Коммерциялық емес акционерлік қоғам

АЛМАТЫ ЭНЕРГЕТИКА ЖӘНЕ БАЙЛАНЫС УНИВЕРСИТЕТІ

Жоғары математика кафедрасы

АҚПАРАТТЫ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ӨҢДЕУ

5В074600-мамандығының студенттері үшін есептеу-сызбалық жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар

2 бөлім

Алматы 2014

ҚҰРАСТЫРУШЫЛАР: Жуматаева С.А., Жанузакова Д.Т. Ақпаратты математикалық өңдеу. 5В074600-мамандығының студенттері үшін есептеу- сызбалық жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар. - Алматы: АЭжБУ, 2014.- 18 б.

Бұл әдістемелік нұсқаулықтар мен есептеу-сызбалық жұмыстарындағы тапсырмалар «Ақпаратты математикалық өңдеу» пәнінің бағдарламасы бойынша «Амалдық есептеулер» бөлімі үшін сәйкес құрастырылған. Есептеу-сызба жұмыстарға әдістемелік нұсқаулықтар мен тапсырмалар 5В074600-Ғарыштық техника және технологиялар мамандығына арналған. Бағдарламаның негізгі теориялық сұрақтары келтірілген және тапсырмалар мен типтік нұсқаның шешуі берілген.

8 кесте, әдеб.көрсеткіші – 4 атау.

Пікір жазған: аға оқытушы Альмуратова И.К.

«Алматы энергетика және байланыс университеті» коммерциялық емес акционерлік қоғамының 2014 ж. жоспары бойынша басылады.

Кіріспе

Әдістемелік нұсқаулықтар 2 модульге арналған тапсырмалар мен бағдарламаларды камтиды.

«Ақпаратты математикалық өңдеу» мамандығы бойынша.

1 Тапсырмалар отыз нұсқадан құралған.

1.1 Теориялық сұрақтар

1. Лаплас түрлендіруі.
2. Түпнұсқа және бейне.
3. Сызықтық, ұқсастық, ығысу, кешігу теоремалары.

4.Түпнұсқа мен бейнені дифференциалдау және интегралдау теоремалары.

5. Функцияның үйірткісі. Көбейту теоремасы. Дюамель формуласы.
6. Белгілі бейне бойынша түпнұсқаны анықтау.

6. Лаплас түрлендіруін дифференциалдық және интегралдық теңдеулер мен дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешуде қолдану.

1.2 Тапсырмалар

1. Келесі функциялар түпнұсқа бола ма? Егер түпнұсқа болса, онда неге?

1 кесте

№	$f(t)$	$g(t)$	№	$f(t)$	$g(t)$
1	$\frac{1}{t+2}\eta(t)$	$ctg\,2t$	16	$ctgt\,\eta(t)$	$\frac{3}{2t+1}\eta(t)$
2	$sh3\cdot\eta(t)$	$\frac{1}{t-4}\eta(t)$	17	$\frac{5}{t-4}$	$ch\frac{t}{2}\eta(t)$
3	$e^t\cdot\cos 5t$	$\frac{1}{t+3}\eta(t)$	18	$(5t+1)\eta(t)$	$\frac{1}{t^2-1}\eta(t)$
4	$tg\,t\;\;\eta(t)$	$\frac{3}{t+5}\eta(t)$	19	$e^t\cos^3 t$	$\frac{5}{t+1}\eta(t)$
5	$sh2t\,\eta(t)$	$\frac{4}{t-2}$	20	$3t^5\eta(t)$	$\frac{8}{t-7}\eta(t)$
6	$e^{7t}\eta(t)$	$\frac{8}{t-3}\eta(t)$	21	$\sin 4t\,\eta(t)$	$\frac{3t}{t-8}\eta(t)$
7	$\frac{3t}{t-1}\eta(t)$	$ch\frac{t}{2}\eta(t)$	22	$(t+1)^2\eta(t)$	$\frac{2}{2t-6}\eta(t)$
8	$3t^5\eta(t)$	$\frac{2}{4t-2}\eta(t)$	23	$e^{-t}\sin 3t$	$\frac{4t}{t+9}\eta(t)$

1 кестенің соңы

№	$f(t)$	$g(t)$	№	$f(t)$	$g(t)$
9	$\cos^2 t\ \eta(t)$	$\frac{1}{6t-3}\eta(t)$	24	$tg\frac{t}{2}\eta(t)$	$\frac{3}{5t+10}\eta(t)$
10	$e^t \sin 4t$	$\frac{3}{t+6}\eta(t)$	25	$\sin^3 t\ \eta(t)$	$\frac{2t}{10-5t}$
11	$e^{-2t}\cos t$	$\frac{1}{t+4}\eta(t)$	26	$\frac{t}{t+4}\eta(t)$	$ctg 8t\ \ \eta(t)$
12	$t^3\eta(t)$	$\frac{8}{t-8}\eta(t)$	27	$sh3t\ \eta(t)$	$\frac{1}{t^2-9}\eta(t)$
13	$\frac{4t+1}{t-2}\eta(t)$	$t^8\eta(t)$	28	$\frac{1}{t^2+1}\eta(t)$	$\cos^3 4t$
14	$t^3e^t\eta(t)$	$\frac{3}{t-9}\eta(t)$	29	$\sin 9t\ \ \eta(t)$	$\frac{4}{t-7}\eta(t)$
15	$\sin 6t$	$\frac{4t}{t+1}\eta(t)$	30	$\frac{2t}{t-4}\eta(t)$	$e^{-2t}\eta(t)$

2. Сызықтық, ұқсастық, ығысу, кешігу теоремаларын пайдалана отырып, төмендегі функциялардың бейнелерін анықта.

