



**Некоммерческое
акционерное общество**

**АЛМАТИНСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ**

Кафедра высшей
математики

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Методические указания для подготовки к экзамену
для студентов специальности 5В060200

Алматы 2014

Составители: А.К. Дуйсек, Ж.С. Абдулланова. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Методические указания для подготовки к экзамену для студентов специальности 5В060200.– Алматы: АУЭС, 2014.- 20 с.

Методические указания содержат рекомендации для самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра». Они содержат образцы тестовых заданий рубежного контроля к каждому из трех модулей с ответами и образцами решений, образец экзаменационного теста на бумажном носителе. Приведены теоретические вопросы, база тестовых заданий для компьютерного тестирования (первый уровень знаний) и образец билета основной части экзамена (второй уровень знаний).

Рецензент: ст. преп. Альмуратова К.Б.

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2014г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи», 2014г.

Введение

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» состоит из 3-х модулей:

- а) векторная и линейная алгебра;
- б) система линейных уравнений, линейные операторы;
- в) прямая на плоскости и в пространстве, кривые и поверхности второго порядка.

После прохождения каждого из модулей проводится рубежный контроль, состоящий из 16 заданий (письменно), а также осуществляется проверка тестовых заданий в электронной форме.

Данное методическое указание направлено на подготовку к рубежным контролям и компьютерному тестированию. Сначала студент должен проработать теоретический материал, затем решать предлагаемые задания самостоятельно.

1 Модуль №1. Векторная и линейная алгебра

1.1 Теоретические вопросы

1.1.1 Определители 2-го и 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения. Определители n-го порядка.

1.1.2 Матрицы, алгебраические действия над ними. Обратная матрица. Ранг матрицы.

1.1.3 Пространства R_2, R_3 . Элементы векторной алгебры. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов.

1.2 Образцы билетов рубежного контроля для модуля №1

Билет №1

№	Задания	Ответы
1	Найти длину вектора $\vec{a} = (-3, 0, 4)$	5
2	Найти аппликату вектора \vec{BA} , если $A(3, 2, -1), B(4, -5, 10)$	-11
3	Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & -12 \\ -5 & -20 \end{vmatrix}$	-140
4	Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (3, -4, 2), \vec{b} = (0, 5, 6)$	-8
5	Найти ординату векторного произведения векторов $\vec{a} = (2, -1, 3), \vec{b} = (4, 3, -1)$	14
6	Чему равно смешанное произведение векторов $\vec{a} = (1, 2, -3), \vec{b} = (4, 0, 3), \vec{c} = (0, -1, 0)$?	15
7	Найти алгебраическое дополнение элемента a_{23} матрицы	-19

	$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	
8	Найти минор элемента b_{31} матрицы $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	-4
9	Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -4 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$	-10
10	Указать размер произведения матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$	2×3
11	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти $2A - B$	$\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$
12	Матрица $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$. Найти C_{12}	12
13	Чему равен ранг матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$?	3
14	Найти A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$
15	Найти ранг матрицы системы $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -2 \end{cases}$	2
16	Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Билет №2

№	Задания	Ответы
1	Даны точки $A(3, -4, 5), B(2, 8, -3)$. Найти ординату середины отрезка AB	2
2	Найти абсциссу вектора \overline{DC} , если $C(3, 4, -1), D(-2, 1, 5)$	5
3	Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -5 & -3 \end{vmatrix}$	-26
4	Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (3, -2, 0), \vec{b} = (-4, -5, 1)$	-2
5	Найти аппликату векторного произведения векторов $\vec{a} = (3, -4, 5), \vec{b} = (2, -3, 1)$	-1
6	Чему равно смешанное произведение векторов	10

