Некоммерческое акционерное общество

АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ

Кафедра физики

ФИЗИКА 1

Конспект лекций для студентов специальности
5В070200 – Автоматизация и Управление

Алматы, 2014

СОСТАВИТЕЛИ: Л.Х.Мажитова, Г.К. Наурызбаева. Физика 1. Конспект лекций для студентов специальности 5В070200 – Автоматизация и управление. – Алматы: АУЭС, 2014. – 52 с.

Излагается краткое содержание лекций по дисциплине «Физика1» для специальности 5В070200 – Автоматизация и управление. Приведены цели изучения, определяющие уровень усвоения определённого учебного материала.

«Конспект лекций Физика 1» представляет собой ещё один элемент системы методического обеспечения учебного процесса по дисциплине и может быть использован в качестве раздаточного материала на лекционных занятиях, а также в СРС над теоретическим материалом при подготовке к практическим, лабораторным занятиям и экзамену. Рекомендуется студентам и молодым преподавателям.

Ил. 21, библиограф. 52 назв.

Рецензент: канд. тех. наук, доц. Сябина

Печатается по плану издания некоммерческого акционерного общества «Алматинский университет энергетики и связи» на 2014 год.

Содержание

Введение

Конспект лекций «Физика 1» представляет собой очень краткое изложение содержания лекций по этой дисциплине для студентов специальности 5В070200 – Автоматизация и управление.

В каждой лекции отражены основные вопросы темы в их логической связи и структурной целостности, но без детальной проработки математических выкладок или примеров. Поэтому данная учебно–методическая разработка может и должна служить лишь ориентировочной основой для учебной деятельности студента как на лекционном занятии, так и в самостоятельной работе вне аудитории.

Задание конкретных целей в каждой лекции, форма изложения учебного материала, адекватная, на наш взгляд, его содержанию, делает этот материал хорошо воспринимаемым, организованным внешне, что в конечном счете будет способствовать лучшему его усвоению, систематизации СРС по освоению курса «Физика 1».

Программы «Физика 1» имеют общее содержание, отличающееся лишь глубиной проработки некоторых разделов, что достигается всей системой учебно–методического обеспечения учебного процесса по каждой специальности, и в краткой учебно–методической разработке не может быть отражено.

1 Лекция №1. Введение. Динамика твёрдого тела

Цели лекции:

- осмыслить назначение курса физики и предмет физической науки;
- уяснить смысл основной задачи механики и сущность методов её решения.

Введение

> Одного лоцмана спросили: «Как вам удаётся запомнить все подводные камни и мели?» Ответ был таков: «Мне нет дела до всех этих мелочей. Я плыву по фарватеру»

Физика в техническом вузе выполняет общеобразовательную функцию, даёт будущему специалисту фундаментальные базовые знания, формирует его инженерно – техническое мышление и создаёт целостное представление о современной естественно – научной картине мира.

Современная физика изучает наиболее общие законы неживой природы и их частные проявления на любых структурных уровнях организации материи. Объект исследований физики – все многообразие неживой природы (поля, элементарные частицы, молекулы, макротела, космические среды, вакуум и т.д.). Мир изученных (и изучаемых) в настоящее время материальных явлений характеризуется очень широким диапазоном пространственных и временных областей (см. рисунок 1.1).

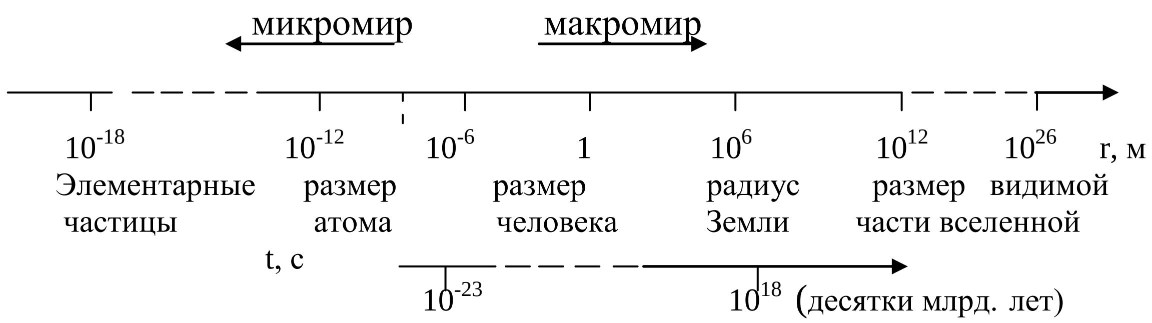

Рисунок 1.1 – Границы изучаемых явлений в физике

Принципиально важно то, что количественные изменения физических объектов и областей пространства, в которых происходят физические явления, сопровождаются качественными изменениями характера законов, их описывающих. Поэтому важно знать характерные значения соответствующих физических величин. Так, естественным масштабом скоростей в природе является скорость распространения света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. С ней связано качественное отличие нерелятивистских движений ($v \ll c$) от релятивистских (

v~*c*). С постоянной Планка $\hbar = 1{,}054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с связано разграничение законов физики на квантовые и классические.

1.1 Механическое движение. Пространство и время. Система отсчёта

Предметом механики является изучение механического движения тел и связанных с этим движением взаимодействий между телами. *Под механическим движением понимают изменение взаимного положения тел или их частей в пространстве со временем*.

Понятия *пространства и времени* есть тот фундамент, на котором строится физическая теория. Пространство и время не существуют отдельно от материи, это формы существования материи, органически связанные между собой. Пространство выражает порядок сосуществования материальных объектов, время – порядок смены явлений.

Абстрактные математические модели пространства и времени (например, эвклидово пространство) в большей или меньшей степени отражают свойства реальных пространства и времени, изучение которых является одной из основных задач вузовской физики.

Всякое движение относительно. Для описания механического движения необходимо выбрать систему отсчёта: совокупность тела отсчета, системы координат и часов.

1.2 Основная задача механики. Уравнение движения твердого тела

Основной задачей механики является определение состояния изучаемой системы (материальная точка, совокупность материальных точек, твердое тело) в любой момент времени, если известно состояние этой системы в начальный момент.

В классической механике состояние частицы полностью характеризуется заданием в данный момент времени трех её координат (x,y,z) и трех проекций (p_x, p_y, p_z) импульса.

Твёрдое тело может совершать разнообразные сложные движения (примеры из техники). Все они, вообще говоря, могут рассматриваться как сложение двух простых: *поступательного и вращательного.* Поступательное движение твёрдого тела эквивалентно движению частицы с массой, равной массе тела и помещённой в его *центр инерции*. При вращательном движении твердого тела вокруг закреплённой оси все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на этой оси. В этом случае состояние тела может быть задано углом поворота вокруг оси и угловой скоростью.

1.3 Основные понятия динамики вращательного движения: момент импульса, момент силы, момент инерции

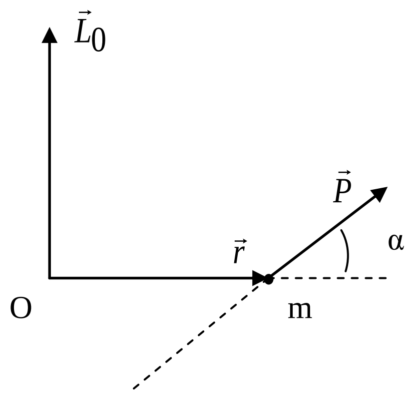

Рисунок 1.2

Момент импульса частицы относительно точки О называется вектор, равный

$$\vec{L}_0 = [\vec{r} \cdot \vec{p}], \tag{1.1}$$

где $\vec{r}$ – радиус вектор частицы в данный момент времени,

$\vec{p}$ – ее импульс ($\vec{p} = m\vec{v}$).

Вектор момента импульса перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы $\vec{r}$ и $\vec{p}$ (см. рисунок 1.2).

Момент импульса системы частиц равен векторной сумме моментов импульсов всех частиц системы

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_{0i} \quad \text{(аналогично: } \vec{p} = \sum \vec{p}_i \text{).} \tag{1.2}$$

Моментом силы относительно точки О называется вектор $\vec{M}_0$, равный

$$\vec{M}_0 = [\vec{r} \cdot \vec{F}], \tag{1.3}$$

где $\vec{r}$ – радиус–вектор точки приложения силы $\vec{F}$.

Момент силы характеризует способность силы вызывать вращение тела вокруг точки, относительно которой он берется. Тело, закрепленное в точке О, под действием силы $\vec{F}$ повернется вокруг оси, совпадающей с направлением момента $\vec{M}$ (см. рисунок 1.3).

Взяв производную по времени от (1.1), можно показать, что скорость изменения момента импульса частицы определяется моментом силы

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} . \tag{1.4}$$

Соотношение (1.4) есть уравнение моментов.

Пусть твёрдое тело может вращаться вокруг закрепленной оси Оz. К телу приложена сила $\vec{F}$. *Моментом силы* $\vec{F}$ *относительно оси Оz* называется проекция M_z момента силы $\vec{M}_0$ относительно точки О. Он характеризует способность данной силы вызвать вращение вокруг данной оси и равен

$$M_z = ([\vec{r} \cdot \vec{F}])_z = RF_\perp \sin\alpha = F_\perp l , \tag{1.5}$$

где l – плечо силы $F_{\perp}$, равное $R\, sin\alpha$;

$\vec{R}$ – радиус-вектор, проведенный от оси в точку приложения силы в плоскости, перпендикулярной оси;

$F_{\perp}$ – проекция силы $\vec{F}$ на эту плоскость.

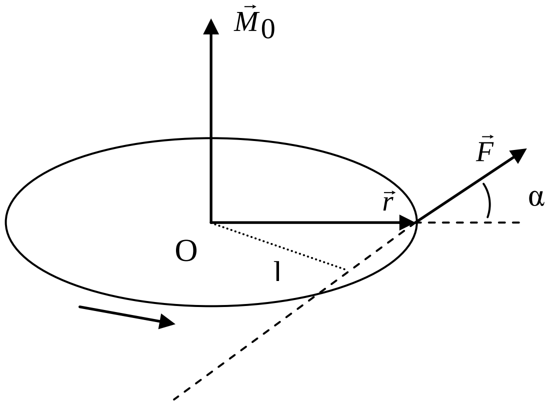

Рисунок 1.3

Чтобы определить момент импульса тела относительно оси, надо взять проекцию на эту ось суммарного момента импульса относительно точки О всех частиц этого тела (см. рисунок 1.3)

$$L_z = (\sum \vec{L}_{0i})_z = (\sum [m_i \cdot \vec{r}_i \cdot \vec{v}_i])_z . \qquad (1.6)$$

Легко убедиться в том, что это выражение (1.6) можно преобразовать к виду

$$L_z = \sum \omega \cdot m_i \cdot R_i^2 = \omega \cdot \sum m_i \cdot R_i^2 \ . \qquad (1.7)$$

Величина

$$J_z = \sum m_i \cdot R_i^2 \qquad (1.8)$$

называется моментом инерции тела относительно оси. Момент инерции зависит от распределения массы тела вокруг оси и характеризует инертные свойства тела при вращательном движении. Таким образом, имеем

$$L_Z = J_Z \cdot \omega, \text{ или } \vec{L} = J \cdot \vec{\omega} \qquad (1.9)$$

Из (1.4) и (1.5) с учётом (1.9) получим

$$M_Z = J_Z \cdot \varepsilon , \qquad (1.10)$$

где M_Z – момент всех сил, приложенных к телу, относительно оси Z;

J_Z – момент инерции тела относительно данной оси;

ε – угловое ускорение вращающегося тела.

