Некоммерческое акционерное общество

АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Методические указания и задания к выполнению расчетно-графических работ
для студентов специальности 5В074600 - Космическая техника и технологии
Часть 1

Алматы 2014

СОСТАВИТЕЛИ: Астраханцева Л.Н., Байсалова М.Ж. Математическая обработка информации. Методические указания и задания к выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В074600 Космическая техника и технологии. Часть 1. - Алматы: АУЭС, 2014.- 22 с.

Представлены методические указания и задания к выполнению расчетно-графических работ по дисциплине «Математическая обработка информации» для студентов специальности 5В074600 - Космическая техника и технологии. Часть1Представленный материал составлен в соответствии с программой дисциплины «Математическая обработка информации».

Ил. 9, табл. 10, библиогр. – 7 назв.

Рецензент Курпенов Б.К.

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2014 г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи», 2014 г.

1 Расчётно-графическая работа №1. Множества, отношения

1.1 Теоретические вопросы

1 Множества, их способы задания. Подмножества, булеан. Операции над множествами.

2 Свойства операции над множествами. Разбиения и покрытия множеств.

3 Прямое произведение множеств. Отношения (унарные, бинарные, n-арные). Способы задания бинарных отношений. Обратное отношение, дополнение отношения, тождественное отношение. Композиция бинарных отношений.

4 Основные свойства матриц бинарных отношений. Свойства бинарных отношений (рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

5 Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности, фактор-множество.

6 Отношение порядка. Лексикографический порядок.

7 Функциональные отношения. Инъекция, сюръекция, биекция. Понятие о мощности множеств.

1.2 Расчётные задания

1 Установить, какие из записей верны.

№	а)	б)	в)	г)
1.1	$\{2\}\in\{1,2,3\}$	$\{2,3\}\subset\{1,2,3\}$	$\{2,3\}=\{3,2\}$	$\varnothing\subseteq\varnothing$
1.2	$\{3\}\subseteq\{1,3\}$	$3\subset\{2,3\}$	$\{3,4\}\in\{3,4,5\}$	$\varnothing\subset\varnothing$
1.3	$\{1,5\}\subseteq\{1,5,6\}$	$\{2,1\}=\{1,2\}$	$5\in\{\{5\}\}$	$\varnothing\in\varnothing$
1.4	$\{2,8\}=\{8,2\}$	$\{1\}\in\{1,2\}$	$\{2\}\subset\{1,2\}$	$\varnothing\subseteq A$
1.5	$\{2,5\}\subset\{2,3,5\}$	$\{2,5\}\in\{2,3,5\}$	$5\in\{5,6,7\}$	$\varnothing=\{\varnothing\}$
1.6	$\{4\}\subseteq\{4,3\}$	$4\in\{\{4\},4\}$	$\{1,3\}\subset\{3,1\}$	$\varnothing\in A$
1.7	$6\in\{5,6,7\}$	$\{2,4\}=\{4,2\}$	$2\subset\{2,3\}$	$\varnothing\in\{\varnothing\}$
1.8	$\{7\}\subset\{1,2,7\}$	$\{9\}\in\{2,5,9\}$	$\{1,5\}\subseteq\{1,5\}$	$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$
1.9	$\{1\}\subseteq\{1,3\}$	$8\subset\{\{8\},8\}$	$\{5\}\in\{2,5,9\}$	$\{\varnothing\}\subseteq A$
1.10	$9\in\{2,5,9\}$	$\{4,5\}\subseteq\{5,4\}$	$3\subset\{3,4\}$	$\{\varnothing\}\in A$
1.11	$\{3\}\in\{1,2,3\}$	$\{1,3\}\subset\{1,2,3\}$	$\{4,3\}=\{3,4\}$	$\varnothing\subseteq\varnothing$
1.12	$\{1\}\subseteq\{1,3\}$	$3\subset\{2,5\}$	$\{7,4\}\in\{3,4,7\}$	$\varnothing\subset\varnothing$
1.13	$\{6,5\}\subseteq\{1,5,6\}$	$\{2,9\}=\{9,2\}$	$1\in\{\{1\}\}$	$\varnothing\in\varnothing$
1.14	$\{4,8\}=\{8,4\}$	$\{2\}\in\{1,2\}$	$\{6\}\subset\{1,6\}$	$\varnothing\subseteq A$

1.15	$\{3,5\}\subset\{2,3,5\}$	$\{2,3\}\in\{2,3,5\}$	$7\in\{5,6,7\}$	$\varnothing=\{\varnothing\}$
1.16	$\{3\}\subseteq\{4,3\}$	$3\in\{\{3\},3\}$	$\{1,9\}\subset\{9,1\}$	$\varnothing\in A$
1.17	$7\in\{5,6,7\}$	$\{1,4\}=\{4,1\}$	$3\subset\{2,3\}$	$\varnothing\in\{\varnothing\}$
1.18	$\{1\}\subset\{1,2,7\}$	$\{2\}\in\{2,5,9\}$	$\{3,5\}\subseteq\{3,5\}$	$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$
1.19	$\{9\}\subseteq\{9,3\}$	$6\subset\{\{6\},6\}$	$\{2\}\in\{2,5,9\}$	$\{\varnothing\}\subseteq A$
1.20	$5\in\{2,5,9\}$	$\{8,5\}\subseteq\{5,8\}$	$4\subset\{3,4\}$	$\{\varnothing\}\in A$
1.21	$\{4\}\in\{1,2,4\}$	$\{2,6\}\subset\{6,2,3\}$	$\{5,3\}=\{3,5\}$	$\varnothing\subseteq\varnothing$
1.22	$\{3\}\subseteq\{8,3\}$	$7\subset\{2,7\}$	$\{5,4\}\in\{3,4,5\}$	$\varnothing\subset\varnothing$
1.23	$\{6,5\}\subseteq\{1,5,6\}$	$\{7,1\}=\{1,7\}$	$6\in\{\{6\}\}$	$\varnothing\in\varnothing$
1.24	$\{9,8\}=\{8,9\}$	$\{4\}\in\{4,2\}$	$\{3\}\subset\{3,2\}$	$\varnothing\subseteq A$
1.25	$\{2,0\}\subset\{2,0,5\}$	$\{8,5\}\in\{2,8,5\}$	$7\in\{5,6,7\}$	$\varnothing=\{\varnothing\}$
1.26	$\{4\}\subseteq\{4,1\}$	$7\in\{\{7\},4\}$	$\{6,3\}\subset\{3,6\}$	$\varnothing\in A$
1.27	$7\in\{5,6,7\}$	$\{9,4\}=\{4,9\}$	$5\subset\{5,3\}$	$\varnothing\in\{\varnothing\}$
1.28	$\{1\}\subset\{1,2,7\}$	$\{5\}\in\{2,5,9\}$	$\{1,8\}\subseteq\{1,8\}$	$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$
1.29	$\{3\}\subseteq\{1,3\}$	$8\subset\{\{5\},8\}$	$\{3\}\in\{2,5,9\}$	$\{\varnothing\}\subseteq A$
1.30	$6\in\{2,6,9\}$	$\{3,5\}\subseteq\{5,3\}$	$4\subset\{3,4\}$	$\{\varnothing\}\in A$

2 Данное множество задать

а) перечислением элементов;

б) общим свойством.

№	а)	б)
2.1	$\{x: x^3-3x^2+2x=0, x\in N\}$	$\{2,4,6,\ldots,100\}$
2.2	$\{x: x=5y, y\in N, y\le 4\}$	$\left\{-\frac{3}{2},+\frac{5}{4},-\frac{7}{6},\ldots\right\}$
2.3	$\{x: x=y-z,\ y,z\in\{1,2\}\}$	$\{4,8,12,16,\ldots\}$
2.4	$\{x: x=3n+2,\ n\in N, x<20\}$	$\{2^2,3^2,4^2,\ldots\}$
2.5	$\{x: x=2n+1,\ n\in N, x<10\}$	$\left\{+\frac{1}{3},-\frac{1}{6},+\frac{1}{9},\ldots\right\}$
2.6	$\{x: 3x=x+8\}$	$\{-4,+5,-6,+7,-8,+9\}$
2.7	$\{x: 3x+5=2(x+6)\}$	$\left\{\pm\frac{1}{3},\pm\frac{1}{6},\pm\frac{1}{9},\ldots\right\}$
2.8	$\{x: x=5y+2,\ 3<y<6, y\in Z\}$	$\{1^2,2^2,3^2,4^2,\ldots,9^2\}$
2.9	$\{x: x^2-3x+2=0, x\in R\}$	$\{-2,+4,-6,+8\ldots\}$
2.10	$\{x: x=4y, y\in N, y\le 5\}$	$\left\{\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{5}{6},\ldots,\frac{19}{20}\right\}$