	$\bar{a} = (3, 0, -1), \bar{b} = (-2, 0, 4), \bar{c} = (3, -1, 2)?$	
7	Найти алгебраическое дополнение элемента a_{32} матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	4
8	Найти минор элемента b_{13} матрицы $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	8
9	Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & -5 & 0 \end{vmatrix}$	-10
10	Указать размер произведения матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$	2×3
11	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$. Найти $A - 2B$	$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -8 & 1 \end{pmatrix}$
12	Матрица $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$. Найти C_{22}	-20
13	Чему равен ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & -1 \\ -2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$?	2
14	Найти A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
15	Коллинеарны ли вектора $\bar{a} = (3, -4, 5), \bar{b} = (6, -8, 10)?$	Колли-ны
16	Компланарны ли вектора $\bar{a} = (3, 0, -2), \bar{b} = (2, 0, -1), \bar{c} = (3, 0, -5)?$	Компла-нарны

Билет №3

№	Задания	Ответы
1	Даны точки $A(3, 4, -1), B(-7, 3, 2)$. Найти абсциссу середины отрезка AB	-2
2	Найти длину вектора $\bar{a} = (4, 0, -3)$	5
3	Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$	2
4	Найти скалярное произведение векторов $\bar{a} = (2, -1, 5), \bar{b} = (3, 0, -4)$	-14
5	Найти абсциссу векторного произведения векторов $\bar{a} = (-2, 4, 3), \bar{b} = (3, -5, 0)$	15
6	Чему равно смешанное произведение векторов $\bar{a} = (3, -2, 0), \bar{b} = (-5, 2, 0), \bar{c} = (3, -1, 2)?$	-8

7	Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (-2, 2, 1)$, $\vec{b} = (-4, 3, 0)$	$\frac{14}{15}$
8	Найти минор элемента a_{33} матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	12
9	Найти алгебраическое дополнение элемента b_{32} матрицы $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix}$	-2
10	Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \end{vmatrix}$	-15
11	Указать размер произведения матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$	2x4
12	Матрица $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$. Найти C_{21}	8
13	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти $A + 2B$	$\begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$
14	Чему равен ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$?	2
15	Найти A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
16	Коллинеарны ли вектора $\vec{a} = (4, -2, 5)$, $\vec{b} = (8, -4, 3)$?	нет

2 Модуль №2. Система линейных уравнений, линейные операторы

2.1 Теоретические вопросы

- 2.1.1 Линейные пространства, ее размерность, базис.
- 2.1.2 Преобразование координат при переходе к новому базису.
- 2.1.3 Системы линейных алгебраических уравнений.
- 2.1.4 Правило Крамера.
- 2.1.5 Теорема Кронеккера-Капелли.
- 2.1.6 Метод Гаусса решения систем алгебраических уравнений.
- 2.1.7 Решение однородных систем линейных алгебраических уравнений.
- 2.1.8 Евклидовы пространства.

2.1.9 Линейный оператор и его матрица.

2.1.10 Собственные векторы и собственные значения линейных операторов.

2.1.11 Сопряженные и ортогональные операторы.

Образцы билетов рубежного контроля для модуля №2

Билет №1

№	Задания	Ответы
1	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ Записать систему $Ax = B$ через систему уравнений	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 = 8 \end{cases}$
2	По правилу Крамера найти $x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$	$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 8 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}} = 2$
3	Найти $x = A^{-1}B$ в матричной форме	$x = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$
4	Найти решение данной системы	$x_1 = 2, x_2 = -1$
5	Решить однородную систему уравнений $\begin{cases} x + 4y = 0 \\ -3x + 5y = 0 \end{cases}$	$x = 0, y = 0$
6	Решить однородную систему уравнений $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ -2x - 6y = 0 \end{cases}$	$y = t, x = 3t, t - \text{параметр}$
7	Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$ Найти ранг матрицы заданной системы	3
8	Решая систему по методу Гаусса, выписать ступенчатую матрицу, к которой приводится расширенная матрица системы	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 3 & -1 & -11 \\ 0 & -7 & 5 & -26 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \end{array} \right)$
9	Найти решение заданной системы	$x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = -1$
10	Найти характеристическое уравнение матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$
11	Найти собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\{5, -1\}$