Выражение (1.10) представляет собой основной закон динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси [1,2].

2 Лекция №2. Энергия, работа, мощность

Цели лекции:

- усвоить понятия: энергия, работа, мощность;

- овладеть методом расчёта различных видов энергии.

2.1 Энергия как общая мера различных форм движения материи

Существует много форм движения материи. Механическое движение – простейшая из них. Для его количественного описания мы использовали понятие импульса $\vec{p} = m\vec{V}$. Количественной характеристикой теплового движения служит температура *T*, электрического поля $-\vec{E}$ и т.д. Все эти величины отражают качественные особенности различных форм движения материи. Но различные формы движения обнаруживают взаимную превращаемость. Следовательно, необходимо введение такой физической величины, которая относится ко всем формам движения материи и отражает их взаимную превращаемость. Такой физической величиной является энергия – одно из наиболее общих понятий в физике.

Энергия есть единая мера различных форм движения материи.(Следует заметить: понятие энергии не «открыто», а именно введено в физику. Это продукт мыслительной деятельности человека).

Так как движение есть неотъемлемое свойство материи, то всякая система обладает энергией. Энергия системы количественно характеризует эту систему с точки зрения возможных в ней изменений (количественных и качественных). *Энергия - функция состояния*.

В природе непрерывно идут процессы, в которых механическое движение и энергия передаются от одних тел к другим. Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно охарактеризовать процесс обмена энергиями между взаимодействующими телами, в механике рассматривают работу силы, приложенной к данному телу. *Работа есть мера изменения энергии в процессах силового взаимодействия.*

2.2 Кинетическая энергия и работа силы

Рассмотрим некоторую частицу массы *m*. Подействуем на неё силой $\vec{F}$. Уравнение второго закона Ньютона для этой частицы

$$m\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} \ . \qquad (2.1)$$

Умножим скалярно уравнение (2.1) на вектор бесконечно малого перемещения частицы $d\vec{r}$ (учтем, что $d\vec{r} = \vec{V}dt$)

$$m\left(\vec{V}\frac{d\vec{V}}{dt}\right)dt = \left(\vec{F}d\vec{r}\right). \qquad (2.2)$$

Из рисунка 2.1 видно, что скалярное произведение $\vec{V}d\vec{V}$ равно

$$\vec{V}d\vec{V} = VdV\cos\alpha = V\left|d\vec{V}\right|_{\tau} = VdV = d\left(\frac{V^2}{2}\right).$$

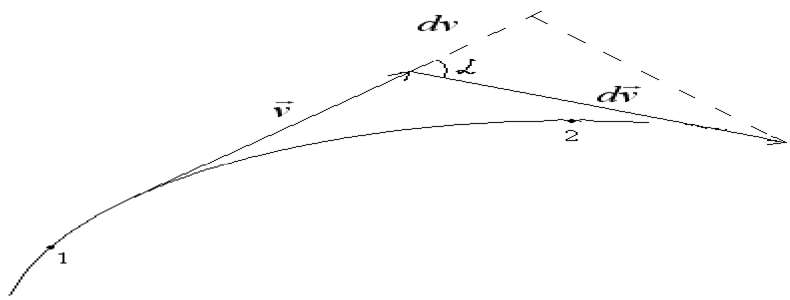

Рисунок 2.1

Следовательно,

$$d\left(\frac{V^2}{2}\right) = \vec{F}d\vec{r}\ . \qquad (2.3)$$

Величина в правой части уравнения (2.3) называется работой dA силы $\vec{F}$

$$dA = \left(\vec{F}d\vec{r}\right) = Fdr\cos\alpha\,, \qquad (2.4)$$

где α − угол между силой $\vec{F}$ и перемещением $d\vec{r}$.

Формула (2.4) выражает элементарную работу силы $\vec{F}$. При перемещении тела на конечное расстояние полная работа выражается криволинейным интегралом вдоль траектории движения

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \int_l \left(\vec{F}d\vec{r}\right) = \int_l F_l dl\ . \qquad (2.5)$$

Работа силы – величина алгебраическая, она может быть положительной, отрицательной и равна нулю. Графическое представление работы показано на рисунке 2.2.

Рассмотрим левую часть уравнения (2.3). Она представляет собой полный дифференциал некоторой функции

$$W_k = \frac{mV^2}{2} + const\ . \qquad (2.6)$$

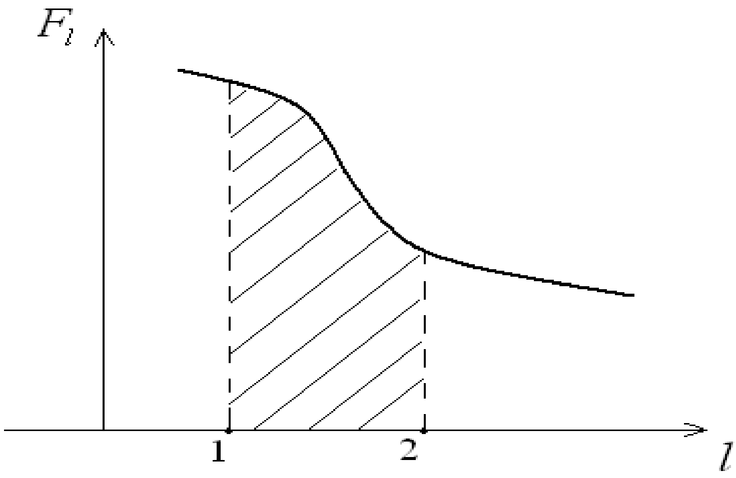

Рисунок 2.2

Величина W_k называется кинетической энергией частицы. *Кинетическая энергия – это часть полной энергии частицы, связанная с её движением.* Естественно предположить, что покоившееся тело (V=0) не обладает кинетической энергией, тогда из (2.6) следует, что

$$W_k = \frac{mV^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \quad . \tag{2.7}$$

При вращательном движении твёрдого тела вокруг неподвижной оси его кинетическая энергия равна

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I} . \tag{2.8}$$

Выражения (2.7) и (2.8) справедливы только для нерелятивистских частиц ($v \ll c$). Уравнение (2.7) справедливо и в случае, когда на частицу действует несколько сил. Тогда A_{12} – сумма работ всех сил. Таким образом, *изменение кинетической энергии частицы равно работе всех сил, действующих на эту частицу.*

$$A_{12}=W_{k2}-W_{k1} . \tag{2.9}$$

Физическая величина, равная работе, отнесённой к единице времени, называется мощностью

$$N = \frac{dA}{dt} \quad . \tag{2.10}$$

2.3 Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальное поле сил

Все силы, независимо от их физической природы, принято делить на два класса: консервативные и неконсервативные. Сила называется консервативной, если её работа не зависит от того, по какой траектории перемещается частица из начальной точки в конечную.

$$A_{12} = \int_{l_1} \left(\vec{F} d\vec{r}\right) = \int_{l_2} \left(\vec{F} d\vec{r}\right) . \qquad (2.11)$$

Если перемещение происходит по замкнутому пути, работа консервативной силы равна нулю

$$\oint \vec{F} d\vec{r} = 0 . \qquad (2.12)$$

Консервативными являются центральные силы (гравитационные, кулоновские), сила тяжести, сила упругости.

Работа неконсервативной силы зависит от пути, по которому происходит перемещение. Примером таких сил являются сила трения, сила сопротивления среды. Работа силы трения всегда отрицательна. Такие силы называются диссипативными.

Полем сил называют область пространства, в каждой точке которого на помещённую туда частицу действует сила, закономерно меняющаяся от точки к точке $\vec{F}(\vec{r})$. Силовые поля являются векторными. Силовое поле может быть однородным (поле силы тяжести), центральным (гравитационное поле). Поля консервативных сил обладают рядом характерных свойств, они образуют класс *потенциальных полей.* Такое поле в каждой точке можно охарактеризовать некоторой функцией $W_p(\vec{r})$, зависящей от положения точки в пространстве и характера силы $\vec{F}(\vec{r})$ таким образом, что работа консервативной силы $\vec{F}(\vec{r})$ при перемещении частицы между точками 1 и 2 будет равна убыли функции W_p

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = -\Delta W_p . \qquad (2.13)$$

Функция W_p называется потенциальной энергией частицы во внешнем консервативном поле. Из (2.13) следует, что работа в таком поле совершается за счет потенциальной энергии.

Потенциальная энергия частицы $W_p(\vec{r})$ всегда имеет смысл энергии взаимодействия с объектами, создающими поле. Формула (2.13) позволяет в каждом конкретном случае получить выражения для W_p (с точностью до произвольной постоянной) [2].

Получим связь между силой и энергией частицы, находящейся в потенциальном поле. Для этого запишем элементарную работу

$$dA = -dW_p = \left(\vec{F} d\vec{r}\right) = F\left|d\vec{r}\right|\cos\alpha = F_l dl . \qquad (2.14)$$

Проекция силы $\vec{F}$ на произвольное направление l

$$F_l = -\frac{\partial W_p}{\partial l} . \qquad (2.15)$$

Взяв в качестве направления перемещения направления вдоль осей координат x, y, z, получим

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial W_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W_p}{\partial z}\vec{k} \right) . \qquad (2.16)$$

3 Лекция №3. Законы сохранения и принцип относительности в механике

Цели лекции:

– уяснить смысл законов сохранения как фундаментальных законов природы;

– усвоить их формулировки и границы применения;

– уяснить сущность основных принципов специальной теории относительности, а также следствий из них.

Законы сохранения импульса, момента импульса и энергии выделяются среди других законов своей всеобщностью. *Это фундаментальные законы природы, которые выполняются не только в классической, но и в релятивистской физике и квантовой механике.*

Все законы сохранения были открыты вначале опытным путем как обобщение огромного количества экспериментальных фактов. Позже пришло понимание глубокой взаимосвязи этих законов, позволившее не только осмыслить их всеобщность, но и предсказать, в каких условиях тот или иной закон сохранения может видоизменять свою форму.