2 кесте

№	a)	b)	c)	d)
1	$3-5t^4+sh3t$	$e^{3t}\cos 5t$	$(t-7)^3$	$\cos 3t\cdot\cos 2t$
2	$7+8t^3-\sin 2t$	$e^{-2t}sh5t$	$(t+2)^2e^{t+2}$	$ch^2 5t$
3	$4+3t^2+7ch2t$	$2e^{5t}\sin 7t$	$(t+3)^{10}\cdot e^{t+3}$	$sh^2 3t$
4	$5-2t^4+3sh8t$	$-3e^{-2t}\sin 5t$	$(t-\alpha)^3e^{t-\alpha}$	$\sin 4t\cdot\sin 7t$
5	$-7+3t^3+4ch8t$	$4e^{-10t}\cos 7t$	$(t-3)\sin(t-3)$	$2\sin 11t\sin 2t$
6	$11+2t^3-8\cos 7t$	$2e^{-7t}sh8t$	$(t+7)sh(t+7)$	$3\cos 5t\cdot\cos 7t$
7	$-12+4t^3-3e^{-2t}$	$-3e^{5t}\cdot ch7t$	$(t-3)\cos(t-3)$	$sh^3 2t$
8	$-3+8t^4+7e^{-7t}$	$2e^{8t}\cdot t^3$	$(t+3)ch(t+3)$	$2ch^3 3t$
9	$-4+3e^{2t}-\cos 5t$	$3e^{-7t}\cdot sh(-7t)$	$e^{(t-7)}\cdot\cos(t-7)$	$3sh^3 7t$
10	$-2+2e^{3t}-\sin 5t$	$2e^{2t}\cdot ch(-7t)$	$e^{(t+5)}\sin(t+5)$	$-2ch^2(-5t)$
11	$4+5t^4+sh2t$	$-3e^{4t}\cdot t^{10}$	$e^{(t-3)}\cdot sh(t-3)$	$3ch^2(-8t)$
12	$3-2t^3+\cos 3t$	$7e^{2t}\cdot t^2$	$e^{(t+5)}sh(t+5)$	$2\cos 2t\cdot\cos 11t$
13	$4+3t^4+\cos 4t$	$8e^{-3t}\cdot t^4$	$-2\cos(t-7)$	$-2sh^3(-2t)$
14	$5-2t^3-\sin 5t$	$2e^{3t}\cdot\cos(-2t)$	$3\sin(t+5)$	$2\cdot ch^3(2t)$
15	$7+7t^7+\cos 7t$	$7e^{2t}\cdot\sin(-2t)$	$(t+5)^3$	$-2\sin 7t\cdot\cdot\sin 12t$
16	$-7+2t^5-\sin 2t$	$-3e^{-3t}\cdot\cos(-7t)$	$(t-7)^7$	$3\cos 5t\cdot\cdot\cos 7t$
17	$3+5t^3+e^{2t}$	$2e^{4t}\cdot\cos 8t$	$e^{t+7}\cdot sh(t-17)$	$3\cos t\cdot\cdot\cos 15t$

2 кестенің соңы

№	a)	b)	c)	d)
18	$4-7t^4-3e^{3t}$	$-4e^{-2t}\sin(-2t)$	$2e^{t+18}\cdot sh(t+18)$	$3\sin 2t\cdot\sin 7t$
19	$8+4t^3+e^{7t}$	$8e^{3t}\cdot sh2t$	$3e^{t-19}ch(t-19)$	$2\cos 2t\cdot\cdot\cos 3t$
20	$-9-3t^3-\cos 3t$	$-20e^{20t}\cdot sh20t$	$(t-20)^{20}$	$-3sh^2 4t$
21	$10+4t-\sin 21t$	$-3e^{2t}ch2t$	$(t+21)^3$	$2ch^2 8t$
22	$22-3t+\cos 22t$	$4e^{-3t}\cdot sh5t$	$e^{(t-22)}sh(t-22)$	$-5sh8t\cdot ch2t$
23	$23+23t+ch23t$	$t\cdot 8e^{2t}\sin 2t$	$(t+3)^4\cdot e^{t+3}$	$3sh2t\cdot sh8t$
24	$24+24t^3+ch24t$	$-3e^{-4t}\cdot sh2t$	$(t+3)\cdot e^{2(t+3)}$	$3sh2t\cdot sh4t$
25	$25+25t^7+sh25t$	$8e^{6t}ch4t$	$\sin 2(t+3)$	$-3sh3t\cdot ch5t$
26	$3+4t^2-e^{-2t}$	$-25e^{7t}sh2t$	$\cos 2(t-7)$	$11sh7t\cdot ch5t$
27	$27+3t^3+sh7t$	$30e^{-30t}sh30t$	$(t-8)^{100}$	$-2sh5t\cdot sh7t$
28	$28-4t^3+e^{-4t}$	$-3e^{-2t}\cdot\cos 5t$	$(t+3)\cdot e^{-2(t+3)}$	$\sin 8t\cdot sh5t$
29	$29+31t^2-3e^{-5t}$	$-4e^{-4t}\cdot\sin 4t$	$(t-9)\cdot sh(t-9)$	$ch8t\cos 3t$
30	$-7+7t^7+7e^{-7t}$	$-2e^{5t}ch5t$	$(t+30)^{31}$	$sh11t\cos 5t$