12	Найти диагональную матрицу, к которой приводится $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, матрица оператора A	$\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
13	Какие из векторов $x_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $x_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ являются собственными векторами матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$?	$x_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
14	Найти ранг матрицы системы $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$	2
15	Являются ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ симметричными?	Да
16	Являются ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ ортогональными?	Нет

Билет №2

№	Задания	Ответы
1	Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ Записать систему $Ax = B$ через систему уравнений	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 8 \\ 3x_1 - 2x_2 = -1 \end{cases}$
2	По правилу Крамера найти $x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$	$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}} = 2$
3	Найти $x = A^{-1}B$ в матричной форме	$x = -\frac{1}{13} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}$
4	Найти решение данной системы	$x_1 = 1, x_2 = 2$
5	Решить однородную систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 = 0 \end{cases}$	$x_1 = 0, x_2 = 0$
6	Решить однородную систему уравнений $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0 \\ -6x_1 + 4x_2 = 0 \end{cases}$	$x_2 = t, x_1 = \frac{2}{3}t, t - \text{любое число}$
7	Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$ Найти ранг матрицы заданной системы	3

8	Решая систему по методу Гаусса, выписать ступенчатую матрицу, к которой приводится расширенная матрица системы	$\left(\begin{array}{ccc c} 1 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & -3 & -2 & 11 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{array}\right)$
9	Найти решение данной системы	$x_1 = 1, x_2 = -3, x_3 = -1$
10	Найти характеристическое уравнение матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$	$\lambda^2 - 3\lambda - 4 = 0$
11	Найти собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$	$\{4, -1\}$
12	Найти диагональную матрицу, к которой приводится матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
13	Какие из векторов $x_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $x_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ являются собственными векторами матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$?	$x_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
14	Найти ранг матрицы системы $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$	2
15	Являются ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ симметричными?	нет
16	Являются ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ортогональными?	нет

3 Модуль №3. Прямая на плоскости и в пространстве, кривые и поверхности второго порядка

3.1 Теоретические вопросы

3.1.1 Прямая на плоскости.

3.1.2 Плоскость в пространстве.

3.1.3 Прямая в пространстве.

3.1.4 Полуплоскости, полупространства, выпуклые множества.

3.1.5 Кривые 2-го порядка.

- 3.1.6 Каноническое и общее уравнение эллипса.
 3.1.7 Каноническое и общее уравнение гиперболы.
 3.1.8 Каноническое и общее уравнение параболы.
 3.1.9 Поверхности 2-го порядка. Их общие и канонические уравнения.
 3.1.10 Исследование форм поверхностей второго порядка методом сечений.
 3.1.11 Квадратичные формы.
 3.1.12 Приведение квадратичных форм к каноническому виду.

Образцы билетов рубежного контроля для модуля №3

Билет №1

№	Задания	Ответы
1	Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $A(1, 2)$, $B(-2, 3)$	$y = -\frac{x}{3} + \frac{7}{3}$
2	Указать уравнение прямой, проходящей через точку $A(3, -1)$, параллельной вектору $\vec{c} = (2, 5)$	$y = \frac{5}{2}x - \frac{17}{2}$
3	Найти уравнение прямой $3x - 4y = 12$ в отрезках	$\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$
4	Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $(2, 3, -1)$, перпендикулярной вектору $\vec{c} = (1, -2, 4)$	$x - 2y + 4z + 8 = 0$
5	Найти уравнение плоскости $4x - 5y + z = 20$ в отрезках.	$\frac{x}{5} - \frac{y}{4} + \frac{z}{20} = 1$
6	Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A = (1, 0, 2)$, $B = (0, -3, 4)$	$\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{2}$
7	Указать название кривой $5x^2 - 4y^2 = 20$	гипербола
8	Составить каноническое уравнение эллипса с данными полуосями $a = 3, b = \sqrt{5}$	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$
9	Определить ось симметрий параболы $y^2 = 5x^2$	OY
10	Найти фокус параболы $y^2 = 8x$	$(2, 0)$
11	Указать название поверхности $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 3z$	Эллиптически параболоид
12	Какую замену по переменной x надо сделать, чтобы привести к каноническому виду уравнение $x^2 + 6y^2 - z - 8x - 12y + 9 = 0$?	$x' = x - 4$
13	Найти матрицу квадратичной формы $F(x, y) = 5x^2 + 12xy + 5y^2$	$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$
14	Найти канонический вид квадратичной формы $F(x, y) = 5x^2 + 12xy + 5y^2$	$F(x, y) = -x_1^2 + 11y_1^2$
15	Найти аргумент комплексного числа $z = +8i$	$\frac{\pi}{2}$

