**Некоммерческое акционерное общество**

**АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ**

Кафедра высшей математики

# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В060200

Алматы 2016

СОСТАВИТЕЛИ: А.К. Дуйсек, Ж.С. Абдулланова. Математический анализ. Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В060200. –Алматы: АУЭС, 2016.-53 с.

Методические указания к расчетно-графическим работам содержит типовой расчет №1-№3 дисциплины «Математический анализ» для студентов всех форм обучения специальности 5В060200-Информатика. Приведены основные теоретические вопросы программы. Дано решение типового варианта всех трех типовых расчетов.

Ил. 1, табл. 36, библиогр. – 7 назв.

Рецензент: канд. техн. наук, доцент О.М Матаев

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2016г.

© НАО «Алматинский университет энергетики и связи», 2016г.

## Введение

Данное методическое указание представляет собой типовой расчет по курсу «Математический анализ», который изучается студентами специальности 5В060200 -Информатика всех форм обучения АУЭС.

Это методическое указание написано в соответствии с действующей программой по курсу «Математический анализ» для студентов специальности 5В060200.

В РГР №1 приведены задачи на свойства функций, теорию пределов и непрерывность функции.

В РГР №2 приведены задачи на свойства производных функции, на производные от сложных, параметрически и неявно заданные функции, а также даны способы исследования функции.

В РГР №3 рассмотрены задачи на вычисление определенных и неопределенных интегралов. По каждой части приведены теоретические вопросы и материалы. Дано решение типового варианта по каждому РГР.

Номер варианта каждого студента определяется по списку группы. Расчетно - графическая работа должна выполняться четко и разборчиво в ученической тетради.

## 1 Расчетно-графическая работа № 1. Действительные числа, последовательности. Пределы. Непрерывность функции

**Цель:** научить студентов применять теоретические знания для вычисления пределов функций по основным свойствам пределов. Также уметь применять основные определения непрерывности и формулы дифференцируемости функции многих переменных для решения практических задач. Привить навыки исследования функции с помощью производной.

### 1.1 Теоретические вопросы

1. Действительные числа.
2. Функция от одной переменной. Свойства.
3. Неявно заданные, явно заданные, обратные, сложные функции.
4. Классификация функции.
5. Числовые последовательности, их предел.
6. Предел функции в точке.
7. Предел от суммы, разности и частного.
8. Замечательные пределы.
9. Бесконечно малые и большие функции.
10. Сравнение бесконечно малых функции.
11. Понятие непрерывной функции.Точки разрыва и их классификация.

1. Дана функция $f(x)$. Найти
а) область определения функции;
б) определить четность и нечетность.

| № | $f(x)$ | № | $f(x)$ | № | $f(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.1 | $\lg(5x+1)$ | 1.2 | $\log_7(2-x)$ | 1.3 | $\dfrac{\sqrt{x+5}}{\lg(9-x)}$ |
| 1.4 | $\sqrt{x^2-9}$ | 1.5 | $\dfrac{x^2+1}{4x^2-1}$ | 1.6 | $\dfrac{1}{\sqrt{x^2}-4}$ |
| 1.7 | $\sqrt[3]{x-1}$ | 1.8 | $y=\lg(x+1)-\sqrt{4-x^2}$ | 1.9 | $\sqrt{x^2}-16$ |
| 1.10 | $\lg(x^2+1$ | 1.11 | $\sqrt{4-x^2}$ | 1.12 | $\sqrt[3]{x-9}$ |
| 1.13 | $\dfrac{1}{4-x^2}$ | 1.14 | $\sqrt{x^2+2x-3}$ | 1.15 | $\lg(x^4+1)$ |
| 1.16 | $\lg(x+1)$ | 1.17 | $\sqrt{x^2-2x-15}$ | 1.18 | $\dfrac{x+9}{\lg(4-x)}$ |
| 1.19 | $\sqrt[4]{2x+4}$ | 1.20 | $\sqrt{\log_{0,1}x}$ | 1.21 | $\sqrt[4]{x+8}$ |
| 1.22 | $\lg(3x+2)$ | 1.23 | $\sqrt{4x-x^2}$ | 1.24 | $\lg(5x+1)$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.25 | $\dfrac{x}{x^2-9}$ | 1.26 | $\dfrac{\sqrt{x+5}}{\lg(9-x)}$ | 1.27 | $\dfrac{2}{9-x^2}$ |
| 1.28 | $\dfrac{3}{\sqrt[3]{x+2}}$ | 1.29 | $\dfrac{1}{3-\log_3(x+3)}$ | 1.30 | $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ |

2. а) сложную функцию разложить на последовательность элементарных функции;

б) последовательность элементарных функции записать в виде одной сложной функции.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.1 | а) $y=\lg(4x+5)$, b) $\begin{cases} y=\cos 3u \\ u=\sqrt{v} \\ v=3x^4 \end{cases}$ | 2.2 | а) $y=\sqrt[3]{9x^2+1}$, b) $\begin{cases} y=e^u \\ u=\sqrt{v} \\ v=\sin x \end{cases}$ | 2.3 | а) $y=2^{\sin x,}$ b) $\begin{cases} y=\sqrt{u} \\ u=ctgv \\ v=x^2/2 \end{cases}$ |
| 2.4 | а) $y=\arcsin 3^x$ b) $\begin{cases} \mathrm{y=cosu} \\ \mathrm{tgx} \end{cases}$ | 2.5 | а) $y=\lg tg\dfrac{x}{2}$, b) $\begin{cases} y=u^5 \\ u=\sin x \end{cases}$ | 2.6 | а) $y=e^{\sin x^2}$, b) $\begin{cases} y=u^{15} \\ u=\lg x \end{cases}$ |
| 2.7 | а) $y=3^{\cos x,}$ b) $\begin{cases} y=\sqrt[3]{u} \\ u=\sin v \\ v=e^x \end{cases}$ | 2.8 | а) $y=arctg(7x-2)$, b) $\begin{cases} y=u^8 \\ u=\cos x \end{cases}$ | 2.9 | а) $y=\ln\sin(2x+1)$, b) $\begin{cases} y=\arcsin u \\ u=\sqrt[3]{v} \\ v=x-1 \end{cases}$ |
| 2.10 | а) $y=\sin e^x$, b) $\begin{cases} y=arctgu \\ u=\sqrt{v} \\ v=x+2 \end{cases}$ | 2.11 | а) $y=9^{\cos x}$, b) $\begin{cases} y=\sqrt[3]{u+3} \\ u=\sin 2v \\ v=e^{2x} \end{cases}$ | 2.12 | а) $y=\sqrt[3]{11x^3+2}$, b) $\begin{cases} y=\sin u \\ u=e^v \\ v=x+1 \end{cases}$ |
| 2.13 | а) $y=4^{etgx}$, b) $\begin{cases} y=\sqrt[5]{u} \\ u=\sin v \\ u=\sin v \end{cases}$ | 2.14 | а) $y=\arccos\sqrt{x+2}$, b) $\begin{cases} y=u^9 \\ u=\cos v \\ v=5^x \end{cases}$ | 2.15 | а) $y=\lg(7x-4)$, b) $\begin{cases} y=\cos u \\ u=\sqrt{v} \\ v=3x+1 \end{cases}$ |
| 2.16 | а) $y=(9x+5)^{10}$, b) $\begin{cases} y=arcctgu \\ u=\sqrt{v+1} \\ v=2x \end{cases}$ | 2.17 | а) $y=\sqrt[3]{3x^2+4}$, b) $\begin{cases} y=e^{2u} \\ u=\sqrt{v} \\ v=\sin 5x \end{cases}$ | 2.18 | а) $y=7^{\sin x}$, b) $\begin{cases} y=\sqrt{5u} \\ u=ctg\,2v \\ v=x^2 \end{cases}$ |
| 2.19 | а) $y=\arcsin 7^x$, b) $\begin{cases} y=tgu \\ u=\cos 2x \end{cases}$ | 2.20 | а) $y=\lg ctg\dfrac{x}{2}$, b) $\begin{cases} y=u^{10} \\ u=\sin 3x \end{cases}$ | 2.21 | а) $y=e^{\sin x}$, b) $\begin{cases} y=u^5 \\ u=\lg 4x \end{cases}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.22 | a) $y=e^{\lg x}$,<br>b) $\begin{cases} y=u^{10} \\ u=\sin 5x \end{cases}$ | 2.23 | a) $y=arctg(x+2)$,<br>b) $\begin{cases} y=u^{8} \\ u=\sin 5x \end{cases}$ | 2.24 | a) $y=e^{\cos x}$,<br>b) $\begin{cases} y=u^{10} \\ u=ctg\,8x \end{cases}$ |
| 2.25 | a) $y=ctge^{x}$,<br>b) $\begin{cases} y=\arccos u \\ u=\sqrt{v} \\ v=x^{4}+2 \end{cases}$ | 2.26 | a) $y=\ln\cos(x+7)$,<br>b) $\begin{cases} y=\arcsin u \\ u=\sqrt[3]{v+3} \\ v=2x \end{cases}$ | 2.27 | a) $y=\sqrt[3]{14x^{2}+2}$,<br>b) $\begin{cases} y=\sin u \\ u=e^{v} \\ v=x^{3} \end{cases}$ |
| 2.28 | a) $y=14^{etgx}$,<br>b) $\begin{cases} y=\sqrt[5]{u^{2}} \\ u=\sin 3v \\ v=2x+6 \end{cases}$ | 2.29 | a) $\arcsin\sqrt{x}$<br>b) $\begin{cases} y=u^{9} \\ u=\cos 3v \\ v=7^{x} \end{cases}$ | 2.30 | a) $y=(7x+1)^{11}$,<br>b) $\begin{cases} y=arctgu \\ u=\sqrt{v} \\ v=x+1 \end{cases}$ |

3. Найти пределы.

| | |
|---|---|
| 3.30 | a) $\lim\limits_{x\to 1}\left(3x^{2}-\frac{1}{x}+x^{5}\right)$, b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{4x^{2}-2x+5}{x^{2}+7x}$, c) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{8x^{3}-1}{tgx}$ |
| 3.2 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(\sin x+2tgx)$, b) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x+1}{x^{2}-4x+3}$, c) $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{x^{3}-4x}{ctgx}$ |
| 3.3 | a) $\lim\limits_{x\to 2}\left(x^{2}-\frac{1}{x}+7\right)$, b) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^{2}+7}{x^{2}-1}$, c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^{3}-2x-1}{ctgx}$ |
| 3.4 | a) $\lim\limits_{x\to 2}(4x^{3}+2x+7)$, b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{4x^{3}+5}{x^{2}+3x}$, c) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^{2}-1}{2x^{2}-x-1}$ |
| 3.5 | a) $\lim\limits_{x\to 5}(7x^{3}+12x+1)$, b) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^{3}+4}{x^{3}-3x-2}$, c) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^{2}-4}{-x+2}$ |
| 3.6 | a) $\lim\limits_{x\to 1}\left(4x^{3}+\frac{x}{5}+7\right)$, b) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{2x-1}{x+1}$, c) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1-x}{x^{2}-1}$, |
| 3.7 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(\cos x+2ctgx)$, b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{4x^{3}+5}{x^{3}-8}$, c) $\lim\limits_{x\to 1-1}\frac{x^{2}-3x-4}{x^{2}+2x+1}$ |
| 3.8 | a) $\lim\limits_{x\to 4}(3x^{3}-x+14)$, b) $\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^{3}+9}{x^{2}-16}$, c) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x+1}{(x^{2}+x)^{2}}$ |
| 3.9 | a) $\lim\limits_{x\to 2}(4x^{3}+15x)$, b) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}}\frac{4x^{4}-3}{27x^{3}-1}$, c) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{x^{2}+4x-5}$ |
| 3.10 | a) $\lim\limits_{x\to -1}\left(4x^{3}+\frac{5}{x}+7\right)$, b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{4x^{4}+12}{x^{2}+x-6}$, c) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^{2}-3x-2}{x^{2}-x-2}$ |
| 3.11 | a) $\lim\limits_{x\to -2}(4x^{5}+2x-11)$, b) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^{3}-x^{2}+5}{x^{2}-5x+6}$, c) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^{2}+3x+2}{x^{3}-x^{2}-x-1}$ |
| 3.12 | a) $\lim\limits_{x\to 2}(\cos x+5)$, b) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^{3}+2x+5}{2x^{2}+3x+1}$, c) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^{2}-4}{x^{-8}}$ |

| | |
|---|---|
| 3.13 | a) $\lim\limits_{x\to\pi}(\cos x+5)$, b) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{4x^3 5x+9}{x^2-16}$, c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{x-2}$ |
| 3.14 | a) $\lim\limits_{x\to -3}\left(x^3+2x+\dfrac{4}{x}\right)$, b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3+5x+7}{2x^2-9x+10}$, c) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+2x}{x^3+8}$ |
| 3.15 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(tgx+\cos x)$, b) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3+16x+2}{3x^2-2x-40}$, c) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-3x-4}{x-x^2}$ |
| 3.16 | a) $\lim\limits_{x\to 2}(4x^3-2x+7)$, b) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{5-x-x^3}{x^2-2x-35}$, c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{x^2+x-2}$ |
| 3.17 | a) $\lim\limits_{x\to 2}(4x^3-2x+7)$, b) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{5-2x}{x^2-5x-14}$, c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x^2+x}{x^2-2x+1}$ |
| 3.18 | a) $\lim\limits_{x\to}(x^3-3x+8)$, b) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{x^3+5x}{2x^2+15x-8}$, c) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x}{x^2+x}$ |
| 3.19 | a) $\lim\limits_{x\to -1}\left(16x^3-x+\dfrac{2}{x}\right)$, b) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{x^3+5x-8}{2x^2+15x-8}$, c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-1}$ |
| 3.20 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(\sin x+\cos x+7)$, b) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{5-x+7x^2}{2x^2+5x-3}$ c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x-3}$ |
| 3.21 | a) $\lim\limits_{x\to -2}(4x^3-12x+5)$, b) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{4x^3+5x+2}{3x^2+10x+3}$, c) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3-3x+2}{x+2}$ |
| 3.22 | a) $\lim\limits_{x\to -1}(x^3-12x+7)$, b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3+x}{5x^2+11x-2}$, c) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+2x-15}{x+5}$ |
| 3.23 | a) $\lim\limits_{x\to 5}(4x^2-2x-7)$, b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4-x}{3x^2-x-10}$, c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x+2}$ |
| 3.24 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\cos x+\sin x+4)$, b) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{5+x-x^3}{3x^2-6x-45}$, c) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-2x}{x^2-3x+2}$ |
| 3.25 | a) $\lim\limits_{x\to 5}(4x^3-2x+1)$, b) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{4x^3-5}{2x^2-5x-25}$, c) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x+3}$ |
| 3.26 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\cos 2x+4)$, b) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5+x^2-x^3}{x^2-4x-5}$, c) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-2x}{x^3+8}$ |
| 3.27 | a) $\lim\limits_{x\to -5}(2x^3-2x+1)$, b) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{4x^3-5x}{x^2-3x-4}$, c) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-5x}{3x-15}$ |
| 3.28 | a) $\lim\limits_{x\to 2}(4x^2-2x-1)$, b) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+2}{2x^2-5x-3}$, c) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+5x}{x^2+4x+5}$ |
| 3.29 | a) $\lim\limits_{x\to 1}(3x^3-7x+1)$, b) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{4x^3-15}{x^3+1}$, c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2-4}{x^2+x-2}$ |
| 3.1 | a) $\lim\limits_{x\to -2}\left(4x^3-\dfrac{5}{x}+1\right)$, b) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{4x^3-2x+5}{x^2+x-20}$, c) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x^2+5x+6}$ |

4. Найти пределы.

| № | $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ | если $a=$ | если $a=$ | № | $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ | если $a=$ | если $a=$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4.1 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$ | 2 | 1 | 4.2 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^3-x^2+2x}{x^2+x}$ | 0 | 1 |
| 4.3 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{6+x-x^2}{x^3-27}$ | 3 | 2 | 4.4 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2}$ | 1 | -2 |
| 4.5 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{2x^2-7x+4}{x^2-5x+6}$ | 2 | 3 | 4.6 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{12+x-x^2}{x^3-27}$ | 3 | -3 |
| 4.7 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{3x^2+2x-1}{27x^3-1}$ | 1/3 | 4 | 4.8 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$ | -1 | 3 |
| 4.9 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{3x^2+2x-1}{-x^2+x+2}$ | -1 | -2 | 4.10 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$ | 3 | -2 |
| 4.11 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^3-8}{x^2+x-6}$ | 2 | -3 | 4.12 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-x-2}{x^3+1}$ | -1 | 4 |
| 4.13 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-16}{x^2+x-20}$ | 4 | 3 | 4.14 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{4x^2+11x-3}{x^2+2x-3}$ | -3 | 4 |
| 4.15 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{3x^2-7x-6}{2x^2-7x+3}$ | 3 | -2 | 4.16 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{4x^2+7x-2}{3x^2+8x+4}$ | -2 | 5 |
| 4.17 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{5x^2+4x-1}{3x^2+x-2}$ | -1 | 2 | 4.18 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-4x-5}{3x^2+2x-2}$ | -1 | 2 |
| 4.19 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{7x^2+4x-3}{2x^2+3x+1}$ | -1 | 2 | 4.20 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{3x^2-3x+2}{x^2-x-12}$ | 4 | -3 |
| 4.21 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{2x^2-9x+10}{x^2+3x-10}$ | 2 | -3 | 4.22 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{4x^2+x-5}{x^2-2x+1}$ | 1 | -5 |
| 4.23 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{-5x^2+11x-2}{3x^2-x-10}$ | 2 | -2 | 4.24 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-5x-14}{2x^2-9x-35}$ | 7 | -1 |
| 4.25 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{3x^2+2x-1}{-x^2+x+2}$ | 5 | -3 | 4.26 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{4x^2+3x+15}{x^2-6x-27}$ | -3 | 4 |
| 4.27 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-2x-35}{2x^2+11x+5}$ | -5 | 4 | 4.28 | $\lim\limits_{x\to a}\frac{2x^2+15x-8}{3x^2+25x+8}$ | -8 | 5 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4.29 | $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{3x^2-2x-40}{x^2-2x-4}$ | 4 | -2 | 4.30 | $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{2x^2+5x-3}{3x^2+10x+3}$ | -3 | 2 |

5. Найти пределы.