3. Түпнұсқа мен бейнені интегралдау және бейнені дифференциалдау теоремаларын пайдалана отырып, төмендегі функциялардың бейнелерін анықта.

3 кесте

№	a)	b)	c)
1	$(t+3)t\sin 5t$	$\int_0^t \sin 3t\cos 3t dt$	$\frac{\cos 5t-\cos 10t}{t}$
2	$t^2\cdot\cos 6t+te^t$	$\int_0^t (\sin 2t+\cos 2t)dt$	$\frac{\sin 7t+\sin 14t}{t}$
3	$t^2(e^{-5t}+7)$	$\int_0^t (\cos^2 7t-\sin^2 7t)dt$	$\frac{ch2t+sh2t}{t}$
4	t^3e^{7t}	$\int_0^t tch7tdt$	$\frac{ch5t-ch4t}{t}$
5	$t^2\cos 7t$	$\int_0^t tsh2tdt$	$\frac{sh7t+ch3t}{t}$
6	$t^2\sin 6t$	$\int_0^t e^{-t}ch5tdt$	$\frac{e^{7t}\sin 5t}{t}$
7	$(t-7)\sin^2 3t$	$\int_0^t t(t+3)dt$	$\frac{e^{-3t}\cos 5t}{t}$

3 кестенің жалғасы

№	a)	b)	c)
8	$t^2 ch5t$	$\int_0^t (t-7)(t+7)dt$	$\frac{e^{-2t} sh3t}{-5t^t}$
9	$t^2 sh9t$	$\int_0^t sh3t \cdot ch3tdt$	$\frac{e\ ch4t}{t}$
10	$t^2 e^{5t}$	$\int_0^t \cos^2 5tdt$	$\frac{e^{4t} - e^{-5t}}{t}$
11	$t^2 \cos 5t$	$\int_0^t \sin^2 11tdt$	$\frac{e^{-t} + e^{-11t}}{t}$
12	$t^2 \sin 12t$	$\int_0^t sh^2 3tdt$	$\frac{\sin 2t \cos 4t}{t}$
13	$t^2 sh13t$	$\int_0^t ch^2 4tdt$	$\frac{13 - e^{-13t}}{t}$
14	$t^2 ch14t$	$\int_0^t t^3 e^{-4t} dt$	$\frac{\cos 14t - 14}{t}$
15	$t^3 e^{-3t}$	$\int_0^t e^{-5t} \sin 3tdt$	$\frac{\sin 10t \cos 4t}{t}$
16	$t(\cos 2t + \sin 3t)$	$\int_0^t e^{-4t} \cos 7tdt$	$\frac{\cos 5t - \cos 15t}{t}$
17	$t(sh5t - ch5t)$	$\int_0^t e^{-3t} sh5tdt$	$\frac{\sin 5t + \sin 11t}{t}$
18	$t(\sin 3t - sh3t)$	$\int_0^t e^{2t} ch3tdt$	$\frac{\sin^2 5t}{t}$
19	$t(\cos 4t + ch4t)$	$\int_0^t t \sin 5tdt$	$\frac{\cos^2 5t - \sin^2 5t}{t}$
20	$t(e^{36} - e^{-3t})$	$\int_0^t t \cos 7tdt$	$\frac{e^{2t} - 1 - t}{t}$
21	$t(\sin 5t + e^{5t})$	$\int_0^t t\, ch^2 5tdt$	$\frac{e^{5t} - 1 + t^2}{t}$
22	$t(\cos 22t - e^{22t})$	$\int_0^t tsh^2 3tdt$	$\frac{3e^t - 3 + 4t^3}{t}$
23	$t(sh23t + e^{23t})$	$\int_0^t (t+3)e^{-5t} dt$	$\frac{2 - e^{-4t}}{t}$
24	$t(ch24t - e^{24t})$	$\int_0^t t^3 e^{-7t} dt$	$\frac{e^{2t} \cos 8t}{t}$

3 кестенің соңы

28	$(t+28)ch28t$	$\int_0^t (t+28)sh5tdt$	$\frac{e^{-28t}\sin 5t}{t}$
25	$(t-8)\sin 8t$	$\int_0^t (t^2+t)e^{-2t}dt$	$\frac{\sin^2 4t}{t}$
26	$(t+8)\cos 8t$	$\int_0^t (t^2+7)\sin 5tdt$	$\frac{\sin 3t\cos 3t}{t}$
27	$(t-27)sh27t$	$\int_0^t (t-27)\cos 7tdt$	$\frac{sh5tch5t}{t}$
29	$(t+3)t\cos 2t$	$\int_0^t (t-29)ch7tdt$	$\frac{\cos 4t-\cos 3t}{t}$
30	$(t-3)\cdot t\sin 2t$	$\int_0^t (t-3)t\,e^{5t}\,dt$	$\frac{e^{30t}-1+t^2}{t}$

4. Берілген $F(p)=\frac{Ap+B}{(p+a)(p^2+a+c)}$ бейнесі бойынша түпнұсқаны тап. A, B, a, c коэффициенттерінің мәні 4 кестеде берілген.

