Коммерциялық емес акционерлік қоғам

АЛМАТЫ ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС УНИВЕРСИТЕТІ

Жоғары математика кафедрасы

АҚПАРАТТЫ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ӨҢДЕУ

5В074600 мамандығының студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар
1 бөлім

Алматы 2014

ҚҰРАСТЫРУШЫЛАР: Астраханцева Л.Н., Байсалова М.Ж. Ақпаратты математикалық өңдеу. 5В074600 мамандығының студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар. 1 бөлім. - Алматы: АЭжБУ, 2014. - 25 б.

Бұл есептеу-сызба жұмыстарға әдістемелік нұсқаулар мен тапсырмаларында 5В074600 – Ғарыштық техника және технологиялар мамандығының барлық оқу түрінің студенттеріне «Ақпаратты математикалық өңдеу» пәнінің «Жиындар, катынастар» бөлімін оқып, үйрену үшін арналған.

Бұл материал көрсетілген мамандықтың «Ақпаратты математикалық өңдеу» пәнінің бағдарламасына сәйкес құрылған.

Тапсырмалар берілген және қажет теориялық мәліметтер келтірілген.

Кестелер- 10, без.- 10, әдеб.көрсеткіші – 8 атау.

«Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2014 ж. жоспары бойынша басылды

© «Алматы энергетика және байланыс университеті» КЕАҚ, 2014 ж.

1 Есептік-графикалық жұмыс 1. Жиындар, катынастар

1.1 Бақылау сұрақтары

1 Жиындар, олардың берілу жолдары. Ішкі жиындар, булеан. Жиындарға қолданылатын қисаптар.

2 Жиындарға қолданылатын қисаптардың қасиеттері. Жиынның бөліктеуі мен бүркеуі.

3 Жиындардың тура көбейтіндісі. Қатынастар (унарлы, бинарлы, n-арлы). Бинарлы қатынастардың берілу жолдары. Кері қатынас, қатынастың толықтауышы, тепе-тең қатынас. Бинарлы қатынастардың композициясы.

4 Бинарлы қатынастың матрицаларының негізгі қасиеттері (рефлексивтік, симметриялық, антисимметриялық, транзитивтік).

5 Эквивалентті қатынас. Эквиваленттілік кластары, фактор-жиын.

6 Реттік қатынас. Лексигографиктік реттілік.

7 Функционалдық қатынас. Инъекция, сюръекция, биекция. Жиынның қуаты.

1.2 Есептік тапсырмалар

1 Тұжырымдардың қайсысы дұрыстығын анықтау керек.

1 кесте

№	а)	б)	в)	г)
1.1	$\{2\}\in\{1,2,3\}$	$\{2,3\}\subset\{1,2,3\}$	$\{2,3\}=\{3,2\}$	$\varnothing\subseteq\varnothing$
1.2	$\{3\}\subseteq\{1,3\}$	$3\subset\{2,3\}$	$\{3,4\}\in\{3,4,5\}$	$\varnothing\subset\varnothing$
1.3	$\{1,5\}\subseteq\{1,5,6\}$	$\{2,1\}=\{1,2\}$	$5\in\{\{5\}\}$	$\varnothing\in\varnothing$
1.4	$\{2,8\}=\{8,2\}$	$\{1\}\in\{1,2\}$	$\{2\}\subset\{1,2\}$	$\varnothing\subseteq A$
1.5	$\{2,5\}\subset\{2,3,5\}$	$\{2,5\}\in\{2,3,5\}$	$5\in\{5,6,7\}$	$\varnothing=\{\varnothing\}$
1.6	$\{4\}\subseteq\{4,3\}$	$4\in\{\{4\},4\}$	$\{1,3\}\subset\{3,1\}$	$\varnothing\in A$
1.7	$6\in\{5,6,7\}$	$\{2,4\}=\{4,2\}$	$2\subset\{2,3\}$	$\varnothing\in\{\varnothing\}$
1.8	$\{7\}\subset\{1,2,7\}$	$\{9\}\in\{2,5,9\}$	$\{1,5\}\subseteq\{1,5\}$	$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$
1.9	$\{1\}\subseteq\{1,3\}$	$8\subset\{\{8\},8\}$	$\{5\}\in\{2,5,9\}$	$\{\varnothing\}\subseteq A$
1.10	$9\in\{2,5,9\}$	$\{4,5\}\subseteq\{5,4\}$	$3\subset\{3,4\}$	$\{\varnothing\}\in A$
1.11	$\{3\}\in\{1,2,3\}$	$\{1,3\}\subset\{1,2,3\}$	$\{4,3\}=\{3,4\}$	$\varnothing\subseteq\varnothing$
1.12	$\{1\}\subseteq\{1,3\}$	$3\subset\{2,5\}$	$\{7,4\}\in\{3,4,7\}$	$\varnothing\subset\varnothing$
1.13	$\{6,5\}\subseteq\{1,5,6\}$	$\{2,9\}=\{9,2\}$	$1\in\{\{1\}\}$	$\varnothing\in\varnothing$
1.14	$\{4,8\}=\{8,4\}$	$\{2\}\in\{1,2\}$	$\{6\}\subset\{1,6\}$	$\varnothing\subseteq A$
1.15	$\{3,5\}\subset\{2,3,5\}$	$\{2,3\}\in\{2,3,5\}$	$7\in\{5,6,7\}$	$\varnothing=\{\varnothing\}$
1.16	$\{3\}\subseteq\{4,3\}$	$3\in\{\{3\},3\}$	$\{1,9\}\subset\{9,1\}$	$\varnothing\in A$

1 кестенің жалғасы

1.17	$7 \in \{5,6,7\}$	$\{1,4\} = \{4,1\}$	$3 \subset \{2,3\}$	$\varnothing \in \{\varnothing\}$
1.18	$\{1\} \subset \{1,2,7\}$	$\{2\} \in \{2,5,9\}$	$\{3,5\} \subseteq \{3,5\}$	$\varnothing \subseteq \{\varnothing\}$
1.19	$\{9\} \subseteq \{9,3\}$	$6 \subset \{\{6\},6\}$	$\{2\} \in \{2,5,9\}$	$\{\varnothing\} \subseteq A$
1.20	$5 \in \{2,5,9\}$	$\{8,5\} \subseteq \{5,8\}$	$4 \subset \{3,4\}$	$\{\varnothing\} \in A$
1.21	$\{4\} \in \{1,2,4\}$	$\{2,6\} \subset \{6,2,3\}$	$\{5,3\} = \{3,5\}$	$\varnothing \subseteq \varnothing$
1.22	$\{3\} \subseteq \{8,3\}$	$7 \subset \{2,7\}$	$\{5,4\} \in \{3,4,5\}$	$\varnothing \subset \varnothing$
1.23	$\{6,5\} \subseteq \{1,5,6\}$	$\{7,1\} = \{1,7\}$	$6 \in \{\{6\}\}$	$\varnothing \in \varnothing$
1.24	$\{9,8\} = \{8,9\}$	$\{4\} \in \{4,2\}$	$\{3\} \subset \{3,2\}$	$\varnothing \subseteq A$
1.25	$\{2,0\} \subset \{2,0,5\}$	$\{8,5\} \in \{2,8,5\}$	$7 \in \{5,6,7\}$	$\varnothing = \{\varnothing\}$
1.26	$\{4\} \subseteq \{4,1\}$	$7 \in \{\{7\},4\}$	$\{6,3\} \subset \{3,6\}$	$\varnothing \in A$
1.27	$7 \in \{5,6,7\}$	$\{9,4\} = \{4,9\}$	$5 \subset \{5,3\}$	$\varnothing \in \{\varnothing\}$
1.28	$\{1\} \subset \{1,2,7\}$	$\{5\} \in \{2,5,9\}$	$\{1,8\} \subseteq \{1,8\}$	$\varnothing \subseteq \{\varnothing\}$
1.29	$\{3\} \subseteq \{1,3\}$	$8 \subset \{\{5\},8\}$	$\{3\} \in \{2,5,9\}$	$\{\varnothing\} \subseteq A$
1.30	$6 \in \{2,6,9\}$	$\{3,5\} \subseteq \{5,3\}$	$4 \subset \{3,4\}$	$\{\varnothing\} \in A$

2 Берілген жиынды:

а) элементтерін тізу арқылы;

б) жалпы қасиеті бойынша жазу керек.