3.1 Закон сохранения импульса и момента импульса

Закон сохранения импульса есть общий закон природы, в основе которого лежит *однородность пространства*, т.е. одинаковость свойств пространства во всех её точках.

Закон сохранения импульса соблюдается только для изолированных систем. Действительно, если система помещена во внешнее поле сил, то для неё разные области пространства уже не будут эквивалентны.

Изолированной, или замкнутой, системой называется система (совокупность взаимодействующих между собой тел), на которую не действуют внешние силы.

Полный импульс замкнутой системы материальных точек (тел) не изменяется с течением времени

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0, \qquad \vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = const . \qquad (3.1)$$

При выводе основного закона динамики вращательного движения мы рассматривали твердое тело как систему материальных точек и пришли к соотношению

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} , \qquad (3.2)$$

где $\vec{L} = \sum \vec{L}_i$ – момент импульса системы;
$\vec{M}$ – суммарный момент внешних сил, действующих на систему.

Сумма моментов внутренних сил всегда для любой системы равна нулю.

Если внешние силы отсутствуют (система замкнута), то $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, следовательно, $\vec{L} = const$.

Момент импульса замкнутой системы материальных точек (тел) остается постоянным

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = const. \tag{3.3}$$

Если тело вращается вокруг неподвижной оси и $M_z = 0$, то $L_z = const$. Учитывая , что $L_z = I\omega$, получаем

$$\sum_{i=1}^{N} L_z = I_i\omega_i = const\ . \tag{3.4}$$

Закон сохранения момента импульса подобно закону сохранения импульса является фундаментальным законом природы. В основе его лежит *свойство изотропности пространства*, т.е. поворот замкнутой системы как целого не отражается на ее механических свойствах.

3.2 Закон сохранения энергии в механике

Закон сохранения и превращения энергии является одним из фундаментальных законов природы. В основе сохранения энергии лежит *однородность времени*, т.е. равнозначность всех моментов времени. Разные моменты времени эквивалентны в том смысле, что любой физический процесс протекает одинаковым образом независимо от того, когда он начался. Закон сохранения и превращения энергии имеет глубокий физический смысл. Он подтверждает положение о том, что движение является неотъемлемым свойством материи, оно несотворимо и неуничтожимо, а лишь преобразуется из одних форм в другие.

Рассмотрим полную механическую энергию частицы и системы частиц. Вернёмся к формуле (2.9). Пусть на частицу действуют консервативные силы $\vec{F}^*$ и неконсервативные $\vec{F}$. Тогда

$$W_{k2} – W_{k1} = A_{12}^* + A_{12}.$$

Так как $A_{12}^* = W_{p1} – W_{p2}$, получим

$$(W_{k2} + W_{p2}) – (W_{k1} + W_{p1}) = A_{12}\ . \tag{3.5}$$

Полная механическая энергия частицы W есть сумма её кинетической и потенциальной энергий. Изменение полной механической энергии частицы, находящейся в поле консервативных сил, равно работе неконсервативных сил, действующих на частицу

$$W_2 – W_1 = A_{12}\ . \tag{3.6}$$

Энергия системы N невзаимодействующих частиц определяется как сумма всех энергий частиц, составляющих данную систему

$$W=\sum_{i=i}^{N}W_i=\sum_{i=i}^{N}\left(W_{ki}+W_{pi}\right)\ . \tag{3.7}$$

Если частицы взаимодействуют между собой, следует учесть энергию их взаимодействия, которая уже не является аддитивной величиной

$$W=\sum_{i=1}^{N}\left(W_{ki}+W_{pi}\right)+W_{вз}\ . \tag{3.8}$$

Если между частицами системы действуют только консервативные силы (такая система называется консервативной), а внешние силы отсутствуют (A_{12} =0), то ее полная механическая энергия сохраняется, как это следует из формулы (3.6). Это утверждение и есть закон сохранения полной механической энергии. Очевидно, что *полная механическая энергия сохраняется лишь для замкнутой консервативной системы тел*.

Законы сохранения импульса, момента импульса и энергии стали весьма мощным и эффективным инструментом исследования. Эта важная роль законов сохранения обусловлена рядом причин:

- законы сохранения не зависят ни от траекторий частиц, ни от характера действующих сил. Поэтому они позволяют получить ряд весьма общих и существенных заключений о свойствах различных механических процессов, не вникая в их детальное рассмотрение с помощью уравнений движения;
- этот факт позволяет использовать законы сохранения даже тогда, когда силы вообще неизвестны (столкновения тел, молекул).

3.3 Постулаты Эйнштейна. Специальная теория относительности

Специальная теория относительности (СТО) – это физическая теория пространства и времени, в которой предполагается, что пространство однородно и изотропно, время однородно.

В основе специальной теории относительности Эйнштейна лежат два постулата: обобщённый принцип относительности и принцип постоянства скорости света в вакууме:

- все физические явления в инерциальных системах отсчёта протекают одинаково;
- скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчёта и не зависит от движения источников и приемников света, т.е. является универсальной постоянной. Она равна

$$c=2{,}99793\cdot10^{8}\ \text{м/с}.$$

Следствия из основных постулатов Эйнштейна:

- время течёт по-разному в разных инерциальных системах отсчёта. Утверждение о том, что между двумя данными событиями прошёл определённый промежуток времени, приобретает смысл только тогда, когда указано, к какой системе отсчета это утверждение относится; события, одновременные в некоторой системе отсчета, могут быть неодновременными в другой системе;

- относительность временных интервалов одного и того же события в системах отсчета К и К`

$$\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad (3.9)$$

Время, отсчитываемое по часам, движущимся вместе с объектом, называется собственным временем этого объекта. Обозначим его τ_0, тогда

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ . \qquad (3.10)$$

Движущиеся часы идут медленнее неподвижных. Замедление хода времени в системе, где часы покоятся, не является кажущимся и не связано с влиянием движения часов на их работу, а отражает относительный характер времени. Итак, не существует единого мирового времени. Время, его течение, понятия одновременности событий относительны.

Относительность пространственных интервалов

$$\Delta l = \Delta l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \ . \qquad (3.11)$$

Длина стержня Δl_0, измеренная в системе отсчета, в которой стержень неподвижен, называется *собственной*. Как видно из (3.11), эта длина является максимальной, т.е. во всех системах отсчета длина тел уменьшается по сравнению с собственной. Это явление называется *лоренцевым сокращением размеров тел в направлении движения.* Лоренцево сокращение геометрических размеров тел не является кажущимся и не связано с физическим воздействием движения на размеры тела. Оно отражает неабсолютность пространственных интервалов, их зависимость от выбора системы отсчета.

3.4 Преобразования Лоренца и инварианты теории относительности

Релятивистские преобразования координат и времени, отражающие свойства пространства и времени в специальной теории относительности, называются преобразованиями Лоренца. Согласно этим преобразованиям, переход от системы К` к системе К осуществляется по формулам (3.12), а от К к системе К` – по формулам (3.13)

$$x = \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad y = y', \qquad z = z', \qquad t = \frac{t'+\frac{x'v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ , \qquad (3.12)$$

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \frac{t-\frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ . \qquad (3.13)$$

На основе полученных преобразований координат и времени можно дать еще одну формулировку принципа относительности: *физические законы инвариантны относительно преобразований Лоренца* [3].

4 Лекция №4. Статические распределения

Цели лекции:

– уяснить сущность статического и термодинамического методов исследования, предмет данной науки;

– изучить основные законы классической статической физики.

4.1 Статический и термодинамический методы исследования

Статическая физика и термодинамика – два взаимосвязанных раздела физики, изучающих наиболее общие свойства макроскопических физических систем, включая и такие системы, которые непосредственно связаны с нашим жизнеобеспечением.

Задачей термодинамики является изучение свойств материальных тел, характеризуемых непосредственно измеряемыми в опытах величинами (макроскопическими параметрами: объемом, температурой, давлением и т.д.), на основе наиболее общих абсолютно верных принципов – *начал термодинамики*. При этом не привлекаются никакие модельные представления о строении вещества. Сила термодинамики в том, что её выводы верны в такой же степени, в какой верны начала термодинамики.

Статическая физика основана на *модельных атомо-молекулярных представлениях* о строении макротел (например, модель идеального газа) и математической статике. Свойства макросистем в конечном счете определяются свойствами частиц системы, особенностями их движения и усреднёнными значениями динамических характеристик этих частиц (энергии, скорости и т.д.). Статическая физика дает способы вычисления подобных средних и с их помощью определяет макропараметры систем. Так было получено основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$p = \frac{2}{3} n < \varepsilon_n >, \tag{4.1}$$

где p – давление газа;

n – число молекул газа в единице объёма (концентрация молекул);

$< \varepsilon_n >$ – средняя энергия поступательного движения молекул.

Оба метода – термодинамический и статический, обладают своими достоинствами и недостатками. Их согласованное применение даёт наиболее полный и надёжный результат.

4.2 Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы

Основные понятия: число степеней свободы молекулы i, поступательные, вращательные и колебательные степени свободы.

Одним из важнейших законов статической физики, применимым к классическим системам, является *закон равномерного распределения энергии по степеням свободы:* в состоянии теплового равновесия на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая кинетическая энергия, равная $\frac{1}{2}kT$. Здесь $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{К}$ – постоянная Больцмана.

При хаотическом движении ни один из видов движения не имеет преимуществ перед другим, но следует иметь в виду, что колебательное движение связано с переходом кинетической энергии в потенциальную и обратно. При учёте энергии колебаний атомов в молекуле нужно принимать во внимание среднюю кинетическую и среднюю потенциальную энергии. Полная энергия молекулы

$$<\varepsilon>=\frac{i}{2}kT \quad , \tag{4.2}$$

$$i = i_{пост} + i_{вращ} + 2i_{колеб} \quad , \tag{4.3}$$

где i – число степеней свободы молекулы.

4.3 Закон Максвелла для распределения молекул по скоростям

Рассмотрим газ в состоянии термодинамического равновесия. Движение его частиц подчиняется законам классической механики. Пусть газ содержит N молекул, масса каждой молекулы m. Тепловое хаотическое движение характеризуется тем, что распределение молекул по направлениям движения равномерно (все направления равновероятны). Но числовые значения скоростей молекул не могут быть одинаковыми, в результате столкновений должно установиться некоторое распределение по скоростям молекул, которое не будет зависеть от времени.

Если скорость молекулы газа может принимать значения $0 \le \upsilon \le \infty$, то имеет смысл постановка вопроса: сколько молекул dN из общего числа N обладает скоростями, лежащими в некотором интервале $d\upsilon$ около заданной скорости υ?