4 кесте

Нұсқа нөмірі	A	B	a	c	Нұсқа нөмірі	A	B	a	C
1	5	1	2	-1	16	-6	7	0	6
2	2	-1	-3	1	17	5	-3	7	-9
3	5	0	-1	2	18	7	2	1	5
4	1	4	2	7	19	1	-1	9	4
5	-1	2	2	4	20	0	1	8	-5
6	1	2	4	2	21	-5	2	1	4
7	0	5	-2	7	22	-5	4	7	-3
8	1	-1	3	1	23	4	-7	2	6
9	4	3	0	4	24	0	+8	3	-4
10	2	1	-6	5	25	4	6	1	5
11	0	2	5	-1	26	-4	3	3	4
12	-7	1	8	5	27	4	1	-2	8
13	1	4	2	9	28	7	1	-4	1
14	5	-5	6	-3	29	0	5	2	2
15	2	1	-2	25	30	6	-3	2	10

5. $ay'' + by' + cy = f(t),\ y(0) = A,\ y'(0) = B$ сызықтық дифференциалдық теңдеуін операторлық есептеу тәсілі арқылы шығар. $f(t)$ функциясы және $a,b,c\ A,B$ коэффициенттерінің мәні 5 кестеде берілген.

5 кесте

Нұсқа нөмірі	a	b	c	A	B	Нұсқа нөмірі	a	b	c	A	B
1	1	-2	1	1	2	16	1	1	0	0	-1
2	1	0	1	0	1	17	1	1	-6	-1	5
3	1	2	1	0	0	18	1	1	1	1	-1
4	2	1	0	-1	0	19	1	1	0	8	6
5	1	0	1	0	1	20	1	1	4	1	0
6	1	-1	-6	1	0	21	2	2	8	-1	2
7	1	6	9	1	2	22	1	1	5	0	0
8	1	0	1	0	1	23	1	-2	2	1	1
9	1	-3	2	1	0	24	1	1	2	0	-4
10	1	0	-4	1	0	25	2	2	0	1	-2
11	1	6	5	0	0	26	1	1	0	0	1
12	1	6	13	0	5	27	1	1	4	-1	2
13	1	1	0	1	-1	28	3	3	-5	3	-1
14	1	1	0	2	1	29	1	1	1	1	2
15	1	-6	5	0	1	30	1	1	1	0	0

6. $ay(t) + b\int_0^t y(\tau)\cdot f(t-\tau)d\tau = g(t)$ интегралдық теңдеуін операторлық есептеу тәсілімен шығар. $f(t)$ және $g(t)$ функциялары, коэффициенттердің мәні 6 кестеде берілген.

6 кесте

Нұсқа нөмірі	A	B	$f(t)$	$g(t)$	Нұсқа нөмірі	A	b	$f(t)$	$g(t)$
1	1	2	$\cos t$	e^{-t}	16	1	1	$sh2t$	e^{3t}
2	0	1	$\sin t$	$\sin^2 t$	17	1	-2	$\sin 2t$	$\cos^2 3t$
3	1	$\frac{8}{3}$	$sh3t$	$\sin 2t$	18	1	1	$\cos 3t$	$t+1$
4	0	1	t	$\sin^2 2t$	19	1	-2	$\sin 2t$	$sh3t$
5	1	-1	$\cos t$	e^t	20	1	2	$\cos t$	e^{-2t}
6	0	1	$\sin 2t$	$\sin^2 t$	21	1	-1	$\sin 2t$	$\cos 3t$
7	1	1	cht	$\sin t$	22	1	-3	$sh2t$	$2t+1$
8	1	+3	$\sin t$	$2t-3$	23	1	1	t	e^{2t}
9	1	-1	$\sin 2t$	e^{-2t}	24	0	1	$sh2t$	$\sin^2 2t$

6 кестенің соңы

10	0	1	$\cos t$	$\cos^2 t$	25	1	-2	e^t	sht
11	1	1	$sh2t$	$\cos t$	26	1	-2	$\cos t$	e^t
12	1	2	t	e^{-3t}	27	1	-2	$ch2t$	sht
13	1	1	$sh2t$	cht	28	1	1	$\cos 2t$	e^{-2t}
14	0	1	$\cos 3t$	$\sin^2 t$	29	1	-3	$\cos t$	$2e^{3t}$
15	1	2	$\sin 2t$	t	30	1	2	$\sin t$	e^{-t}

7. $$\begin{cases} a_1\dot{x}+b_1\dot{y}+c_1x+d_1y=f_1(t) \\ c_2\dot{x}+b_2\dot{y}+c_2x+d_2y=f_2(t) \end{cases}, \qquad x(0)=A \qquad y(0)=B\ ,$$

сызықтық дифференциалдық теңдеулер жүйесін операторлық есептеу тәсілімен шығар. $f_1(t),\ f_2(t)$ функциялары және $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, d_1, d_2$ A, B коэффициенттерінің мәні 7 кестеде берілген.