2 к е с т е

№	а)	б)
2.1	$\{x : x^3 - 3x^2 + 2x = 0, x \in N\}$	$\{2,4,6,\ldots,100\}$
2.2	$\{x : x = 5y, y \in N, y \le 4\}$	$\left\{-\frac{3}{2},+\frac{5}{4},-\frac{7}{6},\ldots\right\}$
2.3	$\{x : x = y - z,\ y,z \in \{1,2\}\}$	$\{4,8,12,16,\ldots\}$
2.4	$\{x : x = 3n + 2,\ n \in N, x < 20\}$	$\{2^2,3^2,4^2,\ldots\}$
2.5	$\{x : x = 2n + 1,\ n \in N, x < 10\}$	$\left\{+\frac{1}{3},-\frac{1}{6},+\frac{1}{9},\ldots\right\}$
2.6	$\{x : 3x = x + 8\}$	$\{-4,+5,-6,+7,-8,+9\}$
2.7	$\{x : 3x + 5 = 2(x + 6)\}$	$\left\{\pm\frac{1}{3},\pm\frac{1}{6},\pm\frac{1}{9},\ldots\right\}$
2.8	$\{x : x = 5y + 2,\ 3 < y < 6, y \in Z\}$	$\{1^2,2^2,3^2,4^2,\ldots,9^2\}$
2.9	$\{x : x^2 - 3x + 2 = 0, x \in R\}$	$\{-2,+4,-6,+8\ldots\}$
2.10	$\{x : x = 4y, y \in N, y \le 5\}$	$\left\{\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{5}{6},\ldots,\frac{19}{20}\right\}$
2.11	$\{x : x = y - z,\ y,z \in \{5,2\}\}$	$\{4,8,12,16,\ldots,60\}$

2 кестенің жалғасы

2.12	$\{x : x = n + 2,\ n \in N, x < 10\}$	$\{2^2, 3^2, 4^2, \ldots, 12^2\}$
2.13	$\{x : x = 2n - 1,\ n \in N, x < 15\}$	$\left\{\frac{2^2}{3}, \frac{3^2}{6}, \frac{4^2}{9}, \ldots\right\}$
2.14	$\{x : 2x = x + 6\}$	$\{4^3, 5^3, 6^3, 7^3, 8^3, 9^3\}$
2.15	$\{x : x + 5 = 2(x + 5)\}$	$\left\{\pm\frac{1}{3}, \pm\frac{1}{6}, \pm\frac{1}{9}, \ldots, \pm\frac{1}{30}\right\}$
2.16	$\{x : x^3 \le 100, x \in Z\}$	$\{3, 6, 9, 12, \ldots\}$
2.17	$\{x : x = 4n + 2,\ n \in N\}$	$\{0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots, \pm7\}$
2.18	$\{x : x = y + z,\ y, z \in \{1, 2, 3\}\}$	$\left\{\frac{3}{2^2}, \frac{5}{3^2}, \frac{7}{4^2}, \ldots\right\}$
2.19	$\{x : x^2 - 9x + 20 = 0, x \in C\}$	$\{1^2, 3^2, 5^2, 7^2 \ldots\}$
2.20	$\{x : x(x + 3) = 0\}$	$\left\{\frac{2}{1^3}, \frac{4}{2^3}, \frac{6}{3^3}, \ldots\right\}$
2.21	$\{x : 5x + 10 = 30x + 15\}$	$\{3, 6, 9, 12, \ldots, 30\}$
2.22	$\{x : -1 \le x \le 10, x \in N\}$	$\left\{\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{6}, \ldots\right\}$
2.23	$\{x : -1 \le x \le 10, x \in Z\}$	$\{2^3, 4^3, 6^3, \ldots\}$
2.24	$\{x : x \in Z, x^2 \le 50\}$	$\{3, 6, 9, 12, \ldots, 99\}$
2.25	$\{x : x = 8n - 2,\ n \in N\}$	$\{2, 4, 8, \ldots, 32\}$
2.26	$\{x : x = y + z,\ y, z \in \{2, 3, 4\}\}$	$\left\{-\frac{2}{2^2}, +\frac{2}{3^2}, -\frac{2}{4^2}, \ldots\right\}$
2.27	$\{x : x^2 + 6x + 8 = 0, x \in N\}$	$\{2^2, 4^2, 6^2 \ldots\}$
2.28	$\{x : (x + 4)(x - 3) = 0\}$	$\left\{\frac{2}{1^3}, \frac{4}{2^3}, \frac{6}{3^3}, \frac{8}{4^3}, \frac{10}{5^3}\right\}$
2.29	$\{x : x + 9 = 3x + 15\}$	$\{0, \pm3, \pm6, \pm9, \ldots, \pm30\}$
2.30	$\{x : -1 \le x \le 8, x \in N\}$	$\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \ldots, \frac{1}{22}\right\}$

3 U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} – универсалды жиын болсын. Берілген *A, B, C* жиындары үшін табу керек:

а) $A \cup C$;

б) $A \cap B$;

в) $A \setminus B$;

г) $A \oplus B$;

д) $(A \cup C) \setminus B$;

е) $(A \cap B) \cup C$.

3 к е с т е

№	*A*	*B*	*C*
3.1	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}
3.2	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}
3.3	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}
3.4	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}
3.5	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}
3.6	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}
3.7	{1,2,3,5,7,9,10}	{3,4,5,6,7,8}	{2,4,6,7,8,9}
3.8	{6,7,8,9,10}	{1,2,3,4,5,6,7}	{3,4,5,6,7,8}
3.9	{1,3,5,7,8,9}	{2,4,6,8,10}	{7,8,9,1,2,3}
3.10	{2,4,6,7,8,9}	{1,3,5,6,7,8}	{8,9,10,1,2,3}
3.11	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}
3.12	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}
3.13	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}
3.14	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}
3.15	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}
3.16	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}
3.17	{2,4,6,7,8,9}	{1,2,3,5,7,9,10}	{3,4,5,6,7,8}
3.18	{3,4,5,6,7,8}	{6,7,8,9,10}	{1,2,3,4,5,6,7}
3.19	{7,8,9,1,2,3}	{1,3,5,7,8,9}	{2,4,6,8,10}
3.20	{8,9,10,1,2,3}	{2,4,6,7,8,9}	{1,3,5,6,7,8}
3.21	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}
3.22	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}
3.23	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}
3.24	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}
3.25	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}
3.26	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}
3.27	{3,4,5,6,7,8}	{2,4,6,7,8,9}	{1,2,3,5,7,9,10}
3.28	{1,2,3,4,5,6,7}	{3,4,5,6,7,8}	{6,7,8,9,10}
3.29	{2,4,6,8,10}	{7,8,9,1,2,3}	{1,3,5,7,8,9}
3.30	{1,3,5,6,7,8}	{8,9,10,1,2,3}	{2,4,6,7,8,9}

4 *U*={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} – универсалды жиын болсын. Берілген *A* және *B* жиындары үшін табу керек:

а) $A \times B$;

б) $B \times A$;

в) A^2;

г) $\overline{A \cup B}$;

д) $\overline{A} \cap \overline{B}$;

е) *A* жиынының булеанын (яғни ішкі жиындар жиынын);

ж) *A* жиынының қандай да бір бүркеуін;

и) *A* жиынының қандай да бір бөліктеуін;

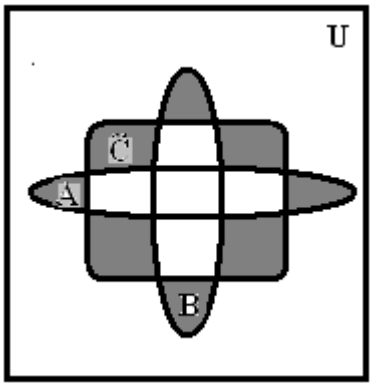
к) ішкі жиындардың кез келген *A* жиынын (булеан да емес, бүркеу де емес, бөліктеу де емес).

4 к е с т е

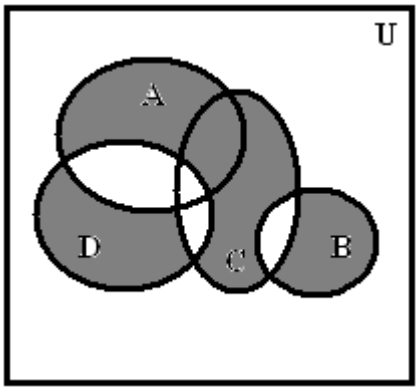
№	*A*	*B*	№	*A*	*B*
4.1	{1,2,3}	{4,5}	4.2	{3,4,5}	{7,8}
4.3	{7,8,9}	{1,2,3}	4.4	{7,8,9}	{3,4,5}
4.5	{4,5,8}	{2,3,5}	4.6	{4,7,8}	{9,0}
4.7	{3,4,9}	{6,7,8}	4.8	{2,6,8}	{1,2,3}
4.9	{3,5,7}	{1,4,6}	4.10	{8,9,0}	{1,2,4}
4.11	{1,3,5}	{6,7,8}	4.12	{0,1,2}	{8,9}
4.13	{6,7,8}	{4,5}	4.14	{4,5,6}	{1,2}
4.15	{3,4,8}	{1,9}	4.16	{2,9,5}	{3,4}
4.17	{4,6,8}	{1,2,3}	4.18	{1,2,3}	{4,7,9}
4.19	{1,5,6}	{2,3}	4.20	{1,3,5}	{2,7,8}
4.21	{6,7,9}	{5,8}	4.22	{6,7,8}	{5,9}
4.23	{2,4,6}	{3,5}	4.24	{3,4,7}	{8,9}
4.25	{5,6,0}	{1,2}	4.26	{5,6,8}	{2,3,7}
4.27	{1,3,4}	{7,8}	4.28	{1,3,5}	{6,7}
4.29	{2,7,8}	{4,6,9}	4.30	{3,4,6}	{1,9}

5 Суретте шртихталған жиынды аналитикалық түрде жазу керек.