16	Вычислить i^{42}	-1
----	--------------------	----

Билет №2

№	Задания	Ответы
1	Найти угловой коэффициент прямой $3x + 6y - 7 = 0$	$k = -\frac{1}{2}$
2	Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(3, -1)$, $B(-2, 5)$	$6x + 5y - 13 = 0$
3	Найти уравнение прямой $2x - 7y - 14 = 0$ в отрезках	$\frac{x}{7} - \frac{y}{2} = 1$
4	Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3, -1, 2)$, перпендикулярной вектору $\vec{c} = (4, -3, 5)$	$x - 2y + 4z + 8 = 0$
5	Составить уравнение плоскости $3x - 4y + 5z - 60 = 0$ в отрезках	$\frac{x}{20} - \frac{y}{15} + \frac{z}{12} = 1$
6	Найти уравнение прямой, проходящей через точки $A = (3, 1, -2)$, $B = (4, -2, 5)$	$\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{7}$
7	Указать название кривой $3x^2 + 5y^2 = 15$	эллипс
8	Указать каноническое уравнение гиперболы с данными полуосями $a = 5$, $b = \sqrt{2}$	$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{2} = 1$
9	Найти фокусы эллипса с полуосями $a = 5$, $b = 3$	$F(\pm 4, 0)$
10	Определить ось симметрии параболы $y^2 = 7x$	$(2, 0)$
11	Указать название поверхности $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{25} = 0$	Конус
12	Какую замену по переменной z надо сделать, чтобы привести к каноническому виду уравнение $x^2 + 2x + y^2 - 6y + z^2 - 4z + 5 = 0$?	$z' = z - 2$
13	Найти матрицу квадратичной формы $F(x, y) = -4x^2 + 14xy - 3y^2$	$\begin{pmatrix} -4 & 7 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}$
14	Найти канонический вид квадратичной формы $F(x, y) = 3x^2 + 8xy + 3y^2$	$F(x, y) = -x_1^2 + 7y_1^2$
15	Найти мнимую часть комплексного числа $z = \frac{3 - \sqrt{2}i}{5}$	$JmZ = -\frac{\sqrt{2}}{5}$
16	Найти разность комплексных чисел $z_1 = 2 - 3i$; $z_2 = -4 + 5i$	$z = 6 - 8i$

4 База тестовых заданий компьютерной части к экзамену по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

№	Задания	Ответы
1	Найти ординату вектора \overline{AB} , где $A(3, 4, -1)$, $B(2, 3, -4)$	-1