7 кесте

	a_1	b_1	c_1	d_1	$f_1(t)$	a_2	b_2	c_2	d_2	$f_2(t)$	A	B
1	1	0	0	-1	3	0	1	-1	0	2	1	0
2	1	0	0	3	3	0	1	-1	1	1	0	1
3	1	0	1	-3	0	0	1	0	1	2	1	0
4	0	1	2	-2	1	1	0	-1	-2	3	3	1
5	1	0	0	1	0	0	1	-2	-2	1	1	1
6	0	1	-1	-2	-4	1	0	2	1	5	0	0
7	1	0	-2	-4	2	0	3	1	2	0	0	-1
8	0	2	2	0	-3	1	0	-1	0	0	0	0
9	4	0	3	0	5	0	3	2	2	1	-1	1
10	11	0	2	2	10	0	1	-2	1	7	1	3
11	5	0	-5	3	6	0	2	-2	0	-3	0	3
12	0	1	2	0	-1	1	0	3	-1	0	0	1
13	1	0	1	1	-1	0	-2	3	3	0	-1	1
14	-2	0	2	1	0	0	3	0	-3	1	0	1
15	0	3	3	-2	-1	2	0	1	-2	2	1	0
16	1	0	1	-2	-2	0	-3	0	1	0	0	1
17	0	-2	5	1	2	-1	0	-4	-2	-1	1	0
18	-1	0	0	2	1	0	3	2	-4	-2	0	-3
19	6	0	1	-1	-1	0	1	-3	0	2	2	1
20	0	-1	1	2	2	3	0	5	0	3	1	4
21	1	0	-3	0	-2	0	4	1	3	2	1	-2
22	0	1	2	-2	1	2	0	-1	2	3	3	1
23	1	0	0	1	2	0	3	-2	-2	1	-1	7
24	0	3	-1	-2	4	1	0	2	1	-5	-2	2
25	0	-2	1	4	3	-2	0	1	2	0	0	1
26	1	0	-2	0	-3	0	2	-1	-1	1	0	6

7 кестенің соңы

27	0	2	-5	1	0	-1	0	2	4	1	1	0
28	1	0	2	0	-3	0	-1	-1	1	0	0	2
29	0	3	1	2	-1	2	0	1	-2	2	2	0
30	0	1	-1	2	-4	1	0	2	5	0	0	0

1.3 Типтік нұсқалардың шешіміне талдау жасау

1. Келесі функциялар түпнұсқа бола ма? Егер түпнұсқа болса,онда неге?

Егер төмендегі үш шарт орындалса, онда нақты t аргументінің кез-келген $f(t)$ функциясы түпнұсқа деп аталады:

1) $f(t)=0,$, егер $t<0$;

2) $t \geq 0$ болғанда $f(t)$ үзіліссіз және t-ң өзгеруіне байланысты кез-келген ақырлы аралықта интегралданады;

3) $|f(t)| \leq Me^{st}$, егер $t \geq 0$ теңсіздігі орындалатындай $M>0$ және S' нақты сандары табылады.

а) $f(t)=\cos 5t \cdot \eta(t)$.

Шешуі:

1) $f(t) \equiv 0$ егер $t<0$, себебі $\eta(t)$ Хевисайд функциясы болғандықтан $\cos 5t$ функциясын $t<0$-да нөлге айналдырады;

2) $f(t)$ функциясы екі үзіліссіз функцияның көбейтіндісі болғандықтан үзіліссіз;

3) $|f(t)|=|\cos 5t \cdot \eta(t)| \leq 1$ яғни $M=1$, $S=0$ шарттары орындалғандықтан $f(t)$ функциясы түпнұсқа болады.

б) $g(t)=\dfrac{1}{t-2}\eta(t)$.

Шешуі:

1) $\eta(t)$ Хевисайд функциясы болғандықтан $\dfrac{1}{t-2}$ функциясын $t<0$-да нөлге айналдырады;

2) $t=2$ нүктесі $g(t)$ функциясының екінші ретті үзіліс нүктесі болады.

Екінші шарт орындалмағандықтан $g(t)$ функциясы түпнұсқа болмайды .