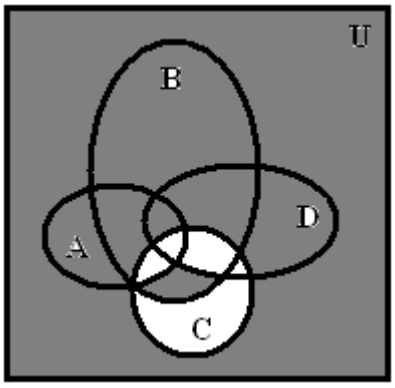
5.1



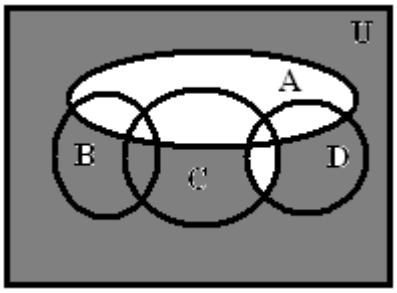
5.2



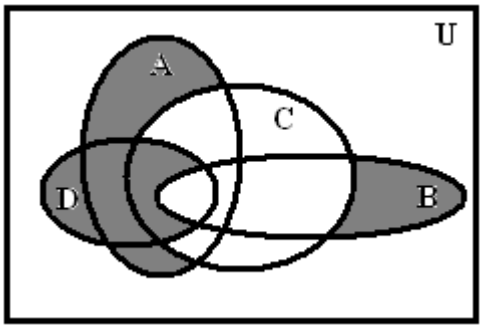
5.3



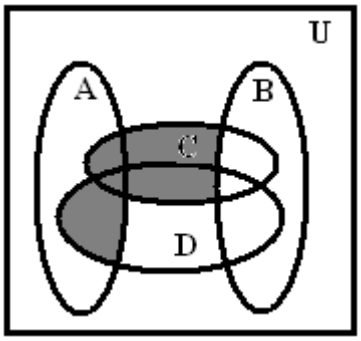
5.4



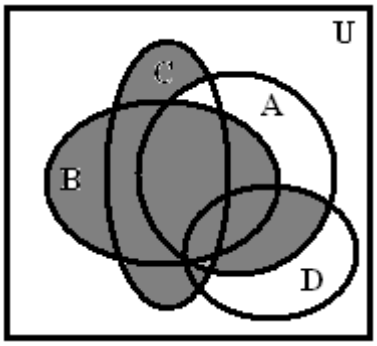
5.5



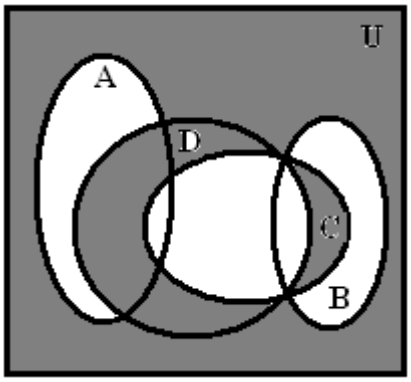
5.6



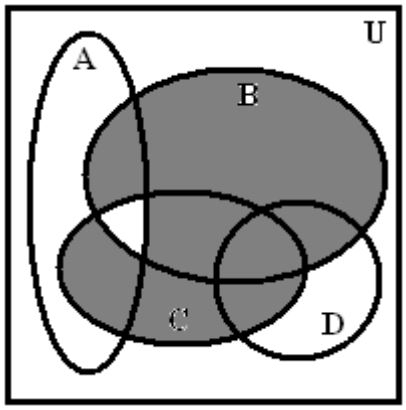
5.7



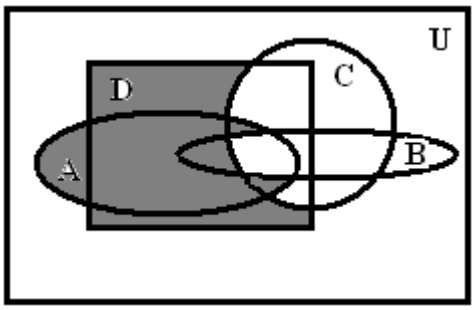
5.8



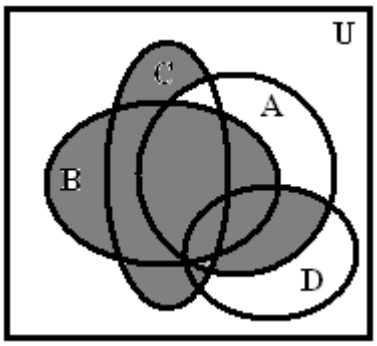
5.9



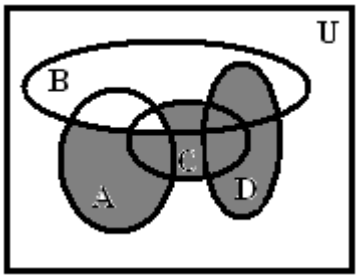
5.10



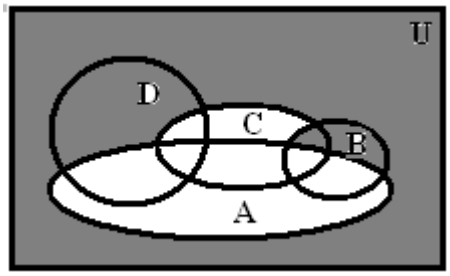
5.11



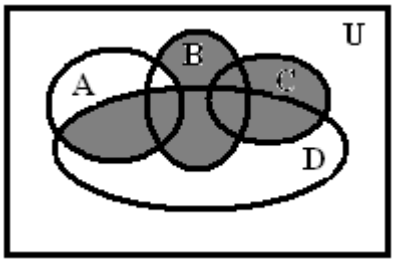
5.12



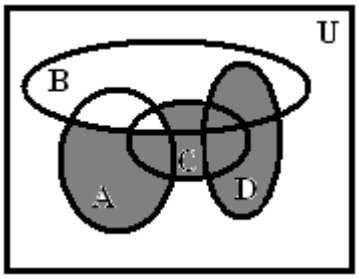
5.13



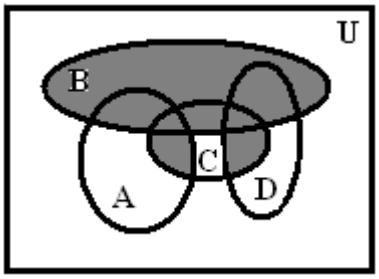
5.14



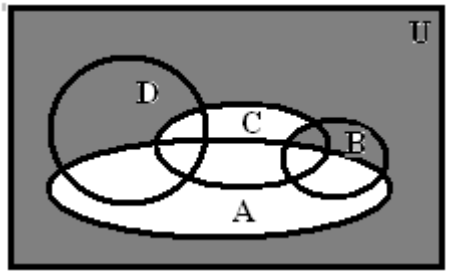
5.15



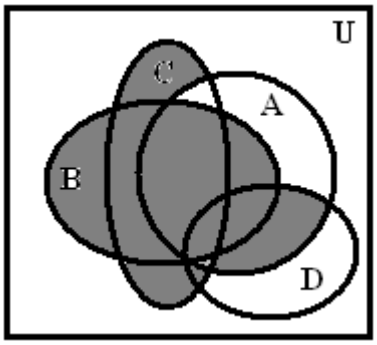
5.16



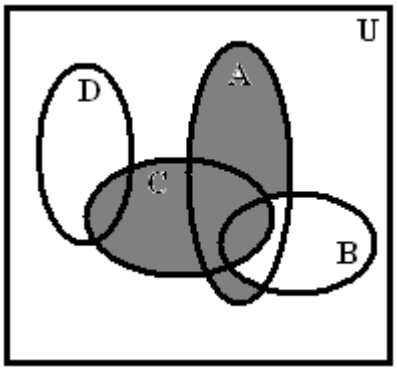
5.17



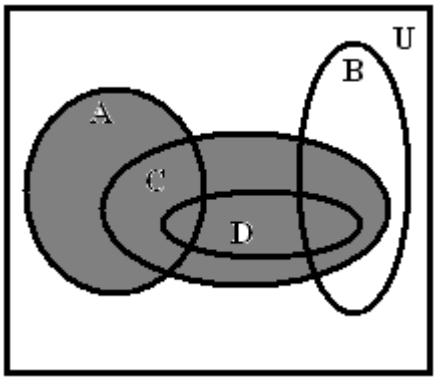
5.18



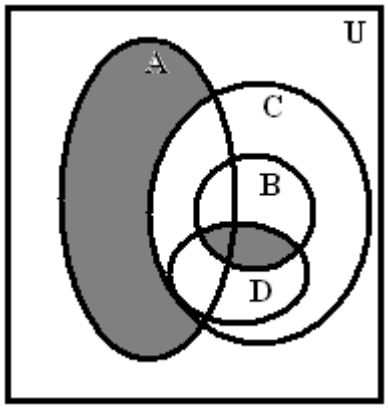
5.19



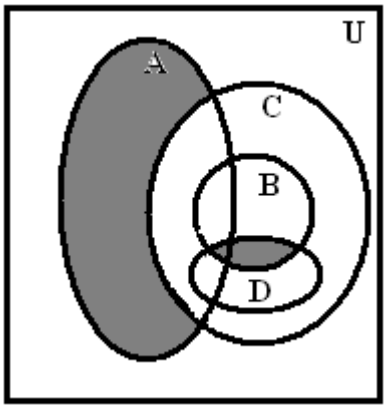
5.20



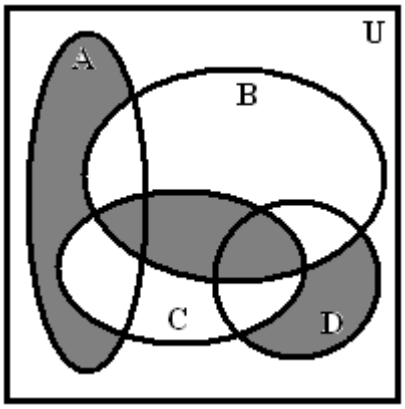
5.21



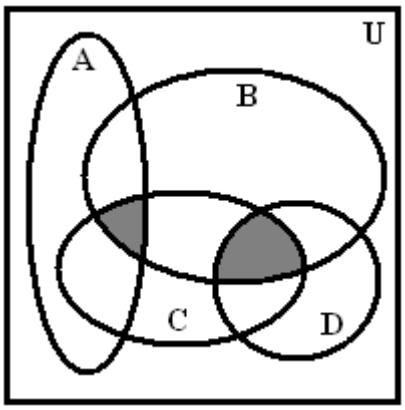
5.22



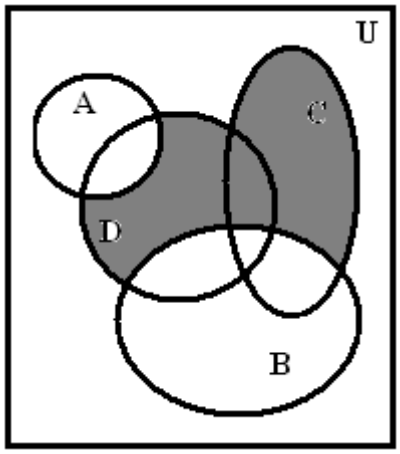
5.23



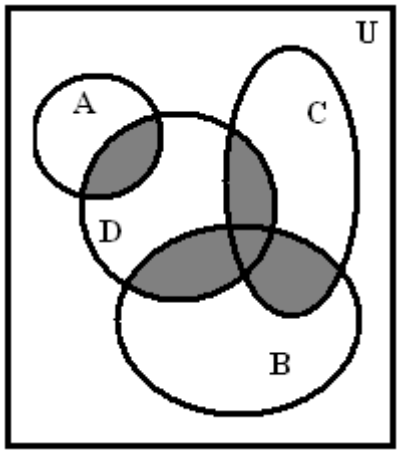
5.24



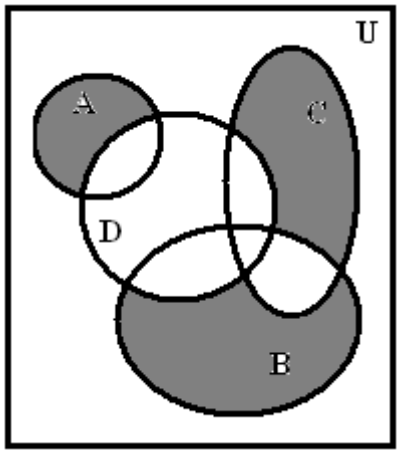
5.25



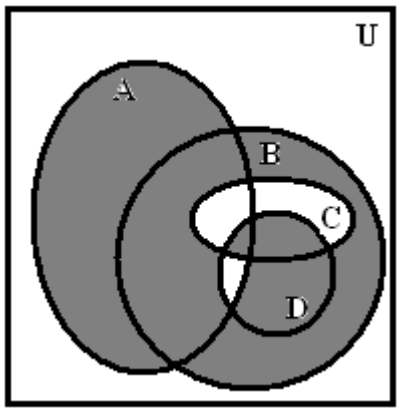
5.26



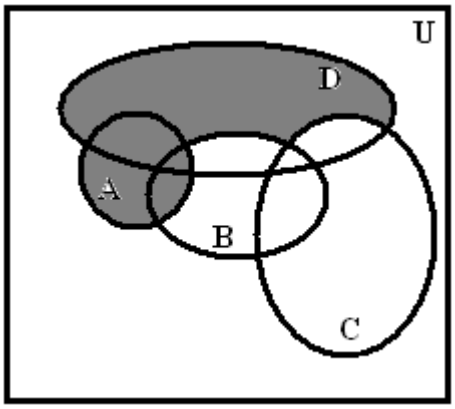
5.27



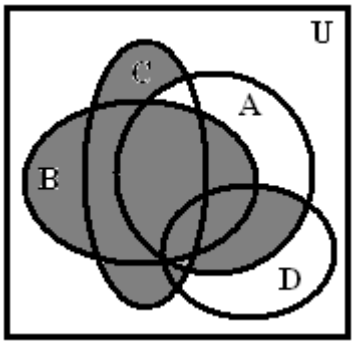
5.28



5.29



5.30



6 Теңдікті Эйлер-Венн диаграммасы көмегімен дәлелдеу керек.

6 к е с т е

6.1	$A \setminus (B \cup C)=(A \setminus B)\cap(A \setminus C)$	6.2	$(A\cup B) \setminus (C\cap A)=(A \setminus C) \cup (B \setminus A)$
6.3	$A \setminus (B\cap C)=(A \setminus B) \cup (A \setminus C)$	6.4	$(A \cup B) \setminus (C \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$
6.5	$(A \setminus B)\cap C=(A\cap C) \setminus (B\cap C)$	6.6	$(B \setminus C) \setminus (A \cup C) = (B \setminus A) \cap (B \setminus C)$
6.7	$(A \setminus B)\cup C=(A\cup C) \setminus (B\setminus C)$	6.8	$A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A)$
6.9	$A\cap(B \setminus C)=(A\cap B) \setminus (A\cap C)$	6.10	$(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$
6.11	$(A \setminus B) \setminus C=(A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$	6.12	$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