| | | |
|---|---|---|
| 5.1 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-x+5}{3x^2-x+6}$ | 5.2 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+x+5}{3x-2\div^4+6}$ | 5.3 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+x^3-6}{7x^3-x+1}$ |
| 5.4 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2-2x-9}{2x^3+3x+x^2}$ | 5.5 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-x^4+5}{x^3-3x-5x^4}$ | 5.6 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-x^3+5x^3}{x^4-x^5+2}$ |
| 5.7 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+x^2+5x}{-x^5+2x^2+3}$ | 5.8 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^4-x+3}{2x^3+3x^2-2x^4}$ | 5.9 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+x^2-2}{3x^3-5x+4}$ |
| 5.10 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^5+2x^2+3}{7-2x^4-9x^5}$ | 5.11 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5+x-x^4}{1+3x^2+2x^5}$ | 5.12 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+5x-3}{2x^3+x^2-7}$ |
| 5.13 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+x^3-3}{x^3+3x^2-1}$ | 5.14 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-x^3-9}{x^2-x+5x^3}$ | 5.15 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-x^3+5}{-2x^4+3x^2+6}$ |
| 5.16 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-5x^4-12}{3x^2-x+4x^4}$ | 5.17 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5+5x^2-10}{3x^2-x^3+4x^4}$ | 5.18 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+6}{x^2-3x+16}$ |
| 5.19 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^6+x+5}{3x^6-2x^4+7}$ | 5.20 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+x^3-6x^4}{7x^3-x+1}$ | 5.21 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-x-9x^3}{2x^3+3x+2}$ |
| 5.22 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5-3x^4+5}{x^3-3-5x^5}$ | 5.23 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5-2x^3+5x^5}{x^4-6x^5+2}$ | 5.24 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5-x^2+5x}{9x^5-x^2+6}$ |
| 5.25 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4-2x+3}{x^3+3x^2-12x^4}$ | 5.26 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x^2-2}{7x^3-5x+1}$ | 5.27 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5+4x^2+3}{7+5x^4-7x^5}$ |
| 5.28 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+3x+6}{x^2-4x+5}$ | 5.29 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+3x^3+6}{x^2-x+5}$ | 5.30 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+x+5}{3x^3-x+6}$ |

6. Найти пределы.

| | | |
|---|---|---|
| 6.1 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x}{\sin 2x}$ <br> б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{5}{4x}\right)^{-5x}$ | 6.2 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{1-\cos 10x}{3x^2}$ <br> б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{6}{x}\right)^{-5x}$ | 6.3 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{\sin 4x\cdot\sin x}{2x^2}$ <br> б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{-5x}$ |
| 6.4 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{\sin 3x\cdot tg\,2x}{x^2}$ <br> б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-2}{3x+2}\right)^{4x+2}$ | 6.5 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{arctg\,5x}{2x}$ <br> б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3-2x}{2+2x}\right)^{5+x}$ | 6.6 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{1-\cos 5x}{2x^2}$ <br> б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-5}{2x+1}\right)^{3x+1}$ |
| 6.7 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{5x^2}{\sin 2x\,tg\,4x}$ <br> б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-1}{3x-2}\right)^{-2x+5}$ | 6.8 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{\sin\frac{x}{2}\,tg\,2x}{5x^2}$ <br> б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x+2}\right)^{-4x}$ | 6.9 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{5x}{tg\,3x}$ <br> б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{7}{x}\right)^{5x}$ |

| | | |
|---|---|---|
| 6.10 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{tg^2 3x}{x\sin 6x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x+1}\right)^{-2x}$ | 6.11 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{x^2}{1-\cos 3x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{5}{3x}\right)^{7x}$ | 6.12 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{1-\cos 6x}{3x\sin 4x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$ |
| 6.13 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{\sin 2x\cos^2 x}{x^2}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-4}{2x-1}\right)^{3x-1}$ | 6.14 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{\sin^2 3x}{x\arcsin 5x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x-1}\right)^{2x+5}$ | 6.15 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{1-\cos 8x}{x\sin 4x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x+3}{1+4x}\right)^{-2x}$ |
| 6.16 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{\sin^2 4x}{x^2\cos 3x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{3}{2x}\right)^{5x}$ | 6.17 а) $\lim\limits_{x\to -0}\dfrac{\sin^2 7x}{2xtgx}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{6x-2}{6x+1}\right)^{-2x-3}$ | 6.18 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{8x^2}{\sin 2xtgx}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{4}{3x}\right)^{5x}$ |
| 6.19 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{2x^2}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{4}{x}\right)^{-3x}$ | 6.20 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x\cdot tgx}{3x^2}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-2}{5x+1}\right)^{-x+2}$ | 6.21а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x\cdot arctg 5x}{6x^2}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5+2x}{1+2x}\right)^{2+x}$ |
| 6.22 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xarctg 5x}{\sin^2 2x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-3}{5x+2}\right)^{2x-1}$ | 6.23 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x\cdot\cos 5x}{4x^2}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+7}\right)^{x+5}$ | 6.24 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2}{\arcsin xtg 6x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{-5x}$ |
| 6.25 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\frac{3x}{2}arctg 2x}{6x^2}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-1}{3x+5}\right)^{-2x}$ | 6.26 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6x}{arctg 3x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{-4x}$ | 6.27 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 2x}{x\arcsin 6x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{7}{x}\right)^{-5x}$ |
| 6.28 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x}{\sin 5x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+5}{3x+1}\right)^{5x}$ | 6.29 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{2x^2}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{7}{2x}\right)^{3x}$ | 6.30 а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg 5x}{4x}$<br>б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$ |

7. Найти пределы.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7.1 | $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$ | 7.2 | $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$ |
| 7.3 | $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$ | 7.4 | $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$ |
| 7.5 | $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{4+x}}{3x^2-4x+1}$ | 7.6 | $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{1+x}}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7.7 | $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$ | 7.8 | $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$ |
| 7.9 | $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$ | 7.10 | $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+6x+15}$ |
| 7.11 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1-1}}$ | 7.12 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{7+x}-\sqrt{7-x}}{\sqrt{7x}}$ |
| 7.13 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ | 7.14 | $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$ |
| 7.15 | $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{5+x}-2}{\sqrt{8-x}-3}$ | 7.16 | $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}$ |
| 7.17 | $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$ | 7.18 | $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$ |
| 7.19 | $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15}$ | 7.20 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-\sqrt{x^2+4}}{3x^2}$ |
| 7.21 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$ | 7.22 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$ |
| 7.23 | $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{2x+7}-5}{3x\sqrt{x}}$ | 7.24 | $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$ |
| 7.25 | $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-27}{\sqrt{3x-x}}$ | 7.26 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^3+x^2}$ |
| 7.27 | $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{x+20}-4}{x^3+64}$ | 7.28 | $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2}{\sqrt{8+x}-3}$ |
| 7.29 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$ | 7.30 | $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$ |

8. Определить порядок малости по отношению к $x\ (x\to 0)$ бесконечно малых величин.

| № | а) | б) | в) | № | а) | б) | в) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8.1 | $20x$ | $x^7$ | $\sqrt{3x}$ | 8.2 | $x^2+x$ | $11x$ | $\sqrt[3]{x}$ |
| 8.3 | $\sqrt[4x]{2x}$ | $3x$ | $x^{11}$ | 8.4 | $41x$ | $7x^{11}$ | $\sqrt{7x}$ |
| 8.5 | $x^4+x$ | $5x$ | $\sqrt[5]{x}$ | 8.6 | $\sqrt[5]{7x}$ | $4x$ | $x^{23}$ |
| 8.7 | $17x$ | $x^9$ | $\sqrt[5]{x}$ | 8.8 | $x^3+x^2$ | $32x$ | $\sqrt[7]{x}$ |
| 8.9 | $\sqrt[8]{5x}$ | $19x$ | $x^{16}$ | 8.10 | $13x$ | $x^8$ | $\sqrt[7]{x}$ |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8.11 | $x^5+x^7$ | $14x$ | $\sqrt[7]{x^2}$ | 8.12 | $\sqrt[4]{6x}$ | $2x$ | $x^5$ |
| 8.13 | $21x$ | $x^{32}$ | $\sqrt{15x}$ | 8.14 | $x^3+x^{11}$ | $14x$ | $\sqrt[5]{x}$ |
| 8.15 | $\sqrt[8]{9x}$ | $41x$ | $x^{7/2}$ | 8.16 | $25x$ | $x^{16}$ | $\sqrt{71x}$ |
| 8.17 | $x^4+x^3$ | $\sqrt{3x}$ | $\sqrt[8]{14x}$ | 8.18 | $\sqrt[7]{54x}$ | $17x$ | $x^{12}$ |
| 8.19 | $22x$ | $x^{31}$ | $\sqrt{17x}$ | 8.20 | $x^9+x$ | $24x$ | $\sqrt[3]{4x}$ |
| 8.21 | $\sqrt[6]{25x}$ | $14x$ | $x^{17}$ | 8.22 | $15x$ | $x^{31}$ | $\sqrt{11x}$ |
| 8.23 | $x^{27}+x^4$ | $42x$ | $\sqrt[12]{x}$ | 8.24 | $\sqrt[5]{3x}$ | $15x$ | $x^{44}$ |
| 8.25 | $28x$ | $x^{47}$ | $\sqrt{15x}$ | 8.26 | $x^7+x^3$ | $4x$ | $\sqrt[32]{x}$ |
| 8.27 | $\sqrt[5]{8x}$ | $47x$ | $x^{29}$ | 8.28 | $45x$ | $x^{19}$ | $\sqrt{29x}$ |
| 8.29 | $x^6+x^{14}$ | $55x$ | $\sqrt[9]{x}$ | 8.30 | $\sqrt[7]{18x}$ | $32x$ | $x^{17}$ |

9. Чему эквивалентна сумма бесконечно малых величин при $x \to 0$ ?

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9.30 | $tg3x+x^2+2\sqrt{x}$ | 9.2 | $\arcsin x+2x^3-x^2$ |
| 9.3 | $\ln(1+2x)-\sin x^2$ | 9.4 | $3x^5-\sqrt[3]{x+2tgx}$ |
| 9.5 | $arctgx+x^3$ | 9.6 | $x-\sin 9x+x^3$ |
| 9.7 | $\sqrt[3]{1-6x}-1+2x$ | 9.8 | $2\arcsin x-x^2+\sqrt[3]{x}$ |
| 9.9 | $\ln(1+5x)-x^3$ | 9.10 | $3tg2x-6x$ |
| 9.11 | $e^{-5x}-1+5x$ | 9.12 | $x+\arcsin x^2$ |
| 9.13 | $2\sin 3x-6x$ | 9.14 | $4x^6+\sqrt[4]{x+5\sin x}$ |
| 9.15 | $3\sqrt{x}+5\sin x$ | 9.16 | $\arcsin 2x+3x^4-x^3$ |
| 9.17 | $4x^4-\sqrt{x}+5\sin x$ | 9.18 | $2x+arctg4x$ |
| 9.19 | $arctgx^3+2tgx$ | 9.20 | $3x^4+5tgx$ |
| 9.21 | $7x^3-\sqrt[4]{x}+5tgx$ | 9.22 | $tg5x+x^4+3\sqrt[3]{x}$ |
| 9.23 | $tg7x+x^3+3\sqrt[3]{x}$ | 9.24 | $x^3-5x^2+\arcsin 2x$ |
| 9.25 | $2e^{x/2}-2-x$ | 9.26 | $\sqrt{1+4x}-1-2x$ |
| 9.27 | $\ln(1+4x)-tg^2x$ | 9.28 | $3x^3-\sqrt[4]{x}+\sin x$ |
| 9.29 | $arctgx^2+2\sin x$ | 9.1 | $2x^3-\sqrt{x}+3tgx$ |

10. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых величин.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 10.1 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x^2)}{x^3-5x^2}$ | 10.2 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{tg2x}$ | 10.3 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{tg2x}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 10.4 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{x^3+27x}$ | 10.5 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\,6x}{2x^2-3x}$ | 10.6 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{2x}$ |
| 10.7 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{arctg\,2x}$ | 10.8 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x)}{\sin 2x}$ | 10.9 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{tg\,3x}$ |
| 10.10 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x-9)}{x^2-5x+6}$ | 10.11 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-1}{2x^2}$ | 10.12 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{4x^2}$ |
| 10.13 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctgx}{\ln(1+2x)2x}$ | 10.14 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 4x}{tg\,5x}$ | 10.15 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-1}{\sin 2x}$ |
| 10.16 | $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{tg(x+2)}{x^2-4}$ | 10.17 | $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sin(x+2)}{x^3+8}$ | 10.18 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{tg\,4x}$ |
| 10.19 | $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3-64}{tg(x-4)}$ | 10.20 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-1}{2x^2}$ | 10.21 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+4x^3)}{2x^3}$ |
| 10.22 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\,5x}{tg\,2x}$ | 10.23 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\ln(1+2x)}$ | 10.24 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 8x}{tg\,4x}$ |
| 10.25 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-1}{tg\,2x}$ | 10.26 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+4x)}{\sin 2x}$ | 10.27 | $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sin(x-3)}{x^3-27}$ |
| 10.28 | $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{tg(x+5)}{x^2-25}$ | 10.29 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{2x^2}$ | 10.30 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+5x)}{\sin 3x}$ |

11. Для данной функции найти:
а) точки разрыва;
б) пределы справа и слева в точках разрыва;
в) определить тип точек разрыва.

| № | а) $f(x)$ | б) $g(x)$ | № | а) $f(x)$ | б) $g(x)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 11.1 | $2^{1/(x-3)}$ | $\dfrac{7}{x+2}$ | 11.2 | $3^{1/(x-2)}$ | $\dfrac{1}{4-x}$ |
| 11.3 | $5^{1/(x+1)}$ | $\dfrac{1}{x-12}$ | 11.4 | $7^{1/(x-4)}$ | $\dfrac{1}{x+12}$ |
| 11.5 | $7^{2/(x-5)}$ | $\dfrac{4}{4-x}$ | 11.6 | $8^{1/(x-3)}$ | $\dfrac{5}{x-22}$ |
| 11.7 | $9^{1/(1-x)}$ | $\dfrac{7}{2x+1}$ | 11.8 | $9^{1/(x-7)}$ | $\dfrac{7}{8-2x}$ |
| 11.9 | $9^{1/(2-x)}$ | $\dfrac{3}{5x-25}$ | 11.10 | $16^{1/(x-2)}$ | $\dfrac{3}{9-3x}$ |
| 11.11 | $4^{1/(3-x)}$ | $\dfrac{6}{x-4}$ | 11.12 | $3^{1/(x-4)}$ | $\dfrac{9}{25-5x}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 11.13 | $12^{1/x}$ | $\frac{4}{9-x}$ | 11.14 | $7^{1/(x-3)}$ | $\frac{2}{8-4x}$ |
| 11.15 | $3^{1/(4-x)}$ | $\frac{7}{5-x}$ | 11.16 | $8^{1/(x-2)}$ | $\frac{3}{4-2x}$ |
| 11.17 | $8^{1/(5-x)}$ | $\frac{10}{x+5}$ | 11.18 | $18^{1/x}$ | $\frac{12}{8-8x}$ |
| 11.19 | $10^{1/(7-x)}$ | $\frac{12}{4x-2}$ | 11.20 | $11^{1/(5-x)}$ | $\frac{9}{8+2x}$ |
| 11.21 | $14^{1/(6-x)}$ | $\frac{3}{x+2}$ | 11.22 | $15^{3/(4-x)}$ | $\frac{1}{6-2x}$ |
| 11.23 | $15^{1/(8-x)}$ | $\frac{10}{x-3}$ | 11.24 | $19^{4/(2+x)}$ | $\frac{7}{8-2x}$ |
| 11.25 | $11^{1/(4+x)}$ | $\frac{1}{9-x}$ | 11.26 | $5^{7/(8-x)}$ | $\frac{11}{x-15}$ |
| 11.27 | $13^{1/(5+x)}$ | $\frac{5}{3-x}$ | 11.28 | $6^{9/(4-x)}$ | $\frac{1}{2x+5}$ |
| 11.29 | $4^{1/(x-5)}$ | $\frac{3}{8-x}$ | 11.30 | $11^{2/(x-3)}$ | $\frac{16}{x+15}$ |

12. Найти пределы.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 12.1 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{5x+7}\right)^{x+1}$ | 12.2 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^{x}$ | 12.3 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right)^{3x}$ |
| 12.4 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{4x+1}\right)^{3x-1}$ | 12.5 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{5x+8}{x-2}\right)^{x+4}$ | 12.6 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x+1}{3x-1}\right)^{2x+1}$ |
| 12.7 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^{4x}$ | 12.8 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right)^{5x}$ | 12.9 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x+3}{2x-4}\right)^{x+2}$ |
| 12.10 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2x+1}{3x-1}\right)^{x-1}$ | 12.11 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{5x-3}{x+4}\right)^{x+3}$ | 12.12 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2x-3}{7x+4}\right)^{x}$ |
| 12.13 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x-5}{3x+4}\right)^{2x}$ | 12.14 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{4x-5}\right)^{2x}$ | 12.15 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x-2}{3x+1}\right)^{5x}$ |
| 12.16 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{3x-4}{x+3}\right)^{x-1}$ | 12.17 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{3x+10}\right)^{3x}$ | 12.18 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2x-3}{x+4}\right)^{x+1}$ |
| 12.19 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)^{2x}$ | 12.20 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{6x+5}{x-10}\right)^{5x}$ | 12.21 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{3x+7}{x+4}\right)^{4x}$ |
| 12.22 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{4x+5}\right)^{3x}$ | 12.23 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{5x-7}{x+6}\right)^{2x}$ | 12.24 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3-4x}{2-x}\right)^{6x}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 12.25 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1-2x}{3-x}\right)^{-x}$ | 12.26 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{3x+4}{x+5}\right)^{7x}$ | 12.27 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{3x-1}{2x+5}\right)^{3x}$ |
| 12.28 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1-x}{2-10x}\right)^{5x}$ | 12.29 | $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3+x}{9x-4}\right)^{2x}$ | 12.30 | $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x+5}{4x-2}\right)^{3x}$ |