2. Лаплас түрлендіруінің қасиеттерін падалана отырып $f(t)$ функцияларының $F(p)$ бейнелерін анықта.

$$а)\,3+t^3-ch5t,\qquad б)\,2e^{-4t}\cos 3t,\quad в)\,(t-2)^3,\quad г)\,3\sin 2t\sin 3t,$$

$$д)\,(t+4)\cos 3t,\ е)\int_0^t t^2\cdot e^{-6t}dt,\qquad ж)\ \frac{\sin^2 3t}{t}\quad .$$

Шешуі:

а) 8-ші ұқсастық кестесі бойынша: $3+t^3-ch5t \doteqdot \dfrac{3}{p}+\dfrac{3!}{P^4}-\dfrac{P}{P^2-25}$;

б) кесте бойынша $\cos 3t \doteqdot \dfrac{P}{P^2+9}$ және ығысу теоремасы бойынша $2e^{-4t}\cos 3t \doteqdot 2\cdot\dfrac{p+4}{(p+4)^2+9}$;

в) кесте бойынша: $t^3 \doteqdot \dfrac{3!}{p^4}e^{-2p}$ және кешігу теоремасы бойынша: $(t-2)^3 \doteqdot \dfrac{3!}{p^4}e^{-2p}$;

г) берілген функцияны тригонометриялық формуланы қолданып түрлендіреміз: $3\sin 2t\sin 3t=\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{p}{p^2+1}-\dfrac{p}{p^2+25}\right)$;

д) $(t+4)\cos 3t = t\cos 3t + 4\cos 3t \doteqdot \dfrac{p^2-9}{(p^2+9)^2}=\dfrac{4p}{p^2+9}$;

е) $\int_0^t t^2e^{-6t}dt$. 8-ші ұқсастық кестесі бойынша $t^2 \doteqdot \dfrac{2!}{p^3}$ аламыз және ығысу теоремасы бойынша келесі өрнекті аламыз: $t^2e^{-6t} \doteqdot \dfrac{2}{(p+6)^3}$. Түпнұсқаны интегралдау теоремасы бойынша: $\int_0^t t^2e^{-6t}dt \doteqdot \dfrac{1}{p}\dfrac{2}{(p+6)^3}=\dfrac{2}{p(p+6)^3}$;

ж) $\dfrac{\sin^2 t}{t}$ - дәрежені төмендету формуласын қолданамыз:

$$\sin^2 t=\frac{1}{2}(1-\cos 2t)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\cos 2t}{t},$$

онда бейнені интегралдау теоремасын қолданып келесі өрнекті аламыз:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\cos 2t}{t}\doteqdot\frac{1}{2}\int_{\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{p}-\frac{p}{p^2+4}\right)dp=\frac{1}{2}\left(\ln p-\frac{1}{2}\ln\left(p^2+4\right)\right)\Big|_p^{\infty}=$$

$$\frac{1}{2}\ln\frac{p}{\sqrt{p^2+4}}\Bigg|_p^{\infty}=-\frac{1}{2}\ln\frac{p}{\sqrt{p^2+4}}=\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{p^2+4}}{p}.$$

4. Берілген $F(p)=\dfrac{Ap+B}{(p+a)\left(p^2+c\right)}$ бейнесі бойынша түпнұсқаны табу керек.

$A=5\ \ B=-6\ \ a=2\quad c=10.$ болсын.

$$F(p)=\frac{5p-6}{(p+2)\left(p^2+10\right)}.$$

Шешуі:

а) рационалды-бөлшек функцияны қарапайым бөлшектерге жіктейміз:

$$F(p)=\frac{5p-6}{(p+2)\left(p^2+10\right)}=\frac{A}{p+2}+\frac{Bp+C}{p^2+10};$$

$A\left(p^2+10\right)+(Bp+C)\left(p+2\right)=5p-6$ егер $p=-2,\ 14A=16,\ A=-\dfrac{8}{7}.$

Жақшаларды ашып, p-ң бірдей дәрежелі коэффициенттерін теңестіреміз:

$$Ap^2+10A+Bp^2+Cp+2Bp+2C=5p-6$$

$$p^2: A+B=0,\quad B=-A\ \ B=\frac{8}{7},$$

$$p: C+2B=5\ \ C=5-2B\ \ C=5-\frac{16}{7}\ \ C=\frac{19}{7},$$

$$F(p)=-\frac{8}{7}\frac{1}{p+2}+\frac{\frac{8}{7}p+\frac{19}{7}}{p^2+10}=-\frac{8}{7}\cdot\frac{1}{p+2}+\frac{8}{7}\cdot\frac{p}{p^2+10}+\frac{19}{7}\cdot\frac{1}{p^2+10}$$

б) 8-ші ұқсастық кестесі бойынша:

$\dfrac{1}{p+2}\doteqdot e^{-2t},\ \dfrac{p}{p^2+10}\doteqdot\cos\sqrt{10}t\ \ \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}\left(p^2+10\right)}\doteqdot\sin\sqrt{10}t$ сонымен төмендегідей түпнұсқаны аламыз:

$$f(t) = -\frac{8}{7}e^{-2t} + \frac{8}{7}\cos\sqrt{10}t + \frac{19}{7\sqrt{10}}\sin\sqrt{10}t \,.$$

5. Төмендегі сызықтық дифференциалдық теңдеуді операторлық есептеу тәсілі арқылы шығар.