2	Найти абсциссу середины отрезка AB , где $A(3, -1, 5)$, $B(2, -4, -2)$	2,5
3	Найти длину вектора $\vec{a} = (7, -2, 4)$	$\sqrt{69}$
4	Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{vmatrix}$	5
5	Найти минор элемента a_{23} определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 0 & 5 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$	-7
6	Найти алгебраическое дополнение элемента a_{23} определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$	6
7	Найти ординату векторного произведения векторов $\vec{a} = (2, -1, 3)$, $\vec{b} = (4, 0, 5)$	-10
8	Найти смешанное произведение векторов $\vec{a} = (-3, 1, 2)$, $\vec{b} = (0, 4, -2)$, $\vec{c} = (2, -1, 3)$	-50
9	Указать размер матрицы-произведения матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$	2×3
10	Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (5, -1, 3)$, $\vec{b} = (0, 4, -5)$	-19
11	Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу	$\frac{1}{17} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$
12	Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(1, -2)$, $B(3, -4)$	$-2x - 2y - 2 = 0$
13	Записать уравнение прямой $3x + 5y - 15 = 0$ в отрезках	$\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$
14	Найти угловой коэффициент прямой $3x + 2y + 17 = 0$	$\frac{3}{2}$
15	Найти ранг матрицы системы $\begin{cases} x_1 - 3x_2 = 0 \\ -2x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_3 = 0 \end{cases}$	3
16	Записать уравнение прямой, проходящей через $A(-3, 1)$, параллельной вектору $C(2, -5)$	$\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-5}$

17	Найти фокус параболы $y^2 = -12x$	$(-3, 0)$
18	Найти фокусы эллипса с полуосями $a=5, b=\sqrt{2}$	$(-\sqrt{23}, 0), (\sqrt{23}, 0)$
19	Определить ось симметрии и направления ветвей параболы $y^2 = -4x$	OX, налево
20	Указать название кривой $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$	гипербола
21	Найти каноническое уравнение гиперболы с полуосями $a=5, b=\sqrt{13}$ и действительной осью OY	$-\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{13} = -1$
22	Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{18} \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
23	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-4, 5, 1)$ и перпендикулярной вектору $\vec{C}(1, -2, 3)$	$x-2y+3z+11=0$
24	Найти ранг матрицы системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2 \\ 2x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$	2
25	Указать название поверхности $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{3} = 3z$	эллиптически параболоид
26	Указать название поверхности $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} + \frac{z^2}{18} = 0$	конус
27	Найти уравнение плоскости $3x - 4y + 5z = 30$ в отрезках	$\frac{x}{10} + \frac{y}{\frac{30}{4}} + \frac{z}{6} = 1$
28	Найти ранг матрицы системы $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 5 \\ x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$	2
29	Найти общее уравнение плоскости, проходящей через начало координат с нормальным вектором $\vec{N} = (4, -2, 1)$	$4x-2y+z=0$
30	Найти характеристическое уравнение матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\lambda^2 - 6\lambda + 8 = 0$
31	Найти собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$	$\lambda_{1,2} = 2$

32	Какие из векторов $x_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $x_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ являются собственными векторами матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$?	$x_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$
33	Найти диагональную матрицу, к которой проводится матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ оператора A	$\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
34	Найти матрицу квадратичной формы $F(x, y) = -5x^2 + 18xy - 5y^2$	$\begin{pmatrix} -5 & 9 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$
35	Найти канонический вид квадратичной формы $F(x, y) = 7x^2 + 8xy + 7y^2$	$3x_1^2 + 11y_1^2$
36	Чему равен модуль комплексного числа $z = 3 - 4i$?	5
37	Чему равен аргумент комплексного числа $z = -1 + i$?	$\frac{3\pi}{4}$
38	Найти разность комплексных чисел $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = 5 + 4i$	$-2 - 6i$
39	Чему равна действительная часть комплексного числа $z = 5 - 8i$?	5
40	Найти i^{103} , где i - мнимая единица	$-i$

5 Образец теста на бумажном носителе закрытого типа

Выберите один правильный ответ из вариантов ответа.

№	Задания	Варианты ответов
1	Найти аппликату вектора \overline{BA} , если даны точки $A(2, 3, -1)$, $B(4, 2, -3)$	a) -2 b) 1 c) 2 d) 3
2	Найти длину вектора $\overline{a} = (3, 4, -1)$	a) 5 b) $\sqrt{26}$ c) $\sqrt{12}$ d) 4
3	Найти ординату середины отрезка \overline{AB} , если $A(3, 4, -1)$, $B(5, -8, 2)$	a) -2 b) 3 c) 1 d) -4
4	Найти алгебраическое дополнение элемента a_{12} определителя $\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$	a) 2 b) -3 c) -2 d) 5