2.11	$\{x : x = y - z,\ y, z \in \{5,2\}\}$	$\{4,8,12,16,\ldots,60\}$
2.12	$\{x : x = n + 2,\ n \in N, x < 10\}$	$\{2^2, 3^2, 4^2, \ldots, 12^2\}$
2.13	$\{x : x = 2n - 1,\ n \in N, x < 15\}$	$\left\{\frac{2^2}{3}, \frac{3^2}{6}, \frac{4^2}{9}, \ldots\right\}$
2.14	$\{x : 2x = x + 6\}$	$\{4^3, 5^3, 6^3, 7^3, 8^3, 9^3\}$
2.15	$\{x : x + 5 = 2(x + 5)\}$	$\left\{\pm\frac{1}{3}, \pm\frac{1}{6}, \pm\frac{1}{9}, \ldots, \pm\frac{1}{30}\right\}$
2.16	$\{x : x^3 \le 100, x \in Z\}$	$\{3,6,9,12,\ldots\}$
2.17	$\{x : x = 4n + 2,\ n \in N\}$	$\{0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots, \pm7\}$
2.18	$\{x : x = y + z,\ y, z \in \{1,2,3\}\}$	$\left\{\frac{3}{2^2}, \frac{5}{3^2}, \frac{7}{4^2}, \ldots\right\}$
2.19	$\{x : x^2 - 9x + 20 = 0, x \in C\}$	$\{1^2, 3^2, 5^2, 7^2 \ldots\}$
2.20	$\{x : x(x + 3) = 0\}$	$\left\{\frac{2}{1^3}, \frac{4}{2^3}, \frac{6}{3^3}, \ldots\right\}$
2.21	$\{x : 5x + 10 = 30x + 15\}$	$\{3,6,9,12,\ldots,30\}$
2.22	$\{x : -1 \le x \le 10, x \in N\}$	$\left\{\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{1}{6}, \ldots\right\}$
2.23	$\{x : -1 \le x \le 10, x \in Z\}$	$\{2^3, 4^3, 6^3, \ldots\}$
2.24	$\{x : x \in Z, x^2 \le 50\}$	$\{3,6,9,12,\ldots,99\}$
2.25	$\{x : x = 8n - 2,\ n \in N\}$	$\{2,4,8,\ldots,32\}$
2.26	$\{x : x = y + z,\ y, z \in \{2,3,4\}\}$	$\left\{-\frac{2}{2^2}, +\frac{2}{3^2}, -\frac{2}{4^2}, \ldots\right\}$
2.27	$\{x : x^2 + 6x + 8 = 0, x \in N\}$	$\{2^2, 4^2, 6^2 \ldots\}$
2.28	$\{x : (x + 4)(x - 3) = 0\}$	$\left\{\frac{2}{1^3}, \frac{4}{2^3}, \frac{6}{3^3}, \frac{8}{4^3}, \frac{10}{5^3}\right\}$
2.29	$\{x : x + 9 = 3x + 15\}$	$\{0, \pm3, \pm6, \pm9, \ldots, \pm30\}$
2.30	$\{x : -1 \le x \le 8, x \in N\}$	$\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \ldots, \frac{1}{22}\right\}$

3 Для данных множеств *A, B, C* найти:

а) $A \cup C$;

б) $A \cap B$;

в) $A \setminus B$;

г) $A \oplus B$;

д) $(A \cup C) \setminus B$;

е) $(A \cap B) \cup C$.

№	*A*	*B*	*C*
3.1	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}
3.2	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}
3.3	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}
3.4	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}
3.5	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}
3.6	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}
3.7	{1,2,3,5,7,9,10}	{3,4,5,6,7,8}	{2,4,6,7,8,9}
3.8	{6,7,8,9,10}	{1,2,3,4,5,6,7}	{3,4,5,6,7,8}
3.9	{1,3,5,7,8,9}	{2,4,6,8,10}	{7,8,9,1,2,3}
3.10	{2,4,6,7,8,9}	{1,3,5,6,7,8}	{8,9,10,1,2,3}
3.11	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}
3.12	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}
3.13	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}
3.14	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}
3.15	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}
3.16	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}
3.17	{2,4,6,7,8,9}	{1,2,3,5,7,9,10}	{3,4,5,6,7,8}
3.18	{3,4,5,6,7,8}	{6,7,8,9,10}	{1,2,3,4,5,6,7}
3.19	{7,8,9,1,2,3}	{1,3,5,7,8,9}	{2,4,6,8,10}
3.20	{8,9,10,1,2,3}	{2,4,6,7,8,9}	{1,3,5,6,7,8}
3.21	{4,5,6,7,8,9,10}	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}
3.22	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}	{2,3,4,5,6,7,8}
3.23	{6,7,8,9,10}	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}
3.24	{1,2,4,6,8,9}	{3,4,5,6,7,8,9}	{6,7,8,9,10}
3.25	{2,4,6,8,10}	{1,2,3,4,5,6,7}	{4,5,6,7,8,9,10}
3.26	{2,3,4,5,6,7,8}	{5,6,7,8,9,10}	{1,3,5,7,9}
3.27	{3,4,5,6,7,8}	{2,4,6,7,8,9}	{1,2,3,5,7,9,10}
3.28	{1,2,3,4,5,6,7}	{3,4,5,6,7,8}	{6,7,8,9,10}
3.29	{2,4,6,8,10}	{7,8,9,1,2,3}	{1,3,5,7,8,9}
3.30	{1,3,5,6,7,8}	{8,9,10,1,2,3}	{2,4,6,7,8,9}

4 Пусть U={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} - универсальное множество. Для данных множеств A и B найти:

а) $A \times B$;

б) $B \times A$;

в) A^2;

г) $\overline{A \cup B}$;

д) $\overline{A} \cap \overline{B}$;

е) булеан множества A (т.е. множество всех подмножеств);

ж) какое-нибудь покрытие множества A;

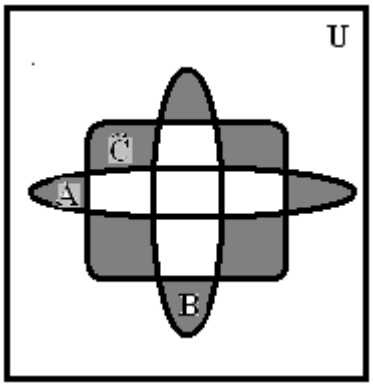
и) какое-нибудь разбиение множества A;

к) произвольное множество подмножеств *A* (ни булеан, ни покрытие, ни разбиение).

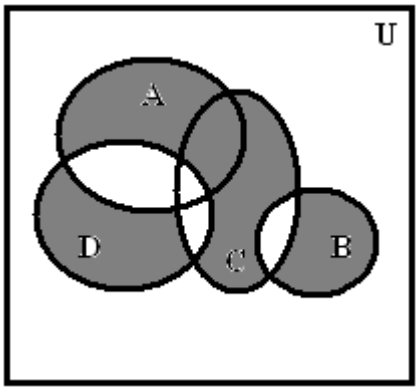
№	*A*	*B*	№	*A*	*B*
4.1	{1,2,3}	{4,5}	4.2	{3,4,5}	{7,8}
4.3	{7,8,9}	{1,2,3}	4.4	{7,8,9}	{3,4,5}
4.5	{4,5,8}	{2,3,5}	4.6	{4,7,8}	{9,0}
4.7	{3,4,9}	{6,7,8}	4.8	{2,6,8}	{1,2,3}
4.9	{3,5,7}	{1,4,6}	4.10	{8,9,0}	{1,2,4}
4.11	{1,3,5}	{6,7,8}	4.12	{0,1,2}	{8,9}
4.13	{6,7,8}	{4,5}	4.14	{4,5,6}	{1,2}
4.15	{3,4,8}	{1,9}	4.16	{2,9,5}	{3,4}
4.17	{4,6,8}	{1,2,3}	4.18	{1,2,3}	{4,7,9}
4.19	{1,5,6}	{2,3}	4.20	{1,3,5}	{2,7,8}
4.21	{6,7,9}	{5,8}	4.22	{6,7,8}	{5,9}
4.23	{2,4,6}	{3,5}	4.24	{3,4,7}	{8,9}
4.25	{5,6,0}	{1,2}	4.26	{5,6,8}	{2,3,7}
4.27	{1,3,4}	{7,8}	4.28	{1,3,5}	{6,7}
4.29	{2,7,8}	{4,6,9}	4.30	{3,4,6}	{1,9}

5 Задать множество, заштрихованное на рисунке, аналитически.

