сандар матрицасын құрайды, онда баған мәндері ретінде аргумент пен функция мәндері алынады. Mathcad-та бұл бағандар жоғарыда берілген *u* функциясының $u^{(1)}, u^{(2)}, u^{(3)}$ түрінде беріледі. Берілген функциялармен теңестіру үшін келесі белгілеулер енгіземіз:

$t := u^{(1)}$ - аргумент бағаны

$x1 := u^{(2)}$ - x 1 функциясы мәндерінің бағаны

$x2 := u^{(3)}$ - x 2 функциясы мәндерінің бағаны

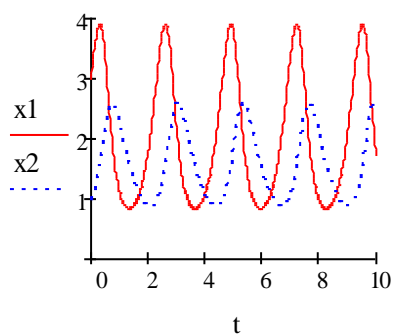
Төменде аргумент пен функциялар мәндерінің кестесінің бір бөлігі кескінделген. Ол кестенің жасырын тұрған бөлігін көру үшін тінтуырдың сол жақ батырмасын сырт дегізіп, пайда болған кестенің қозғалтқышы көмегімен қажет болған мәндерді көруге болады.

Мысалы: $x1(2.7) = 3.75$

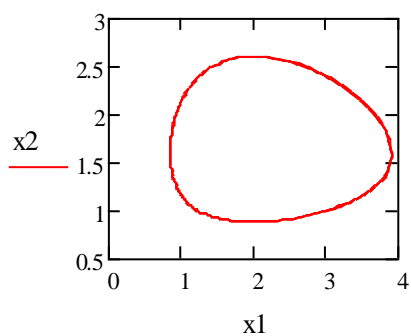
$x2(2.7) = 1.923$

$u =$

	1	2	3
1	0	3	1
2	0.025	3.112	1.027
3	0.05	3.223	1.057
4	0.075	3.33	1.091
5	0.1	3.434	1.13
6	0.125	3.532	1.173
7	0.15	3.622	1.22
8	0.175	3.703	1.271
9	0.2	3.773	1.328
10	0.225	3.831	1.389
11	0.25	3.874	1.455
12	0.275	3.901	1.525
13	0.3	3.91	1.6
14	0.325	3.9	1.678
15	0.35	3.872	1.759
16	0.375	3.823	...



- x_1 пен x_2 функцияларының сызбалары.



-жүйенің фазалық кескіні.

Жауабы: $x_1(2.7) = 3.759$, $x_2(2.7) = 1.923$, кестесі мен сызбасын жоғарыдан қараңыз.

2.9 Теориялық сұрақтар

1. Mathcad-тың негізгі сипаттамалары.
2. Mathcad- пен жұмыс жасау.
3. Mathcad-тың математикалық панелі.
4. Mathcad-тағы курсорлар түрі.
5. Формулаларды енгізу.
6. Мәтінді енгізу.
7. Қарапайым арифметикалық есептеулер.
8. Айнымалыны және оның мәнін анықтау. Айнымалылары бар өрнектің мәнін есептеу.
9. Функцияны анықтау және оның нүктедегі мәнін анықтау. Функция мәндерінің кестесін жасау.
10. Функцияның декарттық сызбасын салу.

Әдебиеттер тізімі

1. Васильев А.Н. Mathcad 13 на примерах. – Спб.: БХВ-Петербург, 2006. – 528 с.
2. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. MathCAD 7.0 в математике, физике и в Internet. - М.: "Нолидж", 1998. – 352 с.
3. Кирьянов Д.В. Mathcad 14. – Спб.: БХВ-Петербург, 2007. – 704 с.
4. Макаров Е.Г. Mathcad: Учебный курс. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с.
5. Плис А.И., Сливина Н.А. Mathcad: математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб.пособие. - М.: Финансы и статистика, 1999. - 656 с.

Мазмұны

1 Mathcad компьютерлік жүйесінің негіздерімен танысу	3
Кіріспе	3
1.1 Mathcad-тың негізгі сипаттамалары	4
1.2 Mathcad- пен жұмыс жасау	4
1.3 Mathcad-тың математикалық панелі	6
1.4 Mathcad-тағы курсорлар түрі	9
1.5 Формулаларды енгізу	9
1.6 Мәтінді енгізу	10
1.7 Қарапайым арифметикалық есептеулер	10
1.8 Айымалыны және оның мәнін анықтау. Айнымалылары бар өрнектің мәнін есептеу	11
1.9 Функцияны анықтау және оның нүктедегі мәнін анықтау. Функция мәндерінің кестесін жасау	12
1.10 Функцияның декарттық сызбасын салу	12
2 Зертханалық жұмыстар	13
2.1 Зертханалық жұмыс № 1	15
2.2 Зертханалық жұмыс № 2	23
2.3 Зертханалық жұмыс № 3	30
2.4 Зертханалық жұмыс № 4	36
2.5 № 1 зертханалық жұмысты орындау үлгісі	46
2.6 № 2 зертханалық жұмысты орындау үлгісі	50
2.7 № 3 зертханалық жұмысты орындау үлгісі	56
2.8 № 4 зертханалық жұмысты орындау үлгісі	63
2.9 Теориялық сұрақтар	75
Әдебиеттер тізімі	76

Дулэпо Вячеслав Михайлович
Абдулланова Жанар Советқалиқызы

ОПЕРАЦИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕУЛЕРДІ ҚОЛДАНА ОТЫРЫП
ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУДІ ШЕШУ

5B071800 – Электр энергетикасы мамандығының студенттері үшін
зертханалық жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар мен
тапсырмалар

Редактор Б.С. Қасымжанова
Стандарттау бойынша маман Н.Қ.Молдабекова

Басуға қол қойылды _____
Таралымы 300 дана
Көлемі 4,9 баспа табақ

Пішіні 60x84 1/16
№1 типографиялық қағаз
Тапсырыс _____ Бағасы 2450 тг.

«Алматы энергетика және байланыс университеті»
Коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірме-көбейткіш бюросы
050013, Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126