Очевидно

$$dN = Nf(\upsilon)d\upsilon \quad . \tag{4.4}$$

Функция

$$f(\upsilon) = \frac{dN}{Nd\upsilon} \tag{4.5}$$

называется *функцией распределения молекул по скоростям*. Она имеет следующий смысл: $f(\upsilon)$ определяет долю молекул, скорости которых заключены в единичном интервале около заданного значения υ. Функция $f(\upsilon)$ удовлетворяет условию нормировки $\int\limits_0^\infty f(\upsilon)d\upsilon = 1$.

Задача о распределении молекул газа по скоростям была сформулирована и решена Дж. К. Максвеллом в 1859 – 1860 гг. Функция распределения Максвелла имеет вид, представленный на рисунке 4.1, и выражается формулой:

$$f(\upsilon) = 4\pi\upsilon^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} . \qquad (4.6)$$

Вероятность того, что значение скорости произвольно выбранной молекулы лежит в интервале $(\upsilon, \upsilon + d\upsilon)$, равна $dP(\upsilon, \upsilon + d\upsilon) = \frac{dN}{N} = f(\upsilon)d\upsilon$.

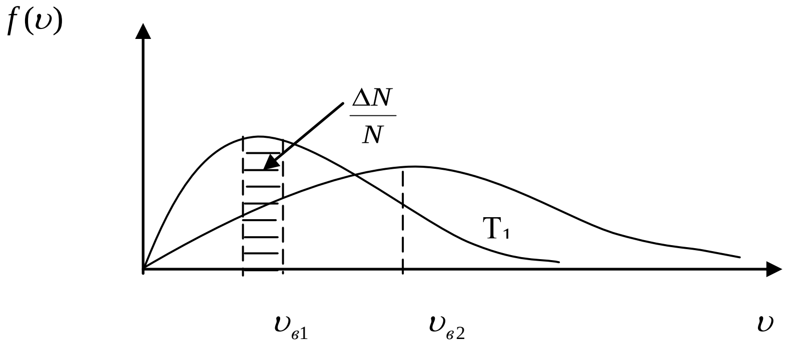

Рисунок 4.1

Основные свойства распределения Максвелла:

– лишь малый процент молекул обладает очень малыми и очень большими скоростями;

– существует значение скорости $\upsilon_в$ (вероятнейшая), соответствующее максимуму функции $f(\upsilon)$, так что значительная часть молекул обладает скоростями, близкими к $\upsilon_в$. Легко показать, что

$$\upsilon_в = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} ; \qquad (4.7)$$

– из асимметрии кривой распределения следует, что доля молекул, скорости которых превышают $\upsilon_в$, всегда больше, чем доля молекул со скоростями $\upsilon < \upsilon_в$. Эта диспропорция увеличивается с возрастанием температуры (кривые для T_1 и T_2 на графике функции $f(\upsilon)$ $T_2 > T_1$).

Зная функцию распределения, можно найти среднее значение любой физической величины, зависящей от скорости. Среднеарифметическая скорость равна

$$< \upsilon >= \int_0^\infty \upsilon f(\upsilon) d\upsilon = \sqrt{\frac{8RT}{\pi m}} \; .$$

Таким образом,

$$< v >= \sqrt{\frac{8RT}{\pi m}} \; . \tag{4.8}$$

Среднеквадратичная скорость

$$\upsilon_{ср.кв} = \sqrt{< \upsilon^2 >} \; ;$$

$$< \upsilon^2 >= \int_0^\infty \upsilon^2 f(\upsilon) d\upsilon = \frac{3kT}{m}$$

Таким образом,

$$\upsilon_{ср.кв} = \sqrt{\frac{3kT}{\pi m}} \; . \tag{4.9}$$

Вид распределения $f(\upsilon)$ *не зависит от того, как частицы взаимодействуют друг с другом. Он определяется лишь способностью частиц обмениваться энергией в процессе установления равновесного состояния*. В законе Максвелла температура является параметром, от которого зависит вид кривой. Говорить о температуре системы можно лишь в том случае, когда в системе установилось тепловое (хаотическое) движение частиц, скорости которых распределены по закону Максвелла [4].

4.4 Закон Больцмана для распределения частиц во внешнем потенциальном поле

При тепловом движении все направления движения частицы равновероятны, а изменения в положении каждой частицы носят случайный характер. Поэтому можно говорить о вероятности обнаружения частицы в том или ином месте.

Пусть идеальный газ занимает объём V и находится в равновесном состоянии с температурой T. При отсутствии внешнего поля все положения любой молекулы равновероятны. Именно поэтому газ распределяется по всему объёму с одинаковой концентрацией $n = \frac{N}{V}$.

Если газ находится во внешнем силовом поле, частицы газа испытывают действие этого поля и картина меняется. Плотность и давление газа оказываются в различных местах разными. Рассмотрим случай, когда силы внешнего поля являются потенциальными и действуют только в одном направлении *h,* где h – высота над поверхности земли. Обозначим потенциальную энергию частицы $\varepsilon(h)$. Можно показать, что в состоянии теплового равновесия концентрация частиц газа, подверженного действию внешнего поля, измеряется по закону

$$n(h) = n_0 e^{-\frac{\varepsilon(h)}{kT}} = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}. \qquad (4.10)$$

Это соотношение называется законом Больцмана.

Рассмотрим поле земного тяготения. Вблизи земной поверхности потенциальная энергия молекулы $\varepsilon(h)=mgh$. Учитывая, что $p = nkT$, получим давление газа на высоте h над поверхностью земли

$$p(h) = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}} = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{kT}}. \qquad (4.11)$$

Эта формула называется барометрической. Её можно применить и для достаточно разряженной смеси газов (воздух).

5 Лекция №5. Основы термодинамики. Второе начало термодинамики

Цели лекции:

– изучить основные законы (начала) термодинамики;

– освоить методы их использования при анализе процессов, происходящих в макросистемах.

5.1 Теплота и работа как формы обмена энергией в термодинамике. Первое начало термодинамики

Внутренняя энергия U макроскопических тел качественно отличается от механической энергии системы частиц. Это отличие проявляется в существовании лишь двух форм изменения внутренней энергии – *работы и теплоты*.

Работа A есть мера изменения внутренней энергии системы при силовых взаимодействиях её с окружающей средой. Совершение работы всегда связано с возникновением какого-либо упорядоченного движения, с изменением внешних параметров системы (например, объёма V).

Теплота Q есть мера измерения внутренней энергии системы в процессах теплопередачи и не сопровождается изменением внешних параметров. Механизмы теплопередачи: теплопроводность, излучение, конвекция.

Теплота и работа не виды энергии, а формы её обмена.

Закон сохранения энергии, сформированный с учетом того, что в термодинамике возможны лишь два способа обмена энергией между системой и окружающей средой, является фундаментальным законом физики: *теплота, переданная системе, и работа, совершенная над системой, идут на изменение внутренней энергии системы.*

$$dU = dQ + dA'$$

или

$$dQ = dU + dA, \tag{5.1}$$

здесь $dA = PdV$, $dU = \frac{m}{\mu} C_V dT$, $dQ = \frac{m}{\mu} C_P dT$,

где $A^{'}$ – работа, совершенная над системой;

A – работа системы над внешними силами.

Внутренняя энергия является функцией состояния системы. Ее изменение зависит только от начального и конечного состояний и не зависит от способа перехода между состояниями (см. приложение 2, рисунок 1).

Теплота и работа зависят не только от этих состояний, но и от вида процесса; они являются функциями процесса.

5.2 Второе начало термодинамики

5.2.1 Круговые процессы. КПД тепловых машин.

Первое начало термодинамики указывает на возможность совершать работу за счёт тепла, получаемого системой от внешних тел. Действие тепловой машины основано на преобразование тепла Q_1, полученного от нагревателя при температуре T_1, в работу A.

Однако, действие тепловых машин основано на круговых (циклических) процессах, в которых система (рабочее тело) после ряда изменений возвращается в исходное состояние. При этом некоторое количество теплоты Q_2 будет отдано среде, которая находится при температуре T_2.

В принципиальном отношении работа тепловой машины может быть сведена к следующему: рабочее тело получает от нагревателя теплоту Q_1, отдает холодильнику Q_2 и разность этих теплот преобразует в полезную работу $A = Q_1 - |Q_2|$ (см. приложение 2, рисунок 1). Q_2 – своеобразный «налог», который необходимо заплатить природе за возможность преобразования некоторого количества теплоты в работу. Эффективность теплового двигателя характеризуется его коэффициентом полезного действия

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < 1 . \tag{5.2}$$

Выражение (5.2) показывает, что КПД тепловых машин принципиально меньше единицы. Этот результат не является следствием первого начала термодинамики, а выражает содержание другого фундаментального закона – *второго начала термодинамики*. Другие формулировки этого закона:

- невозможен циклический процесс, единственным результатом которого является производство работы и обмен энергией с одним тепловым резервуаром (У.Томсон);

– невозможен вечный двигатель второго рода (В. Оствальд);

– невозможен циклический процесс, единственным результатом котор го была бы передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому (Р. Клаузиус).

Эмпирические формулировки второго начала не выражаются в математической форме. Будучи внешне разнообразны, они имеют внутреннее единство, по существу, они эквивалентны друг другу.

5.2.2 Цикл Карно. Теорема Карно и теорема Клаузиуса.

Среди всех циклических процессов особое место принадлежит *циклу Карно*, с изучением которого связано открытие второго начала термодинамики. Это *единственный цикл*, который при наличии одного нагревателя (T_1) и одного холодильника (T_2) может быть выполнен *обратимым образом*. Цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат. Предположив, что рабочим телом является идеальный газ, получим КПД обратимого цикла Карно (см. приложение 2, рисунок 2).

$$\eta_0 = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \qquad \eta_0 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} . \tag{5.3}$$

Теорема Карно:

– КПД обратимого цикла Карно не зависит от природы рабочего тела и устройства системы, выполняющей этот цикл, а определяется только температурой нагревателя T_1 и холодильника T_2;

– КПД необратимых машин (работающих по необратимому циклу) меньше КПД обратимых машин, т.е. $\eta < \eta_0$. Следовательно,

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1} . \tag{5.4}$$

Строго обратимые процессы в макросистемах невозможны, поэтому выражение (5.3) носит асимптотический характер – к нему можно приближаться, но точного значения нельзя достичь.

Теорема Карно (5.4) является математическим выражением второго начала термодинамики применительно к замкнутым процессам с одним нагревателем и одним холодильником. Знак равенства в (5.4) имеет место для обратимых процессов, а знак неравенства – для необратимых.