6.13	$(A \setminus C)\cup (A\cap B)=A \setminus (C \setminus B)$	6.14	$B \setminus (A\cap C)=(B \setminus A) \cup (B \setminus C)$
6.15	$(A\cap B) \setminus C =A\cap(B\setminus C)$	6.16	$(B \cap C) \setminus (A \cap C) = (C \setminus A) \cap (B \setminus A)$
6.17	$(A\cup C) \setminus (B\setminus A)=A\cup(C \setminus B)$	6.18	$(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$
6.19	$(A\cap B) \setminus (A\cap C)= (A\cap B) \setminus C$	6.20	$(A\cap B)\setminus C=(A\setminus C)\cap(B\setminus C)$
6.21	$(A\cup B)\setminus C=(A \setminus C) \cup (B \setminus C)$	6.22	$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
6.23	$A \setminus (B \setminus C)=(A \setminus B)\cup (A\cap C)$	6.24	$(C \setminus A) \cup (C \setminus B) = C \setminus (A \cap B)$
6.25	$A \setminus (B\cup C)=(A \setminus B) \setminus C$	6.26	$(B \setminus A) \cup (B \setminus C) = B \setminus (A\cap C)$
6.27	$(A \setminus B)\cap C=(A\cap C) \setminus B$	6.28	$(B \setminus C)\cup (A\cap B)=B \setminus (C \setminus A)$
6.29	$(A \setminus B)\cup (C \setminus B)=(A\cup C) \setminus B$	6.30	$(B \setminus A) \setminus C = (B \setminus C) \setminus (A \setminus C)$

7 $A=\{a,b,c\}$ және $B=\{1,2,3,4\}$ жиындары мен $P_1 \subseteq A\times B$, $P_2 \subseteq B^2$ қатынастары үшін:

а) $[P_1]$ және $[P_2]$ қатынастарының матрицасын құру керек;

б) қатынастарды графиктік түрде кескіндеу керек;

в) табу керек $P_1^{-1}, \overline{P_1}, P_1 \circ P_2$;

г) P_2 қатынасы үшін рефлексивтік, симметриялық, антисимметриялық, транзитивтілік қасиеттері орындалатынын тексеру керек.

7 к е с т е

№	P_1	P_2
7.1	$\{(a,1),(a,2),(b,3),(c,2),(c,3),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(4,4)\}$
7.2	$\{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
7.3	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(c,2),(c,3),(c,4)\}$	$\{(2,1),(3,1),(3,2),(4,1),(4,3)\}$
7.4	$\{(a,1),(a,2),(b,2),(b,4),(c,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,2),(2,2),(4,3),(3,3),(4,4)\}$
7.5	$\{(a,1),(a,4),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(4,3),(3,4),(4,1)\}$
7.6	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,1),(b,4),(c,3)\}$	$\{(1,1),(2,4),(2,1),(3,3),(4,1),(4,2)\}$
7.7	$\{(a,1),(b,1),(b,3),(b,4),(c,3),(c,2)\}$	$\{(1,3),(1,4),(2,2),(4,3),(3,3),(4,4)\}$
7.8	$\{(a,1),(b,3),(c,1),(c,3),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),$ $(3,2),(3,3),(3,4),(4,1),(4,3),(4,4)\}$