$ay'' + by' + cy = f(t), \quad y(0) = A, \; y'(0) = B$,

$a = 1 \; b = -2 \; c = 0. \; f(t) = -e^t \quad y(0) = 1 \, y''(0) = 2,$

$y'' - 2y' = -e^t, \; y(0) = 1 \; y'(0) = 2.$

Шешуі:

$y(t) \doteqdot y(p)$ болсын, онда түпнұсқаны дифференциалдау теремасы бойынша келесі формулаларды аламыз:

$$y'(t) \doteqdot py(p) - y(0) \; u \quad y''(t) \doteqdot p^2y(p) - py(0) - y'(0) \,.$$

8 кесте бойынша: $e^t \doteqdot \frac{1}{p-1}$.

Берілген дифференциалдық теңдеудің операторлық теңдеуі келесі түрде болады:

$$p^2y(p) - p - 2 - 2(py(y) - 1) = -\frac{1}{p-1},$$

$$p^2y(p) - 2py(p) = -\frac{1}{p-1} + p, \qquad p(p-2)y(p) = \frac{p^2 - p - 1}{p-1}, \qquad y(p) = \frac{p^2 - p - 1}{p(p-1)(p-2)}.$$

Қарапайым бөлшектердің қосындысына жіктейміз:

$$y(p) = -\frac{1}{2p} + \frac{1}{p-1} + \frac{1}{2(p-2)}.$$

Ұқсастық кестесін қолданып $y(t) = -\frac{1}{2} + e^t + \frac{1}{2}e^{2t}$ өрнегін аламыз.

6. Интегралдық теңдеуді шеш:

$$ay(t) + b\int_0^\tau y(\tau)f(t-\tau)d\tau = g(t),$$

мұндағы $a = 1, \, b = 2 \quad f(t) = \sin t \quad g(t) = e^{-t}, \quad y(t) + 2\int_0^t y(\tau)\sin(t-\tau)d\tau = e^{-t}$.

Операторлық теңдеуді қолданамыз. $y(t) \doteqdot y(p)$. болсын. 8 ұқсастық кестесі бойынша: $\sin t \doteqdot \dfrac{1}{p^2+1}, \quad e^{-t} \doteqdot \dfrac{1}{p+1}. \quad \int_0^t y(\tau)\sin(t-\tau)d\tau$ екі функцияның үйірткісі екендігі айқын, яғни $\int_0^t y(\tau)\sin(t-\tau)d\tau = y(t)\sin(t)$.

Бейнелерді көбейту теоремасы бойынша келесі өрнекті аламыз: $y(t)\sin t \doteqdot y(p)\cdot \dfrac{1}{p^2+1}$.

Сонымен, операторлық келесі түрде болады: $y(p) + \dfrac{2}{p^2+1}\cdot y(p) = \dfrac{1}{p+1}$,

$$y(p) = \frac{p^2+1}{(p+1)(p^2+3)} = \frac{1}{2(p+1)} + \frac{1}{2}\frac{p}{p^2+3} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{P^2+3}.$$

8 ұқсастық кестесі бойынша : $y(t) = \dfrac{1}{2}e^{-t} + \dfrac{1}{2}\cos\sqrt{3}t - \dfrac{1}{2\sqrt{3}}\sin\sqrt{3}t$ табамыз.

7. Сызықтық дифференциалдық теңдеулер жүйесін

$$\begin{cases} a_1\dot{x} + b_1\dot{y} + c_1x + d_1y = f_1(t) \\ a_2\dot{x} + b_2\dot{y} + c_2x + d_2y = f_2(t) \end{cases}, \qquad x(0) = A, \quad y(0) = B$$

операторлық есептеу тәсілімен шығар. $f_1(t), f_2(t)$ функциялары және $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, d_1, d_2$ A, B коэффициенттерінің мәні 7 кестеде берілген.

$$\begin{cases} \dot{x} - 2x = -3 \\ 2\dot{y} - x - y = 1 \end{cases}, \ x(0) = 0, \ y(0) = 6.$$

Шешуі: $x(t) \doteqdot X(p), \ y(t) \doteqdot y(p)$ болсын, онда $\dot{x}(t) pX(p) \quad \dot{y}(t) \doteqdot p\,y(p) - 6, \ -3 \doteqdot \dfrac{-3}{p} \quad 1 \doteqdot \dfrac{1}{p}$.

Операторлық теңдеулер жүйесі келесі түрде болады:

$$\begin{cases} (p-2)X(p) = -\dfrac{3}{p} \\ -X(p)(2p-1)Y(p) = \dfrac{2p+1}{p}. \end{cases}$$

Алынған жүйені 8-ші ұқсастық кестесін қолдана отырып шығарып төмендегідей шешімге келеміз:

$$X(p) = \frac{3}{p(p-2)} = \frac{3}{2p} - \frac{3}{2(p-2)} \doteqdot \frac{3}{2} - \frac{3}{2}e^{2t},$$

$$Y(p) = \frac{12p^2 - 23p - 5}{p(p-2)(2p-1)} = -\frac{5}{2p} - \frac{1}{2(p-2)} + \frac{9}{p-\frac{1}{2}} \doteqdot -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{2t} + 9e^{\frac{1}{2}t}.$$

1.4 Анықтамалық материалдары

1.4.1 Лапласа түрлендіруінің қасиеттері

$f(t) \doteqdot F(p), g(t) \doteqdot G(p)$ болсын.