5	Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \end{vmatrix}$	a) -3 b) 4 c) -5 d) 1
6	Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = (4, -1, 2)$, $\vec{b} = (-2, 4, 3)$	a) -2 b) 3 c) -4 d) -6
7	Найти абсциссу векторного произведения векторов $\vec{a} = (2, 3, -1)$, $\vec{b} = (1, 0, 4)$	a) 14 b) 12 c) 9 d) 0
8	Найти смешанное произведение векторов $\vec{a} = (1, 0, -2)$, $\vec{b} = (-4, 0, 3)$, $\vec{c} = (3, 2, -1)$	a) 3 b) -2 c) 10 d) -12
9	Указать размер произведения матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$	a) 3×2 b) 3×3 c) 2×2 d) 3×1
10	Найти минор элемента a_{32} определителя $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$	a) 8 b) 10 c) 12 d) -4
11	Указать размер произведения матриц $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = (1, 3, 2)$	a) 1×1 b) 1×2 c) 2×1 d) 2×3
12	Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу	a) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ c) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ d) не существует
13	Найти ранг матрицы системы $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -1 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$	a) 3 b) 2 c) 1 d) 4
14	Записать общее уравнение плоскости, проходящей через начало координат с нормальным вектором $\vec{c} = (2, 1, -3)$	a) $2x + y - 3z = 0$ b) $2x + y - 3z + 1 = 0$ c) $x + 2y - 3 = 0$ d) $2x - y - 3 = 0$
15	Указать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-2, 3, 1)$ и перпендикулярной вектору $\vec{C}(2, -1, 3)$	a) $2x - y + 2z + 3 = 0$ b) $2x - y + 3z + 2 = 0$ c) $2x + y - 3z - 3 = 0$

		d) $2x + y - 3 = 0$
16	Записать уравнение плоскости $2x + 5y - 3z - 30 = 0$ в отрезках	a) $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} - \frac{z}{3} = 1$ b) $\frac{x}{15} + \frac{y}{6} - \frac{z}{10} = 1$ c) $\frac{x}{15} + \frac{y}{6} = 1$ d) $\frac{y}{6} - \frac{z}{10} = 1$
17	Найти фокусы эллипса с полуосями $a = 5, b = 4$	a) $F(\pm\sqrt{3}, 0)$ b) $F(\pm 3, 0)$ c) $F(\pm 2, 0)$ d) $F(\pm\sqrt{2}, 0)$
18	Найти ось симметрии параболы $y^2 = 5x$	a) OX b) OY c) OZ d) нет
19	Найти фокусы гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ с действительной осью OX	a) $(\pm\sqrt{23}, 0)$ b) $(\pm 20, 0)$ c) $(\pm 3, 0)$ d) $(\pm 4, 0)$
20	Указать название кривой $x^2 + 3y^2 = 15$	a) эллипс b) гипербола c) парабола d) окружность
21	Указать название поверхности $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{4} = 2z$	a) конус b) гиперболический параболоид c) цилиндр d) эллипсоид
22	Найти ранг матрицы системы $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 = 5 \\ 2x_1 + 5x_2 = 4 \end{cases}$	a) 2 b) 3 c) 1 d) 4
23	Найти характеристическое уравнение матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	a) $\lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$ b) $\lambda^2 - 4\lambda + 5 = 0$ c) $\lambda^2 + 4\lambda + 5 = 0$ d) $\lambda^2 + 4\lambda - 5 = 0$
24	Найти собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	a) $\{-5, 1\}$ b) $\{-5, -1\}$ c) $\{5, 1\}$ d) $\{5, -1\}$