7 кестенің жалғасы

7.9	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,3),(c,1),(c,4)\}$	$\{(1,3),(1,2),(2,3),(3,2),(3,4),(4,1)\}$
7.10	$\{(a,2),(a,3),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(2,2),(4,1),(3,3),(4,4)\}$
7.11	$\{(a,2),(a,4),(b,3),(c,1),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,3),(2,4),(3,1),(3,4),(4,2),(4,3)\}$
7.12	$\{(b,1),(b,3),(c,1),(c,3),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),$ $(3,4),(4,2),(4,3),(4,4)\}$
7.13	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,2),(b,4),(c,3)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,4),(4,2)\}$
7.14	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(c,1),(c,4),(c,3)\}$	$\{(1,4),(2,3),(2,1),(3,4),(4,2)\}$
7.15	$\{(a,1),(a,2),(b,3),(b,4),(c,3),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3)\}$
7.16	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(b,2),(b,4)\}$	$\{(1,1),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(3,2),(4,3),(4,4)\}$
7.17	$\{(a,3),(b,4),(b,3),(b,1),(b,2),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,3),(2,4),(3,3),(3,1),(4,2)\}$
7.18	$\{(a,3),(b,4),(b,3),(c,1),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(4,3),(4,2)\}$
7.19	$\{(a,1),(b,2),(b,3),(c,1),(c,3),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,3),(3,4),(4,1),(4,4)\}$
7.20	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(c,1),(c,2),(b,3)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,3),(4,1),(4,3),(4,4),(3,3)\}$
7.21	$\{(a,2),(a,4),(b,1),(b,2),(b,4),$ $(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,4),(4,1),(3,2),(1,3)\}$
7.22	$\{(a,3),(a,4),(b,1),(b,4),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,4),(2,3),(4,4),(4,2),(3,3),(3,4)\}$
7.23	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(c,4),$ $(c,2),(c,3)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,2),(3,3),$ $(3,4),(4,3),(4,4)\}$
7.24	$\{(a,3),(b,2),(b,1),(b,4),(c,1),$ $(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,2),(2,4),(3,3),(3,2),(3,4),(4,4)\}$
7.25	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,4),(c,1)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(1,4),(3,4),(4,2),(2,4)\}$
7.26	$\{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
7.27	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(c,3),(c,2),(c,4)\}$	$\{(2,1),(3,1),(3,2),(4,1),(4,2)\}$
7.28	$\{(a,1),(a,2),(b,2),(b,4),(c,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,2),(2,2),(4,3),(3,3),(4,4)\}$
7.29	$\{(a,1),(a,4),(b,2),(b,3),(c,1),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(4,3),(3,4),(4,1)\}$
7.30	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,1),(b,4),(c,2)\}$	$\{(1,1),(2,4),(2,1),(3,3),(4,1),(4,3)\}$

8 $A=\{1,2,3,4\}$ жиынында P қатынасының эквиваленттік қатынас болатындығын дәлелдеу керек. Эквиваленттік класстарын және фактор-жиынды құру керек.

8 к е с т е

№	P	№	P
8.1	$\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.2	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$
8.3	$\{(1,1),(4,2),(2,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.4	$\{(1,1),(2,3),(3,2),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.5	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.6	$\{(1,1),(4,3),(3,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.7	$\{(1,1),(1,4),(4,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.8	$\{(1,1),(3,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
8.9	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,4),(3,3),(4,2),(4,3),(4,4)\}$	8.10	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$
8.11	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,2),(4,4)\}$	8.12	$\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.13	$\{(1,1),(2,3),(3,2),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.14	$\{(1,1),(4,2),(2,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.15	$\{(1,1),(4,3),(3,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.16	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.17	$\{(1,1),(3,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,1),(4,4)\}$	8.18	$\{(1,1),(1,4),(4,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.19	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,2),(4,4)\}$	8.20	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,4),(3,3),(4,2),(4,3),(4,4)\}$
8.21	$\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.22	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$
8.23	$\{(1,1),(4,2),(2,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.24	$\{(1,1),(2,3),(3,2),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.25	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.26	$\{(1,1),(4,3),(3,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.27	$\{(1,1),(1,4),(4,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.28	$\{(1,1),(3,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
8.29	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,4),(3,3),(4,2),(4,3),(4,4)\}$	8.30	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,2),(4,4)\}$

9 A={a,d,c,d,e} немесе A={a,d,c,d} жиынында P қатынасының реттік қатынас ($P=\prec$) болатындығын дәлелдеу керек. Бұл қандай реттілік (бөліктеп қатаң емес, қатаң, сызықты)? Реттелген $(A,\prec)$ жиыны үшін Хассе диаграммасын құру керек.

9 к е с т е

№	*P*	№	*P*
9.1	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c)}	9.2	{(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}
9.3	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c),(c,d),(a,d),(b,d)}	9.4	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c),(a,e),(d,b),(e,b)}
9.5	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}	9.6	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)}
9.7	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(d,a),(d,b),(d,c),(e,a),(e,b),(e,c),(e,d)}	9.8	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c)(e,d),(e,c)}
9.9	{(a,b),(c,a),(c,b,),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)}	9.10	{(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}
9.11	{(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)}	9.12	{(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)}
9.13	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)}	9.14	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,a),(c,b),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)}
9.15	{(a,b),(a,c),(a,e),(d,b),(e,b)}	9.16	{(a,b),(c,b),(a,c),(e,d,),(e,c),(e,b)}
9.17	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c)}	9.18	{(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}
9.19	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c),(c,d),(a,d),(b,d)}	9.20	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c),(a,e),(d,b),(e,b)}
9.21	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}	9.22	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)}
9.23	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(d,a),(d,b),(d,c),(e,a),(e,b),(e,c),(e,d)}	9.24	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c)(e,d),(e,c)}
9.25	{(a,b),(c,a),(c,b,),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)}	9.26	{(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}
9.27	{(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)}	9.28	{(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)}
9.29	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)}	9.30	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,a),(c,b),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)}

10 P және Q қатынастары берілген. Бұл қатынастардың функция болатындығын дәлелдеу керек. $P \circ Q$, $Q \circ P$ композицияларын табу керек. Бұл қатынастарға инъективтілік, сюръективтілік, биективтілік қасиеттерінің орындалуын тексеру керек.

10 к е с т е

10.1	$P=\{(x,x^2+1):x\in R\}$ $Q=\{(x,x+3):x\in R\}$	10.2	$P=\{(x,\sqrt{x^2+2}):x\in R\}$ $Q=\{(x,x^2+3):x\in R\}$
10.3	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x-2):x\in R\}$	10.4	$P=\left\{\left(x,3x^2+4\right):x\in R\right\}$ $Q=\left\{\left(x,x-6\right):x\in R\right\}$
10.5	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x+1):x\in R\}$	10.6	$P=\{(x,\sin x):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x):x\in R\}$
10.7	$P=\left\{\left(x,\sqrt[3]{x}\right):x\in R\right\}$ $Q=\left\{\left(x,x^2-6\right):x\in R\right\}$	10.8	$P=\{(x,\cos x):x\in R\}$ $Q=\{(x,1-x):x\in R\}$
10.9	$P=\{(x,x^2+3):x\in R\}$ $Q=\{(x,7x-2):x\in R\}$	10.10	$P=\{(x,x^3):x\in R\}$ $Q=\{(x,6x+2):x\in R\}$
10.11	$P=\{(x,x^2+4):x\in R\}$ $Q=\{(x,8x):x\in R\}$	10.12	$P=\{(x,x^2+4):x\in R\}$ $Q=\{(x,6x+2):x\in R\}$
10.13	$P=\{(x,x^4):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x+5):x\in R\}$	10.14	$P=\{(x,x^2+7):x\in R\}$ $Q=\{(x,x-3):x\in R\}$
10.15	$P=\{(x,x^2+6):x\in R\}$ $Q=\{(x,4x+3):x\in R\}$	10.16	$P=\{(x,x^2+4):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x-8):x\in R\}$
10.17	$P=\{(x,\sin x):x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+3):x\in R\}$	10.18	$P=\{(x,x^2-5):x\in R\}$ $Q=\{(x,7x+1):x\in R\}$
10.19	$P=\{(x,x^2+6):x\in R\}$ $Q=\{(x,x+1):x\in R\}$	10.20	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+2):x\in R\}$
10.21	$P=\{(x,x^2+8):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x-5):x\in R\}$	10.22	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x+1):x\in R\}$
10.23	$P=\{(x,x^2-4):x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+6):x\in R\}$	10.24	$P=\{(x,x^3):x\in R\}$ $Q=\{(x,7x+8):x\in R\}$
10.25	$P=\{(x,x^2+4):x\in R\}$ $Q=\{(x,2x-8):x\in R\}$	10.26	$P=\{(x,\cos x):x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+1):x\in R\}$
10.27	$P=\{(x,x^2+7):x\in R\}$ $Q=\{(x,\frac{x+9}{4}):x\in R\}$	10.28	$P=\{(x,x^2+3):x\in R\}$ $Q=\{(x,7x-2):x\in R\}$
10.29	$P=\{(x,x^4):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x+5):x\in R\}$	10.30	$P=\{(x,e^x):x\in R\}$ $Q=\{(x,3x-2):x\in R\}$

1.3 Типтік нұсқаның шешуі

1 Тұжырымдардың қайсысы дұрыстығын анықтау керек:
а) $\{4,6\}\subset\{1,2,4,6\}$; б) $\{8\}\in\{2,4,8\}$; в) $\{2,4,6\}\subseteq\{4,6,2\}$; г) $\{A,\varnothing\}\subseteq A$.

Шешуі: бұл есепті орындар алдында тиісті ($\in$) және ену ($\subseteq,\subset$) кванторларын ажырата білі керек. Егер $a \in A$ жазылған болса, онда a - A жиынының элементі болып табылады; егер $B \subseteq A$, онда B - A жиынының ішкі жиыны, яғни элемент B жиынының кез келген элементі A жиынының да элементі болады (бұл жерде теңдік орындалуы мүмкін $B = A$); егер $B \subset A$, онда B - A жиынының меншікті ішкі жиыны, яғни B жиынының кез келген элементі A жиынының элементі болады, бірақ A жиынының элементі B жиынының элементі бола бермейді.