Обобщением теоремы Карно на случай произвольных циклов является неравенство Клаузиуса (теорема Клаузиуса)

$$\oint \frac{dQ}{T} \le 0 . \tag{5.5}$$

5.2.3 Энтропия. Второе начало термодинамики как закон возрастания энтропии.

Все рассмотренные формулировки второго начала термодинамики указывают на то, что одного лишь учёта и сохранения количества энергии недостаточно для того, чтобы судить о возможности того или иного процесса. Энергия должна характеризоваться не только количественно, но и качественно. Величиной, определяющей качество энергии и позволяющей количественно описать ограничения, налагаемые вторым началом термодинамики, является энтропия S.

Запишем теорему Клаузиуса (5.5) для произвольного обратимого цикла

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 . \qquad (5.6)$$

Из равенства нулю интеграла (5.6) следует, что величина $\frac{dQ}{T}$ представляет собой полный дифференциал некоторой *функции состояния* S, так что

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \text{и} \quad S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \ . \qquad (5.7)$$

Формулы (5.7) следует рассматривать как определенные понятия энтропии в термодинамике. Некоторые свойства энтропии, вытекающие из ее определения (5.7):

– энтропия системы есть величина аддитивная $S = \sum S_i$;

- при обратимом процессе без теплообмена $(dQ = 0)$ – адиабатный процесс - энтропия остается постоянной;

- энтропия процесса может быть определена лишь с точностью до произвольной постоянной.

Изменение энтропии в обратимых процессах рассчитывается на основании соотношений (5.7) и (5.1)

$$TdS = dU + dA \ . \qquad (5.8)$$

Для анализа тепловых процессов используется *TS* – диаграмма, где в качестве осей координат выбраны функции состояния *T* и *S* (см. приложение 2, рисунок 3).

Глубокий физический смысл энтропии раскрывается в статической физике. Л.Больцманом было показано, что энтропия *S* определяется логарифмом числа микросостояний Р, посредством которых реализуется рассматриваемое макросостояние

$$k = lnP, \qquad (5.9)$$

где *k* – постоянная Больцмана;

P – статический вес данного макросостояния.

Формула (5.9) называется формулой Больцмана. Она позволяет дать энтропии наглядное толкование.

Допустим, что все атомы жёстко закреплены в определенных местах. Тогда существует только одно микросостояние, Р = *1* и $S = 0$. Передача системе некоторого количества теплоты увеличивает неупорядоченность внутренней структуры и хаотичность движения образующих ее частиц (Р растет). Поэтому можно сказать, что энтропия является мерой беспорядка.

С понятием энтропии связана наиболее общая формулировка второго начала термодинамики: *в изолированной системе энтропия не убывает*

$$\Delta S \geq 0 , \quad S_2 \geq S_1 \ . \qquad (5.10)$$

Знак равенства в (5.10) соответствует случаю, когда в системе идут только обратимые процессы, энтропия остается неизменной. Все реальные процессы, как правило, необратимые, значит энтропия изолированной системы всегда растет. Рост энтропии означает переход системы от менее вероятных состояний к более вероятному, т.е. равновесному состоянию.

Однако возможны и флуктуации. Закон возрастания энтропии в изолированной системе носит статический характер.

Второе начало термодинамики, выраженное математически в (5.10), находится в соответствии со всеми раннее рассмотренными формулировками.

Из анализа работы тепловых машин следует, что доступной для превращения в работу dA является не вся энергия, переданная системе в форме тепла dQ, а только её часть $dA = \eta dQ = (1-\frac{T_2}{T_1})dQ = dQ - T_2\frac{dQ}{T_1} = dQ - T_2 dS$, и тем меньшая, чем больше будет энтропия. Это обстоятельство позволяет охарактеризовать энтропию и как меру работоспособности. Возрастание энтропии системы является характерным признаком естественных процессов и соответствует понижению качества энергии. Изолированная система всегда переходит в состояние термодинамического равновесия, в котором энтропия достигает своего максимального значения, а энергия «обесценивается» [4].

6 Лекция №6. Электростатическое поле в вакууме

Цели лекции:

– изучение свойств и характеристик электростатического поля;

- определение основной задачи электростатики и освоение методов ее решения.

6.1 Электрический заряд

Электрический заряд частицы является одной из основных ее характеристик, определяющей интенсивность электромагнитных взаимодействий. Ему присущи следующие свойства:

– электрический заряд существует в двух видах: положительный и отрицательный. Так, в атомах отрицательным зарядом обладают электроны, а положительным – ядра;

– электрический заряд является релятивистски−инвариантным: он не изменяется при движении носителя заряда, т.е. его величина не зависит от системы отсчета;

– электрический заряд аддитивен: заряд любой системы всегда равен алгебраической сумме зарядов составляющих систему частиц;

– электрический заряд дискретен, т.е. любой заряд кратен элементарному заряду *e*: $q=\pm Ne$, где $e=1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл. Это свойство называется квантованностью электрических зарядов. Электрон и протон являются носителями элементарных соответственно отрицательного и положительного зарядов;

– суммарный заряд электрически изолированной системы не изменяется. Это свойство называется законом сохранения электрического заряда.

Перечисленные свойства являются фундаментальными законами, они не выводятся из каких-либо других законов, и не обнаружено ни одного явления, которое противоречило бы этим свойствам.

6.2 Электростатическое поле. Характеристики электростатического поля

Взаимодействие между электрически заряженными частицами и телами, согласно современным представлениям, осуществляется через поле. Электрическое поле неподвижных электрических зарядов называется электростатическим полем. Силы, действующие на заряженные частицы со стороны электростатического поля, называются электростатическими. В электростатике используется модель (физическая абстракция), подобная материальной точке, это – точечный заряд. Точечным зарядом называется заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями от этого тела до других заряженных тел, отсчитываемыми от их центров.

Сила взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме подчиняется закону Кулона: *сила взаимодействия между двумя неподвижными зарядами прямо пропорциональна произведению модулей этих зарядов и обратно пропорциональна расстоянию в квадрате между этими зарядами* (см. приложение 3, рисунок 1).

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad (6.1)$$

где q_1 ,q_2 - неподвижные точечные заряды,

r - расстояние между зарядами,

$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}$ - коэффициент пропорциональности,

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\dfrac{Кл^2}{Н \cdot м^2}$ - электрическая постоянная.

Напряжённость электростатического поля в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \qquad (6.2)$$

Направление вектора напряжённости совпадает с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд.

Опыт показывает, что к кулоновским силам применим принцип независимости действия сил, рассмотренный в механике. Следовательно, результирующая сила, действующая на пробный заряд q_0, в любой точке поля, равна векторной сумме сил, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов q_i системы

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i\,. \qquad (6.3)$$

С учётом (6.2) для напряжённости поля $\vec{E}$, созданного системой зарядов, получим

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \, . \qquad (6.4)$$

Уравнение (6.4) выражает *принцип суперпозиции* (наложения) электрических полей.

Если в электростатическом поле, создаваемом неподвижным зарядом *q*, вдоль произвольной траектории из точки 1 в точку 2 перемещается точечный пробный заряд q_0 (см. приложение 3, рисунок 2), то сила, приложенная к нему со стороны поля, совершает работу

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 F dl \cos\alpha \, ,$$

где α – угол между векторами силы $\vec{F}$ и перемещения $d\vec{l}$.

Используя закон Кулона и соотношение $dl \cos\alpha = dr$, получим

$$A_{12} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right) . \qquad (6.5)$$

Из (6.5) следует, что работа не зависит от траектории перемещения (или пути), а определяется только начальным 1 и конечным 2 положениями заряда q_0, *поэтому электростатическое поле является потенциальным, а электростатические силы – консервативными.*

Следовательно, работа сил электростатического поля равна убыли потенциальной энергии и может быть записана в виде

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qq_0}{r_2} = W_{P_1} - W_{P_2} = -\Delta W_P \, . \qquad (6.6)$$

Потенциал электростатического поля есть физическая величина, равная отношению потенциальной энергии W_p пробного точечного заряда, помещённого в рассматриваемую точку поля, к этому заряду q_0 (или равная потенциальной энергии единичного положительного заряда в данной точке поля)(см. приложение 3, рисунок 3)

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} . \qquad (6.7)$$

Работа, совершаемая силами поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 с потенциалом φ_1 в точку 2 с потенциалом φ_2 равна

$$A_{12} = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (6.8)$$

Между напряжённостью поля – его силовой характеристикой, и потенцилом – энергетической характеристикой поля, существует взаимосвязь, обусловленная потенциальностью электростатического поля. В поле потенциальных сил потенциальная энергия и сила взаимосвязаны

$$\vec{F} = -gradW_P = -\nabla W_P \, .$$

В электрическом поле эта связь будет следующая

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} = -grad\phi,$$
$$\vec{E} = -\nabla\phi,$$
где ∇ – оператор набла (или просто набла), который имеет вид
$$\nabla = \vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z} \quad . \tag{6.9}$$
Знак «минус» свидетельствует о направлении вектора $\vec{E}$, он всегда направлен в сторону уменьшения потенциала.

6.3 Основная задача электростатики

Основная задача электростатики заключается в нахождении характеристик поля: напряжённости поля E и потенциала φ по заданным величинам и распределению зарядов в пространстве. Решить эту задачу можно двумя способами, используя принцип суперпозиции и теорему Гаусса.

Потоком напряжённости электрического поля сквозь поверхность S, находящуюся в этом поле, называется величина

$$\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S EdS\cos\alpha = \int_S E_n dS\ , \tag{6.10}$$

где E_n – проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ к элементарной площадке dS.

Эта величина алгебраическая: она зависит не только от конфигурации поля, но и от выбора направления нормали *n* к площадке S. В случае замкнутых поверхностей принято нормаль *n* направлять наружу области, охватываемой этой поверхностью.

Поток вектора E сквозь произвольную замкнутую поверхность S зависит только от алгебраической суммы зарядов, охватываемых этой поверхностью

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i\ . \tag{6.11}$$

Формула (6.11) выражает теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме: *поток вектора напряжённости электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключённых внутри этой поверхности зарядов, делённой на электрическую постоянную* ε_0.

6.4 Основные теоремы электростатики в вакууме

Теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$. Электростатическое поле представляет собой поле неподвижных зарядов. Оно является консервативным, т.е. работа сил этого поля не зависит от пути, а зависит от начального и конечного положений заряда. Если в качестве пробного заряда взять единичный положительный заряд, то работа сил при его перемещении из точки 1 в точку 2 будет равна $\int_1^2 \vec{E}d\vec{l}$. Если осуществляется работа по произвольному замкнутому пути, то она равна нулю

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0. \qquad (6.12)$$

Интеграл $\oint_L \vec{E}d\vec{l}$ называют циркуляцией вектора напряжённости $\vec{E}$. Таким образом, *циркуляция вектора напряжённости электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю*. Утверждение (6.12) называют теоремой о циркуляции вектора $\vec{E}$. Силовое поле, обладающее свойством (6.12), называется потенциальным. Формула (6.12) справедлива для электростатического поля.