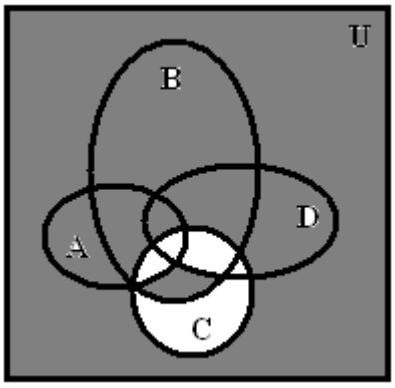
5.1



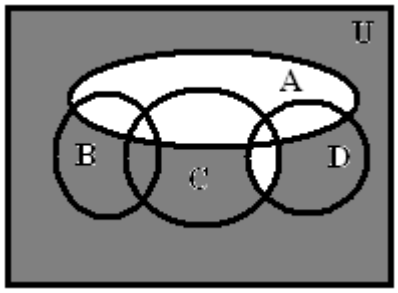
5.2



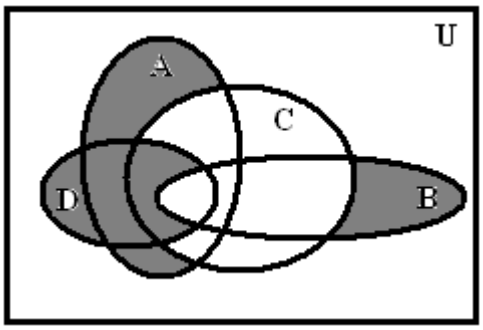
5.3



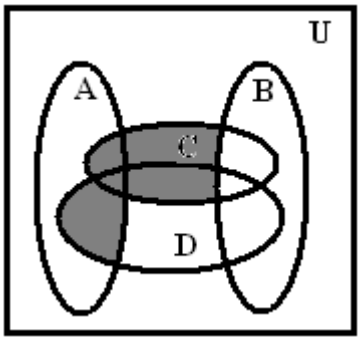
5.4



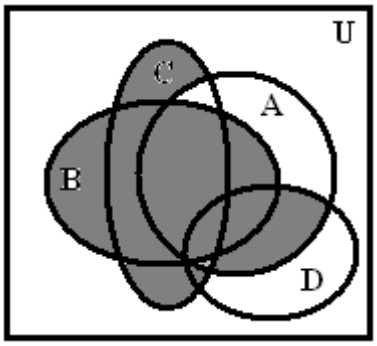
5.5



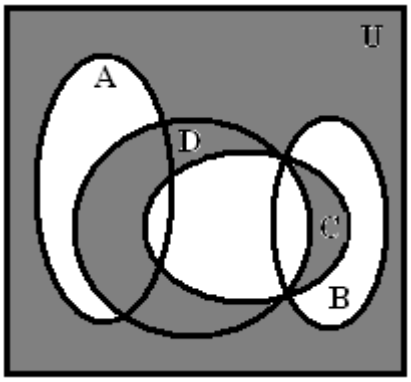
5.6



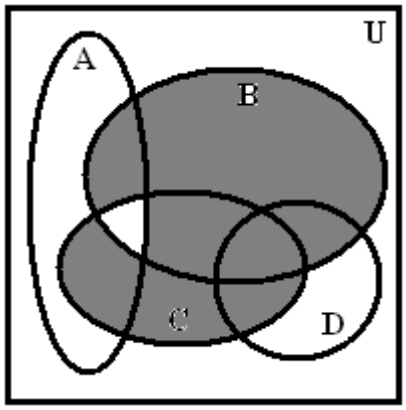
5.7



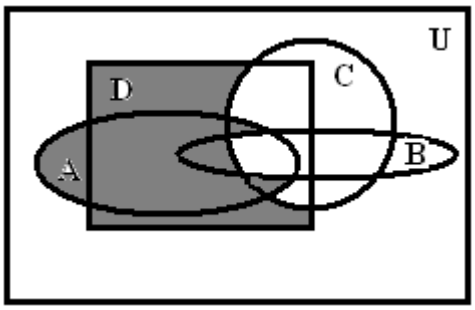
5.8



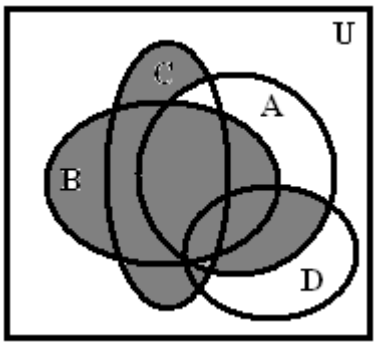
5.9



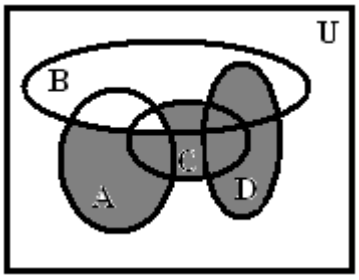
5.10



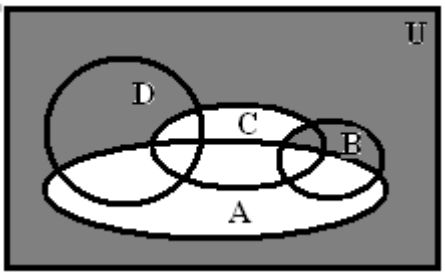
5.11



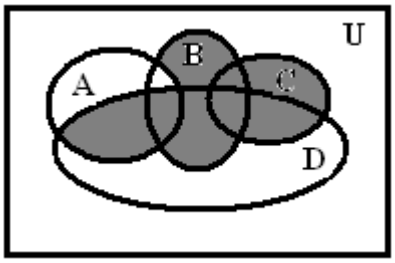
5.12



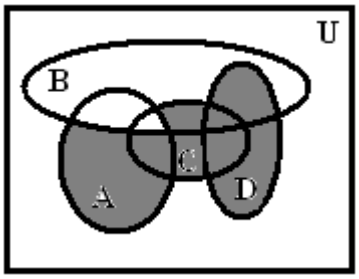
5.13



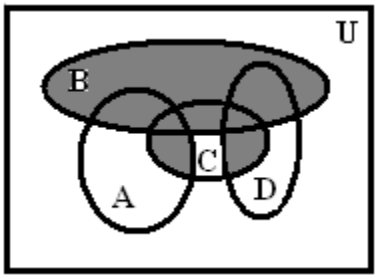
5.14



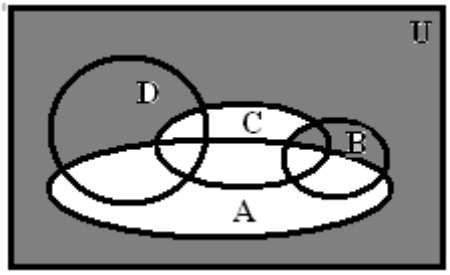
5.15



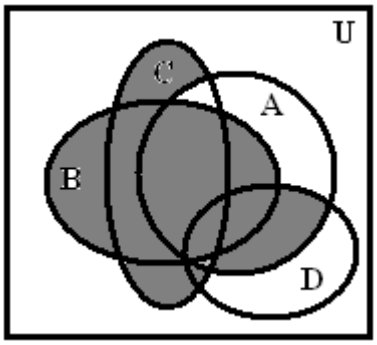
5.16



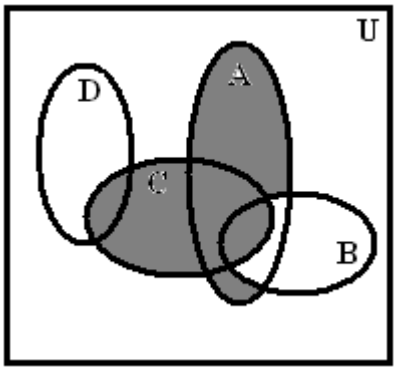
5.17



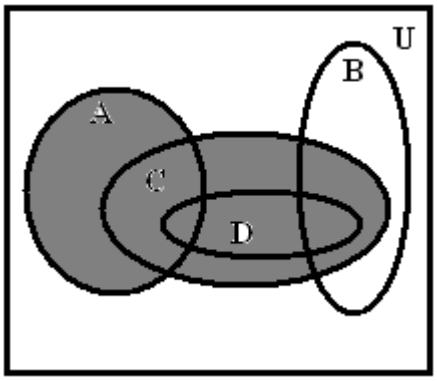
5.18



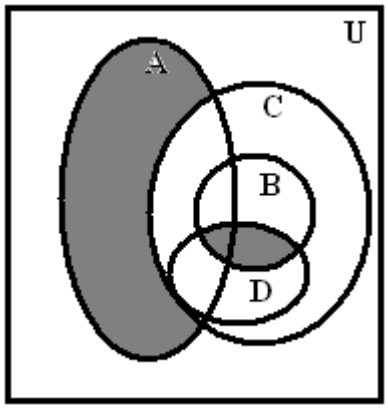
5.19



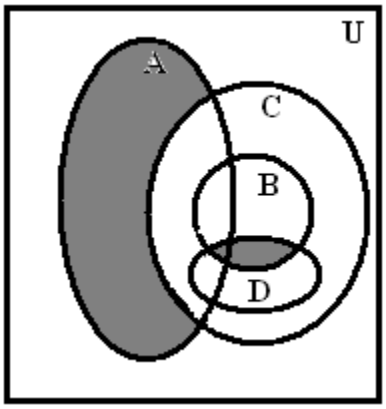
5.20



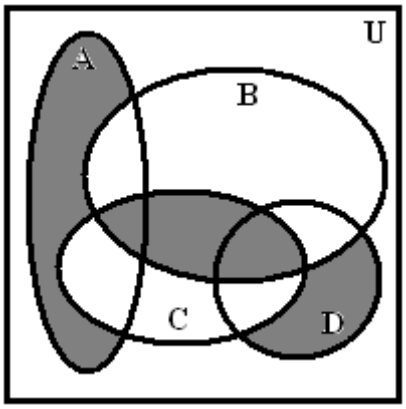
5.21



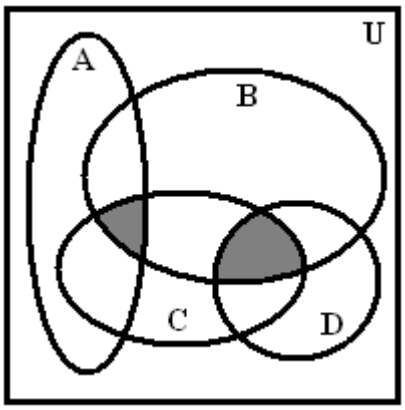
5.22



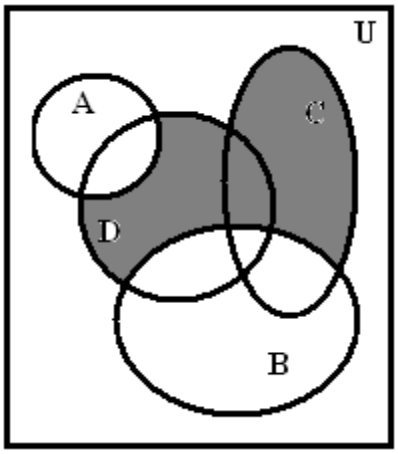
5.23



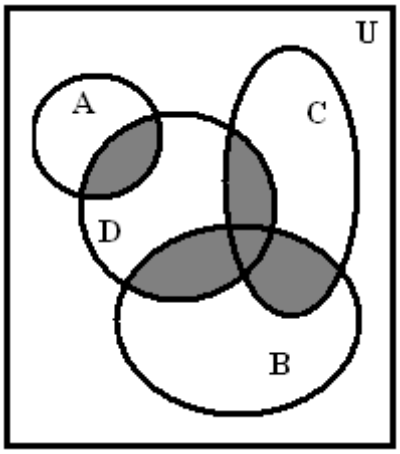
5.24



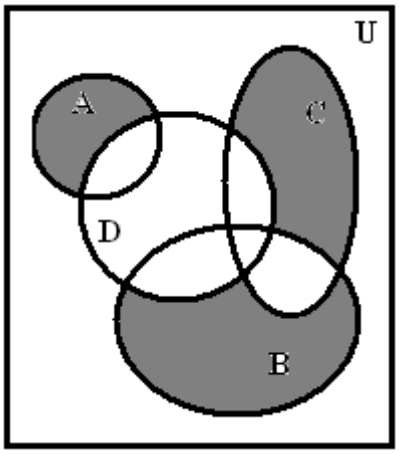
5.25



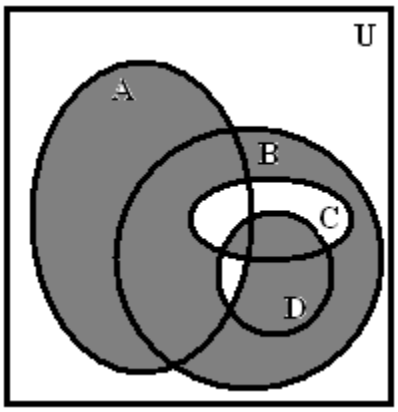
5.26



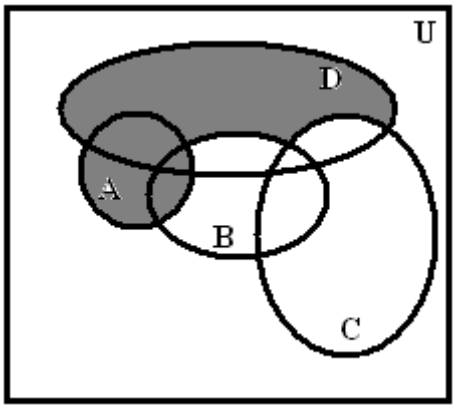
5.27



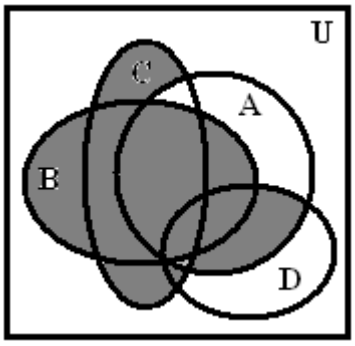
5.28



5.29



5.30



6 Доказать тождество с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

6.1	$A \setminus (B \cup C)=(A \setminus B)\cap(A \setminus C)$	6.2	$(A\cup B) \setminus (C\cap A)=(A \setminus C) \cup (B \setminus A)$
6.3	$A \setminus (B\cap C)=(A \setminus B) \cup (A \setminus C)$	6.4	$(A \cup B) \setminus (C \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$
6.5	$(A \setminus B)\cap C=(A\cap C) \setminus (B\cap C)$	6.6	$(B \setminus C) \setminus (A \cup C) = (B \setminus A) \cap (B \setminus C)$
6.7	$(A \setminus B)\cup C=(A\cup C) \setminus (B\setminus C)$	6.8	$A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A)$
6.9	$A\cap(B \setminus C)=(A\cap B) \setminus (A\cap C)$	6.10	$(A \cap B) \setminus C = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$
6.11	$(A \setminus B) \setminus C=(A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$	6.12	$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