Біздің жағдайда:

а) $\{4,6\} \subset \{1,2,4,6\}$ - дұрыс жазылу, себебі $\{4,6\}$ - $\{1,2,4,6\}$ жиынының меншікті ішкі жиыны; б) $\{8\} \in \{2,4,8\}$- дұрыс емес жазылу, себебі $\{8\}$ жиыны $\{2,4,8\}$ жиынының элементі болмайды; в) $\{2,4,6\} \subseteq \{4,6,2\}$- дұрыс жазылу, себебі $\{2,4,6\}$ және $\{4,6,2\}$ жиындары тең; г) $\{A,\varnothing\} \subseteq A$- дұрыс емес жазылу, себебі A және $\varnothing$ - A жиынының элементтері болмайды.

2 а) $A = \{x : -3 < x < 4, x \in N\}$ жиынын элементтерін тізу арқылы жазу керек.

Шешуі: N={1,2,3,4,…} болғандықтан A={1,2,3}.

б) $A = \left\{+\frac{2}{1}, -\frac{4}{3}, +\frac{6}{5}, -\frac{8}{7}\right\}$ жиынын жалпы қасиеті бойынша арқылы жазу керек.

Шешуі:

$$A = \left\{x : x = (-1)^{n+1}\frac{2n}{2n-1},\ n \in N,\ n \le 4\right\}.$$

3 U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} – универсал жиыны берілген болсын. Берілген A={1,2,3,8,9,10}, B={1,3,5,6,7,8}, C={2,4,6,7,8,9} жиындары үшін табу керек

а) $A \cup C$;

б) $A \cap B$;

в) $A \setminus B$;

г) $A \oplus B$;

д) $(A \cup C) \setminus B$;

е) $(A \cap B) \cup C$.

Шешуі:

а) $A \cup C = \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\}$;

б) $A \cap B = \{1,3,8\}$;

в) $A \setminus B = \{2,9,10\}$;

г) $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{2,9,10\} \cup \{5,6,7\} = \{2,5,6,7,9,10\}$;

д) $\overline{A \cap B} = U \setminus (A \cap B) = \{2,4,5,6,7,9,10\}$;

е) $\overline{A} \cap \overline{B} = \{4,5,6,7\} \cap \{2,4,9,10\} = \{4\}$;

ж) $(A \cup C) \setminus B = \{2,4,9,10\}$;

и) $(A \cap B) \cup C = \{1,2,3,4,6,7,8,9\}$.

4 U={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} – универсал жиыны берілген болсын. Берілген A={3,4,5} және B={6,7,9} жиындары үшін:

а) $A \times B$;

б) $B \times A$

в) A^2;

г) $\overline{A \cup B}$;

д) $\overline{A} \cap \overline{B}$;

е) A жиынының булеанын (яғни ішкі жиындар жиынын);

ж) A жиынының қандай да бір бүркеуін;

и) A жиынының қандай да бір бөліктеуін;

к) ішкі жиындардың кез келген A жиынын (булеан да емес, бүркеу де емес, бөліктеу де емес).

Шешуі:

а) $A \times B = \{(a,b) : a \in A,\ b \in B\} =$
$= \{(3,6),(3,7),(3,9),(4,6),(4,7),(4,9),(5,6),(5,7),(5,9)\}$;

б) $B \times A = \{(6,3),(6,4),(6,5),(7,3),(7,4),(7,5),(9,3),(9,4),(9,5)\}$;

в) $A^2 = A \times A = \{(3,3),(3,4),(3,5),(4,3),(4,4),(4,5),(5,3),(5,4),(5,5)\}$;

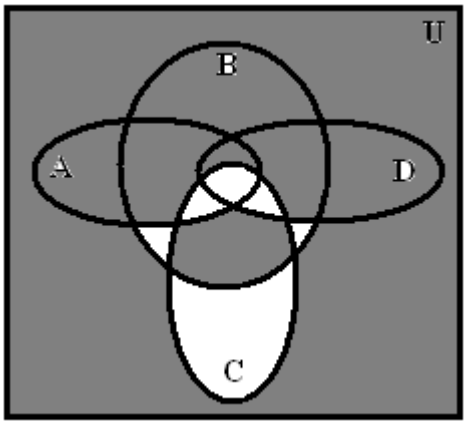
г) A жиыны үш элементтен тұрғандықтан, оның $\mathscr{P}(A)$ булеаны $2^3 = 8$ элементтен тұрады: $\mathscr{P}(A) = \{\varnothing, A, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}\}$;

д) мысалы, $A_1 = \{\{3,4\}, \{4,5\}, \{5\}\}$ - A-ның бүркеуі;

е) мысалы, $A_2 = \{\{3\}, \{4,5\}\}$- A-ның бөліктеуі;

ж) мысалы, $A_3 = \{\{4\}, \{5\}\}$ - булеан да емес, бөліктеу де емес, бүркеу де емес.

5 Суретте штрихталған E жиынын аналитикалық түрде жазу керек.



1 сурет

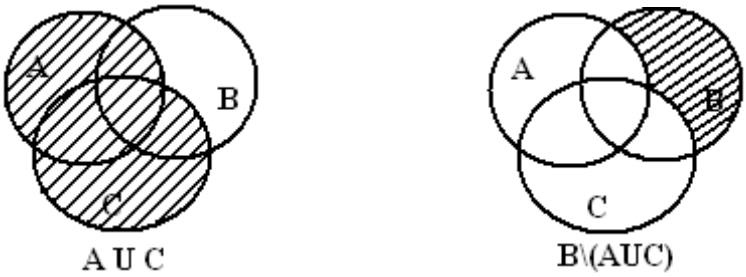
Шешуі:

$E = (B \setminus A \setminus C \setminus D) \cup (A \cap C \cap D)$.

6 $B\setminus(A\cup C)=(B\setminus A)\cap(B\setminus C)$ теңдігін Эйлер-Венн диаграммасы көмегімен дәлелдеу керек.

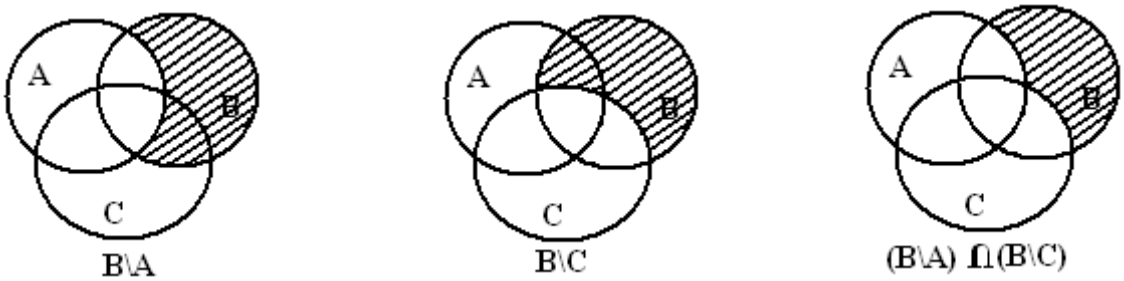
Шешуі: теңдіктің сол және оң жақтарын Эйлер-Венн диаграммасында бейнелейміз.

Сол жағы:



2 сурет- Эйлер –Венн диаграммасы

Оң жағы:



3 сурет- Эйлер –Венн диаграммасы

Сол және оң жақтарды бейнелейтін суреттерде жиындардың бірдей бөліктері белгіленген, бұл теңдікті дәлелдейді.

7 A={a,b,c,d} ээне B={1,2,3,4} жиындары мен $P_2=\{(1,1),(2,1),(2,4),(3,3),(4,1),(4,3)\}$, $P_1\subseteq A\times B$, $P_2\subseteq B^2$ қатынастары үшін:

а) $[P_1]$ және $[P_2]$ қатынастарының матрицасын құру керек;

б) қатынастарды графиктік түрде кескіндеу керек;

в) табу керек $P_1^{-1},\overline{P_1},P_1\circ P_2$;

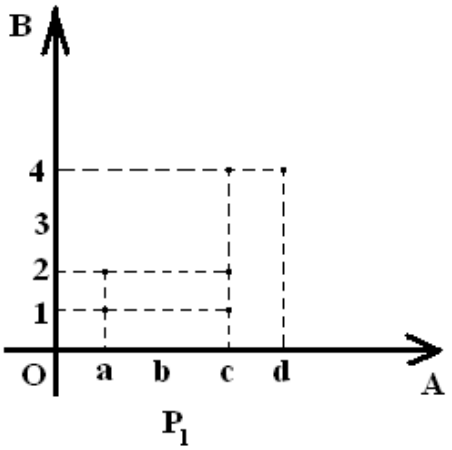
г) P_2 қатынасы үшін рефлексивтілік, симметриялық, антисимметриялық транзитивтілік қасиеттері орындалатынын тексеру керек.

Шешуі:

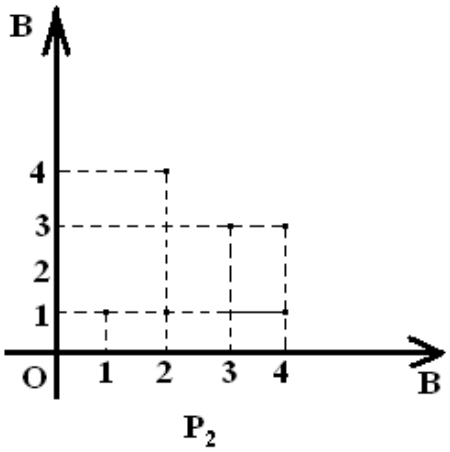
а) егер $p_{ij}=\begin{cases}1,(a_i,b_j)\in P\\0,(a_i,b_j)\notin P\end{cases}$, $i=1,2,...,m,\ j=1,2,...n$ болса, онда анықтама бойынша $[P]=(p_{ij})$- P қатынасының матрицасы.