13. Найти пределы с помощью эквивалентности бесконечно малых величин.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13.1 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{7^{2x}-5^{3x}}{2x-arctg3x}$ | 13.2 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{2x}-e^{x}}{\sin3x-\sin5x}$ |
| 13.3 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{3x}-e^{-2x}}{2\arcsin x-\sin x}$ | 13.4 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{7^{3x}-3^{2x}}{tgx+x^{3}}$ |
| 13.5 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{6^{2x}-7^{-2x}}{\sin3x-2x}$ | 13.6 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{4x}-e^{2x}}{2tgx-\sin x}$ |
| 13.7 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{5x}-e^{3x}}{\sin2x-\sin x}$ | 13.8 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{3^{2x}-7x}{\arcsin3x-5x}$ |
| 13.9 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{3^{2x}-5^{3x}}{arctgx+x^{3}}$ | 13.10 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{2x}-e^{-5x}}{2\sin x-tgx}$ |
| 13.11 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{2x}-e^{3x}}{arctgx-x^{2}}$ | 13.12 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{4^{5x}-9^{-2x}}{\sin x-tgx^{3}}$ |
| 13.13 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{3^{5x}-2x}{x-\sin9x}$ | 13.14 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{3x}-e^{2x}}{\sin x-tg2x}$ |
| 13.15 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{4x}-e^{-2x}}{2arctgx-\sin x}$ | 13.16 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{5^{2x}-2^{3x}}{\sin x+\sin x^{2}}$ |
| 13.17 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{12^{x}-5^{-3x}}{\arcsin x-x}$ | 13.18 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{x}-e^{3x}}{\sin3x-tg2x}$ |
| 13.19 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{7x}-e^{-2x}}{\sin x-2x}$ | 13.20 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{9^{x}-2^{3x}}{arctg2x-7x}$ |
| 13.21 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{3^{5x}-2^{7x}}{\arcsin2x-x}$ | 13.22 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{x}-e^{-2x}}{x+\sin x^{2}}$ |
| 13.23 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{2x}-e^{3x}}{\arcsin x+x^{2}}$ | 13.24 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{3^{5x}-2^{-7x}}{2x-tgx}$ |
| 13.25 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{4^{x}-2^{7x}}{tg3x-x}$ | 13.26 | $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^{2x}-e^{x}}{\sin2x-\sin x}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13.27 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{tg2x-\sin x}$ | 13.28 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-e^{x}}{x+tgx^{2}}$ |
| 13.29 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{10^{2x}-7^{-x}}{2tgx-arctgx}$ | 13.30 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{3x}-3^{2x}}{x+\arcsin x^{3}}$ |

14. Исследовать функцию на непрерывность и построить ее график.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14.1 | $f(x)=\begin{cases} x+1, & если \quad x<-1 \\ x^{2}-1, & если \quad -1\le x<1 \\ 2x, & если \quad x\ge 1 \end{cases}$ | 14.2 | $f(x)=\begin{cases} x+3, & если \quad x\le -1 \\ x^{2}+1, & если \quad -1\le x<1 \\ -x+4, & если \quad x\ge 1 \end{cases}$ |
| 14.3 | $f(x)=\begin{cases} x, & если \quad x\le 2 \\ (x-2)^{2}, & если \quad 2<6<3 \\ 1-x, & если \quad x\ge 3 \end{cases}$ | 14.4 | $f(x)=\begin{cases} \sin x, & если \quad x\le 0 \\ x^{2}+1, & если \quad 0<x<2 \\ x+3, & если \quad x\ge 2 \end{cases}$ |
| 14.5 | $f(x)=\begin{cases} -x, & если \quad x\le -1 \\ x^{2}, & если \quad -1<x\le 2 \\ x+3, & если \quad x\ge 2 \end{cases}$ | 14.6 | $f(x)=\begin{cases} x+1, & если \quad x\le 0 \\ \cos x, & если \quad 0\le x<\pi \\ x-2, & если \quad x>\pi \end{cases}$ |
| 14.7 $f(x)=\begin{cases} -(x+2), & если \quad x\le -2 \\ (x+1)^{2}, & если \quad -2<x\le 0 \\ x+1, & если \quad x>0 \end{cases}$ | | 14.8 | $f(x)=\begin{cases} -x^{2}, & если \quad x\le 0 \\ tg2x, & если \quad 0<x\le \dfrac{\pi}{8} \\ 2, & если \quad x>\dfrac{\pi}{8} \end{cases}$ |
| 14.9 | $f(x)=\begin{cases} 3x, & если \quad x\le 0 \\ x^{2}-1, & если \quad 0<x\le 1 \\ 0, & если \quad x>1 \end{cases}$ | 14.10 | $f(x)=\begin{cases} -4x, & если \quad x\le 0 \\ \sqrt{x}, & если \quad 0<x<4 \\ x-2, & если \quad x\ge 4 \end{cases}$ |
| 14.11 | $f(x)=\begin{cases} \sqrt{5-x^{2}}, & если \quad x\le 1 \\ x, & если \quad 1<x<2 \\ x^{2}-2, & если \quad x\ge 2 \end{cases}$ | 14.12 | $f(x)=\begin{cases} x^{2}+1, & если \quad x\le 0 \\ x-2, & если \quad 0<x<3 \\ 1, & если \quad x\ge 3 \end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 14.13 $f(x)=\begin{cases}\sin 2x, & \text{если} \quad x\le 0\\ x+1, & \text{если} \quad 0\le x\le 3\\ 4, & \text{если} \quad x\ge 3\end{cases}$ | 14.14 $f(x)=\begin{cases}\cos x, & \text{если} \quad x\le -\pi\\ x^2-\pi^2, & \text{если} \quad -\pi<x<\pi\\ 0, & \text{если} \quad x\ge \pi\end{cases}$ |
| 14.15 $f(x)=\begin{cases}x, & \text{если} \quad x\le 0\\ tg\,\frac{x}{2}, & \text{если} \quad 0\le x\le \frac{\pi}{2}\\ 3, & \text{если} \quad x>\frac{\pi}{2}\end{cases}$ | 14.16 $f(x)=\begin{cases}x^2, & \text{если} \quad x\le 0\\ \sin x, & \text{если} \quad 0<x\le \pi\\ 1, & \text{если} \quad x>\pi\end{cases}$ |
| 14.17 $f(x)=\begin{cases}1, & \text{если} \quad x\le 0\\ \cos x, & \text{если} \quad 0<x<\frac{\pi}{2}\\ x, & \text{если} \quad x\ge \frac{\pi}{2}\end{cases}$ | 14.18 $f(x)=\begin{cases}\sin 2x, & \text{если} \quad x\le 0\\ x, & \text{если} \quad 0<x<\pi\\ \frac{\pi}{2}, & \text{если} \quad x\ge \pi\end{cases}$ |
| 14.19 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & \text{если} \quad x\le 2\\ 5-x, & \text{если} \quad 2<x\le \pi\\ \sin x, & \text{если} \quad x>\pi\end{cases}$ | 14.20 $f(x)=\begin{cases}\cos x, & \text{если} \quad x<0\\ x^2-12, & \text{если} \quad 0\le x\le 4\\ \sqrt{x+2}, & \text{если} \quad x>4\end{cases}$ |
| 14.21 $f(x)=\begin{cases}-x+2, & \text{если} \quad x\le 2\\ (x+1)^2, & \text{если} \quad 2<x\le 0\\ x^2-1, & \text{если} \quad x>0\end{cases}$ | 14.22 $f(x)=\begin{cases}x^2, & \text{если} \quad x\le 0\\ \sin 2x, & \text{если} \quad 0<x\le \frac{\pi}{8}\\ 1, & \text{если} \quad x>\frac{\pi}{8}\end{cases}$ |
| 14.23 $f(x)=\begin{cases}3x, & \text{если} \quad x\le 1\\ x^2-1, & \text{если} \quad 1<x\le 2\\ 3, & \text{если} \quad x>2\end{cases}$ | 14.24 $f(x)=\begin{cases}-4x, & \text{если} \quad x\le 0\\ \sqrt{x+1}, & \text{если} \quad 1<x<3\\ x-1, & \text{если} \quad x\ge 3\end{cases}$ |
| 14.25 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & \text{если} \quad x\le 1\\ x, & \text{если} \quad 1<x<3\\ x^2-2, & \text{если} \quad x\ge 3\end{cases}$ | 14.26 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & \text{если} \quad x\le 0\\ x, & \text{если} \quad 0<x<4\\ 4, & \text{если} \quad x\ge 4\end{cases}$ |

| | |
|---|---|
| 14.27 $f(x)=\begin{cases} tgx, & если \quad \le 0 \\ x+1, & если \quad 0 \le x \le 1 \\ 2, & если \quad x>1 \end{cases}$ | 14.28 $f(x)=\begin{cases} \cos x, & если \quad x \le 0 \\ x+1, & если \quad 0 < x < 3 \\ x^2-5, & если \quad x \ge 3 \end{cases}$ |
| 14.29 $f(x)=\begin{cases} x, & если \quad x \le 0 \\ \cos x, & если \quad 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ 1, & если \quad x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ | 14.30 $f(x)=\begin{cases} x^2-1, & если \quad x \le 0 \\ \sin x, & если \quad 0 < x \le \pi \\ x-\pi, & если \quad x > \pi \end{cases}$ |

## 2 Расчетно-графическая работа № 2. Дифференциальные исчисления функции от одной переменной

**Цель:** научить студентов применять теоретические знания и основные формулы и правила для вычисления производных, дифференциалов. Уметь применять навыки нахождения кризисной точки функции, промежутков возрастания и убывания функции, а также нахождение промежутков выпуклости и вогнутости для исследования и построения графиков различных функции.

### 2.1 Теоретические вопросы

1. Понятие производной, ее геометрический и физический смысл.
2. Производная суммы, произведения, частного.
3. Производные сложной и взаимообратной функции.
4. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.
5. Логарифмическое дифференцирование.
6. Производные высших порядков.
7. Производные от неявно и параметрически заданных функции.
8. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
9. Дифференциал, его применение к приближенным вычислениям. Правило Лопиталя.
10. Возрастание и убывание функции. Экстремум. Наибольшее и наименьшее значение функции в промежутке.
11. Выпуклость и вогнутость графика функции и точка перегиба.
12. Асимптоты графика функции.
13. Полное исследование функции и построение ее графика.

1. Найти производную и дифференциал функции.

| | | |
|---|---|---|
| 1.1<br>а) $y = x^2 - \sqrt[9]{x^4} + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^8}$<br>б) $y = x^8 \cdot \cos x$<br>в) $y = \frac{3x^4}{\arccos(x+1)}$ | 1.2<br>а)<br>$y = \frac{3}{x} + \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$<br>б) $y = x^5 \cdot tgx$<br>в) $y = \frac{arctgx}{3x}$ | 1.3<br>а) $y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}$<br>б) $y = ctgx \cdot x^6$<br>в) $y = \frac{4x^3}{\arcsin x}$ |
| 1.4<br>а) $y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} - 3x^2 + \frac{4}{x}$<br>б) $y = \sin x \cdot x^6$<br>в) $y = \frac{5x^7}{arcctgx}$ | 1.5<br>а) $y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4} + \frac{6}{x}$<br>б) $y = x^9 \cdot ctgx$<br>в) $y = \frac{\arcsin x}{3x^4}$ | 1.6<br>а) $y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^3}$<br>б) $y = x^8 \cdot \cos x$<br>в) $y = \frac{3x^4}{\arccos x}$ |
| 1.7<br>а)<br>$y = 3x^5 - \frac{5}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x^3}$<br>б) $y = x^3 \cdot \cos x$<br>в) $y = \frac{\arcsin x}{9x^5}$ | 1.8<br>а)<br>$y = \frac{3}{x} + \sqrt[5]{x^7} - 4x^6 + \frac{2}{x^5}$<br>б) $y = x^7 \cdot ctgx$<br>в) $y = \frac{arcctgx}{3x^4}$ | 1.9<br>а) $y = 8x^4 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x} - \frac{4}{x^3}$<br>б) $y = x^7 \cdot ctgx$<br>в) $y = \frac{7x^3}{\arccos x}$ |
| 1.10<br>а) $y = 4\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} + 2x^2 + \frac{7}{x}$<br>б) $y = \cos x \cdot x^6$<br>в) $y = \frac{4x^7}{arctgx}$ | 1.11<br>а) $y = 2x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[5]{x^4} + \frac{3}{x}$<br>б) $y = x^9 \cdot tgx$<br>в) $y = \frac{\arccos x}{5x^4}$ | 1.12<br>а) $y = 9x^2 - \sqrt[3]{x^7} + \frac{4}{x} - \frac{6}{x^3}$<br>б) $y = x^8 \cdot \sin x$<br>в) $y = \frac{6x^4}{\arcsin x}$ |
| 1.13<br>а) $y = 4x^5 - \frac{6}{x^3} + \frac{1}{x} + 7\sqrt{x}$<br>б) $y = 2x^4 \cdot Sinx$<br>в) $y = \frac{\arccos x}{x^7}$ | 1.14<br>а) $y = \frac{5}{x} + \sqrt[5]{x^2} - x^3 + \frac{3}{x^4}$<br>б) $y = 2x^6 \cdot tgx$<br>в) $y = \frac{arctgx}{x^5}$ | 1.15<br>а) $y = x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{7}{x} - \frac{8}{x^2}$<br>б) $y = ctgx \cdot x^4$<br>в) $y = \frac{x^5}{\arcsin x}$ |
| 1.16<br>а) $e = 4\sqrt{x} - \frac{7}{x^5} - 6x^2 + \frac{4}{x}$<br>б) $y = \sin x \cdot x^7$<br>в) $y = \frac{3x^8}{arcctgx}$ | 1.17<br>а) $y = 6x + \frac{4}{x^2} - \sqrt[7]{x^4} + \frac{2}{x}$<br>б) $y = x^9 \cdot ctgx$<br>в) $y = \frac{\arcsin x}{7x^4}$ | 1.18<br>а) $y = x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{1}{x} - \frac{7}{x^3}$<br>б) $y = x^9 \cdot \cos x$<br>в) $y = \frac{8x^4}{\arccos x}$ |

| | | |
|---|---|---|
| 1.19<br>а) $y=3x^7-\frac{5}{x^4}+\frac{1}{x}+3\sqrt{x}$<br>б) $y=x^3\cdot tgx$<br>в) $y=\frac{\arccos x}{9x^5}$ | 1.20<br>а) $y=\frac{4}{x}+\sqrt[5]{x^3}-4x+\frac{2}{x^7}$<br>б) $y=x^7\cdot\cos x$<br>в) $y=\frac{arctgx}{3x^4}$ | 1.21<br>а) $y=8x^6+\sqrt[3]{x}-\frac{2}{x}-\frac{4}{x^9}$<br>б) $y=ctgx\cdot x^6$<br>в) $y=\frac{7x^3}{\arcsin x}$ |
| 1.22<br>а) $y=4\sqrt{x}-\frac{2}{x^8}+2x^3+\frac{7}{x}$<br>б) $y=ctgx\cdot x^6$<br>в) $y=\frac{4x^7}{\arccos x}$ | 1.23<br>а) $y=2x+\frac{5}{x^9}-\sqrt[6]{x}+\frac{3}{x}$<br>б) $y=x^4\cdot tgx$<br>в) $y=\frac{\arcsin x}{5x^4}$ | 1.24<br>а) $y=9x-\sqrt[3]{x^4}+\frac{4}{x}-\frac{6}{x^5}$<br>б) $y=x^9\cdot\sin x$<br>в) $y=\frac{6x^4}{\arccos x}$ |
| 1.25<br>а) $y=2x-\frac{8}{x^3}+\frac{1}{x}+9\sqrt{x}$<br>б) $y=(x+2)^3\cdot Sinx$<br>в) $y=\frac{arctgx}{6x^5}$ | 1.26<br>а) $y=\frac{6}{x}+\sqrt[5]{x^2}-x^9+\frac{2}{x^4}$<br>б) $y=(x-1)^5\cdot tgx$<br>в) $y=\frac{arcctgx}{x^2}$ | 1.27<br>а) $y=x^4+\sqrt[3]{x^5}-\frac{2}{x}-\frac{4}{x^9}$<br>б) $y=ctgx\cdot(x+1)^6$<br>в) $y=\frac{x^4}{\arccos x}$ |
| 1.28<br>а) $y=\sqrt{x}+\frac{2}{x^6}-x^9+\frac{7}{x}$<br>б) $y=\sin x\cdot x^6$<br>в) $y=\frac{5x^7}{arcctg(x+2)}$ | 1.29<br>а) $y=x^7+\frac{5}{x^3}-\sqrt[9]{x^4}+\frac{6}{x}$<br>б) $y=x^9\cdot ctgx$<br>в) $y=\frac{\arcsin(x-1)}{3x^4}$ | 1.30<br>а) $y=2x^5-\frac{4}{x^3}+\frac{1}{x}+3\sqrt{x}$<br>б) $y=x^3\cdot Sinx$<br>в) $y=\frac{\arccos x}{2x^5}$ |

2. Найти производную функции.

| | |
|---|---|
| 2.1 а) $y=5\sqrt{3x+2}+\frac{2}{\sqrt{x^3+x^2-11}}$<br>б) $y=\left(3^{\sin 2x}+5\right)^3$ | 2.2 а) $y=(x^3-4x)\sqrt{x^2+5x-2}$<br>б) $y=2tg^3\left(x^2+1\right)$ |
| 2.3 а) $y=(5+\cos x)\sqrt{5x^3+x}$<br>б) $y=(\log_3(1+x^2)+3^{tgx})^4$ | 2.4 а) $y=\sqrt{x^2+\sin 3x}+\sqrt[3]{2-\cos x^3}$<br>б) $y=\left(e^{tg2x}+\ln 4x\right)^5$ |
| 2.5 а) $y=(2+\sin 3x)\sqrt{x^3+2x^5}$<br>б) $y=(\log_2(x+3x^2)+2^{ctgx})^3$ | 2.6 а) $y=\sqrt{x^2+\cos 4x}+\sqrt[3]{5+tgx^3}$<br>б) $y=\left(e^{2x}+\ln(4x+2)\right)^3$ |
| 2.7 а) $y=\frac{x+\cos 3x}{2-\cos 3x}$ | 2.8 а) $y=\frac{2x+5}{\sqrt{x^3+6x-3}}$ |

| | |
|---|---|
| б) $y=(\sqrt{x+x^2}+\ln 3x)^3$ | б) $y=[2^{tgx}+\ln(1-3x^3)]^5$ |
| 2.9 а) $y=\dfrac{4x-5}{\sqrt{x^2+2x+3}}$<br>б) $y=5^x\ln(e^{-2x}+1)$ | 2.10 а) $y=\dfrac{3-2x}{\sqrt{5-2x+x^2}}$<br>б) $y=\cos 2x-x^2\sin 3x$ |
| 2.11 а) $y=\dfrac{x^2-8x}{\sqrt{x^3+6x+2}}$<br>б) $y=(2^{\sin 2x}+tg^2x)^4$ | 2.12 а) $y=\dfrac{3x+4}{\sqrt{x^5+3x^2}}$<br>б) $y=(2^{ctg(x+1)}+\sqrt{x-2})^4$ |
| 2.13 а) $y=\dfrac{x^2+x+2}{\sqrt{x^3-8}}$<br>б) $y=(5^{\sin 4x}+ctg^3x)^2$ | 2.14 а) $y=\dfrac{3x^2+4x}{\sqrt{x^3+3x}}$<br>б) $y=(3^{tg\sqrt{x}}+\sqrt[3]{\sin x})^4$ |
| 2.15 а) $y=\dfrac{4x-1}{\sqrt{x^3+x-6}}$<br>б) $y=(e^{\cos 2x}+x^2)^3$ | 2.16 а) $y=\dfrac{x^2+2x-5}{\sqrt{x^2+3}}$<br>б) $y=(3^{\ln 4x}-\cos\sqrt{x})^3$ |
| 2.17 а) $y=\dfrac{\sqrt{x^3+4x+1}}{x^2-4}$<br>б) $y=(e^{\cos 4x}-x^4)^3$ | 2.18 а) $y=\dfrac{2x^4-3x^3-6}{\sqrt{9x+x^2}}$<br>б) $y=(\ln(\cos 2x+3)+tg^3x)^2$ |
| 2.19 а) $y=\ln\sqrt{\dfrac{2^x+6}{2^x-6}}$<br>б) $y=(\sqrt{x^2+3}\cdot\sin^2 4x)^3$ | 2.20 а) $y=\dfrac{3x-2}{\sqrt{x^4+3x^2-6}}$<br>б) $y=\sqrt[5]{1+e^{-5x}}\cdot\cos^2 3x$ |
| 2.21 а) $y=\dfrac{3x+4}{\sqrt{x^2+8x-5}}$<br>б) $y=(3^{\cos x}+\sqrt{2-x^3})^7$ | 2.22 а) $y=\dfrac{3x-4}{\sqrt{x^3+x+3}}$<br>б) $y=3^x\ln(e^{2x^2}+x)$ |
| 2.23 а) $y=x^4\sqrt{1+3x^2}$<br>б) $y=\dfrac{5ctgx}{\sin^3 x}$ | 2.24 а) $y=\dfrac{x^3-5x}{\sqrt{x^2+5x+1}}$<br>б) $y=(e^{\sin 2x}+ctgx)^2$ |
| 2.25 а) $y=\dfrac{2x+3}{\sqrt{x^4+2x+5}}$<br>б) $y=(3^{tg(x+1)}\sqrt{x^2-3})^5$ | 2.26 а) $y=\dfrac{x^2+5x-2}{\sqrt{x^2-8x}}$<br>б) $y=(4^{\sin 3x}+tgx)^3$ |
| 2.27 а) $y=\dfrac{2x^3+5x}{\sqrt{x^2+3x}}$<br>б) $y=(2^{ctg\sqrt{x}}+\sqrt[5]{\cos x})^3$ | 2.28 а) $y=\dfrac{5x-2}{\sqrt{x^3+x^2-3}}$<br>б) $y=(3^{tg 2x}+x^4)^3$ |
| 2.29 а) $y=\dfrac{x^2+3x-7}{\sqrt{x^2+3x+2}}$<br>б) $y=(4^{\ln 2x}-3\sin\sqrt{x})^2$ | 2.30 а) $y=\dfrac{\sqrt{x^3+2x^2+1}}{x^2-4x+3}$<br>б) $y=(3^{\sin 2x}-x^3)^4$ |