Из обращения в нуль циркуляции вектора напряжённости $\vec{E}$ следует, что линии напряжённости электростатического поля не могут быть замкнутыми.

Вторая теорема - Гаусса (6.11) - свидетельствует о том, что *источниками электростатического поля являются электрические заряды*.

7 Лекция №7. Электростатическое поле в веществе

Цели лекции:

– изучение явления поляризации диэлектриков и теоремы Гаусса для поля в веществе;

– ознакомление с поведением векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на границе диэлектриков.

7.1 Диэлектрики. Поляризация диэлектриков

Диэлектриками называются вещества, практически не проводящие электрический ток в обычных условиях.

Согласно классическим представлениям в диэлектриках, в отличие от проводников, нет свободных носителей зарядов, которые под действием электрического поля могли бы прийти в упорядоченное движение и образовать электрический ток проводимости. Электроны атомов диэлектрика связаны с ядром атома, и нужны сильные внешние факторы, чтобы нарушить эту связь.

Молекулы диэлектрика электрически нейтральны, представляют собой системы с суммарным зарядом, равным нулю. Несмотря на это молекулы обладают электрическими свойствами, и в первом приближении молекулу можно рассматривать как электрический диполь.

Положительный заряд такого диполя равен суммарному заряду ядер, помещён в «центр тяжести» положительных зарядов; отрицательный заряд равен суммарному заряду электронов и помещён в «центр тяжести» отрицательных зарядов. Электрический момент такого диполя $\vec{p} = q\vec{l}$ (q – суммарный положительный заряд всех атомных ядер в молекуле, $\vec{l}$ – вектор, проведённый из «центра тяжести» электронов в «центр тяжести» положительных зарядов атомных ядер).

Внесение диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению электрического момента диэлектрика, отличного от нуля, диэлектрик поляризуется.

Поляризацией диэлектрика называется процесс появления под воздействием внешнего электрического поля ориентированных по полю диполей, в результате чего электрический момент некоторого объема диэлектрика становится отличным от нуля.

Диэлектрики делятся на три группы: полярные, неполярные и кристаллические. Соответственно трем группам диэлектриков различают три вида поляризации: электронная (деформационная) у неполярных диэлектриков, ориентационная (дипольная) у полярных, ионная у диэлектриков с ионными кристаллическими решётками.

7.2 Поляризованность. Объёмные и поверхностные связанные заряды

Количественной мерой поляризации диэлектрика является вектор $\vec{P}$, называемый поляризованностью (вектором поляризации) и равный отношению электрического дипольного момента физически бесконечно малого объёма диэлектрика к этому объёму

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_i \vec{p}_i\,, \qquad (7.1)$$

где $\vec{p}_i$ – дипольный момент одной молекулы.

Физический смысл вектора поляризации состоит в том, что его модуль определяет степень поляризованности диэлектрика, а его направление совпадает с направлением поляризации. Поляризованность – макроскопическая характеристика, она определяется напряженностью внешнего электрического поля, вызывающего поляризацию.

У изотропных диэлектриков любого типа поляризованность связана с напряжённостью поля в той же точке простым соотношением

$$\vec{P} = \varepsilon_0 x\vec{E}\,, \qquad (7.2)$$

где x – диэлектрическая восприимчивость диэлектрика, безразмерная величина, характеризующая способность диэлектрика к поляризации.

В пределах малого объема все молекулы неполярного диэлектрика приобретают в электрическом поле (см. рисунок 7.1а) одинаковые электрические моменты $\vec{p}_e$, поэтому поляризованность равна $\vec{P} = n\vec{p}_e$ (n – концентрация молекул).

Диэлектрическая восприимчивость такого диэлектрика не зависит явно от температуры. Температура может влиять лишь косвенно – через концентрацию молекул.

В случае полярных диэлектриков ориентирующему действию внешнего поля (см. приложение 4, рисунок 1) препятствует тепловое движение молекул, стремящееся разбросать их дипольные моменты по всем направлениям. В результате устанавливается некоторая преимущественная ориентация дипольных моментов молекул в направлении поля, расчет и опыты приводят к формуле (7.2).

Диэлектрическая проницаемость полярных диэлектриков обратно пропорциональна температуре.

Поляризованность кристаллических диэлектриков тоже связана с напряжённостью поля соотношением (7.2). Следует отметить, что линейная зависимость между $\vec{E}$ и $\vec{P}$ выполняется лишь в не слишком сильных полях. Существуют диэлектрики, для которых формула (7.2) неприемлема, это некоторые кристаллы (электриты, сегнетоэлектрики). У сегнетоэлектриков связь между $\vec{E}$ и $\vec{P}$ нелинейная и зависит от предшествующих значений $\vec{E}$ (это явление называется гистерезисом).

Из рисунка 1 следует (см. приложение 4, рисунок 1), что при внесении диэлектрика во внешнее поле происходит его поляризация, т.е. положительные заряды смещаются по полю, отрицательные – против поля, в результате на гранях пластины из диэлектрика возникают избыточные положительные заряды с поверхностной плотностью $+\sigma$ (справа) и отрицательные с поверхностной плотностью $-\sigma$ (слева). Эти заряды называются *поверхностными связанными (поляризационными)*, они входят в состав атомов и молекул диэлектрика, покидать пределы которых не могут.

Между поляризованностью $\vec{P}$ и поверхностной плотностью связанных зарядов σ имеется простая связь

$$\sigma = P\cos\alpha = P_n \ . \tag{7.3}$$

С учётом (9.2) придем к формуле:

$$\sigma = P_n = \varepsilon_0 x E_n \ , \tag{7.4}$$

где P_n – проекция поляризованности на внешнюю нормаль к данной точке поверхности;

E_n – проекции напряженности поля на ту же нормаль.

Связанные заряды отличаются от сторонних лишь тем, что не могут покинуть пределы молекул, в состав которых входят, в остальном они имеют такие же свойства, как и прочие, в частности, они являются источниками электрического поля.

7.3 Вектор электрического смещения. Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

Выше было отмечено, что источниками поля служат не только сторонние, но и связанные заряды, поэтому теорему Гаусса для поля $\vec{E}$ можно записать

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sum_i q_i + \sum q_i^{'}) , \tag{7.5}$$

где $\left(\sum_i q_i + \sum_i q_i^{'}\right)$ – алгебраическая сумма сторонних и связанных зарядов, охватываемых поверхностью *S*.

Формула (7.5) малопригодна для нахождения вектора $\vec{E}$, т.к. заранее не известно распределение связанных зарядов, которое зависит от поля $\vec{E}$.

Вычисление полей во многих случаях упрощается введением вспомогательной величины, источниками которой являются только сторонние заряды, и называемой *электрическим смещением или электрической индукцией*

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} . \tag{7.6}$$

Следует отметить, что вектор $\vec{D}$ представляет собой сумму двух совершенно различных величин: $\varepsilon_0\vec{E}$ и $\vec{P}$, поэтому он действительно вспомогательный вектор, не имеющий какого–либо физического смысла, но во многих случаях введение его упрощает изучение поля в диэлектриках.

Поток вектора $\vec{D}$ через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью,

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \sum_i q_i . \tag{7.7}$$

Это и есть теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$.

Подставив выражение (7.2) для $\vec{P}$ в (7.6), получим

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \varepsilon_0 x\vec{E} = \varepsilon_0(1+x)\vec{E}$$

или

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E} , \tag{7.8}$$

где $\varepsilon = 1 + x$ – диэлектрическая проницаемость вещества, являющаяся основной электрической характеристикой диэлектрика.

7.4 Условия на границе двух диэлектриков

Поведение векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков определяется с помощью основных теорем электростатики: теоремы о циркуляции вектора $\vec{E}$ (6.11) и теоремы Гаусса для вектора $\vec{D}$ (7.7).

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = 0, \qquad \oint_S \vec{D}d\vec{S} = \sum_i q_i .$$

Согласно теореме о циркуляции вектора $\vec{E}$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \qquad \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \qquad (7.9)$$

т.е. тангенциальная составляющая вектора $\vec{E}$ одинакова по обе стороны вблизи границы раздела, не претерпевает скачка, тангенциальные составляющие вектора $\vec{D}$ претерпевают скачок при переходе границы раздела.

Из теоремы Гаусса получаются соотношения

$$D_{1n} = D_{2n}, \qquad \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \qquad (7.10)$$

Из соотношений (7.10) следует, что при переходе через границу раздела нормальная составляющая $\vec{D}$ не изменяется, а нормальная составляющая $\vec{E}$ претерпевает разрыв.

Полученные условия для составляющих векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на границе раздела двух диэлектриков (7.9) и (7.10) означают, что линии этих векторов преломляются, вследствие чего угол α между нормалью к поверхности раздела и линией $\vec{E}$ изменяется (см. приложение 4, рисунок 2)

С учётом полученных условий закон преломления линий напряжённости электростатического поля на поверхности раздела двух диэлектрических сред при отсутствии на той поверхности свободных зарядов выражается формулой:

$$\frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \qquad (9.11)$$

8 Лекция №8. Энергия электрического поля

Цели лекции:
- изучение энергии взаимодействия системы зарядов;
- изучение энергии уединённого проводника и конденсатора;
- изучение энергии электростатического поля.

8.1 Энергия взаимодействия системы зарядов

Энергия взаимодействия присуща системе взаимодействующих частиц, за счёт неё совершается работа при взаимных перемещениях этих частиц. Она зависит от закона взаимодействия между частицами и от их взаимного расположения. В количественном отношении эта энергия равна работе, совершаемой силами взаимодействия при перемещении всех частиц системы на бесконечные расстояния друг от друга. Если в системе частицы, энергия каждой в поле другой соответственно W_{12} и W_{21}, то очевидно, что $W_{12}=W_{21}=W_p$, поэтому потенциальную энергию взаимодействия двух частиц можно представить равной $Wp = \frac{1}{2}(W_{12} + W_{21})$.

Следовательно, для энергии взаимодействия системы многих частиц можно записать

$$W_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} W_{pi},$$

где W_{pi}– потенциальная энергия i-й частицы в полях всех остальных частиц системы.

Для системы взаимодействующих точечных зарядов с учетом определения потенциала (6.6) получим

$$W_p = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \varphi_i, \tag{8.1}$$

где φ_{1i} – полный потенциал, создаваемый в точке расположения заряда q_i всеми остальными зарядами системы.