6.13	$(A \setminus C)\cup(A\cap B)=A \setminus (C \setminus B)$	6.14	$B \setminus (A\cap C)=(B \setminus A) \cup (B \setminus C)$
6.15	$(A\cap B) \setminus C =A\cap(B\setminus C)$	6.16	$(B \cap C) \setminus (A \cap C) = (C \setminus A) \cap (B \setminus A)$
6.17	$(A\cup C) \setminus (B\setminus A)=A\cup(C \setminus B)$	6.18	$(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$
6.19	$(A\cap B) \setminus (A\cap C)= (A\cap B) \setminus C$	6.20	$(A\cap B)\setminus C=(A\setminus C)\cap(B\setminus C)$
6.21	$(A\cup B)\setminus C=(A \setminus C) \cup (B \setminus C)$	6.22	$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
6.23	$A \setminus (B \setminus C)=(A \setminus B)\cup(A\cap C)$	6.24	$(C \setminus A) \cup (C \setminus B) = C \setminus (A \cap B)$
6.25	$A \setminus (B\cup C)=(A \setminus B) \setminus C$	6.26	$(B \setminus A) \cup (B \setminus C) = B \setminus (A\cap C)$
6.27	$(A \setminus B)\cap C=(A\cap C) \setminus B$	6.28	$(B \setminus C)\cup(A\cap B)=B \setminus (C \setminus A)$
6.29	$(A \setminus B)\cup(C \setminus B)=(A\cup C) \setminus B$	6.30	$(B \setminus A) \setminus C = (B \setminus C) \setminus (A \setminus C)$

7 Для данных множеств $A=\{a,b,c\}$ и $B=\{1,2,3,4\}$ и отношений $P_1 \subseteq A\times B,\ P_2 \subseteq B^2$:

а) построить матрицы отношений $[P_1]$ и $[P_2]$;

б) изобразить отношения графически;

в) найти $P_1^{-1}, \overline{P_1}, P_1 \circ P_2$;

г) проверить для отношения P_2 выполнение свойств рефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности.

№	P_1	P_2
7.1	$\{(a,1),(a,2),(b,3),(c,2),(c,3),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(4,4)\}$
7.2	$\{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
7.3	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(c,2),(c,3),(c,4)\}$	$\{(2,1),(3,1),(3,2),(4,1),(4,3)\}$
7.4	$\{(a,1),(a,2),(b,2),(b,4),(c,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,2),(2,2),(4,3),(3,3),(4,4)\}$
7.5	$\{(a,1),(a,4),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(4,3),(3,4),(4,1)\}$
7.6	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,1),(b,4),(c,3)\}$	$\{(1,1),(2,4),(2,1),(3,3),(4,1),(4,2)\}$
7.7	$\{(a,1),(b,1),(b,3),(b,4),(c,3),(c,2)\}$	$\{(1,3),(1,4),(2,2),(4,3),(3,3),(4,4)\}$
7.8	$\{(a,1),(b,3),(c,1),(c,3),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,3),$ $(3,2),(3,3),(3,4),(4,1),(4,3),(4,4)\}$