Сонымен, $[P_1]=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&0&0&0\\1&1&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$, $[P_2]=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$.

б) P_1 және P_2 қатынастарының графиктік түрде кескінделуі 3 және 4 суреттерінде көрсетілген.



4 сурет - P_1-дің графигі



5 сурет - P_2-нің графигі

Қатынастардың графиктік түрде кескінделуінің басқа да тәсілдері бар. Мысалы, P_1 графиктік түрде кескінделуі 5 суретте, ал P_2 қатынасынікі – 6 суретте көрсетілген (яғни бағытталған граф ретінде).

в) $P^{-1}=\{(b,a):(a,b)\in P\}$ болғандықтан, онда

$P_1^{-1}=\{(1,a),(2,a),(1,c),(2,c),\ (4,c),(4,d)\}$, $P_1^{-1}\subseteq B\times A$.

$\overline{P}=\{(a,b):(a,b)\notin P\}, \overline{P}\subseteq A\times B$ және

$A\times B=\{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(b,1),(b,2),(b,3),(b,4)(c,1),(c,2),(c,3),(c,4),$ $(d,1),(d,2),(d,3),(d,4)\}$ ескерсек, онда P_1 -дің толықтауышы

$\overline{P_1}=\{(a,3),(a,4),(b,1),(b,1),(b,2),(b,3),(b,4),(c,3),(d,1),(d,2),(d,3)\}$ болады.

Анықтама бойынша $P_1\circ P_2=\{(a,c)|\ a\in A,\ c\in C$ және $\exists b\in B$: $(a,b)\in P_1$ және $(b,c)\in P_2\}$, мұндағы $P_1\subseteq A\times B$, $P_2\subseteq B\times C$ онда

$P_1\circ P_2=\{(a,1),(a,4),(c,1),(c,4),(c,3),(d,1),(d,3)\}$.

г) P_2 қатынасының қасиеттерін оның матрицасы $[P_2]=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$ арқылы анықтаған қолайлы. Бұл матрицаның бас диагоналінде бәрі бірлер емес болғандықтан, P_2 қатынасы рефлексивті емес; $[P_2]\neq[P_2]^T$ болғандықтан,

ол симметриялы емес. $[P_2]*[P_2]^T$ матрицасының бас диагоналдан басқа элементтердің бәрі нөлдер болғандықтан, P_2 қатынасы антисимметриялы; мысалы, $(2,4)\in P_2, (4,3)\in P_2$, бірақ $(2,3)\notin P_2$, онда P_2 транзитивті емес.

8 $A=\{1,2,3,4\}$ жиынында $P=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\}$ қатынасының эквиваленттік қатынас болатындығын дәлелдеу керек. Эквиваленттік класстарын және фактор-жиынды құру керек.

Шешуі: егер E қатынасы рефлексивті, симметриялы, транзитивті болса, онда ол эквивалентті болады. P қатынасының матрицасын құрып, ол бойынша қасиеттерін анықтаймыз.

$$[P]=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&1&1\end{pmatrix}.$$

Бұл матрицаның бас диагоналінде тек бірлер болғандықтан, P қатынасы рефлексивті; $[P]=[P]^T$ болғандықтан, ол симметриялы.

$$[P\circ P]=[P]\cdot[P]=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&1&1\end{pmatrix}.$$

Сонымен, $[P\circ P]=[P]$, бұл P-ның транзитивтілігін дәлелдейді.

P – рефлексивті, симметриялы, транзитивті, сондықтан ол эквивалентті қатынас болады.

$a\in A$ элементінің эквивалентті классы деп $[a]_E=[a]=\{x:(x,a)\in E\}$ жиыны айтылады. Барлық эквиваленттік класстар жиыны $A/E=\{[a]_E : a\in A\}$ A жиынының E-ге қатысты фактор-жиыны деп аталады.

A/E жиыны A жиынының бөліктеуі болып табылады.

$A=\{1,2,3,4\}$ жиынының әрбір элементі үшін эквивалентті класстары:

$[1]=\{x:(x,1)\in P\}=\{1;2\}$,

$[2]=\{x:(x,2)\in P\}=\{1;2\}$,

$[3]=\{x:(x,3)\in P\}=\{3;4\}$,

$[4]=\{x:(x,4)\in P\}=\{3;4\}$.

Сонымен, $[1]=[2], [3]=[4]$.

A жиынының P-ге қатысты фактор-жиыны: $A/P=\{\{1,2\},\{3,4\}\}$.

9 A={a,d,c,d,e} жиынында $P=\{(a,b),(a,c),(a,d),(a,e),(b,e),(c,e)\}$ қатынасының реттік қатынас $(P=\prec)$ болатындығын дәлелдеу керек. Бұл

қандай реттілік (бөліктеп қатаң емес, қатаң, сызықты)? Реттелген $(A,\prec)$ жиыны үшін Хассе диаграммасын құру керек.

Шешуі: қатынас ретінің терминологиясы мен классификациясы әр оқулықта әртүрлі екенін айта кетелік. Біз төменде келтірілген сұлбаны ұстанамыз (7 суретті қара).

Келесі қысқартып жазулар енгізілген: д.р.ж., с.р.ж., т.р.ж. – сәйкес дербес, сызықты, толық реттелген жиындар. Сонымен қатар, егер А ақырлы жиын болса, онда с.р.ж. т.р.ж. болады.

Біздің қатынас үшін рефлексивтілік, симметриялық, антисимметриялық және транзитивтік қасиеттерінің орындалуын тексереміз. Оны қатынастың матрицасы арқылы тексерген қолайлы.

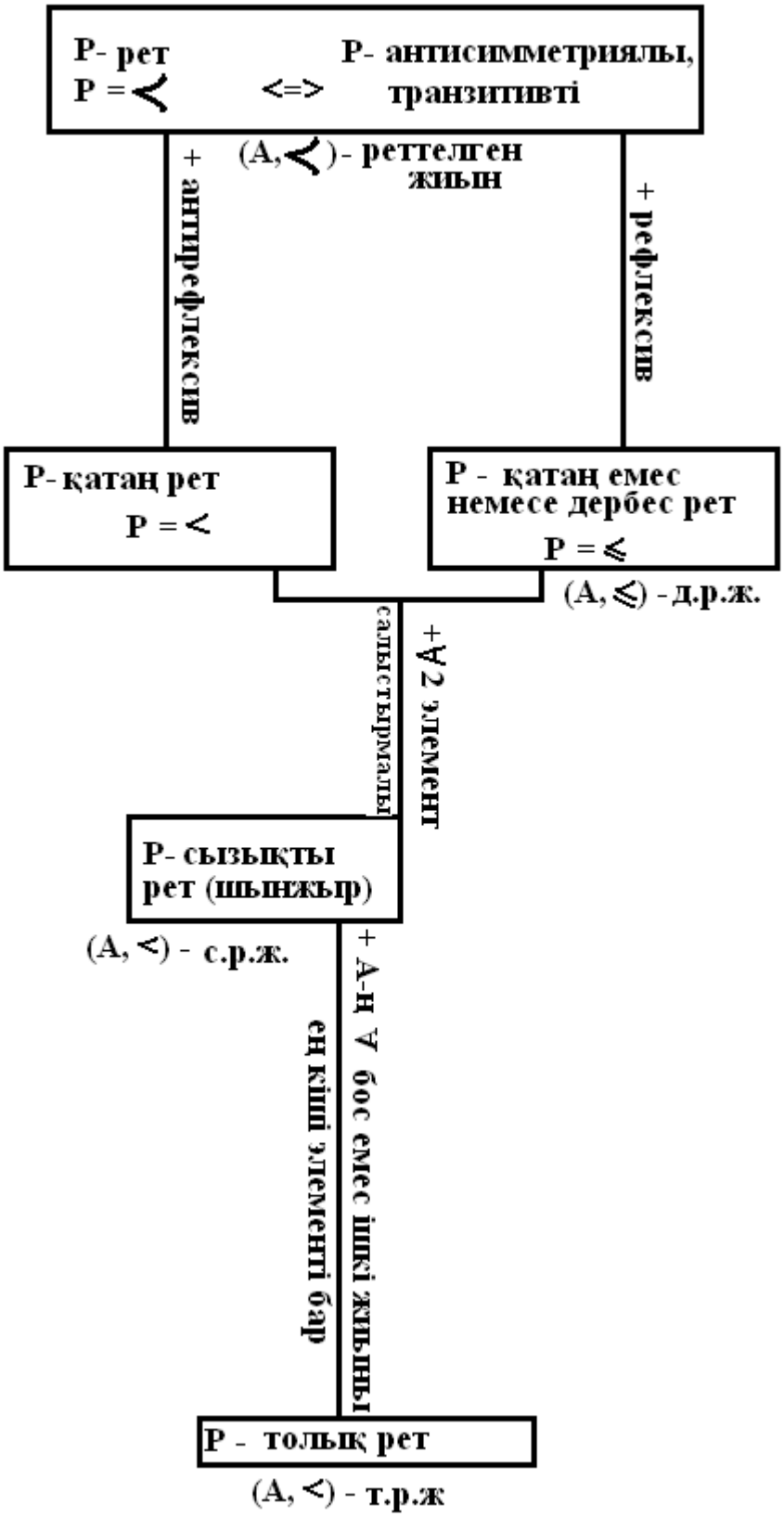
$$[P]=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ – берілген қатынастың матрицасы.