25	Какие из векторов $x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $x_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ являются собственными векторами матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ оператора A ?	a) $x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ c) $x_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ d) $x_1 + x_2$
26	Найти диагональную матрицу, к которой приводится матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ оператора A	a) $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
27	Найти матрицу квадратичной формы $F(x, y) = 7x^2 - 12xy + 6y^2$	a) $\begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
28	Найти канонический вид квадратичной формы $F(x, y) = 2x^2 - 6xy + 2y^2$	a) $F(x, y) = -x_1^2 + 4x_2^2$ b) $F(x, y) = -x_1^2 + 5x_2^2$ c) $F(x, y) = -x_1^2 - 5x_2^2$ d) $F(x, y) = 2x_1^2 + 5x_2^2$
29	Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 6i$ равна	a) $6 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$ b)

		$6\left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}\right)$ <p>с) $6(\cos \pi + i \sin \pi)$</p> <p>d)</p> $6\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$
30	Найти разность комплексных чисел $z_1 = 3 - 7i$, $z_2 = 8 - 5i$	<p>a)</p> $z_1 - z_2 = 11 - 12i$ <p>b)</p> $z_1 - z_2 = -5 - 2i$ <p>с)</p> $z_1 - z_2 = 5 + 2i$ <p>d)</p> $z_1 - z_2 = -11 + 12i$

6 Образец экзаменационного билета основной части экзамена

Билет состоит из четырех (4) вопросов: 1 теоретический вопрос + 3 задачи, причем два из них являются вопросами из РК-1 и РК-2. Экзамен проводится письменно. Отведенное время-1,5 астрономического часа.

НАО АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ
Кафедра «Высшая математика»
Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»
Экзаменационный билет № _____

Теоретический вопрос:

1. Матрицы, действия над ними. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Задания первого уровня:

2. Записать в тригонометрической форме данное комплексное число

$$z = 1 - i.$$

3. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы A оператора \tilde{A} :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Задание второго уровня:

4. Привести квадратичную форму

$$F(x, y) = 4x^2 + 2xy + 4y^2$$

к каноническому виду и найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду.

Составитель:

Утвержден на заседании кафедры «Высшая математика»

от _____ протокол № _____ .

Зав.кафедрой ВМ

М.Ж.Байсалова

Список литературы

1. Айдос Е.Ж. Жоғары математика-1,2. Оқулық. – Алматы: «Иль-Тех-Кітап» ЖШС, 2007. -744 б.
2. Дүйсек А.К., Қасымбеков С.Қ. Жоғары математика. – Алматы: ҚБТУ, 2004. -440 б.
3. Байарыстанов А.О. Жоғары математика және өзіндік жұмыстар жинағы. -Алматы: «Нұр-Принт» (электрон), 2011. -372 б.
4. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. ч.1.- М.: Оникс 21 век, 2003.
5. Индивидуальные задания по высшей математике: Учебное пособие. ч.1. Под ред. А. П. Рябушко.- Мн.: Высшая школа, 2000.

Содержание

Введение	3
1 Модуль №1. Векторная и линейная алгебра	3
1.1 Теоретические вопросы	3
1.2 Образцы билетов рубежного контроля для модуля №1	3
2 Модуль №2. Система линейных уравнений, линейные операторы	6
2.1 Теоретические вопросы	6
2.2 Образцы билетов рубежного контроля для модуля №2	7
3 Модуль №3. Прямая на плоскости и в пространстве, кривые и поверхности второго порядка	9
3.1 Теоретические вопросы	9
3.2 Образцы билетов рубежного контроля для модуля №3	10
4 База тестовых заданий по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра»	12
5 Образец теста на бумажном носителе закрытого типа	14
6 Образец экзаменационного билета основной части экзамена	18
Список литературы	20

Дуйсек Абылмансур Коптлеуович
Абдулланова Жанар Советкалиевна

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Методические указания для подготовки к экзамену
для студентов специальности 5В060200

Редактор Л.Т. Сластихина
Специалист по стандартизации Н.К.Молдабекова

Подписано в печать _____
Тираж 150 экз.
Объем 1,3 уч.-из.л.

Формат 6084 1/16
Бумага типографская №1
Заказ цена 650 тг.

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013, Алматы, ул.Байтурсынова, 126