7.9	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,3),(c,1),(c,4)\}$	$\{(1,3),(1,2),(2,3),(3,2),(3,4),(4,1)\}$
7.10	$\{(a,2),(a,3),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(2,2),(4,1),(3,3),(4,4)\}$
7.11	$\{(a,2),(a,4),(b,3),(c,1),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,3),(2,4),(3,1),(3,4),(4,2),(4,3)\}$
7.12	$\{(b,1),(b,3),(c,1),(c,3),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3),$ $(3,4),(4,2),(4,3),(4,4)\}$
7.13	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,2),(b,4),(c,3)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,4),(4,2)\}$
7.14	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(c,1),(c,4),(c,3)\}$	$\{(1,4),(2,3),(2,1),(3,4),(4,2)\}$
7.15	$\{(a,1),(a,2),(b,3),(b,4),(c,3),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3)\}$
7.16	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(b,2),(b,4)\}$	$\{(1,1),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(3,2),(4,3),(4,4)\}$
7.17	$\{(a,3),(b,4),(b,3),(b,1),(b,2),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,3),(2,4),(3,3),(3,1),(4,2)\}$
7.18	$\{(a,3),(b,4),(b,3),(c,1),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(4,3),(4,2)\}$
7.19	$\{(a,1),(b,2),(b,3),(c,1),(c,3),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,3),(3,4),(4,1),(4,4)\}$
7.20	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(c,1),(c,2),(b,3)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,3),(4,1),(4,3),(4,4),(3,3)\}$
7.21	$\{(a,2),(a,4),(b,1),(b,2),(b,4),$ $(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,4),(4,1),(3,2),(1,3)\}$
7.22	$\{(a,3),(a,4),(b,1),(b,4),(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,4),(2,3),(4,4),(4,2),(3,3),(3,4)\}$
7.23	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(c,4),$ $(c,2),(c,3)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,2),(3,3),$ $(3,4),(4,3),(4,4)\}$
7.24	$\{(a,3),(b,2),(b,1),(b,4),(c,1),$ $(c,2),(c,4)\}$	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,2),(2,4),(3,3),(3,2),(3,4),(4,4)\}$
7.25	$\{(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,4),(c,1)\}$	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(1,4),(3,4),(4,2),(2,4)\}$
7.26	$\{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
7.27	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(c,3),(c,2),(c,4)\}$	$\{(2,1),(3,1),(3,2),(4,1),(4,2)\}$
7.28	$\{(a,1),(a,2),(b,2),(b,4),(c,3),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,2),(2,2),(4,3),(3,3),(4,4)\}$
7.29	$\{(a,1),(a,4),(b,2),(b,3),(c,1),(c,2)\}$	$\{(1,1),(1,4),(2,1),(4,3),(3,4),(4,1)\}$
7.30	$\{(a,1),(a,2),(a,4),(b,1),(b,4),(c,2)\}$	$\{(1,1),(2,4),(2,1),(3,3),(4,1),(4,3)\}$

8 Доказать, что отношение P является отношением эквивалентности на множестве $A=\{1,2,3,4\}$. Построить классы эквивалентности и фактор-множество.

№	P	№	P
8.1	$\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.2	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$
8.3	$\{(1,1),(4,2),(2,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.4	$\{(1,1),(2,3),(3,2),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.5	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.6	$\{(1,1),(4,3),(3,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.7	$\{(1,1),(1,4),(4,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.8	$\{(1,1),(3,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
8.9	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,4),(3,3),(4,2),(4,3),(4,4)\}$	8.10	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$
8.11	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,2),(4,4)\}$	8.12	$\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.13	$\{(1,1),(2,3),(3,2),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.14	$\{(1,1),(4,2),(2,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.15	$\{(1,1),(4,3),(3,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.16	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.17	$\{(1,1),(3,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,1),(4,4)\}$	8.18	$\{(1,1),(1,4),(4,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.19	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,2),(4,4)\}$	8.20	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,4),(3,3),(4,2),(4,3),(4,4)\}$
8.21	$\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.22	$\{(1,1),(1,2),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,1),(4,2),(4,4)\}$
8.23	$\{(1,1),(4,2),(2,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.24	$\{(1,1),(2,3),(3,2),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.25	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.26	$\{(1,1),(4,3),(3,4),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
8.27	$\{(1,1),(1,4),(4,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$	8.28	$\{(1,1),(3,2),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,1),(4,4)\}$
8.29	$\{(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,4),(3,3),(4,2),(4,3),(4,4)\}$	8.30	$\{(1,1),(1,3),(3,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,2),(4,4)\}$

9 Доказать, что отношение P является отношением порядка ($P=\prec$) на множестве $A=\{a,b,c,d,e\}$ или $A=\{a,b,c,d\}$. Какой это порядок (частичный нестрогий, строгий, линейный)? Построить диаграмму Хассе для упорядоченного множества $(A,\prec)$.

№	P	№	P
9.1	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c)}	9.2	{(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}
9.3	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c),(c,d),(a,d),(b,d)}	9.4	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c),(a,e),(d,b),(e,b)}
9.5	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}	9.6	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)}
9.7	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(d,a),(d,b),(d,c),(e,a),(e,b),(e,c),(e,d)}	9.8	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c)(e,d),(e,c)}
9.9	{(a,b),(c,a),(c,b,),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)}	9.10	{(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}
9.11	{(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)}	9.12	{(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)}
9.13	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)}	9.14	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,a),(c,b),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)}
9.15	{(a,b),(a,c),(a,e),(d,b),(e,b)}	9.16	{(a,b),(c,b),(a,c),(e,d,),(e,c),(e,b)}
9.17	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c)}	9.18	{(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}
9.19	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,c),(b,c),(c,d),(a,d),(b,d)}	9.20	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c),(a,e),(d,b),(e,b)}
9.21	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}	9.22	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)}
9.23	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(d,a),(d,b),(d,c),(e,a),(e,b),(e,c),(e,d)}	9.24	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(a,c)(e,d),(e,c)}
9.25	{(a,b),(c,a),(c,b,),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)}	9.26	{(a,b),(a,c),(b,c),(b,d),(c,d),(a,d)}
9.27	{(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)}	9.28	{(c,a),(c,b),(c,e),(d,a),(d,b),(d,e),(e,a),(e,b)}
9.29	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,b),(d,a),(d,b),(d,c),(d,e)}	9.30	{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,b),(c,a),(c,b),(d,a),(d,b),(e,a),(e,b)}

10 Даны два отношения P и Q. Доказать, что эти отношения являются функциями. Найти композиции $P \circ Q$, $Q \circ P$. Какими свойствами обладают эти отношения (инъективность, сюръективность, биективность).

10.1	$P=\{(x,x^2+1)/x\in R\}$ $Q=\{(x,x+3)/x\in R\}$	10.2	$P=\{(x,\sqrt{x^2+2})/x\in R\}$ $Q=\{(x,x^2+3)/x\in R\}$
10.3	$P=\{(x,e^x)/x\in R\}$ $Q=\{(x,3x-2)/x\in R\}$	10.4	$P=\{(x,3x^2+4)/x\in R\}$ $Q=\{(x,x-6)/x\in R\}$
10.5	$P=\{(x,e^x)/x\in R\}$ $Q=\{(x,2x+1)/x\in R\}$	10.6	$P=\{(x,\sin x)/x\in R\}$ $Q=\{(x,3x)/x\in R\}$
10.7	$P=\{(x,\sqrt[3]{x})/x\in R\}$ $Q=\{(x,x^2-6)/x\in R\}$	10.8	$P=\{(x,\cos x)/x\in R\}$ $Q=\{(x,1-x)/x\in R\}$
10.9	$P=\{(x,x^2+3)/x\in R\}$ $Q=\{(x,7x-2)/x\in R\}$	10.10	$P=\{(x,x^3)/x\in R\}$ $Q=\{(x,6x+2)/x\in R\}$
10.11	$P=\{(x,x^2+4)/x\in R\}$ $Q=\{(x,8x)/x\in R\}$	10.12	$P=\{(x,x^2+4)/x\in R\}$ $Q=\{(x,6x+2)/x\in R\}$
10.13	$P=\{(x,x^4)/x\in R\}$ $Q=\{(x,3x+5)/x\in R\}$	10.14	$P=\{(x,x^2+7)/x\in R\}$ $Q=\{(x,x-3)/x\in R\}$
10.15	$P=\{(x,x^2+6)/x\in R\}$ $Q=\{(x,4x+3)/x\in R\}$	10.16	$P=\{(x,x^2+4)/x\in R\}$ $Q=\{(x,2x-8)/x\in R\}$
10.17	$P=\{(x,\sin x)/x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+3)/x\in R\}$	10.18	$P=\{(x,x^2-5)/x\in R\}$ $Q=\{(x,7x+1)/x\in R\}$
10.19	$P=\{(x,x^2+6)/x\in R\}$ $Q=\{(x,x+1)/x\in R\}$	10.20	$P=\{(x,e^x)/x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+2)/x\in R\}$
10.21	$P=\{(x,x^2+8)/x\in R\}$ $Q=\{(x,2x-5)/x\in R\}$	10.22	$P=\{(x,e^x)/x\in R\}$ $Q=\{(x,2x+1)/x\in R\}$
10.23	$P=\{(x,x^2-4)/x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+6)/x\in R\}$	10.24	$P=\{(x,x^3)/x\in R\}$ $Q=\{(x,7x+8)/x\in R\}$
10.25	$P=\{(x,x^2+4)/x\in R\}$ $Q=\{(x,2x-8)/x\in R\}$	10.26	$P=\{(x,\cos x)/x\in R\}$ $Q=\{(x,5x+1)/x\in R\}$
10.27	$P=\{(x,x^2+7)/x\in R\}$ $Q=\{(x,\frac{x+9}{4})/x\in R\}$	10.28	$P=\{(x,x^2+3)/x\in R\}$ $Q=\{(x,7x-2)/x\in R\}$
10.29	$P=\{(x,x^4)/x\in R\}$ $Q=\{(x,3x+5)/x\in R\}$	10.30	$P=\{(x,e^x)/x\in R\}$ $Q=\{(x,3x-2)/x\in R\}$

1.3 Решение типового варианта

1 Установить какие из записей верны: а) $\{4,6\}\subset\{1,2,4,6\}$; б) $\{8\}\in\{2,4,8\}$; в) $\{2,4,6\}\subseteq\{4,6,2\}$; г) $\{A,\varnothing\}\subseteq A$.