Если заряд распределен непрерывно по объёму V с объёмной плотностью ρ, то, разлагая систему зарядов на совокупность элементарных зарядов $dQ = \rho dV$ и переходя от суммирования в (8.1) к интегрированию, получим

$$W_p = \frac{1}{2}\int_V \rho\varphi \cdot dV, \tag{8.2}$$

где φ – потенциал, создаваемый всеми зарядами системы в элементе объёмом dV. Аналогично можно перейти к энергии заряда, распределенного по поверхности [5].

8.2 Энергия уединённого проводника и конденсатора

Пусть проводник имеет заряд q и потенциал φ. Т.к. поверхность проводника эквипотенциальна, φ можно вынести из-под знака интеграла в формуле (8.2). Оставшийся интеграл есть заряд q на проводнике и, следовательно, энергия заряженного проводника равна

$$Wp = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}. \tag{8.3}$$

Энергия заряженного проводника равна работа внешних сил при его зарядке.

Для энергии заряженного конденсатора справедлива формула

$$Wp = \frac{q^2}{2c} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}. \tag{8.4}$$

8.3 Энергия электрического поля

Рассмотрим заряженный плоский конденсатор. Его энергия определяется формулами (8.4), а электроёмкость – формулой:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \tag{8.5}$$

Если расстояние d между обкладками значительно меньше их размеров, то электрическое поле в конденсаторе можно считать однородным. Тогда $U = E \cdot d$, подставляя это выражение и (8.5) в (8.4), получим

$$W_p = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot S \cdot d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V, \tag{8.6}$$

где $V = S \cdot d -$ объём, в котором сосредоточено электрическое поле плоского конденсатора.

Формула (8.6) показывает, что энергия конденсатора выражается через напряжённость $\vec{E}$, характеризующую электростатическое поле. При таком подходе в роли носителя энергии выступает поле, по объёму которого и распределена эта энергия. Этот вывод подтверждается в области переменных во времени полей, т.к. именно они могут распространяться в пространстве от возбудивших их электрических зарядов в виде электромагнитных волн, способных переносить энергию. (В частности, энергия, за счет которой существует жизнь на Земле, доставляется от Солнца электромагнитными волнами).

С учётом (8.6) можно получить формулы плотности энергии электрического поля

$$w = \frac{Wp}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{ED}{2}. \tag{8.7}$$

В изотропном диэлектрике направления векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ совпадают, поэтому формуле (8.7) можно придать следующий вид, заменив $\vec{D}$ его значением $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$.

$$w = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} = \frac{\vec{E}(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})}{2} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{E}\vec{P}}{2}. \tag{8.8}$$

Первое слагаемое в этом выражении совпадает с плотностью энергии поля в вакууме, второе представляет собой энергию, затрачиваемую на поляризацию диэлектрика.

Зная плотность энергии поля в каждой точке, можно найти энергию поля, заключенную в любом объеме V, вычислив интеграл

$$W = \int_{VV} w \cdot dV = \int \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} dV \quad . \tag{8.9}$$

Формула (8.9) является универсальной, применима для расчёта однородного и неоднородного электростатического поля, а также переменных непотенциальных полей.

9 Лекция №9. Постоянный электрический ток

Цели лекции:

- изучить основные характеристики постоянного тока;
- усвоить основные положения классической теории электропроводности металлов и вывод из неё основных законов электрического тока.

9.1 Общие характеристики и условия существования тока

Электрическим током называется упорядоченное движение заряженных частиц или заряженных макроскопических тел.

Электрический ток проводимости – упорядоченное движение в веществе или в вакууме свободных заряженных частиц – носителей тока.

Конвекционный электрический ток – электрический ток, осуществляемый движением в пространстве заряженного макроскопического тела.

Условия существования тока: наличие в среде носителей тока, наличие в ней электрического поля.

Для поддержания тока необходим источник электрической энергии, в котором осуществляется преобразование какого-либо вида энергии в энергию электрического тока.

Количественной мерой электрического тока служит *сила тока* I – скалярная физическая величина, определяемая зарядом, переносимым через рассматриваемую поверхность в единицу времени

$$I = \frac{dq}{dt} . \qquad (9.1)$$

Если сила тока и его направление не изменяются во времени, то такой ток называется *постоянным* и $I = \frac{q}{t}$.

Для постоянства электрического тока необходима неизменность напряжённости электрического поля во всех точках проводника, по которому течёт ток. Следовательно, заряды не должны накапливаться или убывать где-либо в этом проводнике. Это условие означает, что цепь постоянного тока должна быть замкнутой, а сила тока – одинаковой во всех поперечных сечениях цепи.

Для характеристики направления электрического тока в разных точках рассматриваемой поверхности и распределения силы тока по ней вводится вектор плотности тока.

Плотностью тока называется физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению тока

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} . \qquad (9.2)$$

Из (9.2) следует, что сила тока через произвольную поверхность S равна потоку через эту поверхность вектора плотности тока

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S} . \qquad (9.3)$$

Плотность тока можно выразить через скорость $<\vec{\upsilon}>$ упорядоченного движения зарядов в проводнике, концентрацию носителей тока n и элементарный заряд q носителя

$$\vec{j} = q \cdot n \cdot <\vec{\upsilon}> . \qquad (9.4)$$

9.2 Уравнение непрерывности. Условие стационарности электрического тока

Если в проводящей среде, где протекает ток, представить замкнутую поверхность S, то согласно (9.3), поток вектора плотности тока сквозь эту поверхность равен току, идущему из области, ограниченной этой поверхностью. В силу закона сохранения заряда этот интеграл равен убыли заряда в единицу времени внутри ограниченного объёма

$$\oint_S \vec{j}d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}. \qquad (9.5)$$

Соотношение (9.5) называют *уравнением непрерывности*.

В случае стационарного (постоянного) тока распределение зарядов в пространстве неизменно, поэтому $\oint \vec{j}d\vec{S} = 0$, что свидетельствует о том, что в случае постоянного тока линии вектора $\vec{j}$ нигде не начинаются и нигде не заканчиваются, они замкнуты, т.е. поле вектора $\vec{j}$ не имеет источников.

9.3 Классическая электронная теория электропроводности металлов

В опытах К. Рикке (1901), С.Л. Мандельштама и Н.Д. Папалекси (1913), Р. Толмена и Б. Стюарта (1916) было показано, что носителями тока в металлах являются свободные электроны, т. е. электроны, слабо связанные с ионами кристаллической решётки металла. Концентрация свободных электронов имеет значения порядка $n = (10^{28} \div 10^{29})м^{-3}$.

Исходя из представлений о свободных электронах, П. Друде и Х. Лоренц создали классическую теорию металлов. В теории Друде–Лоренца предполагается:

- электроны проводимости ведут себя подобно молекулам идеального газа;

– средняя скорость теплового движения электронов может быть определена по формуле $<u>=\sqrt{8kT/\pi m_e}$;

– электроны сталкиваются преимущественно не между собой, а с ионами, образующими кристаллическую решётку металла, что приводит к установлению теплового равновесия между электронным газом и кристаллической решёткой;

– ввиду малости средней скорости упорядоченного движения $<\vec{\upsilon}>$ электронов по сравнению со средней скоростью $<u>$ теплового движения $(<u>\approx 10^8 <\upsilon>)$, среднее время свободного пробега τ электронов определяется по формуле:

$$<\tau>=\frac{<l>}{<u>}, \qquad (9.6)$$

где $<l>$ – средняя длина свободного пробега электронов;

– при соударениях с ионами электроны полностью теряют скорость упорядоченного движения, передавая приобретённую энергию решётке, увеличивая внутреннюю энергию металла; последний нагревается;

– электрическое сопротивление металлов обусловлено соударениями свободных электронов с ионами.

Исходя из вышеуказанного, можно вывести законы Ома и Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

Закон Ома. Свободный электрон ускоряется электрическим полем в проводнике. Уравнение его движения имеет вид

$$ma = eE\,,$$

где m – масса электрона;

a – ускорение электрона;

e – заряд электрона.

Поскольку движение электрона равноускоренное, то средняя скорость упорядоченного движения электронов запишется в виде

$$<\vec{\upsilon}> = \frac{e<l>\vec{E}}{2m<u>}, \tag{9.7}$$

а плотность тока –

$$\vec{j} = \frac{ne^2\vec{E}<l>}{2m<u>}. \tag{9.8}$$

Величину

$$\gamma = \frac{2me^2<l>}{2m<u>} \tag{9.9}$$

называют *удельной электрической проводимостью*, а обратную ей величину $\rho = \frac{1}{\gamma}$ – *удельным электрическим сопротивлением* проводника. Следовательно,

$$\vec{j} = \gamma\vec{E} = \frac{1}{\rho}\vec{E}. \tag{9.10}$$

Уравнение (9.10) выражает закон Ома в дифференциальной форме.

Закон Джоуля–Ленца. При каждом столкновении электрон передаёт иону решётки среднюю энергию, сообщённую ему электрическим полем,

$$<W_k> = \frac{1}{2}m<\upsilon_{\max}>^2 = \frac{1}{2}\frac{eE^2<l>^2}{m<u>^2}. \tag{9.11}$$

Частота столкновений каждого электрона с атомами равна $\frac{<u>}{<l>}$, а n электронов – $n\frac{<u>}{<l>}$. Поэтому объёмная плотность тепловой мощности тока определяется выражением

$$w = \frac{ne^2<l>E^2}{2m<u>} \tag{9.12}$$

или

$$w = \gamma E^2 . \qquad (9.13)$$

Уравнение (9.13) выражает закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме.

Несмотря на наглядность и верность зависимости плотности тока и количества выделяемой теплоты от напряжённости поля, классическая теория электропроводности не приводит к правильным количественным результатам. Главные расхождения теории с экспериментом состоят в следующем:

− эксперимент для зависимости удельной проводимости от температуры приводит к закону $\gamma \sim \frac{1}{T}$, а из формулы (9.9) следует $\gamma \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$, т. к. по кинетической теории газов $< u > \sim \sqrt{T}$;

− по теореме о равнораспределении энергии по степеням свободы следует ожидать от свободных электронов большого вклада в теплоёмкость проводников, что не наблюдается в экспериментах.

Указанные трудности преодолены в квантовой теории, учитывающей волновые свойства микрочастиц.

10 Лекция №10. Магнитное поле в вакууме

Цели лекции:
- ознакомиться с основными характеристиками магнитного поля;
- уяснить основные методы расчёта магнитных полей.

10.1 Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

Силовое поле, создаваемое магнитами, называется магнитным полем. Источником постоянного магнитного поля являются стационарные электрические токи. Поле постоянных магнитов также создаётся токами – микроскопическими токами (молекулярными токами). В общем случае можно утверждать, что вокруг всякого движущегося заряда должно существовать магнитное поле. Магнитных зарядов в природе не существует.