Бұл матрицаның бас диагоналінде тек бірлер емес болғандықтан, P қатынасы рефлексивті емес; $[P]^T=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\neq[P]$,

яғни P симметриялы емес; $[P]*[P]^T=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

матрицасының бас диагоналден басқа элементтердің бәрі нөлдер болғандықтан, P қатынасы антисимметриялы; P қатынастың транзитивті болуы үшін, $P\circ P\subseteq P$ енуі немесе егер $[P\circ P]=(a_{ij})$, $[P]=(p_{ij})$, онда $a_{ij}\leq p_{ij}$ орындалуы керек. Ол үшін:

$$[P\circ P]=[P]\cdot[P]=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



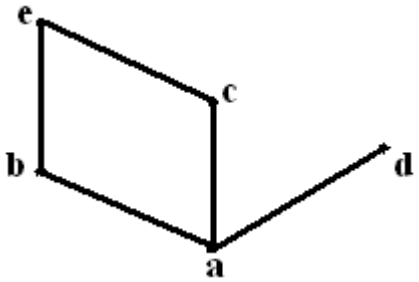
6 сурет - Реттік қатынастың классификациясы

Бұдан $a_{ij} \le p_{ij}$ $\forall i, j$, бұл P-ның транзитивтілігіне көз жеткізеді.

Сонымен, P рефлексивті емес, антисимметриялы және транзитивті, сондықтан бұл қатынас қатаң ретті болады. b және c, c және d, b және d элементтері салыстырылмайтын болғандықтан, P сызықты ретті емес. Егер ақырлы жиында анықталған реттілік сызықты болмаса, онда ол толық емес.

$(A,\prec)$- реттелген жиын болсын. Егер A ақырлы болса, онда $(A,\prec)$ жиынын сұлба ретінде (Хассе диаграммасы) бейнелеуге болады (6 сурет). Егер $x \prec y$ болса, онда x және y нүктелермен бейнеленеді, егер x элементі y-тен төмен болса, сызықпен қосылады.

Хассе диаграммасын құрайық. Реттік қатынастың транзитивтілігін ескерсек, мысалы, a және e элементтерін сызықпен қосудың қажеті жоқ, себебі егер $a \prec b$ және $b \prec e$, онда $a \prec e$.



7 сурет - Хассе диаграммасы

P рефлексивті болған жағдайда, яғни P дербес ретті немесе қатаң емес ретті болса, Хассе диаграммасында әрбір төбеде тұзақ пайда болар еді.

10 $P = \{(x, x^2 + 4) : x \in R\}$ және $Q = \{(x, x^3 + 6) : x \in R\}$ қатынастары берілген.

а) бұл қатынастардың функция болатындығын дәлелдеу керек;

б) $P \circ Q$, $Q \circ P$ композицияларын табу керек;

в) бұл қатынастарға инъективті, сюръективті, биективті қасиеттерінің орындалуын тексеру керек.

Шешуі:

а) егер $[(x, y_1) \in P, (x, y_2) \in P] \Rightarrow y_1 = y_2$ немесе кез келген $x \in A$ үшін $(x, y) \in P$ орындалатындай y жалғыз табылатын болса, $P \subseteq A \times B$ қатынасы функция болады.

Біздің жағдайда P және Q функциялар болады, себебі кез келген нақты x саны үшін, $(x^2 + 4)$ және $(x^3 + 6)$ сандары табылып, олар жалғыз болады;

б) $P \circ Q = \left\{(x, (x^2 + 4)^3 + 6) : x \in R\right\}$, $Q \circ P = \left\{(x, (x^3 + 6)^2 + 4) : x \in R\right\}$;

в) берілген функцияларды инъективтілікке тексереміз. Егер $[(x_1, y) \in P, (x_2, y) \in P] \Rightarrow x_1 = x_2$ немесе $x_1 \ne x_2 \Rightarrow y(x_1) \ne y(x_2)$ болса, онда P функциясы инъективті деп аталады.

$P = \{(x, x^2 + 4) : x \in R\}$ функциясы үшін инъективтілік шарттары орындалмайды себебі x-тің екі мәніне $(x_1 \ne x_2)$ y-тің жалғыз мәні сәйкес

келеді. Мысалы, $x_1 = 1,\ x_2 = -1\,(x_1 \neq x_2)$, бірақ $y(1) = (1)^2 + 4 = 5$ және $y(-1) = (-1)^2 + 4 = 5$, яғни $y(1) = y(-1)$.

$Q = \{(x, x^3 + 6) : x \in R\}$ инъективті, себебі кез келген нақты x_1, x_2 $(x_1 \neq x_2)$ саны үшін $(x_1^3 + 6) \neq (x_2^3 + 6)$ орындалады.

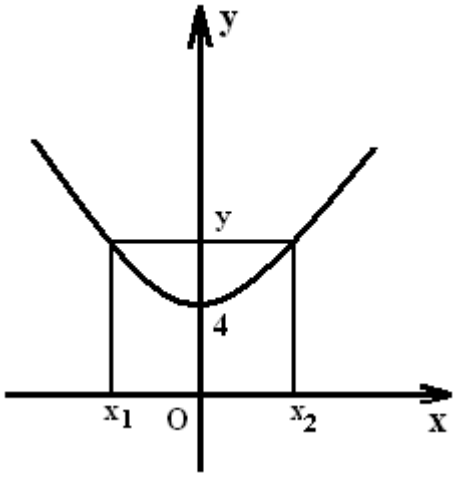
Функцияны сюръективтілікке тексереміз. Егер кез келген $y \in B$ үшін $(x, y) \in P$ орындалатындай $x \in A$ табылса, онда $P \subseteq A \times B$ функциясы сюръективті деп аталады немесе P қатынасының мәндерінің жиыны B $(E_p = B)$ жиынымен беттеседі.

$P = \{(x, x^2 + 4) : x \in R\}$, $P \subseteq R \times R$ функциясы сюръективті емес, себебі мәндерінің жиыны $E_p = [4; +\infty) \neq R$.

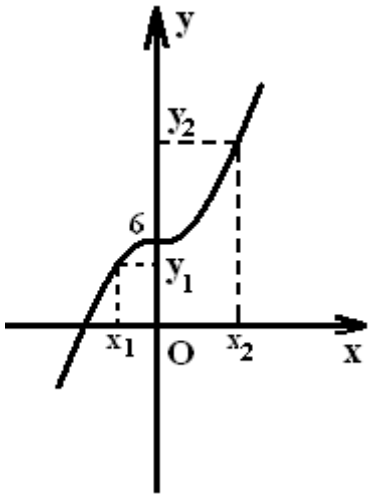
$Q = \{(x, x^3 + 6) : x \in R\}$, $Q \subseteq R \times R$ функциясы сюръективті, себебі $E_Q = R$

Егер функция әрі инъективті, әрі сюръективті болса, онда ол биективті деп аталады. Сондықтан $P-$ биективті емес функция, Q – биективті.

Инъективті, сюръективті және биективті қасиеттерді функцияның графигі бойынша анықтауға болады. Берілген функционалдық қатынастарды кәдімгі функция етіп жазамыз: $P : y = x^2 + 4$; $Q : y = x^3 + 6$. Бұл функциялардың графиктері 9 және 10 суреттерде кескінделген.



8 сурет - P графигі



9 сурет- Q графигі

Әдебиеттер тізімі

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов.Учебник для вузов. 2-е изд. – СПб.: Питер, 2004. – 364 с.: ил. (Серия «Учебник для вузов»).

2. Андерсон Д. Дискретная математика и комбинаторика.: Пер. с англ. – М.: Издатель- ский дом «Вильямс», 2004. – 960 с.: ил. – Парал. тит. англ.

3. Шапорев С.Д. Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006.

4. Палий И.А. Дискретная математика. Курс лекций. – М.: Эксмо, 2008. – 352 с. (Техническое образование).

5. Плотников А.Д. Дискретная математика. Учебное пособие. – 2-е изд., - М.: Новое знание, 2006. – 304 с.

6. Галушкина Ю.И., Марьямов А.Н. Конспект лекций по дискретной математике. – М.: Айрис – пресс, 2007. – 176 с. – (Высшее образование).

7. Астраханцева Л.Н. Дискретная математика. Учебное пособие. – Алматы: АУЭС, 2011. – 78 с.

8. Байсалова М.Ж. Дискрет математика. Учебное пособие. – Алматы: АУЭС, 2011. – 78 с.

Мазмұны

1 Типтік есеп № 1. Жиындар, қатынастар 3
1.1 Теориялық сұрақтар 3
1.2 Есептік тапсырмалар 3
1.3 Типтік нұсқаның шешуі 14
Әдебиеттер тізімі 25

2014 ж. жиынтық жоспары, реті 231

Астраханцева Людмила Николаевна
Байсалова Мәншүк Жұмамұратқызы

АҚПАРАТТЫ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ӨҢДЕУ

5В074600 мамандығының студенттері үшін есептеу-сызба жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар
1 бөлім

Редактор Қасымжанова Б.С.
Стандарттау бойынша маман Молдабекова Н.К.

Басуға қол қойылды_____ Пішіні 60х84 1/16
Таралымы _____дана №1 типографиялық қағаз
Көлемі 1,6 баспа табақ Тапсырыс_____Бағасы 650 тг.

«Алматы энергетика және байланыс университеті»
Коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірме-көбейткіш бюросы
050013, Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126