Решение: при выполнении этого задания, надо различать знаки принадлежности ($\in$) и включения ($\subseteq, \subset$). Если записано $a \in A$, то a является элементом множества A; если $B \subseteq A$, то B есть подмножество множества A, т.е. любой элемент B является также элементом A (здесь возможно равенство $B = A$); если $B \subset A$, то B есть собственное подмножество множества A, т.е. любой элемент B является элементом A, но не все элементы A будут элементами B.

Исходя из этого, в нашем случае:

а) $\{4,6\} \subset \{1,2,4,6\}$ - верная запись, т.к. $\{4,6\}$ есть собственное подмножество $\{1,2,4,6\}$; б) $\{8\} \in \{2,4,8\}$- неверная запись, т.к. множество $\{8\}$ не является элементом множества $\{2,4,8\}$; в) $\{2,4,6\} \subseteq \{4,6,2\}$- верная запись, т.к. множества $\{2,4,6\}$ и $\{4,6,2\}$ равны; г) $\{A, \varnothing\} \subseteq A$- неверная запись, т.к. множества A и $\varnothing$ не являются элементами A.

2 а) Множество $A = \{x : -3 < x < 4, x \in N\}$ задать перечислением элементов.

Решение: так как N={1,2,3,4,…}, то A={1,2,3}.

2 б) Множество $A = \left\{+\frac{2}{1}, -\frac{4}{3}, +\frac{6}{5}, -\frac{8}{7}\right\}$ задать общим свойством.

Решение:

$$A = \left\{x : x = (-1)^{n+1} \frac{2n}{2n-1},\ n \in N,\ n \le 4\right\}.$$

3 Для множеств A={1,2,3,8,9,10}, B={1,3,5,6,7,8}, C={2,4,6,7,8,9} найти:

а) $A \cup C$;

б) $A \cap B$;

в) $A \setminus B$;

г) $A \oplus B$;

д) $(A \cup C) \setminus B$;

е) $(A \cap B) \cup C$.

Решение: исходя из определений операций над множествами, имеем:

а) $A \cup C = \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\}$;

б) $A \cap B = \{1,3,8\}$;

в) $A \setminus B = \{2,9,10\}$;

г) $A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{2,9,10\} \cup \{5,6,7\} = \{2,5,6,7,9,10\}$;

д) $(A \cup C) \setminus B = \{2,4,9,10\}$;

е) $(A \cap B) \cup C = \{1,2,3,4,6,7,8,9\}$.

4 Пусть U={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} - универсальное множество. Для множеств A={3,4,5} и B={6,7,9} найти:

а) $A \times B$;

б) $B \times A$;

в) A^2;

г) $\overline{A \cup B}$;

д) $\overline{A} \cap \overline{B}$;

е) булеан множества A (т.е. множество всех подмножеств);

ж) какое-нибудь покрытие множества A;

и) какое-нибудь разбиение множества A;

к) произвольное множество подмножеств A (ни булеан, ни покрытие, ни разбиение).

Решение: используя определения прямого произведения, булена, покрытия и разбиения, получаем:

а) $A \times B = \{(a,b) : a \in A, b \in B\} =$

$= \{(3,6),(3,7),(3,9),(4,6),(4,7),(4,9),(5,6),(5,7),(5,9)\}$;

б) $B \times A = \{(6,3),(6,4),(6,5),(7,3),(7,4),(7,5),(9,3),(9,4),(9,5)\}$;

в) $A^2 = A \times A = \{(3,3),(3,4),(3,5),(4,3),(4,4),(4,5),(5,3),(5,4),(5,5)\}$;

г) $A \cup B = \{3,4,5,6,7,9\}$, $\overline{A \cup B} = U \setminus (A \cup B) = \{0,1,2,8\}$;

д) $\overline{A} = \{0,1,2,6,7,8,9\}$, $\overline{B} = \{0,1,2,3,4,5,8\}$, $\overline{A} \cap \overline{B} = \{0,1,2,8\}$, таким образом, в пунктах г) и д) проиллюстрирован закон Де-Моргана $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} = \{0,1,2,8\}$;

е) так как A состоит из трёх элементов, то булеан $\mathscr{P}(A)$ имеет $2^3 = 8$ элементов: $\mathscr{P}(A) = \{\varnothing, A, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}\}$;

ж) например, $A_1 = \{\{3,4\}, \{4,5\}, \{5\}\}$ - покрытие A;

и) например, $A_2 = \{\{3\}, \{4,5\}\}$- разбиение A;

к) например, $A_3 = \{\{4\}, \{5\}\}$ - ни булеан, ни разбиение, ни покрытие.

5 Задать множество, заштрихованное на рисунке, аналитически.

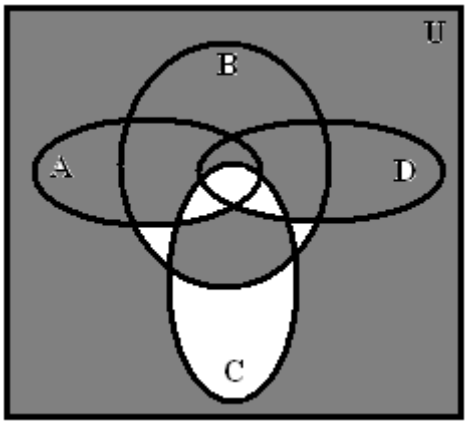


Рисунок 1

Решение:

$E = (B \setminus A \setminus C \setminus D) \cup (A \cap C \cap D)$

6 Доказать тождество $B \setminus (A \cup C) = (B \setminus A) \cap (B \setminus C)$ с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

Решение: изобразим диаграммами Эйлера-Венна левую и правую части отдельно.

Левая часть:

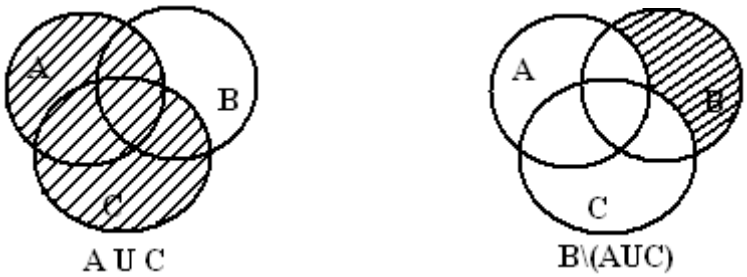


Рисунок 2- Диаграмма Эйлера-Венна для левой части

Правая часть:

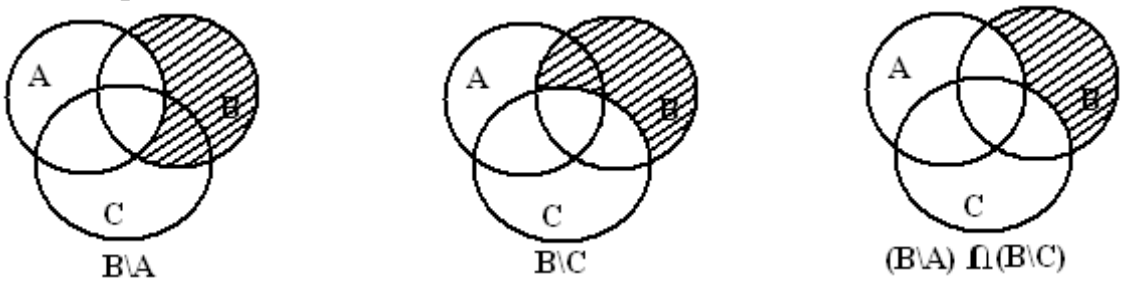


Рисунок 3 - Диаграмма Эйлера-Венна для правой части

На последних рисунках левой и правой частей отмечена одна и та же область, что доказывает тождество.

7 Для данных множеств $A=\{a,b,c,d\}$ и $B=\{1,2,3,4\}$ и отношений $P_1 = \{(a,1),(a,2),(c,1),(c,2),(c,4),(d,4)\}$ и $P_2 = \{(1,1),(2,1),(2,4),(3,3),(4,1),(4,3)\}$, $P_1 \subseteq A \times B$, $P_2 \subseteq B^2$:

а) построить матрицы отношений $[P_1]$ и $[P_2]$;

б) изобразить отношения графически;

в) найти P_1^{-1}; $\overline{P_1}$; $P_1 \circ P_2$;

г) проверить для отношения P_2 выполнение свойств рефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности.

Решение:

а) по определению $[P]=(p_{ij})$- матрица отношения P, если $p_{ij}=\begin{cases}1, если (a_i,b_j)\in P\\ 0, если (a_i,b_j)\notin P\end{cases}$, $i=1,2,...,m,\ j=1,2,...n.$

Таким образом, $[P_1]=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&0&0&0\\1&1&0&1\\0&0&0&1\end{pmatrix}$, $[P_2]=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$.