3. Найти производную логарифмическим дифференцированием.

| | |
|---|---|
| 3.1 a) $y = x^{\sin x}$ b) $y = \dfrac{\sqrt[8]{x-7}}{(x+1)^5(x+4)}$ | 3.2 a) $y = x^{\frac{2}{x}}$ b) $y = \dfrac{(x-3)^5(x+2)^3}{\sqrt[4]{(x-1)^3}}$ |
| 3.3 a) $y = x^{-x}$<br>b) $y = \dfrac{\sqrt{x+1}(x+3)^5}{(x+2)^5}$ | 3.4 a) $y = \left(arctgx^{\ln x}\right)$<br>b) $y = \dfrac{(x+3)\sqrt[5]{(x-2)^2}}{(x+1)^7}$ |
| 3.5 a) $y = \left(arctgx^{2x}\right)$<br>b) $y = \dfrac{(x+2)^7(x-3)^3}{\sqrt[4]{(x+1)^5}}$ | 3.6 a) $y = \left(1-x^2\right)^x$<br>b) $y = \dfrac{(x-1)^4(x+2)^5}{\sqrt[3]{(x-4)}^2}$ |
| 3.7 a) $y = (tgx)^{\sin x}$<br>b) $y = \dfrac{\sqrt{x+4}(x-3)^2}{(x+2)^7}$ | 3.8 a) $y = (\sin x)^x$<br>b) $y = \dfrac{(x-7)\sqrt[5]{(x-2)^3}}{(x+1)^8}$ |
| 3.9 a) $y = (\sin x)^{x^3}$<br>b) $y = \dfrac{\sqrt[7]{x-1}(x-3)^4}{(x+2)^9}$ | 3.10 a) $y = (x+2)^{\ln x}$<br>b) $y = \dfrac{(x-7)^4(x+2)^3}{\sqrt[5]{(x-1)^3}}$ |
| 3.11 a) $y = \left(1+x^2\right)^x$<br>b) $y = \dfrac{\sqrt{x+1}}{(x+2)^4(x+4)}$ | 3.12 a) $y = (ctg\,3x)^{\sin 3x}$<br>b) $y = \dfrac{\sqrt[5]{(x-2)^2}}{(x+1)^7(x-4)}$ |
| 3.13 a) $y = (\ln x)^{tgx}$<br>b) $y = \dfrac{(x+2)^9(x+3)^3}{\sqrt[8]{(x+1)^5}}$ | 3.14 a) $y = \left(x^2+\ln x\right)^{\cos x}$<br>b) $y = \dfrac{(x-1)(x+2)^5}{\sqrt[3]{(x-4)^2}}$ |
| 3.15 a) $y = (\cos x)^{\sin x}$<br>b) $y = \dfrac{\sqrt{x+4}(x+3)^6}{(x-2)^4}$ | 3.16 a) $y = (tgx)^{\sin 2x}$<br>b) $y = \dfrac{(x-7)}{(x+1)^8\sqrt{x-4}}$ |
| 3.17 a) $y = \left(x^2+\ln x\right)^{\cos x}$<br>b) $y = \dfrac{\sqrt[7]{(x-2)^4}}{(x+2)^5(x-6)}$ | 3.18 a) $y = \left(x+x^2\right)^{\sin x}$<br>b) $y = \dfrac{(x+3)\sqrt[3]{(x+2)^2}}{(x+1)^2}$ |
| 3.19<br>a) $y = \left(x^3+1\right)^x$ b) $y = \dfrac{(x+2)(x-3)^3}{\sqrt[4]{(x+1)^5}}$ | 3.20<br>a) $y = \left(1-\sqrt{x}\right)^{arctgx}$ b) $y = \dfrac{(x+1)^4(x+2)}{\sqrt[3]{(x-4)^2}}$ |
| 3.21<br>a) $y = (\arccos x)^{3x}$ b) $y = \dfrac{(x-3)^2}{(x+2)\sqrt{x-9}}$ | 3.22<br>a) $y = (\cos x)^{\sqrt{x}}$ b) $y = \dfrac{\sqrt[5]{(x-2)^3}}{(x+1)^8(x+7)}$ |

| | |
|---|---|
| 3.23 a) $y=(\cos 2x)^{\sin x}$<br>b) $y=\dfrac{\sqrt[7]{x-1}(x-3)}{(x+2)^9}$ | 3.24 a) $y=(1+x)^{x^2}$<br>b) $y=\dfrac{(x-7)^4(x-2)}{\sqrt[5]{(x-1)^3}}$ |
| 3.25 a) $y=(\ln x)^{x^2}$<br>b) $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{(x-8)^4(x+4)}$ | 3.26 a) $y=(\arcsin x)^x$<br>b) $y=\dfrac{\sqrt{(x-2)}}{(x+1)^8(x+4)}$ |
| 3.27<br>a) $y=(1-x^2)^{\sin x}$ b) $y=\dfrac{\sqrt[7]{x+1}(x-3)}{(x-2)^3}$ | 3.28<br>a) $y=(\ln x+2)^x$ b) $y=\dfrac{(x+8)^4(x-1)}{\sqrt[5]{(x-4)^3}}$ |
| 3.29<br>a) $y=(x)^{tg\,2x}$ b) $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{(x-5)(x+4)^3}$ | 3.30<br>a) $y=(tg\,4x)^{\sin 4x}$ b) $y=\dfrac{\sqrt{x+7(x-3)^4}}{(x+2)^5}$ |

4. Продифференцировать данную функцию.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4.1 | $tg\dfrac{x}{y}+2x-y=0$ | 4.2 | $3x+y+\arccos y=0$ |
| 4.3 | $ctgx+xy^3-2x=0$ | 4.4 | $(e^x-1)(e^y-1)=0$ |
| 4.5 | $\ln(y^2+x)=e^{\frac{x}{y}}$ | 4.6 | $x^2-y^3-2xy=0$ |
| 4.7 | $x^2-y^2+5\sin(x+y)=0$ | 4.8 | $x^3y^2-3\ln(x+y)=5$ |
| 4.9 | $x^3-y^2+2^y tgx=0$ | 4.10 | $y+\sin 3x=tg(x+y)$ |
| 4.11 | $3x+ye^x-2e^x=0$ | 4.12 | $\ln(x^2-y^2)+tgy=0$ |
| 4.13 | $x\cos 2y-tgx=0$ | 4.14 | $x^2+y^2+\ln(2x+3y)=0$ |
| 4.15 | $e^x+x\ln y-3y=0$ | 4.16 | $\ln x+ytgx=0$ |
| 4.17 | $e^{2x}-e^{2y}-xy^2=0$ | 4.18 | $3x+2y+\sin(x-y)=0$ |
| 4.19 | $x+\ln y+\sqrt{3x-4y}=0$ | 4.20 | $x^2+\ln y+e^{-x}-e^{2x}=0$ |
| 4.21 | $\ln(y+x^2)=e^{\frac{y}{x}}$ | 4.22 | $x^3+y^2+5xy=0$ |
| 4.23 | $3x^2+2y^2+3\sin(x-2y)=0$ | 4.24 | $x^3+y^2+\ln(xy)=0$ |
| 4.25 | $x^2+2y^2+e^y\sin x=0$ | 4.26 | $x+\sin 2y=ctg(x+y)$ |
| 4.27 | $3y+e^x-e^{2y}=0$ | 4.28 | $\ln(x^2+y^2)+ctgy=0$ |
| 4.29 | $x\sin(2+y)+ctgx=0$ | 4.30 | $x^3-y^2+\ln(x-2y)=0$ |

5. Продифференцировать данную функцию.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5.1 | $\begin{cases} x=t^2+tg\,2t \\ y=3t+\ln t \end{cases}$ | 5.2 | $\begin{cases} x=t-2t^2 \\ y=2t^2+t^4+2 \end{cases}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5.3 | $\begin{cases} x = \sin t \\ y = t^2 \ln t \end{cases}$ | 5.4 | $\begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 2} \\ y = \dfrac{t+3}{\sqrt{t^3 - 2}} \end{cases}$ |
| 5.5 | $\begin{cases} x = \dfrac{t-3}{t+2} \\ y = \dfrac{t^2+3}{t-5} \end{cases}$ | 5.6 | $\begin{cases} x = arctg\, 2t \\ y = \dfrac{3}{1+4t^2} \end{cases}$ |
| 5.7 | $\begin{cases} x = t^3 + \ln t \\ y = t^2 + 2t^4 \end{cases}$ | 5.8 | $\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = tgt^2 \end{cases}$ |
| 5.9 | $\begin{cases} x = \sin^3(3+t) \\ y = \cos(3-t) \end{cases}$ | 5.10 | $\begin{cases} x = t^2 + \ln t \\ y = 3t + 4t^3 \end{cases}$ |
| 5.11 | $\begin{cases} x = t + \cos t \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ | 5.12 | $\begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = t^2 + 3\sin t \end{cases}$ |
| 5.13 | $\begin{cases} x = \ln^2 t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$ | 5.14 | $\begin{cases} x = \ln(2+t^3) \\ y = \cos 2t \end{cases}$ |
| 5.15 | $\begin{cases} x = t^4 + 2t \\ y = t^2 + \ln t \end{cases}$ | 5.16 | $\begin{cases} x = 3^t + \sin t \\ y = 3^t - \cos t \end{cases}$ |
| 5.17 | $\begin{cases} x = 3\cos 2t \\ y = 4\sin 3t \end{cases}$ | 5.18 | $\begin{cases} x = \sqrt{2+t^3} \\ y = 2\cos t \end{cases}$ |
| 5.19 | $\begin{cases} x = \sqrt{e^t + t^2} \\ y = \sin 5t \end{cases}$ | 5.20 | $\begin{cases} x = \sin(t^2+1) \\ y = tg\, 2t \end{cases}$ |
| 5.21 | $\begin{cases} x = \dfrac{t^2-3}{t+2} \\ y = \dfrac{t+3}{t^2-5} \end{cases}$ | 5.22 | $\begin{cases} x = tg\, 2t \\ y = \dfrac{4}{1+3t^2} \end{cases}$ |
| 5.23 | $\begin{cases} x = t^2 - \ln t \\ y = 3t^2 - 2t^3 \end{cases}$ | 5.24 | $\begin{cases} x = 2t^2 + 3t^2 \\ y = arctgt^2 \end{cases}$ |
| 5.25 | $\begin{cases} x = \sin(2+t^3) \\ y = \cos(4-t^2) \end{cases}$ | 5.26 | $\begin{cases} x = t^3 + \sqrt{t} \\ y = t - 4t^3 \end{cases}$ |
| 5.27 | $\begin{cases} x = t\cos t \\ y = \sin 2t \end{cases}$ | 5.28 | $\begin{cases} x = t^2 \ln t \\ y = t^2 - 2\sin t \end{cases}$ |
| 5.29 | $\begin{cases} x = \ln^3 t \\ y = \sin^2 t \end{cases}$ | 5.30 | $\begin{cases} x = \sin(2+t^3) \\ y = \cos(2+t^3) \end{cases}$ |

6. Найти значение второй производной в точке $x_0$.

| № | $y=f(x)$ | $x_0$ | № | $y=f(x)$ | $x_0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 6.1 | $y=\sin(x^3+\pi)$ | $x_0=\sqrt[3]{\pi}$ | 6.2 | $y=arctgx$ | $x_0=1$ |
| 6.3 | $y=\ln(2+x^2)$ | $x_0=0$ | 6.4 | $y=e^x\cos x$ | $x_0=0$ |
| 6.5 | $y=e^x\sin 2x$ | $x_0=0$ | 6.6 | $y=e^{-x}\cos x$ | $x_0=0$ |
| 6.7 | $y=\sin 2x$ | $x_0=\pi$ | 6.8 | $y=(2x+1)^5$ | $x_0=1$ |
| 6.9 | $y=\ln(1+x)$ | $x_0=2$ | 6.10 | $y=\frac{1}{2}e^x x^2$ | $x_0=0$ |
| 6.11 | $y=\arcsin x$ | $x_0=0$ | 6.12 | $y=(5x-4)^5$ | $x_0=2$ |
| 6.13 | $y=x\sin x$ | $x_0=\frac{\pi}{2}$ | 6.14 | $y=x^2\ln x$ | $x_0=\frac{1}{3}$ |
| 6.15 | $y=x\sin 2x$ | $x_0=-\frac{\pi}{4}$ | 6.16 | $y=x\cos 2x$ | $x_0=\frac{\pi}{12}$ |
| 6.17 | $y=x^4\ln x$ | $x_0=1$ | 6.18 | $y=x+arctgx$ | $x_0=1$ |
| 6.19 | $y=\cos^2 x$ | $x_0=\frac{\pi}{4}$ | 6.20 | $y=\ln(x^2-4)$ | $x_0=3$ |
| 6.21 | $y=x^2\cos x$ | $x_0=\frac{\pi}{2}$ | 6.22 | $y=x\arccos x$ | $x_0=\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| 6.23 | $y=(x+1)\ln(1+x)$ | $x_0=-\frac{1}{2}$ | 6.24 | $y=\ln^3 x$ | $x_0=1$ |
| 6.25 | $y=2^{x^2}$ | $x_0=1$ | 6.26 | $y=(4x-3)^5$ | $x_0=1$ |
| 6.27 | $y=x\arcsin x$ | $x_0=2$ | 6.28 | $y=(7x-4)^6$ | $x_0=1$ |
| 6.29 | $y=x\sin 2x$ | $x_0=\frac{\pi}{4}$ | 6.30 | $y=\sin^2 x$ | $x_0=\frac{\pi}{2}$ |

7. Составить уравнение касательной и нормали с абсциссой в точке $x_0$.

| № | $y=f(x)$ | $x_0$ | № | $y=f(x)$ | $x_0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 7.1 | $y=\frac{x^2-2x-3}{4}$ | 4 | 7.2 | $y=2x^2+3x-1$ | -2 |
| 7.3 | $y=x-x^3$ | -1 | 7.4 | $y=x^2+8\sqrt{x}-32$ | 4 |
| 7.5 | $y=x+\sqrt{x^3}$ | 1 | 7.6 | $y=\sqrt[3]{x^2}-20$ | -8 |
| 7.7 | $y=\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ | 4 | 7.8 | $y=8\sqrt[4]{x}-70$ | 16 |
| 7.9 | $y=2x^2-3x+1$ | 1 | 7.10 | $y=\frac{x^2+3x+6}{x^2}$ | 3 |
| 7.11 | $y=\frac{x^{29}+6}{x^4+1}$ | 1 | 7.12 | $y=\frac{x^3+2}{x^{3-2}}$ | 2 |
| 7.13 | $y=2x^2+3$ | -1 | 7.14 | $y=\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}$ | 64 |
| 7.15 | $y=2x+\frac{1}{x}$ | 1 | 7.16 | $y=-2\frac{x^8+2}{3(x^4+1)}$ | 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7.17 | $y=\frac{x^5+1}{x^{4+1}}$ | 1 | 7.18 | $y=\frac{x^{16}+9}{1-5x^2}$ | 1 |
| 7.19 | $y=3\left(\sqrt[3]{x}-2\sqrt{x}\right)$ | 1 | 7.20 | $y=\frac{1}{3x+2}$ | 2 |
| 7.21 | $y=\frac{x}{x^2+1}$ | -2 | 7.22 | $y=\frac{x^2-3x+3}{3}$ | 3 |
| 7.23 | $y=\frac{2x}{x^2+1}$ | 1 | 7.24 | $y=\frac{1+3x^2}{3+x^2}$ | 1 |
| 7.25 | $y=-2\left(\sqrt[3]{x}+3\sqrt{x}\right)$ | 1 | 7.26 | $y=14\sqrt{x}-15\sqrt[3]{x}+2$ | 1 |
| 7.27 | $y=3\sqrt[4]{x}-\sqrt{x}$ | 1 | 7.28 | $y=\frac{3x-2x^3}{3}$ | 1 |
| 7.29 | $y=\frac{x^2}{10}+3$ | 2 | 7.30 | $y=\frac{4x-x^2}{4}$ | 2 |

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции в данном промежутке.