1. $A\ f(t) + B\ g(t) \doteqdot A\ F(p) + B\ G(p)$ – сызықтық теоремасы.
2. $f(\lambda t) \doteqdot \dfrac{1}{\lambda} F\left(\dfrac{p}{\lambda}\right)$ – ұқсастық теоремасы.
3. $e^{\alpha t} f(t) \doteqdot F(p-\alpha)$ – ығыстыру теоремасы.
4. $f(t-\tau) \doteqdot e^{-pr} F(p)$ мұндағы $r > 0$ - кешігу теоремасы.
5.

$$f'(t) \doteqdot pF(p) - f(0),\ f''(t) \doteqdot p^2F(p) - pf(0) - f'(0),\quad f'''(t) \doteqdot p^3 F(p) - p^2 f(0) - p\ f'(0) - f''(0), \ldots$$

$$f^{(n)}(t) \doteqdot p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) - \ldots - f^{(n-1)}[0)$$

– түпнұсқаны дифференциалдау теоремасы.

6. $\int\limits_0^t f(t)dr \doteqdot \dfrac{1}{p} \cdot F(p)$ – түпнұсқаны интегралдау теоремасы.
7. $-t\ f(t) \doteqdot F'(p),\ t^2 f(t) \doteqdot F''(p), \ldots, (-1)^n t^n\ f(t) \doteqdot F^{(n)}(p)$ –бейнені дифференциалдау теоремасы.
8. $\dfrac{f(t)}{t} \doteqdot \int\limits_p^\infty F(z)dz$ – бейнені интегралдау теоремасы.

9. $f*g=\int_0^t f(\tau)g(t-r)dr \risingdotseq F(p)\cdot G(p)$– бейнелерді көбейту теоремасы.

10. $pF(p)G(p) \risingdotseq f'(t)+g(t)+f(0)g(t)=g'(t)*f(t)+g(0)f(t)$–Дюамел интегралы.

1.4.2 Ұқсастық кестесі.

8 кесте

№	$f(t)$	$F(p)$	№	$f(t)$	$F(p)$
1	1	$\frac{1}{p}$	7	$e^{\alpha e}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{\left((p-a)^2+\omega^2\right)}$
2	$e^{\alpha e}$	$\frac{1}{p-a}$	8	$e^{\alpha e}\cos\omega t$	$\frac{p-a}{\left((p-a)^2+\omega^2\right)}$
3	$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	9	t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
4	$\cos\omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	10	$t^n e^{\alpha t}$	$\frac{n!}{(p-a)^{n+1}}$
5	$sh\omega t$	$\frac{\omega}{p^2-\omega^2}$	11	$t\sin\omega t$	$\frac{2\omega p}{\left(p^2+\omega^2\right)^2}$
6	$ch\omega t$	$\frac{p}{p^2-\omega^2}$	12	$t\cos\omega t$	$\frac{p^2-\omega^2}{\left(p^2+\omega^2\right)^2}$

1.4.3 Қосымша материалдар.

1. $\sin\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$.

2. $\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha-\beta))$.

3. $\sin\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}(\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta))$.

4. $\sin^2\alpha\cdot=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$.

5. $\cos^2\alpha\cdot=\frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$.

6.

$$\int\frac{dx}{x+a}=\ln|x+a|+c,\quad \int\frac{dx}{a^2+x^2}=\frac{1}{a}arctg\,\frac{x}{a}+C,\quad \int\frac{xdx}{x^2\pm a^2}=\frac{1}{2}\ln\left|x^2\pm a^2\right|+C$$

.

Әдебиеттер тізімі

1. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. 4 бөлімі. -Минск., 2007.

2. Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики. Учебники для вузов.-Изд. Лань, 2005.-128 б.

3. Лунгу К.Н. и др. Сборник задач по высшей математике (с контрольными работами).-М.: Айрис пресс, 2005, 1, 2-курсы.

4. Ким Л.Н. Математика 3. Есептеу-графикалық жұмыстарға арналған әдістемелік нұсқаулар мен тапсырмалар (барлық мамандықтардың студенттеріне арналған) , 4 бөлім.-Алматы: АИЭС, 2010.

Мазмұны

2014 жиынтық. жоспар, реті 229

Жуматаева Светлана Абановна
Жанузакова Динара Таупиховна

АҚПАРАТТЫ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ӨҢДЕУ

5В074600-мамандығының студенттері үшін есептеу-сызбалық жұмыстарды орындау бойынша әдістемелік нұсқаулықтар
2 бөлім

Редактор Қасымжанова Б. С.
Стандарттау бойынша маман Молдабекова Н.Қ.

Басуға қол қойылды_________ Пішіні 60х84 1/16
Таралымы 250 № 1 типографиялық қағаз
Көлемі 1,1 баспа табақ Тапсырыс___ Бағасы 550 тг.

«Алматы энергетика және байланыс университеті»
Коммерциялық емес акционерлік қоғамының
көшірме-көбейткіш бюросы
050013, Алматы, Байтұрсынұлы көшесі, 126