б) Графическое изображение P_1 и P_2 приведено на рисунках 3 и 4.

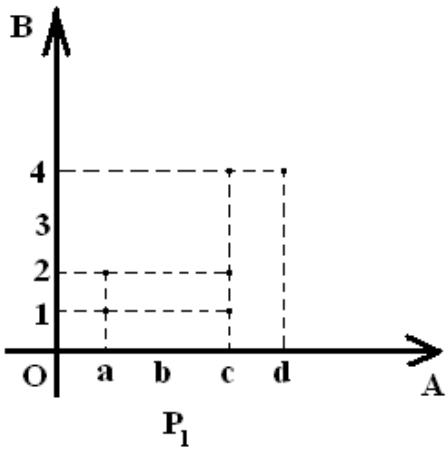


Рисунок 4- График P_1

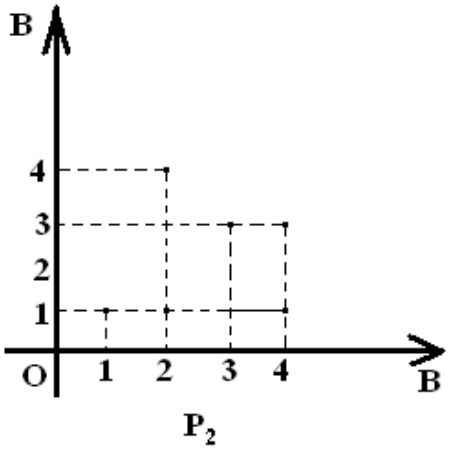


Рисунок 5- График P_2

в) Так как $P^{-1}=\{(b,a):(a,b)\in P\}$, то $P_1^{-1}=\{(1,a),(2,a),(1,c),(2,c),(4,c),(4,d)\}$, $P_1^{-1}\subseteq B\times A$. Поскольку $\overline{P}=\{(a,b):(a,b)\notin P\}$, $\overline{P}\subseteq A\times B$ и $A\times B=\{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,1),(b,1),(b,2),(b,3),(b,4)(c,1),(c,2),(c,3),(c,4),(d,1),(d,2),(d,3),(d,4)\}$, то дополнением к P_1 будет отношение $\overline{P_1}=\{(a,3),(a,4),(b,1),(b,1),(b,2),(b,3),(b,4),(c,3),(d,1),(d,2),(d,3)\}$.

Поскольку по определению $P_1\circ P_2$ = {(a,c)| a$\in$A, c$\in$C и $\exists$b$\in$B, что (a,b)$\in$ P_1 и (b,c)$\in P_2$}, где $P_1\subseteq A\times B$, $P_2\subseteq B\times C$,
то $P_1\circ P_2=\{(a,1),(a,4),(c,1),(c,4),(c,3),(d,1),(d,3)\}$.

г) Свойства отношения P_2 проще определить по его матрице $[P_2]=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&1&0\end{pmatrix}$. Так как на главной диагонали этой матрицы не все единицы, то отношение P_2 не рефлексивное; так как $[P_2]\neq[P_2]^T$, то оно не симметричное. Поскольку все элементы вне главной диагонали матрицы $[P_2]*[P_2]^T$ являются нулями, то P_2 антисимметричное; так как, например, $(2,4)\in P_2,(4,3)\in P_2$, но $(2,3)\notin P_2$, то P_2 не транзитивное.

8 Доказать, что отношение $P=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\}$ является отношением эквивалентности на множестве $A=\{1,2,3,4\}$. Построить классы эквивалентности и фактор-множество.

Решение: отношение E является отношением эквивалентности, если оно рефлексивно, симметрично, транзитивно. Построим матрицу отношения P и по ней определим его свойства: $[P]=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&1&1\end{pmatrix}$.

Так как эта матрица содержит единицы на главной диагонали, то P - рефлексивно; так как $[P]=[P]^T$, то оно симметрично.

Найдём $[P\circ P]=[P]\cdot[P]=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\1&1&0&0\\0&0&1&1\\0&0&1&1\end{pmatrix}$.

Итак, $[P\circ P]=[P]$, что доказывает транзитивность P.

P - рефлексивно, симметрично, транзитивно, поэтому оно является отношением эквивалентности.

Классом эквивалентности элемента $a\in A$ называется множество $[a]_E=[a]=\{x:(x,a)\in E\}$. Множество всех классов эквивалентности $A/E=\{[a]_E:a\in A\}$ называется фактор-множеством множества A по отношению E. Множество A/E является разбиением множества A.

Построим классы эквивалентности для каждого элемента множества $A=\{1,2,3,4\}$:

$[1]=\{x:(x,1)\in P\}=\{1;2\}$;

$[2]=\{x:(x,2)\in P\}=\{1;2\}$;

$[3]=\{x:(x,3)\in P\}=\{3;4\}$;

$[4]=\{x:(x,4)\in P\}=\{3;4\}$.

Таким образом, $[1]=[2],[3]=[4]$. Фактор-множеством множества A по отношению P будет: $A/P=\{\{1,2\},\{3,4\}\}$.

9 Доказать, что отношение $P=\{(a,b),(a,c),(a,d),(a,e),(b,e),(c,e)\}$ является отношением порядка $(P=\prec)$ на множестве A={a,d,c,d,e}. Какой это порядок (частичный нестрогий, строгий, линейный)? Построить диаграмму Хассе для упорядоченного множества $(A,\prec)$.

Решение: заметим, что терминология и классификация отношений порядка различны почти в каждом учебнике. Мы придерживаемся тех, которые указаны в ниже приведенной схеме (рисунок 7). На рисунке 7 отношение $P \subseteq A^2$. Сокращения ч.у.м., л.у.м., в.у.м. приняты для обозначений частично, линейно и вполне упорядоченных множеств. Кроме того, если A конечно, то л.у.м. будет и в.у.м.

Проверим для нашего отношения выполнение свойств рефлексивности, симметричности, антисимметричности и транзитивности. Это, как выяснилось выше, легче всего определить по матрице отношения.

$$[P]=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ - матрица данного отношения.

Так как на главной диагонали этой матрицы не единицы, то P не рефлексивно; $[P]^T=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq [P]$, значит, P не симметрично;

$[P]*[P]^T=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, вне главной диагонали этой матрицы все нули, поэтому P антисимметрично; для транзитивности отношения P надо, чтобы $P \circ P \subseteq P$ или, если $[P \circ P]=(a_{ij})$, $[P]=(p_{ij})$, то $a_{ij} \leq p_{ij}$.

Найдём

$$[P \circ P]=[P]\cdot[P]=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $a_{ij} \leq p_{ij} \ \ \forall i, j$, что доказывает транзитивность P.