| № | $y=f(x)$ | $[a;b]$ | № | $y=f(x)$ | $[a;b]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 8.1 | $y=\frac{10x+10}{x^2+2x+2}$ | [1;4] | 8.2 | $y=2-x-\frac{4}{x^2}$ | [1;4] |
| 8.3 | $y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)}$ | [0;6] | 8.4 | $y=\frac{2(x^2+3)}{x^2-2x+5}$ | [3;3] |
| 8.5 | $y=2\sqrt{x}-x$ | [0;4] | 8.6 | $y=1+\sqrt[3]{2(x-1)^2(x-2)}$ | [-1;5] |
| 8.7 | $y=x-4\sqrt{x}+5$ | [1;9] | 8.8 | $y=\frac{10x}{1+x^2}$ | [0;3] |
| 8.9 | $y=\sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)}$ | [-3;3] | 8.10 | $y=2x^2+\frac{108}{x}-59$ | [2;4] |
| 8.11 | $y=3-x-\frac{4}{(x+2)^2}$ | [-1;2] | 8.12 | $y=\sqrt[3]{2x^2(x-3)}$ | [-1;6] |
| 8.13 | $y=\frac{2(-x^2+7x-7)}{x^2-2x+2}$ | [1;4] | 8.14 | $y=\frac{4x}{4+x^2}$ | [-4;2] |
| 8.15 | $y=x-4\sqrt{x+2}+8$ | [-1;7] | 8.16 | $y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}$ | [1;5] |
| 8.17 | $y=-\frac{x^2}{2}+\frac{8}{x}+8$ | [-4;-1] | 8.18 | $y=\frac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}$ | [-2;1] |
| 8.19 | $y=\sqrt[3]{2x^2(x-6)}$ | [-2;4] | 8.20 | $y=\sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}$ | [0;4] |
| 8.21 | $y=x^2-2x+\frac{16}{x-1}$ | [-2;5] | 8.22 | $y=\sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}$ | [-2;5] |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 8.23 | $y=2\sqrt{x-1}-x+2$ | [1;5] | 8.24 | $y=\sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}$ | [-3;4] |
| 8.25 | $y=-\frac{x^2}{2}+2x+\frac{8}{x-2}$ | [-2;1] | 8.26 | $y=8x+\frac{4}{x^2}-15$ | $[\frac{1}{2};2]$ |
| 8.27 | $y=\sqrt[3]{2(x+2)(x-4)}$ | [-4;2] | 8.28 | $y=x^2+4x+\frac{16}{x+2}$ | [-1;2] |
| 8.29 | $y=\frac{4}{x^2}-8x-15$ | $[-2;-\frac{1}{2}]$ | 8.30 | $y=x^2+\frac{16}{x}-16$ | [-1;2] |

9. Исследовать функцию и построить ее график.

| | | |
|---|---|---|
| 9.1 $y=\frac{x^2+2}{x}$ | 9.2 $y=\frac{x^3}{x^2-3}$ | 9.3 $y=\frac{x^2}{x^2-1}$ |
| 9.4 $y=\frac{x}{4-x^2}$ | 9.5 $y=\frac{x^2}{2-x}$ | 9.6 $y=\frac{x^2-3}{x-2}$ |
| 9.7 $y=x-\frac{x}{2x+1}$ | 9.8 $y=\frac{x^2+7}{x-3}9$ | 9.9 $y=\frac{x^3-x}{x^2-4}$ |
| 9.10 $y=\frac{2x}{x^2+2}$ | 9.11 $y=\frac{3x}{4+x^2}$ | 9.12 $y=\frac{x^2-4}{x^2+4}$ |
| 9.13 $y=\frac{2x}{x^2-1}$ | 9.14 $y=\frac{x^2+6}{x}$ | 9.15 $y=\frac{x^2-3}{x+2}$ |
| 9.16 $y=\frac{2x}{x^2-2}$ | 9.17 $y=\frac{x^2-2x-1}{x-3}$ | 9.18 $y=\frac{x^2+2x+3}{x}$ |
| 9.19 $y=\frac{x^2+1}{x^2-4}$ | 9.20 $y=\frac{x^2-2x+1}{x+1}$ | 9.21 $y=\frac{x^2}{x-2}$ |
| 9.22 $y=\frac{x+2}{x^2-2}$ | 9.23 $y=x-\frac{2x}{x+2}$ | 9.24 $y=\frac{x^2+3}{x-3}$ |
| 9.25 $y=\frac{x^2-x}{x^2-1}$ | 9.26 $y=\frac{x}{x^2-2}$ | 9.27 $y=\frac{2x}{4-x^2}$ |
| 9.28 $y=\frac{x^2+3}{x^2-3}$ | 9.29 $y=\frac{x}{x^2-4}$ | 9.30 $y=\frac{x^2+3}{x^2}$ |

10. Найти предел с помощью правила Лопиталя.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 10.1 | $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1-6x}-1+2x}{x^2}$ | 10.2 | $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2e^{\frac{x}{2}}-2-x}{x^2}$ | 10.3 | $\lim\limits_{x\to 0}\frac{6\sin 2x-12x}{x^3}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 10.4 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-6x}-1-2x}{x^2}$ | 10.5 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3tg2x-6x}{x^3}$ | 10.6 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-3x)+3x}{x^2}$ |
| 10.7 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-5x}-1+5x}{x^2}$ | 10.8 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 4x-4x}{x^3}$ | 10.9 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin 3x-6x}{x^3}$ |
| 10.10 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\ln\left(1+\frac{1}{2}x\right)-x}{x^2}$ | 10.11 | $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{\ln x}$ | 10.12 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{4+x}-2}{x}$ |
| 10.13 | $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{arctg(x+2)}{(x+2)}$ | 10.14 | $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-3)^2}{\sin^2(x-3)}$ | 10.15 | $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+1}{\sqrt[3]{x-7}+2}$ |
| 10.16 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^{\sin x}-1}{\sin 2x}$ | 10.17 | $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\cos(\pi x/2)}{x+1}$ | 10.18 | $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{5-2x}-1}$ |
| 10.19 | $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}$ | 10.20 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-x}{x-\sin x}$ | 10.21 | $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{x}{\ln x}\right)$ |
| 10.22 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-x}{2\sin x+x}$ | 10.23 | $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^x}{x^5}$ | 10.24 | $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$ |
| 10.25 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{chx-1}{1-\cos x}$ | 10.26 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\pi/x}{ctg(\pi x/2)}$ | 10.27 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\sin mx)}{\ln(\sin x)}$ |
| 10.28 | $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{tgx}{tg5x}$ | 10.29 | $\lim\limits_{x\to 0}(1-\cos x)ctgx$ | 10.30 | $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{4x-\sin x}$ |

12. Записать формулу производной $n-$го порядка данной функции.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 12.1 | $y=\ln(5x-1)$ | 12.2 | $y=\dfrac{1}{x}$ | 12.3 | $y=2^x$ |
| 12.4 | $y=\cos x$ | 12.5 | $y=\sin x$ | 12.6 | $y=\dfrac{1}{x+5}$ |
| 12.7 | $y=e^{-2x}$ | 12.8 | $y=\ln(x+3)$ | 12.9 | $y=\sqrt{x}$ |
| 12.10 | $y=xe^{3x}$ | 12.11 | $y=\ln(x-3)$ | 12.12 | $y=\ln(x+5)$ |
| 12.13 | $y=e^{4x}$ | 12.14 | $y=\dfrac{1}{x-7}$ | 12.15 | $y=5^x$ |
| 12.16 | $y=e^{-5x}$ | 12.17 | $y=\ln(4+x)$ | 12.18 | $y=\dfrac{1}{x-6}$ |
| 12.19 | $y=10^x$ | 12.20 | $y=7^x$ | 12.21 | $y=\cos 3x$ |
| 12.22 | $y=\ln(3x-5)$ | 12.23 | $y=\sqrt{x+7}$ | 12.24 | $y=xe^{6x}$ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 12.25 | $y=\dfrac{x}{x+5}$ | 12.26 | $y=\ln\dfrac{1}{4-x}$ | 12.27 | $y=\dfrac{4}{x+3}$ |
| 12.28 | $y=\dfrac{1+x}{\sqrt{x}}$ | 12.29 | $y=\dfrac{1}{1+x}$ | 12.30 | $y=\ln x$ |

13. Найти пределы.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13.1 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 4x}{5-5e^{x}-3x}$,<br>b) $\lim\limits_{x\to 0} x^{x}$ | 13.2 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x}$,<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}(1-\sin 2x)^{ctgx}$ |
| 13.3 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$,<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\ln\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)^{x}$ | 13.4 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-\dfrac{x^2}{2}-x-1}{\cos x-\dfrac{x^2}{2}-1}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{ctg^2 x}$ |
| 13.5 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{tgx}-1}{tgx-x}$<br>b) $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln 2x)^{\frac{1}{\ln x}}$ | 13.6 | a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-\ln(1-x)+tg^{\frac{\pi x}{2}}}{ctg\pi x}$<br>b) $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x}$ |
| 13.7 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x\cdot\ln(x-a)}{\ln(e^{x}-e^{a})}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)^{\ln x}$ | 13.8 | a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\cos\left(\dfrac{\pi x}{2}\right)\cdot\ln(1-x)}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}(\sin x)^{tgx}$ |
| 13.9 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-4\sin^2\left(\dfrac{\pi x}{6}\right)}{1-x^2}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0} x^{\sin x}$ | 13.10 | a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{\alpha x}-\cos\alpha x}{e^{\beta x}-\cos\beta x}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}(\ln(x+e))^{\frac{1}{x}}$ |
| 13.11 | a) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^{m}-a^{m}}{x^{n}-a^{n}}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin^2 x)^{1/tg^2 x}$ | 13.12 | a) $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\sin\dfrac{a}{6x}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)^{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$ |
| 13.13 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3tg4x-12tgx}{3\sin 4x-12\sin x}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 1} x^{\frac{1}{x-1}}$ | 13.14 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt{tgx}-1}{2\sin^2 x-1}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x^2)^{\frac{1}{x}}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13.15 | a) $\lim\limits_{x\to 1}\left(tg\dfrac{\pi x}{2}\right)^{tg\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$<br>b) $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\left(\dfrac{3}{x}\right)$ | 13.16 | a) $\lim\limits_{x\to 1}\left(tg\dfrac{\pi x}{2}\right)^{tg^{\left(\frac{\pi x}{2}\right)}}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}\right)^{tgx}$ |
| 13.17 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-a^{\sin x}}{x^3}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 1}\left(ctg\dfrac{\pi x}{4}\right)^{tg\frac{\pi x}{2}}$ | 13.18 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}(tgx)^{tg2x}$<br>b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-4}{x+3}\right)^{3x}$ |
| 13.19 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}(ctgx)^{\sin x}$ | 13.20 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt[3]{tgx}-1}{2\sin^2 x-1}$<br>b) $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln x)^{\frac{1}{x}}$ |
| 13.21 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$<br>b) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-e^x\right)^{\frac{1}{x}}$ | 13.22 | a) $\lim\limits_{x\to\infty} x^2e^{-0,01x}$<br>b) $\lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{6}{1+2\ln x}}$ |
| 13.23 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+xe^x\right)}{\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}$<br>b) $\lim\limits_{x\to\infty}(x-1)^{\frac{1}{\ln^2(x-1)}}$ | 13.24 | a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\cos\dfrac{m}{x}\right)^x$<br>b) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)^{\log_2 x}$ |
| 13.25 | a) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt[3]{1+2x}+1}{\sqrt{2+x}+x}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}(ctg2x)^{\frac{1}{\ln x}}$ | 13.26 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\ln 2x\cdot\ln(2x-1)$<br>b) $\lim\limits_{x\to\infty} x^2\cdot\sin\dfrac{a}{x}$ |
| 13.27 | a) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\left(\dfrac{x}{3x-1}-\dfrac{1}{\ln 3x}\right)$<br>b) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)^{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}$ | 13.28 | a) $\lim\limits_{x\to 0}\arcsin x\cdot tgx$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0}(ctgx)^{\sin x}$ |
| 13.29 | a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x^3e^{-x}\right)$<br>b) $\lim\limits_{x\to 5}\left(\dfrac{1}{x-5}-\dfrac{5}{x^2-x-20}\right)$ | 13.30 | a) $\lim\limits_{x\to 1}(x-1)^{x-1}$<br>b) $\lim\limits_{x\to 0} x^{\frac{1}{x}}$ |

## 3 Расчетно-графическая работа № 3. Интегральное исчисление функции от одной переменной

**Цель:** научить студентов применять теоретические знания для вычисления определенных и неопределенных интегралов от одной переменной. Научить применять основные методы интегрирования для решения практических задач. Привить навыки применения определенных интегралов к решению физических задач.

**3.1 Теоретические вопросы**

1. Неопределенный интеграл. Основные свойства. Таблица интегралов.
2. Методы вычисления неопределенных интегралов. Интегрирование дробно-рациональных и иррациональных функции.
3. Интегрирование тригонометрических функции.
4. Определенный интеграл. Свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Приложение определенного интеграла. Несобственный интеграл.

1. Найти интеграл.

| | | |
|---|---|---|
| 1.1 | $a)\int\left(\sqrt[6]{x}+\frac{6}{x^4}-\frac{1}{16-x^2}\right)dx$ | $б)\int\left(e^x+e^{-x}\right)^2dx$ |
| 1.2 | $a)\int\left(\frac{7}{\sqrt{x}}+\frac{2}{x^4}-\frac{1}{9+x^2}\right)dx$ | $б)\int e^x\sqrt{3^x}\,dx$ |
| 1.3 | $a)\int\left(\frac{4}{\cos^2 x}+\frac{3}{x^6}-\frac{1}{\sqrt{49+x^2}}\right)dx$ | $б)\int 5^x\cdot 3^{2-x}\,dx$ |
| 1.4 | $a)\int\left(\frac{3}{x\sqrt{x}}+\frac{7}{x^3}-\frac{1}{9-x^2}\right)dx$ | $б)\int 3^x\cdot 7^{-x}\,dx$ |
| 1.5 | $a)\int\left(\sqrt[4]{x}-\frac{6}{x^4}-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$ | $б)\int \pi^x\cdot e^{x-1}dx$ |
| 1.6 | $a)\int\left(\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{9}{x^2}-\frac{1}{16+x^2}\right)dx$ | $б)\int 4^x\left(3+2^{-x}\right)dx$ |
| 1.7 | $a)\int\left(\sqrt[5]{x}+\frac{6}{x^3}-\frac{1}{\sqrt{16-x^2}}\right)dx$ | $б)\int 3^x\left(4+5^{-x}\right)dx$ |
| 1.8 | $a)\int\left(\frac{5}{\sqrt{x}}+\frac{3}{x^7}-\frac{4}{4+x^2}\right)dx$ | $б)\int e^x\left(e^{-x}+4\right)dx$ |
| 1.9 | $a)\int\left(3e^x+\frac{5}{x^2}-\frac{3}{\sqrt{9-x^2}}\right)dx$ | $б)\int 3^x\cdot 2^{x+2}\,dx$ |
| 1.10 | $a)\int\left(\sqrt{x}+\frac{3}{x^3}+\frac{8}{3+x^2}\right)dx$ | $б)\int e^x\cdot 5^{-x}\,dx$ |
| 1.11 | $a)\int\left(\sqrt[3]{x}+5x^3+\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)dx$ | $б)\int 7^{-x}\left(3^x+2\right)dx$ |

| | | |
|---|---|---|
| 1.12 | $a)\int\left(7e^x+\frac{4}{x^5}-\frac{1}{25+x^2}\right)dx$ | $б)\int 2^x\left(e^{-x}+3\right)dx$ |
| 1.13 | $a)\int\left(\frac{7}{x\sqrt{x}}+\frac{5}{x^4}+\frac{3}{25-x^2}\right)dx$ | $б)\int\left(3^{-x}+2^{x+1}\right)^2dx$ |
| 1.14 | $a)\int\left(\sqrt[5]{x}+\frac{4}{x^3}-\frac{1}{9-x^2}\right)dx$ | $б)\int 6^x\left(e^x+5\right)dx$ |
| 1.15 | $a)\int\left(\sqrt[9]{x}+\frac{4}{x}-7^x\right)dx$ | $б)\int 2^{-x}\left(e^x+4\right)dx$ |
| 1.16 | $a)\int\left(\frac{2}{\cos^2 x}-\sqrt[3]{x^2}+\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\right)dx$ | $б)\int 5^x\left(3^{-x}+1\right)dx$ |
| 1.17 | $a)\int\left(\frac{7}{\sin^2 x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{36+x^2}\right)dx$ | $б)\int e^{-x}\left(3^x+7\right)dx$ |
| 1.18 | $a)\int\left(\frac{5}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^4}-6^x\right)dx$ | $б)\int 4^x\left(3^{-x}+5\right)dx$ |
| 1.19 | $a)\int\left(\sin x+\frac{9}{x^7}-\frac{1}{\sqrt{16-x^2}}\right)dx$ | $б)\int 3^x\left(e^{-x}+2\right)dx$ |
| 1.20 | $a)\int\left(\sqrt[4]{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{4-x^2}\right)dx$ | $б)\int 2^x\left(3^{-x}+4\right)dx$ |
| 1.21 | $a)\int\left(\sqrt{x}+\frac{8}{x^4}-\frac{1}{2+x^2}\right)dx$ | $б)\int 6^x\cdot 2^{-x}dx$ |
| 1.22 | $a)\int\left(\sqrt[5]{x^2}+\frac{7}{x^3}-\frac{3}{81-x^2}\right)dx$ | $б)\int 3^x\left(2^{x+1}+3\right)dx$ |
| 1.23 | $a)\int\left(\cos x+\frac{3}{x^4}-\frac{1}{\sqrt{3-x^2}}\right)dx$ | $б)\int e^x\left(e^{-5x}+4\right)dx$ |
| 1.24 | $a)\int\left(\sqrt[3]{x^2}+\frac{5}{x^5}-\frac{3}{16+x^2}\right)dx$ | $б)\int 2^{-x}\left(3^{2x}+1\right)dx$ |
| 1.25 | $a)\int\left(\sqrt[4]{x}+\frac{9}{x^2}-\frac{3}{\cos^2 x}\right)dx$ | $б)\int 3^x\left(4^{-x}+5\right)dx$ |
| 1.26 | $a)\int\left(e^x+\frac{4}{x^7}-\frac{6}{\sqrt{9-x}^2}\right)dx$ | $б)\int \pi^x\cdot 4^{-x}dx$ |
| 1.27 | $a)\int\left(\cos x+\frac{5}{x^4}-\frac{1}{\sqrt{49+x^2}}\right)dx$ | $б)\int 6^x\left(3^{-x}-2\right)dx$ |
| 1.28 | $a)\int\left(\sqrt[6]{x}+\frac{3}{x}-\frac{1}{81+x^2}\right)dx$ | $б)\int 3^x\left(4^{-x}+3\right)dx$ |
| 1.29 | $a)\int\left(\sqrt[3]{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{3}{\sqrt{16+x^2}}\right)dx$ | $б)\int 4^{-x}\left(e^x+3\right)dx$ |

| | | |
|---|---|---|
| 1.30 | $a)\int\left(\frac{5}{\cos^2 x}+\frac{7}{x^3}-3^x\right)dx$ | $б)\int e^{-4x}\left(e^{8x}+1\right)dx$ |