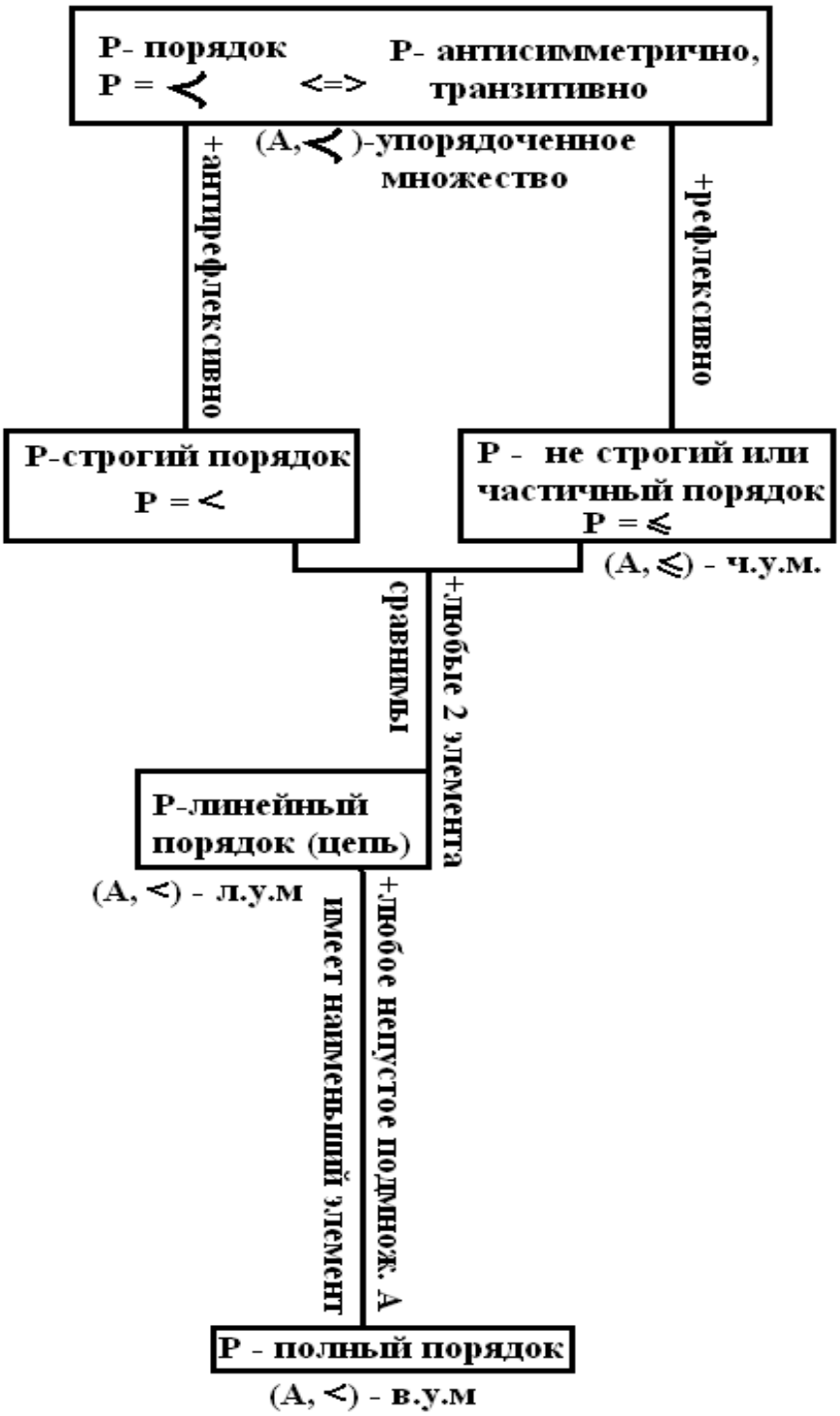


Рисунок 6- Классификация отношений порядка

Итак, P не рефлексивно, антисимметрично и транзитивно, поэтому оно является отношением строгого порядка. Так как элементы b и c, c и d, b и d не сравнимы, то P - не линейный порядок. Если порядок, определённый на конечном множестве, не линейный, то он и не полный.

Пусть $(A,\prec)$ - упорядоченное множество. Если A конечно, то $(A,\prec)$ можно изобразить в виде схемы (диаграммы Хассе), на которой, если $x \prec y$, то x и y изображаются точками, соединёнными линией, x ниже y.

Построим диаграмму Хассе, причём, в силу транзитивности отношения порядка не нужно, например, соединять линией элементы a и e, так как если $a \prec b$ и $b \prec e$, то $a \prec e$.

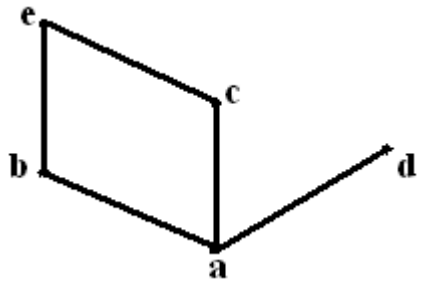


Рисунок 7- Диаграмма Хассе

Заметим, что в случае рефлексивности P, т.е. когда P является частичным или нестрогим порядком, на диаграмме Хассе в каждой вершине появятся петли.

10 Даны два отношения $P=\{(x,x^2+4): x\in R\}$ и $Q=\{(x,x^3+6): x\in R\}$:

а) доказать, что эти отношения являются функциями;

б) найти композиции $P\circ Q,\quad Q\circ P$;

в) какими свойствами обладают отношения (инъективность, сюръективность, биективность).

Решение:

а) отношение $P\subseteq A\times B$ является функцией, если $[(x,y_1)\in P,(x,y_2)\in P]\Rightarrow y_1=y_2$ или для любого $x\in A$ существует единственный y, что $(x,y)\in P$.

В нашем случае P и Q являются функциями, так как для любого действительного числа x, числа (x^2+4) и (x^3+6) существуют и будут единственными;

б) $P\circ Q=\left\{(x,(x^2+4)^3+6): x\in R\right\}$, $Q\circ P=\left\{(x,(x^3+6)^2+4): x\in R\right\}$;

в) проверим данные функции на инъективность. Функция P называется инъективной, если $[(x_1,y)\in P,(x_2,y)\in P]\Rightarrow x_1=x_2$ или $x_1\neq x_2\Rightarrow y(x_1)\neq y(x_2)$.

Для функции $P=\{(x,x^2+4): x\in R\}$ условие инъективности не выполняется, т.к. существуют пары значений x $(x_1\neq x_2)$, которым соответствует одно y, например, $x_1=1,\ x_2=-1\,(x_1\neq x_2)$, но $y(1)=(1)^2+4=5$ и $y(-1)=(-1)^2+4=5$, т.е. $y(1)=y(-1)$.

Функция $Q=\{(x,x^3+6):x\in R\}$ инъективна, так как для любых действительных x_1, x_2 $(x_1\neq x_2)$ выполняется $(x_1^3+6)\neq(x_2^3+6)$.

Проверим функции на сюръективность. Функция $P\subseteq A\times B$ называется сюръективной, если для любого $y\in B$ существует $x\in A$, что $(x,y)\in P$ или область значений отношения P совпадает с B $(E_p=B)$.

Функция $P=\{(x,x^2+4):x\in R\}$, $P\subseteq R\times R$ не сюръективна, так как область значений $E_p=[4;+\infty)\neq R$.

Функция $Q=\{(x,x^3+6):x\in R\}$, $Q\subseteq R\times R$ сюръективна, так как $E_Q=R$.

Функция называется биективной, если она и инъективна, и сюръективна, поэтому P не биективная функция, Q - биективная.

Заметим, что свойства инъективности, сюръективности и биективности легко определить по графикам функций. Запишем данные функциональные отношения как обычно записывают функции: $P:y=x^2+4$; $Q:y=x^3+6$. Графики этих функций изображены на рисунках 9 и 10.

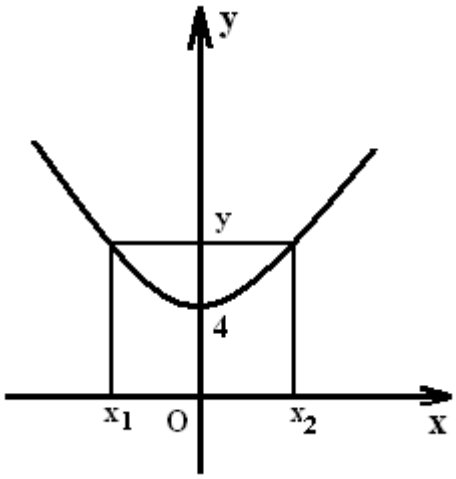


Рисунок 8 - График P

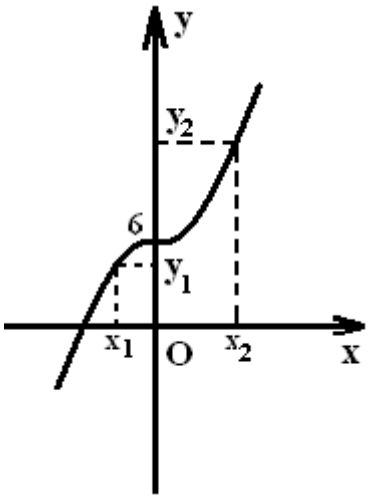


Рисунок 9 - График Q

Пояснительная записка

Выбор варианта для студентов очной формы обучения определяет преподаватель, обычно это номер в списке группы. В отчете каждое задание начинается с записи условия задания. Выполнение задания излагается подробно, указываются названия использованных формул и свойств или отмечают ответ. Ниже приводится указания к решению заданий. Список использованной литературы приводятся в конце отчета.

Выбор варианта для студентов заочной формы обучения: номер варианта совпадает с остатком от деления номера зачетной книжки на число 30.

Список литературы

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов.Учебник для вузов. 2-е изд. – СПб.: Питер, 2004. – 364 с.: ил. (Серия «Учебник для вузов»).

2. Андерсон Д. Дискретная математика и комбинаторика.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 960 с.: ил. Парал. тит. англ.

3. Шапорев С.Д. Дискретная математика. Курс лекций и практических занятий. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006.

4. Палий И.А. Дискретная математика. Курс лекций. – М.: Эксмо, 2008. – 352с. – (Техническое образование).

5. Плотников А.Д. Дискретная математика. Учебное пособие. – 2-е изд., - М.: Новое знание, 2006. – 304 с.

6. Галушкина Ю.И., Марьямов А.Н. Конспект лекций по дискретной математике. – М.: Айрис – пресс, 2007. – 176 с. (Высшее образование).

7. Астраханцева Л.Н. Дискретная математика: Учебное пособие. – Алматы: АУЭС, 2011. – 78 с.

Содержание

1 Расчётно-графическая работа №1. Множества, отношения …… 3
1.1 Теоретические вопросы……. 3
1.2 Расчётные задания…… 3
1.3 Решение типового варианта……. 12
Список литературы…… 23

Сводный план 2014 г., поз. 230

Астраханцева Людмила Николаевна
Байсалова Маншук Жумамуратовна

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ
Методические указани и задания к выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В074600 - Космическая техника и технологии
Часть 1

Редактор Н.М.Голева
Специалист по стандартизации Н.К.Молдабекова

Подписано в печать_____ Формат 6084 1/16
Тираж _50_экз. Бумага типографская №1
Объем 3,0 уч.-из.л. Заказ_____ цена тг.

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013, Алматы, ул.Байтурсынова, 126