2. Найти интеграл методом замены переменной.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2.1 | $a)\int\sin(2x-5)dx$ | $б)\int x\sin x^2dx$ | 2.16 | $a)\int e^{3x+1}dx$ | $б)\int x^2\sin x^2dx$ |
| 2.2 | $a)\int\cos(8x-1)dx$ | $б)\int x^2\cdot 5^{x^3}dx$ | 2.17 | $a)\int(5x-7)^{\frac{5}{2}}dx$ | $б)\int\frac{3xdx}{\sqrt{1-x^4}}$ |
| 2.3 | $a)\int\frac{dx}{3x+7}$ | $б)\int 3^{x^2}\cdot xdx$ | 2.18 | $a)\int\sin(4x+3)dx$ | $б)\int\frac{2xdx}{x^2-6}$ |
| 2.4 | $a)\int\frac{dx}{x-5}$ | $б)\int\frac{xdx}{x^2-4}$ | 2.19 | $a)\int\cos(6x-1)dx$ | $б)\int\frac{xdx}{\sqrt{x^2-9}}$ |
| 2.5 | $a)\int e^{3x+5}dx$ | $б)\int x\left(x^2-6\right)^5dx$ | 2.20 | $a)\int(4x+3)^2dx$ | $б)\int x\cos x^2dx$ |
| 2.6 | $a)\int\frac{dx}{\cos^2 2x}$ | $б)\int\frac{x^2dx}{x^3+4}$ | 2.21 | $a)\int\frac{dx}{\sqrt{3-x}}$ | $б)\int 5^{x^2}\cdot xdx$ |
| 2.7 | $a)\int\frac{dx}{7x-5}$ | $б)\int x\left(3x^2+1\right)^6dx$ | 2.22 | $a)\int e^{7x-2}dx$ | $б)\int\frac{x^2dx}{x^3-8}$ |
| 2.8 | $a)\int\cos(4x+5)dx$ | $б)\int x^2\sin x^3dx$ | 2.23 | $a)\int\frac{dx}{\sin^2 7x}$ | $б)\int x\left(3x^2-4\right)^3dx$ |
| 2.9 | $a)\int tg(3x+7)dx$ | $б)\int(2x+5)^6dx$ | 2.24 | $a)\int\frac{8dx}{\sqrt{6-x}}$ | $б)\int\frac{3x^2}{x^6+1}dx$ |
| 2.10 | $a)\int(5x+4)^6dx$ | $б)\int x^4\cos x^5dx$ | 2.25 | $a)\int\frac{5dx}{8+2x}$ | $б)\int x^3e^{x^4}dx$ |
| 2.11 | $a)\int\frac{dx}{\sqrt{7x-3}}$ | $б)\int\frac{x^3dx}{x^4+7}$ | 2.26 | $a)\int\sin(4x-5)dx$ | $б)\int x\left(x^2+6\right)^9dx$ |
| 2.12 | $a)\int(9x+5)^8dx$ | $б)\int tg(5x-4)dx$ | 2.27 | $a)\int\cos(7x-2)dx$ | $б)\int\frac{3x^2dx}{x^3-6}$ |
| 2.13 | $a)\int\frac{dx}{\sqrt[3]{9x-1}}dx$ | $б)\int x^2\,6^{x^3}dx$ | 2.28 | $a)\int\frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}}$ | $б)\int x^3\sin x^4dx$ |
| 2.14 | $a)\int(7x-5)^{\frac{3}{2}}dx$ | $б)\int ctg(4-6x)dx$ | 2.29 | $a)\int\frac{dx}{\sin^2 5x}$ | $б)\int x\left(7x^2+1\right)^3dx$ |
| 2.15 | $a)\int\frac{dx}{8x+5}$ | $б)\int x^3\cos x^4dx$ | 2.30 | $a)\int\frac{dx}{2x-5}$ | $б)\int\left(3x^2+7\right)^5xdx$ |

3. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3.1 | $\int(4-5x)\sin 3xdx$ | 3.16 | $\int arctg\,4xdx$ |
| 3.2 | $\int(6x-3)\cos 2xdx$ | 3.17 | $\int(2x+3)\cos 7xdx$ |
| 3.3 | $\int(1+5x)e^{4x}dx$ | 3.18 | $\int(7+x)\sin 3xdx$ |
| 3.4 | $\int(7-2x)\cos 4xdx$ | 3.19 | $\int arctg\,\frac{x}{3}dx$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3.5 | $\int (x-7)e^{6x}dx$ | 3.20 | $\int (x+5)\cos 6xdx$ |
| 3.6 | $\int (8x-5)\sin 2xdx$ | 3.21 | $\int arctg(5x+3)dx$ |
| 3.7 | $\int (7+2x)e^{5x}dx$ | 3.22 | $\int (3x-2)\ln 9xdx$ |
| 3.8 | $\int arctg 9xdx$ | 3.23 | $\int \ln(x-2)dx$ |
| 3.9 | $\frac{xdx}{\cos^2 x}$ | 3.24 | $\int (6+3x)\sin 7xdx$ |
| 3.10 | $\int (2x+1)\ln 5xdx$ | 3.25 | $\int (2x+1)e^{3x}dx$ |
| 3.11 | $\int arctg 7xdx$ | 3.26 | $\int (x+6)\sin\frac{x}{2}dx$ |
| 3.12 | $\int (1-3x)\sin 9xdx$ | 3.27 | $\int (x+2)\cos 5xdx$ |
| 3.13 | $\int (8+6x)\sin 4xdx$ | 3.28 | $\int xe^{4x}dx$ |
| 3.14 | $\int \ln(x+6)dx$ | 3.29 | $\int (2+5x)e^{2x}dx$ |
| 3.15 | $\int (5x+2)\cos\frac{x}{4}dx$ | 3.30 | $\int x\cdot 5^x dx$ |

4. Найти интеграл, содержащий квадратный трехчлен.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4.1 | $\int \frac{xdx}{x^2+10x+21}$ | 4.16 | $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2-x-2}}dx$ |
| 4.2 | $\int \frac{5x-1}{\sqrt{2x^2+x-1}}dx$ | 4.17 | $\int \frac{4x+1}{x^2-3x+2}dx$ |
| 4.3 | $\int \frac{x+4}{3x^2+2x+1}dx$ | 4.18 | $\int \frac{4x+1}{\sqrt{6x^2-x-1}}dx$ |
| 4.4 | $\int \frac{3x+1}{\sqrt{x^2-8x-9}}dx$ | 4.19 | $\int \frac{3x-1}{x^2-2x+24}dx$ |
| 4.5 | $\int \frac{3x-6}{x^2+9x+8}dx$ | 4.20 | $\int \frac{3x+2}{\sqrt{12x^2-7x+1}}dx$ |
| 4.6 | $\int \frac{3x-1}{\sqrt{5x^2+4x-1}}dx$ | 4.21 | $\int \frac{2x+1}{6x^2-5x+1}dx$ |
| 4.7 | $\int \frac{2x+5}{x^2-10x+9}dx$ | 4.22 | $\int \frac{4x+1}{\sqrt{x^2-12x+35}}dx$ |
| 4.8 | $\int \frac{6x+1}{\sqrt{x^2-10x+24}}dx$ | 4.23 | $\int \frac{x+1}{\sqrt{12x^2-x-1}}dx$ |
| 4.9 | $\int \frac{3x+2}{2x^2+x-1}dx$ | 4.24 | $\int \frac{x+3}{x^2-17x+72}dx$ |
| 4.10 | $\int \frac{5x+2}{\sqrt{x^2+10x+21}}dx$ | 4.25 | $\int \frac{3x+4}{\sqrt{2x^2-3x+1}}dx$ |
| 4.11 | $\int \frac{4x-5}{x^2-14x+48}dx$ | 4.26 | $\int \frac{x-5}{2x^2+3x+4}dx$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4.12 | $\int \frac{3x+5}{\sqrt{x^2-13x+42}}dx$ | 4.27 | $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2x-24}}dx$ |
| 4.13 | $\int \frac{7x-1}{x^2+2x-24}dx$ | 4.28 | $\int \frac{3x+2}{5x^2-6x+1}dx$ |
| 4.14 | $\int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+x-2}}dx$ | 4.29 | $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2-14x+48}}dx$ |
| 4.15 | $\int \frac{2xdx}{x^2-x-10}$ | 4.30 | $\int \frac{x-1}{3x^2-4x+1}dx$ |

5. Найти интеграл, содержащий рациональную функцию.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5.1 | $\int \frac{dx}{x^3+1}$ | 5.16 | $\int \frac{(x-1)dx}{(x+2)^2(x-3)}$ |
| 5.2 | $\int \frac{x^2+1}{x(x^2+3)}dx$ | 5.17 | $\int \frac{(x+1)dx}{(x-3)^2(x+4)}$ |
| 5.3 | $\int \frac{dx}{x^3-8}$ | 5.18 | $\int \frac{dx}{(x-2)^2(x+3)}$ |
| 5.4 | $\int \frac{x^3dx}{x^4-1}$ | 5.19 | $\int \frac{(x+1)dx}{x^2(x+3)}$ |
| 5.5 | $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x+1)}dx$ | 5.20 | $\int \frac{x-7}{(x+5)(x-4)}dx$ |
| 5.6 | $\int \frac{4x+1}{x^2(x+3)}dx$ | 5.21 | $\int \frac{(x-14)dx}{(x+2)^2(x+3)}$ |
| 5.7 | $\int \frac{2x-7}{(x-5)(x-4)}dx$ | 5.22 | $\int \frac{(2x+1)}{(x+3)^2(x+4)}dx$ |
| 5.8 | $\int \frac{(x+12)dx}{(x-3)^2(x+4)}$ | 5.23 | $\int \frac{(2x-1)dx}{(x+2)^2(2x-3)}$ |
| 5.9 | $\int \frac{(2x-1)dx}{(x-2)^2(x+3)}$ | 5.24 | $\int \frac{(2x+11)dx}{x^2(x+3)}$ |
| 5.10 | $\int \frac{(3x-1)dx}{(x+2)^2(x-3)}$ | 5.25 | $\int \frac{(x-1)dx}{(x-2)^2(x+3)}$ |
| 5.11 | $\int \frac{(x+1)dx}{x(x+3)^2}$ | 5.26 | $\int \frac{dx}{x^2(x+2)}$ |
| 5.12 | $\int \frac{3x-7}{(x+5)^2(x-4)}dx$ | 5.27 | $\int \frac{dx}{x(x+1)^2}$ |
| 5.13 | $\int \frac{(5x+1)dx}{x^2(x+3)}$ | 5.28 | $\int \frac{3x+1}{(x-2)^2(x+1)}dx$ |
| 5.14 | $\int \frac{(2x-1)dx}{(x-3)(x+4)^2}$ | 5.29 | $\int \frac{x^2+7}{(x^2+4)(x-1)}dx$ |
| 5.15 | $\int \frac{(x+1)dx}{(x+2)(x-3)^2}$ | 5.30 | $\int \frac{dx}{x(x^2+3)}$ |

6. Найти интеграл с помощью универсальной замены.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6.1 | $\int \frac{dx}{7+2\sin x}$ | 6.16 | $\int \frac{dx}{5+2\sin x+3\cos x}$ |
| 6.2 | $\int \frac{dx}{3-2\sin x}$ | 6.17 | $\int \frac{dx}{5-4\sin x+2\cos x}$ |
| 6.3 | $\int \frac{dx}{9+2\cos x}$ | 6.18 | $\int \frac{3\sin x-2\cos x}{1+\cos x}dx$ |
| 6.4 | $\int \frac{dx}{1-4\cos x}$ | 6.19 | $\int \frac{dx}{2+3\cos x}$ |
| 6.5 | $\int \frac{dx}{3-2\sin x+\cos x}$ | 6.20 | $\int \frac{3\sin x}{1+\sin x}dx$ |
| 6.6 | $\int \frac{dx}{9+5\sin x}$ | 6.21 | $\int \frac{dx}{7-3\sin x+2\cos x}$ |
| 6.7 | $\int \frac{dx}{2-3\cos x}$ | 6.22 | $\int \frac{dx}{5+7\cos x}$ |
| 6.8 | $\int \frac{dx}{8+\sin x+3\cos x}$ | 6.23 | $\int \frac{dx}{5+\sin x+2\cos x}$ |
| 6.9 | $\int \frac{dx}{5-9\cos x}$ | 6.24 | $\int \frac{dx}{4+2\sin x-\cos x}$ |
| 6.10 | $\int \frac{dx}{6+7\sin x+\cos x}$ | 6.25 | $\int \frac{dx}{4+1\sin x-3\cos x}$ |
| 6.11 | $\int \frac{dx}{4-\sin x+7\cos x}$ | 6.26 | $\int \frac{dx}{4-\sin x}$ |
| 6.12 | $\int \frac{dx}{5-\sin x+4\cos x}$ | 6.27 | $\int \frac{dx}{3-2\sin x+\cos x}$ |
| 6.13 | $\int \frac{dx}{8-3\sin x+\cos x}$ | 6.28 | $\int \frac{dx}{2-9\sin x+\cos x}$ |
| 6.14 | $\int \frac{dx}{3+7\cos x}$ | 6.29 | $\int \frac{dx}{4-6\cos x}$ |
| 6.15 | $\int \frac{dx}{1-7\sin x}$ | 6.30 | $\int \frac{dx}{5-\sin x+3\cos x}$ |

7. Найти интеграл, содержащий тригонометрическую функцию.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7.1 | $\int \cos^2 x dx$ | 7.16 | $\int \cos^2 x \sin x dx$ |
| 7.2 | $\int \cos^3 x \sin x dx$ | 7.17 | $\int \sin^4 x dx$ |
| 7.3 | $\int \cos^4 x \cdot \sin x dx$ | 7.18 | $\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx$ |
| 7.4 | $\int \sin^3 x \cos x dx$ | 7.19 | $\int \sin^5 x \cos x dx$ |
| 7.5 | $\int \cos^3 x dx$ | 7.20 | $\int \cos^5 \frac{x}{2} dx$ |
| 7.6 | $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$ | 7.21 | $\int \sin^6 \frac{x}{2} dx$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7.7 | $\int \sin^3 x dx$ | 7.22 | $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$ |
| 7.8 | $\int \cos^5 x \sin x dx$ | 7.23 | $\int \cos^5 x dx$ |
| 7.9 | $\int \sin^5 x \cos x dx$ | 7.24 | $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$ |
| 7.10 | $\int \sin^4 x \cos x dx$ | 7.25 | $\int \sin^3 x dx$ |
| 7.11 | $\int \cos^6 x \sin x dx$ | 7.26 | $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$ |
| 7.12 | $\int \sin^6 x \cos x dx$ | 7.27 | $\int \cos^3 x dx$ |
| 7.13 | $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$ | 7.28 | $\int \cos x \cdot \sin^2 x dx$ |
| 7.14 | $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx$ | 7.29 | $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$ |
| 7.15 | $\int \cos^4 x \sin x dx$ | 7.30 | $\int \sin^4 x \cos x dx$ |

8. Вычислить определенный интеграл.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8.1 | $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ | 8.16 | $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ |
| 8.2 | $\int_{-a}^{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx$ | 8.17 | $\int_{\frac{\pi}{4}}^{0} \cos^2 x dx$ |
| 8.3 | $\int_0^1 \left(x^2 + 3x + 1\right) dx$ | 8.18 | $\int_1^4 \frac{x^2 - 1}{x^3} dx$ |
| 8.4 | $\int_{-1}^{1} e^{2x} dx$ | 8.19 | $\int_0^1 \sqrt[3]{x+2} dx$ |
| 8.5 | $\int_0^1 \frac{dx}{x+2}$ | 8.20 | $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{x^2 + 1}{x^3} dx$ |
| 8.6 | $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx$ | 8.21 | $\int_{-2}^{2} \frac{dx}{x^2 - 4x + 5}$ |
| 8.7 | $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 x dx$ | 8.22 | $\int_1^e \frac{\ln x dx}{x}$ |
| 8.8 | $\int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}$ | 8.23 | $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2}}$ |
| 8.9 | $\int_0^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$ | 8.24 | $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}$ |
| 8.10 | $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} tgx$ | 8.25 | $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{(x-1)^2}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8.11 | $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$ | 8.26 | $\int_{0.8}^1 \frac{dx}{(2x+1)^3}$ |
| 8.12 | $\int_0^2 \frac{xdx}{1+x^4}$ | 8.27 | $\int_0^1 \frac{x+2}{x+1}dx$ |
| 8.13 | $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ | 8.28 | $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin^2\frac{x}{2}}$ |
| 8.14 | $\int_0^3 \left(x^2+3\sqrt{x}\right)dx$ | 8.29 | $\int_{0.15}^1 e^{-3x+1}dx$ |
| 8.15 | $\int_1^e \frac{dx}{x+3}$ | 8.30 | $\int_0^1 \left(\sqrt{x-1}\right)^3 dx$ |

9. Вычислить несобственный интеграл (исследовать на сходимость).

| | | |
|---|---|---|
| 9.1 | $а)\int_0^\infty \frac{dx}{x+3}$ | $б)\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{4-x}}$ |
| 9.2 | $а)\int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$ | $б)\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ |
| 9.3 | $а)\int_0^\infty xe^{-x^2}dx$ | $б)\int_1^3 \frac{dx}{(x-3)^2}$ |
| 9.4 | $а)\int_0^\infty x^2\cdot e^{-x^2}dx$ | $б)\int_4^7 \frac{dx}{(x-4)^2}$ |
| 9.5 | $а)\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+4x+8}$ | $б)\int_0^{\frac{\pi}{4}} tg\,2xdx$ |
| 9.6 | $а)\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt[3]{x+4}}$ | $б)\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x}}$ |
| 9.7 | $а)\int_0^\infty e^{-5x}dx$ | $б)\int_0^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-6}}$ |
| 9.8 | $а)\int_0^\infty e^{x^{-3}}x^2dx$ | $б)\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{5-x}}$ |
| 9.9 | $а)\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+25}$ | $б)\int_{-9}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+9}}$ |
| 9.10 | $а)\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+16}$ | $б)\int_2^9 \frac{dx}{(x-2)^3}$ |
| 9.11 | $а)\int_0^\infty \frac{dx}{5x^2+1}$ | $б)\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$ |

| | | |
|---|---|---|
| 9.12 | $a)\int_0^{\infty}\frac{dx}{4x^2+1}$ | $б)\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos xdx}{\sin^2 x}$ |
| 9.13 | $a)\int_{-2}^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x+2}}$ | $б)\int_0^{3}\frac{dx}{\sqrt{3-x}}$ |
| 9.14 | $a)\int_1^{\infty}e^{-2x}dx$ | $б)\int_{-1}^{1}\frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$ |
| 9.15 | $a)\int_0^{\infty}\frac{dx}{x^2+9}$ | $б)\int_5^{8}\frac{dx}{(x-5)^2}$ |
| 9.16 | $a)\int_0^{\infty}\frac{dx}{9x^2+1}$ | $б)\int_0^{1}\frac{dx}{\sqrt{x}}$ |
| 9.17 | $a)\int_1^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x+1}}$ | $б)\int_0^{1}\frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ |
| 9.18 | $a)\int_0^{\infty}\frac{dx}{x^2-6x+13}$ | $a)\int_0^{1}\frac{dx}{x^2}$ |
| 9.19 | $a)\int_0^{\infty}\frac{dx}{\sqrt[4]{x+3}}$ | $б)\int_0^{3}\frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ |
| 9.20 | $a)\int_1^{\infty}\frac{dx}{x^4}$ | $б)\int_{-6}^{-3}\frac{dx}{\sqrt[3]{(x+6)^4}}$ |
| 9.21 | $a)\int_0^{\infty}\frac{dx}{4x^2+1}$ | $б)\int_0^{\frac{\pi}{2}}tgxdx$ |
| 9.22 | $a)\int_0^{\infty}e^{-7x}dx$ | $б)\int_0^{2}\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ |
| 9.23 | $a)\int_1^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x}}$ | $б)\int_0^{1}\frac{(2ч-1)dx}{\sqrt[3]{x}}$ |
| 9.24 | $a)\int_0^{\infty}\frac{dx}{x^2+4}$ | $б)\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos xdx}{\sin^2 x}$ |
| 9.25 | $a)\int_1^{\infty}\frac{dx}{x^3}$ | $б)\int_{-4}^{0}\frac{dx}{(x+4)^3}$ |
| 9.26 | $a)\int_5^{\infty}\frac{dx}{x^3}$ | $б)\int_{-3}^{0}\frac{dx}{(x+3)^2}$ |
| 9.27 | $a)\int_5^{\infty}\frac{dx}{x^4}$ | $б)\int_0^{\frac{\pi}{2}}ctgxdx$ |
| 9.28 | $a)\int_0^{\infty}\frac{dx}{(3x-5)^2}$ | $a)\int_0^{3}\frac{dx}{x^2}$ |

| | | |
|---|---|---|
| 9.29 | $a)\int\limits_0^{\infty} x^3 e^{-x^4} dx$ | $a)\int\limits_5^{7} \frac{xdx}{x-5}$ |
| 9.30 | $a)\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{x^{\frac{5}{2}}}$ | $б)\int\limits_{-7}^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+7}}$ |

## 4 Решение типового варианта расчетно-графической работы № 1

1. Дана функция $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-25}}$ . Найти:

а) область определения функции;

б) определить четность или нечетность функции.

Решение:

а) в этом выражении в знаменателе стоит квадратный корень, поэтому должно быть $x^2-25>0$. Решая это неравенство, имеем $x<-5,\ x>5$, отсюда следует, что область определения функций $D(f)=(-\infty,-5)\cup(5,\infty)$;

б) для данной функции выполняется равенство

$f(-x)=x\frac{1}{\sqrt{(-x)^2-25}}=\frac{1}{\sqrt{x^2-25}}=f(x)$, поэтому эта функция четная.

2. а) сложную функцию $y=\arcsin(5x+2)$разложить на последовательность основных элементарных функции;

б) последовательность основных элементарных функции

$$\begin{cases} y=tgu \\ u=5v \\ v=3x-4 \end{cases}$$ записать в виде одной сложной функции.

Решение:

а) введем промежуточный аргумент, то есть выражение $(5x+2)$ через $u: u=5x+2$. Тогда получим разложение данной функции на следующие элементарные функций: $\begin{cases} y=\arcsin u \\ u=5x+2 \end{cases}$;

б) поднимаясь снизу вверх, промежуточный аргумент $v$ поставим в функцию $u$, потом полученный $u$ подставим в функцию $y$ . В итоге получим искомую сложную функцию $y=tg5^{3x-4}$.

3. Найти пределы.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\left(4x^5-\cos x+\frac{8}{2-x}\right)$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^7+5x-3}{3(x^2-1)}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{6x^3+7x}{4x^2-4}$.

Решение:

а) данная функция в точке $x=0$, поэтому вычислим значение функции в этой точке:

$$\lim_{x\to 0}\left(4x^5-\cos x+\frac{8}{2-x}\right)=\lim_{x\to 0}\left(4\cdot 0^5-\cos 0+\frac{8}{2-0}\right)=(0-1+4)=3;$$

б) значение $x=1$ подставим в предельную функцию:

$$\lim_{y\to 1}\frac{2x^7+5x-3}{3(x^2-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{2\cdot 1^7+5\cdot 1-3}{3(1^2-1)}=\frac{4}{0}=\infty;$$

в) значение $x=0$ подставим в предельную функцию:

$$\lim_{x\to 0}\frac{6x^3+7x}{4x^2-4}=\lim_{x\to 0}\frac{6\cdot 0^3+7\cdot 0}{4\cdot 0^2-4}=\frac{0}{-4}=0.$$

4. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}$ в точке $a=1$.

Решение:

предельное значение $x=1$ подставим в функцию, тогда получим $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2\cdot 1^2-5\cdot 1+3}{3\cdot 1^2-7\cdot 1+4}=\dfrac{0}{0}$, это неопределенность, которую необходимо раскрыть. Для этого разложим числитель и знаменатель дроби и вынесем общий множитель за скобки. Затем сократив, придем к пределу:

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-5x+3}{3x^2-7x+4}=\lim_{x\to 1}\frac{(2x-3)(x-1)}{(3x-4)(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{2x-3}{3x-4}=1.$$

5. Найти пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3-7x+3}{8x^3+4x-5}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5+2x-7}{3x^2+5x+6}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-7x+5}{4x^6-6x+7}$.

Решение:

а) наивысшие степени числителя и знаменателя равны, то есть $m=n=3$, поэтому этот предел будет равен отношению коэффициентов переменных наивысших степеней:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{5x^3-7x+3}{8x^3+4x-5}=\frac{5}{8};$$

б) степень числителя больше степени знаменателя $(5>1)$, поэтому $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5+2x-7}{3x^2+5x+6}=\infty$;

в) степень знаменателя меньше степени числителя $(2<6)$, поэтому

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-7x+5}{4x^6-6x+7}=0.$$

6. Найти пределы.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x}{\sin 8x}$ ; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{3}{x}\right)^{5x}$ .

Решение:

а) данная функция не определена в предельной точке $x=0$, поэтому получаем неопределенность вида $\left(\dfrac{0}{0}\right)$. Эту неопределенность можно раскрыть разными способами: с помощью 1-го замечательного предела $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin kx}{x}=k$ или его следствием, а также можно применить сравнивание бесконечно малых величин или теоремы эквивалентных бесконечно малых величин. Применим 1-й замечательный предел:

$$\lim_{x\to 0}\frac{5x}{\sin 8x}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sin 8x/5x}=\frac{1}{8/5}=\frac{5}{8}\ .$$

Если используем эквивалентность бесконечно малых величин, при стремлении $\alpha(x)$к нулю и $\sin\alpha(x)\approx\alpha(x)$, то получим $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x}{\sin 8x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\sin 8x/5x}=\dfrac{1}{8/5}=\dfrac{5}{8}$;

б) при $x\to\infty$ данный предел равен $1^{\infty}$, а это неопределенность, которую можно раскрыть с помощью 2-го замечательного предела. Применим

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=e$, и наш предел будет равен:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{5x}=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{-3}{x}\right)^{\frac{x}{-3}}\right]^{\frac{-3}{x}\cdot 5x=}e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left(-\frac{3}{x}\cdot 5x\right)}=e^{15}=\frac{1}{e^{15}}.$$

7. Найти предел $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$.

Решение: при подстановке предельного значения $x=3$ в функцию получим неопределенность вида $\left(\dfrac{0}{0}\right)$. Чтобы его раскрыть перемножим числитель и знаменатель на сопряженное числителя и получим:

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{\left(\sqrt{x+6}-3\right)\left(\sqrt{x+6}+3\right)}{(x-3)\left(\sqrt{x+6}+3\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{x+6-9}{(x-3)\left(\sqrt{6+x}+3\right)}=$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{(x-3)\left(\sqrt{6+x}\right)+3}=\lim_{x\to 3}\frac{1}{\sqrt{x+6}+3}=\frac{1}{6}.$$

8. Определить степень малости бесконечно малой величины по отношению к $x$ $(x\to 0)$.

Решение:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^5-3x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\left(x^4-3\right)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^4-3}{1}=-3\neq 0$, тогда степень малости функции $f(x)=x^2+2x$ и $y(x)=x$ одинаковая;

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6x^3+x^2}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\left(6x^2+x\right)}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\left(6x^2+x\right)=0$, здесь степень малости функции $f(x)=6x^3+x^2$ при $x\to 0$ будет больше степени функций $g(x)=x$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[9]{7x}}{x^{\frac{1}{9}}}=\dfrac{\sqrt[9]{7\cdot x^{\frac{1}{9}}}}{x^{\frac{1}{9}}}=\sqrt[9]{7}$, то есть степень малости функции $f(x)=\sqrt[9]{7x}$ меньше степени малости от функций $y(x)=x^{\frac{1}{9}}$ на $\dfrac{1}{9}$.

9. Чему эквивалентна сумма бесконечно малых величин при $x\to 0$ $\sin^3 x+7x^5-\sqrt[7]{x}$ ?

Решение: по свойству эквивалентных бесконечно малых величин, сумма бесконечно малых величин эквивалентна слагаемой с наименьшей степенью малости. В нашем случае $\sin^3 x\sim x^3$, $7x^5\sim x^5$, $\sqrt[7]{x}\sim\sqrt[7]{x}$, то есть бесконечно малая величина $\sqrt[7]{x}$ является бесконечно малой величиной с наименьшей степени малости. Поэтому $\sin^3 x+7x^5-\sqrt[7]{x}\sim\left(-\sqrt{x}\right)$.

10. Найти предел, используя эквивалентность бесконечно малых величин

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin 6^x}{\ln(1+8x)}.$$

Решение: используя таблицу эквивалентных бесконечно малых величин и их свойства, получим $\arcsin 6x\sim 6x$, $\ln(1+8x)\sim 8x$.

Поэтому:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin 6x}{\ln(1+8x)}=\lim_{x\to 0}\frac{6x}{8x}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}.$$

11. Для данной функции $f(x)=5^{\frac{3}{x+9}}$ найти:

а) точки разрыва;

б) значения пределов слева и справа в точках разрыва;

в) тип точек разрыва.

Решение:

а) функция не определена в точке $x=-9$, поэтому точкой разрыва функции является точка $x=-9$;

б) $f(-9-0)=\lim\limits_{x\to 9-0}5^{\frac{3}{x+9}}=5^{\frac{3}{-0}}=5^{-\infty}=0$,

$f(-9+0)=\lim\limits_{x\to(-9+0)}5^{\frac{3}{x+9}}=5^{\frac{3}{0}}=5^{\infty}=\infty$;

в) так как один из пределов равен бесконечности, то в точке $x=-9$ функция имеет разрыв II рода.

## 5 Решение типового варианта расчетно-графической работы № 2

1. Найти производную и дифференциал данной функции

а) $y=5x^6+\frac{3}{x^3}-\sqrt[4]{x^3}+\frac{7}{x}$; б) $y=x^5\cdot\cos x$; в) $y=\frac{arctgx}{4x^5}$.

Решение:

а) чтобы вычислить производную этой функции, нужно применить формулу производной от степенной функций $\left(x^n\right)^1=n\cdot x^{n-1}$ и правила дифференцирования $\left(u\pm v\right)'=u'\pm v', \left(cu\right)'=c\cdot u'$ (с-константа). Функцию запишем в таком виде: $y=5x^6+3\cdot x^{-3}-x^{\frac{3}{4}}+7\cdot x^{-1}$, потом возьмем производную

$$y'=6\cdot 5x^5+3\cdot(-3)x^{-4}-\frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1}+7\cdot(-1)x^{-2}=30x^5-\frac{9}{x^4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt[4]{x}}-\frac{7}{x^2}.$$

По определению дифференциала вычисление дифференциала функции $y=f(x)$ производится по формуле $dy=f'(x)dx$. Поэтому для нахождения дифференциала достаточно подставить значение производной данной функции в формулу дифференциала:

$$dy=\left(30x^5-\frac{9}{x^4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt[4]{x}}-\frac{7}{x^2}\right)dx;$$

б) по формуле нахождения производной от произведения $\left(u\cdot v\right)'=u'v+uv'$ и по таблице производных элементарных функции находим $y'=\left(x^5\right)'\cos x+x^5\left(\cos x\right)'=5x^4\cos x-x^5\sin x$. Дифференциал будет равен $dy=\left(5x^4\cos x-x^5\sin x\right)dx$;

в) применяя таблицу производных и формулу производной от частного, получим

$$y'=\frac{\left(arctgx\right)'4\cdot x^5-\left(4x^5\right)'arctgx}{\left(4x^5\right)^2}=\frac{\frac{1}{1+x^2}\cdot 4x^5-5x^4arctgx}{16x^{10}}=$$

$$=\frac{\frac{4x}{1+x^2}-5arctgx}{16x^6}=\frac{4x-5\left(1+x^2\right)arctgx}{16x^6\left(1+x^2\right)}.$$

Подставив в формулу дифференциала, найдем: $dy=\frac{4x-5\left(1+x^2\right)arctgx}{16x^6\left(1+x^2\right)}dx$.

2. Найти производную от сложных функции:

а) $y = tg\left(2x^3 + 5x - 4\right)$; б) $y = \left(e^{\sin x^2} - 6\right)^3$.

Решение:

а) применим формулу нахождения производной от сложной функции

если $\begin{cases} y = f(u) \\ u = \mu(x) \end{cases}$, тогда $y' = f'(u) \cdot u'(x)$.

Нашу функцию можно разложить на последовательность основных элементарных функции: $\begin{cases} y = tgu \\ u = 2x^3 + 5x - 4 \end{cases}$. Применив вышеизложенную формулу, получим:

$$y' = (tgu)'_u \cdot \left(2x^3 + 5x - 4\right)'_x = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot (6x + 5) = \frac{6x + 5}{\cos^2\left(2x^3 + 5x - 4\right)};$$

б) так как разложение данной функции на последовательность основных элементарных функции выглядит так: $\begin{cases} y = u^3 \\ u = e^{\sin v} - 6 \\ v = x^2 \end{cases}$, то, применяя таблицу производных и правила дифференцирования, получим:

$$y' = \left(u^3\right)'_u \cdot \left(e^{\sin v}\right)'_v \cdot \left(x^2\right)' = 3u^2 \cdot e^{\sin v} \cdot \cos v \cdot 2x = 3\left(e^{\sin x^2} - 6\right)^2 \cdot e^{\sin x^2} \cdot \cos x^2 \cdot 2x.$$

3.Найти производную с помощью логарифмического дифференцирования.

а) $y = \left(x^2 + 3\right)^{cos 2x}$ ; б) $y = \dfrac{\sqrt[4]{(3x + 4)^5}}{(x - 5)^2 (x + 7)^6}$.

Решение:

а) обе части выражения прологарифмируем по основанию е:

$$\ln y = \cos 2x \cdot \ln\left(x^2 + 3\right).$$

Теперь продифференцируем обе части равенства:

$$(\ln y)' = (\sin 4x \cdot \ln(\cos x))';$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = (\cos 2x)' \ln\left(x^2 + 3\right) + \left(\ln(x^2 + 3)\right)' \cdot \cos 2x = -2\sin 2x \cdot \ln(x^2 + 3) + \frac{x \cos 2x}{x^2 + 3}.$$

Производную от показательно-степенной функции можно найти по формуле:

$$(U^v)' = V \cdot U^{v-1} \cdot U' + U^v \cdot \ln U \cdot V';$$

$$y' = \cos 2x \cdot \left(x^2 + 3\right)^{\cos 2x - 1} \cdot 2x + \left(x^2 + 3\right)^{\cos 2x} \cdot \ln\left(x^2 + 3\right) \cdot (-2\sin 2x);$$

$$y' = 2\left(x^2 + 3\right)^{\cos 2x - 1} (x \cos 2x - (x^2 + 3) \cdot \ln\left(x^2 + 3\right) \cdot \sin 2x).$$

б) применим метод логарифмического дифференцирования:

$$\ln y = \ln \frac{\sqrt[4]{(3x + 4)^5}}{(x - 5)^2 (x + 7)^6}; \qquad \ln y = \frac{5}{4} \ln(3x + 4) - 2\ln(x - 5) - 6\ln(x + 7);$$

$$\frac{1}{y}\cdot y' = \frac{5}{4}\cdot\frac{3}{3x+4} - \frac{2}{x-5} - \frac{6}{x+7}; \qquad y' = y\left(\frac{15}{3x+4} - \frac{2}{x-5} - \frac{6}{x+7}\right);$$

$$y = \frac{\sqrt[4]{(3x+4)^5}}{(x-5)^2(x+7)^6}\left(\frac{15}{3x+4} - \frac{2}{x-5} - \frac{6}{x+7}\right).$$

4. Найти прозводную данной функции $\sin(x^3+y^3) - 3x + 2y = 0$.

Решение:

функция задана в неявном виде. Чтобы найти ее производную, нужно вычислить производную с обеих частей равенства, учитывая, что у -это функция от х. Затем из полученного уравнения выразим $y'$.

Итак, $(3x^2 + 3y^2\cdot y')\cos(x^3+y^3) - 3 + 2y' = 0$.

Из полученного равенства получим:

$$y'(3y^2\cos(x^3+y^3)+2) - 3(1 - x^2\cos(x^3+y^3)) = 0.$$

Отсюда

$$y' = \frac{3(1 - x^2\cos(x^3+y^3))}{2+3y^2\cos(x^2+y^3)}.$$

5. Найти производную $\frac{dy}{dx}$ от функций $\begin{cases} x = \ln(2t - t^3) \\ y = arctg\,2t \end{cases}$.

Решение:

зависимость между $x$ и $y$ задана параметрическими уравнениями. Чтобы найти искомый $y'$, надо вначале найти производные от $x$, $y$ по переменной $t$ и применить формулу:

$$y_x' = \frac{y_t'}{x_t'}, \text{ где } x_t' = \frac{2-3t^2}{2t-t^3},\ y_t' = \frac{2}{1+4t^2}.$$

Подставив в данную формулу, получим:

$$y_x' = \frac{y_t'}{x_t'} = \frac{1+\frac{2}{4t^2}}{\frac{3t^2-2}{t^3-2t}} = \frac{2(t^3-2t)}{(3t^2-2)(4t^2+1)}.$$

6. Вычислить $y''(x_0)$ для функции $y = x^2\cos 2x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

Решение:

$y' = 2x\cos 2x - 2x^2\sin 2x$;

$y'' = 2\cos 2x - 4x\sin 2x - 4x\sin 2x - 4x\sin 2x - 4x^2\cos 2x =$

$(2-4x^2)\cos 2x - 8x\sin 2x$;

$$y''(x_0) = y''\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(2 - 4\cdot\frac{\pi^2}{16}\right)\cos\frac{\pi}{2} = 8\cdot\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{2} = 0 - 2\pi = -2\pi.$$

7. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $y=\dfrac{x^3+1}{2x^2+1}$ с абсциссой в точке $x_0=1$.

Решение:

уравнение касательной функции $y=(x)$ в точке $x_0$ имеет вид: $y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$, а нормали: $y-f(x_0)=\dfrac{-1}{f'(x_0)}(x-x_0)$.

Для данной функции $f'(x)=\dfrac{3x^2(2x^2+1)-4x(x^3+1)}{(2x^2+1)^2}$;

$$f'(1)=\frac{9-8}{9}=\frac{1}{9};\ f(x_0)=\frac{1+1}{2+1}=\frac{2}{3}.$$

Поэтому уравнение касательной: $y-\dfrac{2}{3}=-\dfrac{1}{9}(x-1)$, уравнение нормали: $y-\dfrac{2}{3}=-9(x-1)$.

8. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y=\dfrac{x+1}{x^2+2x+2}$ в промежутке $[-2;1]$.

Решение:

найдем кризисные точки функции в промежутке $[-2;1]$.

$$y'=\left(\frac{x+1}{x^2+2x+2}\right)'=\frac{x^2+2x+2-2x^2-2x-2}{(x^2+2x+2)^2}=-\frac{x^2+2x}{(x^2+2x+2)^2};$$

$x^2+2x=0,\ x_1=0;\ x_2=-1$.

Найденные кризисные точки принадлежат данному промежку. Поэтому надо вычислить значение функции в кризисных точках и на концах отрезка:

$$y(-2)=-\frac{1}{2};\ y(-1)=0;\ y(0)=\frac{1}{2};\ y(1)=\frac{1}{2}.$$

Сравнивая эти значения, выберем наибольшее и наименьшее значения:

$$Y_{наим..знач}=-\frac{1}{2};\ Y_{наиб.\ знач}=\frac{1}{2}.$$

9. Исследовать функцию и построить ее график $y=\dfrac{x}{1-x^2}$.

Решение:

исследование функции проведем по следующим пунктам:

а) область определения функции

$$1-x^2\neq 0\Rightarrow x\neq\pm1\Rightarrow D(y)-(-\infty;1)\cup(-1;1)\cup(1;+\infty);$$

б) функция является нечетной, так как $f(-x)=\dfrac{(-x)}{1-(-x)^2}=-\dfrac{x}{1-x^2}=-f(x)$.

График нечетной функции симметричен относительно начала координат;

в) найдем точки пересечения графика функции с осями координат.

$y=0 \Leftrightarrow x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow O(0,0)$- график функции проходит через начало координат;

г) исследуем функцию на экстремум, используя второй достаточный признак экстремума: если в критической точке $x_0$ вторая производная отлична от нуля, то в этой точке функция $f(x)$ имеет максимум при $f''(x_0)<0$ и минимум при $f''(x_0)>0$. Находим первую производную:

$$y' = \frac{1\cdot(1-x^2)-x(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{x^2+1}{(1-x^2)^2}.$$

Отсюда критическими точками являются точки $x_1=1,\ x_2=-1$ ($y''$ не существует), но они не принадлежат области определения функции. Функция экстремумов не имеет;

д) исследуем функцию на выпуклость. Найдем вторую производную $y''$

$$y'' = \left(\frac{x^2+1}{(1-x^2)^2}\right)' = \frac{2x(1-x^2)^2-(-2x)2(1-x^2)(x^2+1)}{(1-x^2)^2} = \frac{2x(x^2+3)}{(1-x^2)^3}.$$

Получили, что $y'' = \dfrac{2x(x^2+3)}{(1-x^2)^3}$.

Вторая производная равна нулю или не существует в точках $x_1=0,\ x_2=-1,\ x_3=1.$ При переходе через точку $x_1=0$ вторая производная меняет знак с минуса на плюс, поэтому точка O(0,0)-точка перегиба графика функции. Так как в точках $x_2=-1,\ x_3=1$ функция не определена, то эти точки не являются точками перегиба. График выпуклый вверх на интервалах (-1;0) и (1;$\infty$); выпуклый вниз на интервалах (-$\infty$;-1) и (0; 1);

е) определим асимптоты графика функции. Вертикальные асимптоты

$$x=1,\ x=-1.\ \lim_{x\to 1-0}\frac{x}{1-x^2}=\infty,\ \lim_{x\to 1+0}\frac{x}{1-x^2}=-\infty,\ \lim_{x\to -1-0}\frac{x}{1-x^2}=+\infty,\ \lim_{x\to -1+0}\frac{x}{1-x^2}=-\infty.$$

Ищем наклонные асимптоты. Для этого находим следующие коэффициенты:

$$k=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{y}{x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{(1-x^2)x}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{1-x^2}=0,$$

$$b=\lim_{x\to\pm\infty}(y-kx)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x}{1-x^2}-0x\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{1-x^2}=0.$$

Следовательно, $y=0$ -уравнение горизонтальной асимптоты;

ж) по результатам исследования построим график функции (рисунок 1).

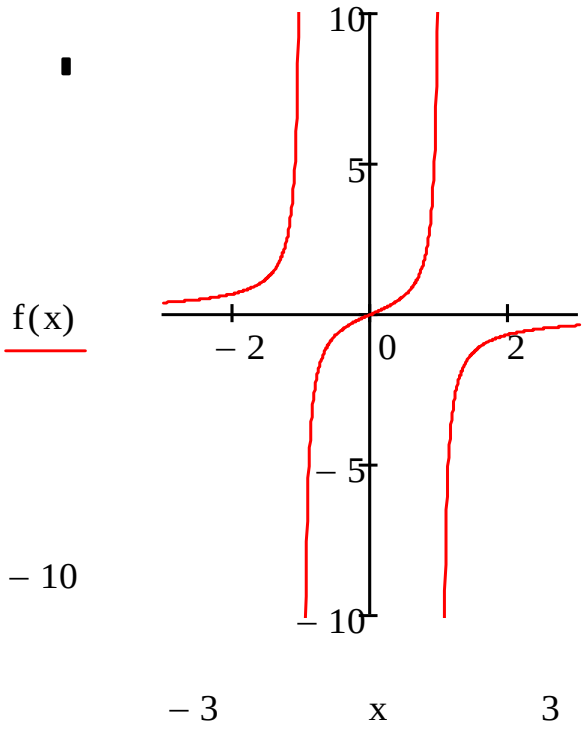


Рисунок 1

10. По правилу Лопиталя вычислить предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{2^x-2^{-x}}{\ln(1+2x)}.$$

Решение:

по правилу Лопиталя: $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{\alpha(x)}=\left|\dfrac{0}{0},\dfrac{\infty}{\infty}\right|=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{\alpha'(x)}$;

$$\lim_{x\to 0}\frac{2^x-2^{-x}}{\ln(1+2x)}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{2^x\ln 2+2^{-x}\ln 2}{\dfrac{2}{1+2x}}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(2^x+2^{-x}\right)\ln 2(1+2x)}{2}=\ln 2.$$

## 6 Решение типового варианта расчетно-графической работы № 3

1. Найти интегралы

а) $\int\left(\dfrac{3}{\sqrt[4]{x}}+\cos x-\dfrac{5}{x^2+9}\right)dx$; б) $\int 3^x\left(e^{-x}+4\right)dx$.

Решение:

для нахождения этих интегралов используем таблицу интегралов и интегрирование от суммы (разности) функции.

а)

$$\int\left(\frac{3}{\sqrt[4]{x}}+\cos x-\frac{5}{x^2+9}\right)dx=3\int x^{-\frac{1}{4}}dx+\int\cos xdx-5\int\frac{dx}{x^2+3^2}=3\frac{x^{\frac{3}{4}}}{3/4}+\sin x-5\frac{1}{3}arctg\,\frac{x}{3}=$$

$$4\sqrt[4]{x^3}+\sin x-\frac{5}{3}arctg\,\frac{x}{3}+C;$$

б) $\int 3^x\left(e^{-x}+4\right)dx=\int\left(3^x\cdot e^{-x}+4\cdot 3^x\right)=\int\left(\frac{3}{e}\right)^x dx+4\int 3^x dx=\frac{\left(\frac{3}{e}\right)^x}{\ln\frac{3}{e}}+4\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

2. Найти интегралы

а) $\int\sin(3x-5)dx$; б) $\int x^2e^{x^3}dx$.

Решение:

для вычисления этих интегралов используем формулу подстановки:

$$\int f[\phi(x)]\phi'(x)dx=\left|\begin{matrix}\phi(x)=t\\ dt=\phi'(x)dx\end{matrix}\right|=\int f(t)dt.$$

а) $\int\sin(3x-5)dx=\left|\begin{matrix}3x-5=t\\ 3dx=dt\\ dx=\frac{1}{3}dt\end{matrix}\right|=\frac{1}{3}\int\sin+dt=-\frac{1}{3}\cos t+C=-\frac{1}{3}\cos(3x-5)+C;$

б) $\int x^2e^{x^3}dx=\left|\begin{matrix}x^3=t\\ 3x^2dx=dt\\ x^2dx=\frac{1}{3}dt\end{matrix}\right|=\frac{1}{3}\int e^t dt=\frac{1}{3}e^t+C=\frac{1}{3}e^{x^3}+C.$

3. Найти интеграл $\int(4x+5)\cos 6xdx$.

Решение:

данный интеграл интегрируем по частям, используя формулу:

$$\int udv=uv-\int vdu.$$

$$\int(4x+5)\cos 6xdx=\left|\begin{matrix}u=4x+5, du=4dx\\ dv=\cos 6xdx\\ v=\int\cos 6xdx=\frac{1}{6}\sin 6x\end{matrix}\right|=\frac{1}{6}(4x+5)\sin 6x-\frac{4}{6}\int\sin 6xdx=$$

$$=\frac{1}{6}(4x+5)\sin 6x+\frac{2}{3\cdot 6}\cos 6x+C=\frac{1}{6}(4x+5)\sin 6x+\frac{1}{9}\cos 6x+C.$$

4. Найти интеграл $\int\frac{3x-2}{x^2-6x+13}dx$.

Решение:

данный интеграл содержит квадратный трехчлен и решается следующим образом. Сначала находим производную знаменателя $\left(x^2-6x+14\right)=2x-6$, затем интегрируем.

$$\int\frac{3x-2}{x^2-6x+13}dx=\int\frac{\frac{3}{2}(2x-6)+9-2}{x^2-6x+13}dx=\frac{3}{2}\int\frac{2x-6}{x^2-6x+13}dx+7\int\frac{dx}{x^2-6x+9+4}=$$

$$=\frac{3}{2}\int\frac{2x-6}{x^2-6x+13}dx+7\int\frac{dx}{(x-3)^2+4}=\left|\begin{matrix}x^2-6x+13=t\\(2x-6)dx=dt\end{matrix}\right|=\frac{3}{2}\ln\left|x^2-6x+13\right|+\frac{7}{2}arctg\,\frac{x-3}{2}+C.$$

5. Найти интеграл $\int\frac{3x+4}{(x-1)\left(x^2+4\right)}dx$.

Решение:

данный интеграл есть интеграл от рациональный функции и решается следующим образом. Сначала приводим дробь в подынтегральной функции к сумме простых дробей:

$$\frac{3x+4}{(x-1)\left(x^2+4\right)}=\frac{\frac{x^2+4}{A}}{x-1}+\frac{\frac{x-1}{Bx+C}}{x^2+4}=\frac{A\left(x^2+4\right)+(Bx+C)(x-1)}{(x-1)\left(x^2+4\right)}.$$

Отсюда

$$A\left(x^2+4\right)+(Bx+C)(x-1)=3x+4;$$

$$\begin{matrix}x^2\\x\\x^o\end{matrix}\left|\begin{matrix}A+B=0\\-B+C=3\\4A-C=4\end{matrix}\right\}\begin{matrix}A=-B\\+A+C=0\\4A-C=4\end{matrix}\Bigg\};$$

$$5A=4;\ A=\frac{4}{5};\ B=-\frac{4}{5};C=-A;\ C=-\frac{4}{5};$$

$$\int\frac{3x+4}{(x-1)\left(x^2+4\right)}dx=\frac{4}{5}\int\frac{dx}{x-1}-\frac{4}{5}\int\frac{x+1}{x^2+4}dx=\frac{4}{5}\ln|x-1|-\frac{4}{10}\int\frac{2xdx}{x^2+4}-\frac{4}{5}\int\frac{dx}{x^2+4}=$$

$$\frac{4}{5}\int\ln|x-1|-\frac{2}{5}\ln\left|x^2+4\right|-\frac{2}{5}arctg\,\frac{x}{2}+C.$$

6. Найти интегралы. а) $\int\frac{dx}{3+2\cos x}$; б) $\int\sin^3 x\cos xdx$.

Решение:

а) $\int\frac{dx}{3+2\cos x}$ - интеграл от тригонометрической функции. Решается с помощью интегральной подстановки $tg\,\frac{x}{2}=t$.

$$\int\frac{dx}{3+2\cos x}=\left|\begin{matrix}tg\,\frac{x}{2}=t\\dx=\frac{2dt}{1+t^2}\\\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}\end{matrix}\right|=\int\frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{3+2\frac{1-t^2}{1+t^2}}=\int\frac{2dt}{3+3t^2+2-2t^2}=2\int\frac{dt}{5+t^2}=$$

$$=\frac{2}{\sqrt{5}}arctg\,\frac{t}{\sqrt{5}}+C=\frac{2}{\sqrt{5}}arctg\,\frac{tg\,\frac{x}{2}}{\sqrt{5}}+C;$$

б) $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t \\ \cos x dx = dt \end{array} \right| = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\sin^4 x}{4} + C.$

7. Вычислить определенный интеграл. $\int_0^1 \left(x^3 + 5\sqrt{x} + e^x\right) dx$.

Решение:

при решении определенного интеграла будем использовать формулу Ньютона – Лейбница:

$\int_a^в f(x)dx = F(x)\Big|_a^в \text{F(в)} - F(a)$, где F(x)- первообразная функции f(x).

$$\int_0^1 \left(x^3 + 5\sqrt{x} + e^x\right) dx = \left( \frac{x^4}{4} + 5\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{30}{2}} + e^x \right)\Bigg|_0^1 = \frac{1}{4} + \frac{10}{3} + e - 1 = \frac{31}{12} + e.$$

8. Вычислить несобственные интегралы или исследовать на сходимость.

$$\text{а)} \int_0^\infty \frac{dx}{16x^2 + 1}; \qquad \text{б)} \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}.$$

Решение:

а) $\int_0^\infty \frac{dx}{16x^2 + 1} = \lim_{в \to \infty} \int_0^в \frac{\text{dx}}{(4\text{x})^2 + 1} = \frac{1}{4} \lim_{в \to \infty} (\text{arctg4 в}) = \frac{1}{4} arctg(\infty) = \infty$, то есть интеграл расходится;

б) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}} = \lim_{\alpha \to 3+0} \int_0^\alpha \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}} = \lim_{\alpha \to 3+0} \arcsin \frac{x}{3} \Big|_0^\alpha = \lim_{\alpha \to 3+0} \arcsin \frac{\alpha}{3} = \arcsin 0 = 0;$ то есть интеграл сходится.

## Список литературы

1 Хасеинов К.А. Задачи и упражнения по инженерной математике (с индивидуальными заданиями). Часть 1. – Алматы, 2008. – 423 с.

2 Хасеинов К.А. Задачи и упражнения по инженерной математике (с индивидуальными заданиями).Часть 2. – Алматы, 2009. – 631 с.

3 Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. 1 часть. – М.: Рольф, 2007. – 288 с.

4 Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.ч.1.и ч. 2–М.: ОНИКС 21 век. Мир и образование, 2003.-465 с, 2008.-489 с.

5 Индивидуальные задания по высшей математике: Учебное пособие. ч.1-2. Под ред. А.П. Рябушко.- Мн.: Высшая школа, 2007. -578 с.

6 Лунгу К.Н. и др. Сборник задач по высшей математике. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 576 с.

7 Хасеинов К.А. Каноны математики. – Алматы: Атамура, 2011.– 686 с.

## Содержание

Введение.....3
1 Расчетно-графическая работа № 1. Действительные числа, последовательности. Пределы. Непрерывность функции.....4
2 Расчетно-графическая работа № 2. Дифференциальные исчисления функции от одной переменной.....18
3 Расчетно-графическая работа № 3. Интегральное исчисление функции от одной переменной.....30
4 Решение типового варианта расчетно-графической работы №1.....40
5 Решение типового варианта расчетно-графической работы №2.....44
6 Решение типового варианта расчетно-графической работы№3.....49
Список литературы.....53

Сводный план 2016 г., поз. 143

Дуйсек Абылмансур Коптлеуович
Абдулланова Жанар Советкалиевна

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Методические указания и задания по выполнению расчетно-графических работ для студентов специальности 5В060200

Редактор Л.Т. Сластихина
Специалист по стандартизации Н.К.Молдабекова

Подписано в печать_____ Формат 6084 1/16
Тираж _30_экз. Бумага типографская №1
Объем 3,25 уч.-из.л. Заказ_____Цена 1625 тг.

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013, Алматы, ул.Байтурсынова, 126

АЛМАТИНСКИЙ ИНСТИТУТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ
Кафедра «Высшая математика»

**УТВЕРЖДАЮ**
Проректор по учебно-методической работе
_____С.В.Коньшин
«____» _____ 2013г.

# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Методические указания к расчетно-графическим работам
для специальности 5В060200
Часть 1

СОГЛАСОВАНО
Начальник УМО
_____ М.А.Мустафин
«____»_____ 2013 г.

_____М.В.Башкиров
«____»_____ 2013 г.

Специалист по стандартизации
_____
«____»_____2013 г

Редактор
_____
«____»_____ 2013 г.

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры ВМ
Протокол № ____от_____2013 г.
Зав.кафедрой ВМ
_____ М.Ж.Байсалова

Зав.кафедрой ИС
_____ Ш.И.Имангалиев

Составители:

_____А.К.Дуйсек

_____Ж.С. Абдулланова

Алматы 2013