Силовой характеристикой магнитного поля является вектор $\vec{B}$, называемый магнитной индукцией поля. По определению, магнитная индукция $\vec{B}$ численно равна отношению силы, действующей на заряженную частицу со стороны магнитного поля, к произведению абсолютного значения заряда и скорости частицы, если направление скорости частицы таково, что эта сила максимальна

$$B = \frac{F_{\max}}{|q| \cdot \upsilon} , \qquad (10.1)$$

при этом векторы $\vec{B}, \vec{F}, \vec{\upsilon}$ образуют правую тройку (см. рисунок 10.1).

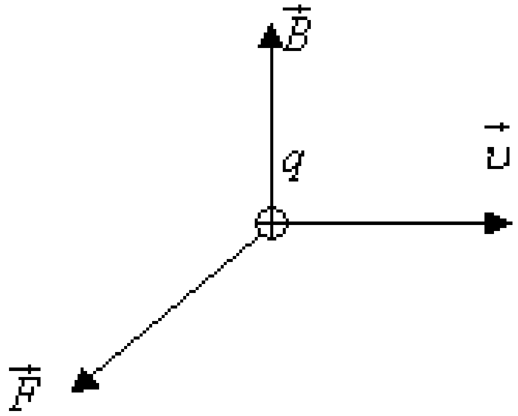

Рисунок 10.1

Магнитное поле называется однородным, если во всех его точках векторы магнитной индукции одинаковы как по модулю, так и по направлению. В противном случае магнитное поле называется неоднородным.

Для графического изображения стационарного магнитного поля пользуются методом линий магнитной индукции. Силовыми линиями магнитного поля (линиями магнитной индукции) называются линии, проведённые в магнитном поле так, что в каждой точке поля касательная к линии магнитной индукции совпадает с направлением вектора $\vec{B}$ в этой точке поля.

10.2 Принцип суперпозиции. Закон Био–Савара–Лапласа

Принцип суперпозиции. Результаты экспериментов показывают, что для магнитного поля, как и для электрического, выполняется принцип суперпозиции: магнитное поле, создаваемое несколькими зарядами или токами, равно векторной сумме магнитных полей, создаваемых каждым зарядом или током в отдельности

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i \,. \tag{10.2}$$

Закон Био–Савара–Лапласа позволяет вычислить магнитную индукцию в каждой точке поля, создаваемого током, текущим в проводнике любой формы. Согласно этому закону магнитная индукция постоянного электрического тока I в вакууме должна удовлетворять уравнению

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{l}\,\vec{r}\right]}{r^3}, \tag{10.3}$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция магнитного поля, созданного элементом тока;

$I\,d\vec{l}$ - элемент тока, направление которого совпадает с направлением вектора плотности тока;

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этого элемента в рассматриваемую точку С поля (см. рисунок 10.2);

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная;

I – сила тока в проводнике.

Вектор $d\vec{B}$ направлен в точке С перпендикулярно плоскости векторов $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ по правилу буравчика.

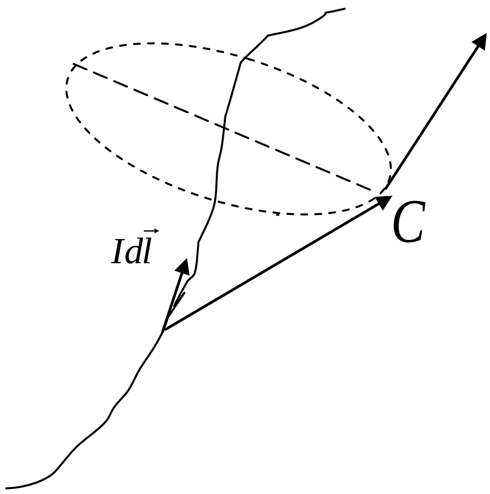

Рисунок 10.2

10.3 Магнитный поток. Основные законы магнитного поля

Магнитное поле обладает, как и электрическое, двумя важнейшими свойствами. Эти свойства, связанные с потоком и циркуляцией векторного поля $\vec{B}$, выражают основные законы магнитного поля.

Магнитным потоком сквозь малую поверхность площадью dS называется физическая величина

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS = BdS\cos(\vec{B}\wedge\vec{n}), \qquad (10.4)$$

где $d\vec{S} = \vec{n}\,dS$;

$\vec{n}$ – единичный вектор нормали к площадке dS ;

B_n – проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали.

Магнитный поток через произвольную поверхность

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS \, . \qquad (10.5)$$

Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$: поток вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю. Этот закон выражает тот факт, что магнитных зарядов в природе нет. Магнитное поле источников не имеет

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \, . \qquad (10.6)$$

Циркуляции вектора $\vec{B}$ по произвольному контуру для магнитного поля постоянных токов равна произведению μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{N} I_i \, . \qquad (10.7)$$

Из (10.7) следует, что в отличие от электростатического поля магнитное поле является вихревым. Практический аспект теоремы о циркуляции магнитной индукции состоит в том, что с помощью (10.7) можно рассчитывать магнитные поля, создаваемые некоторыми конфигурациями электрических токов.

10.4 Работа перемещения проводника с током в постоянном магнит ном поле

Элементарная работа, совершаемая силами магнитного поля при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению силы тока на изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром

$$dA = I d\Phi \, . \qquad (10.8)$$

Полная работа сил магнитного поля при перемещении контура с током от начального положения 1 до конечного 2 может быть определена по формуле

$$A = \int_1^2 I d\Phi \, . \qquad (10.9)$$

В случае постоянного тока

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I \Delta \Phi \, . \qquad (10.10)$$

10.5 Эффект Холла

Эффект Холла – это возникновение в металле с током плотностью $\vec{j}$, помещённом в магнитное поле $\vec{B}$, электрического поля $\vec{E}$ в направлении, перпендикулярном $\vec{B}$ и $\vec{j}$, что схематически показано на рисунке 10.3. Величина возникающего электрического поля может быть определена через разность потенциалов $|\Delta\varphi| = E \cdot a$. Экспериментально показано, что

$$|\Delta\varphi| = R\frac{IB}{d} = RjBa. \tag{10.11}$$

Данное выражение представляет собой холловскую поперечную разность потенциалов.

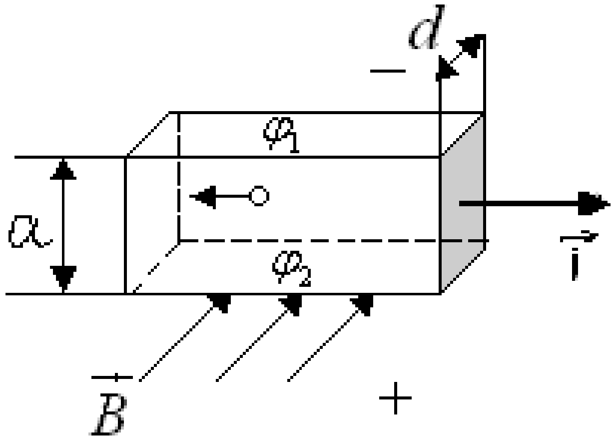

Рисунок 10.3

Появление поперечной разности потенциалов $\Delta\varphi$ обусловлено тем, что на упорядоченно движущиеся носители тока в проводнике (на рисунке 10.3 изображены электроны) действует со стороны магнитного поля сила Лоренца, в результате чего частицы отклоняются.

Используя электронную теорию проводимости, можно показать, что постоянная Холла R в формуле (10.12) равна

$$R = \frac{1}{en}, \tag{10.12}$$

где e – заряд электрона;

n – концентрация носителей тока (электронов) в веществе.

11 Лекция №11. Магнитное поле в веществе

Цели лекции:

– ознакомиться с характеристиками магнитного поля в веществе;
– уяснить основные методы расчёта магнитных полей в веществе.

11.1 Намагничивание вещества. Намагниченность

Всякое вещество является магнетиком, т.е. способно под действием магнитного поля намагничиваться и создавать свое магнитное поле. Результирующие поле в веществе

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B'}, \tag{11.1}$$

где $\vec{B}_0$ – индукция внешнего поля (поля токов проводимости);

$\overrightarrow{B'}$ – индукция собственного (внутреннего) поля, создаваемого намагниченным веществом.

Намагничивание вещества обусловлено преимущественной ориентацией или индуцированием магнитных моментов отдельных молекул в одном направлении. Следует подчеркнуть, что вещества, молекулы которых в отсутствии поля не имеют магнитного момента, намагничиваются за счет индуцирования элементарных круговых токов молекул, в результате чего молекулы и всё вещество приобретают магнитный момент.

Степень намагничивания магнетика характеризуется магнитным моментом единицы объема - вектором $\vec{J}$, который называется намагниченностью,

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_{mi}, \tag{11.2}$$

где ΔV – бесконечно малый объём в окрестностях рассматриваемой точки магнетика;

$\vec{P}_{mi}$ – магнитный момент отдельной молекулы.

Суммирование проводится по всем молекулам в объёме ΔV.

Намагниченность любого элемента объёма создаётся внешним магнитным полем, поэтому $\vec{J}$ зависит от $\vec{B}_0$. В то же время намагниченное вещество создаёт поле $\overrightarrow{B'}$, следовательно, величина $\vec{B}'$ зависит от $\vec{J}$.

Рассмотрим в намагниченном веществе малый элемент объёма в форме длинного цилиндра, ось которого параллельна направлению вектора намагниченности (см. рисунок 11.1а).

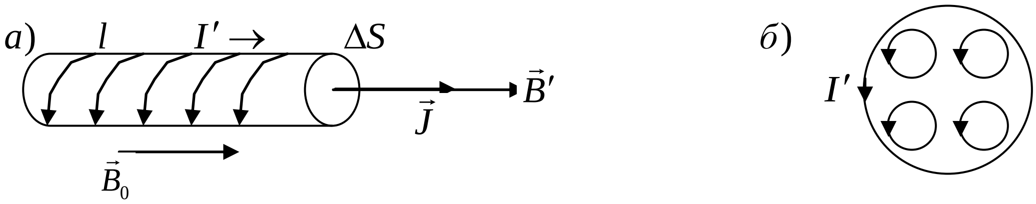

Рисунок 11.1

Элементарные токи представлены на сечении цилиндра (см. рисунок 11.1б). Действие совокупности этих магнитных моментов можно формально заменить действием тока I', называемого током намагничивания, обтекающим поверхность данного цилиндра. Магнитный момент выбранного нами элемента объёма можно представить двумя способами

$$I' \cdot \Delta S = J \cdot \Delta S \cdot l. \tag{11.3}$$

Тогда

$$I' = J \cdot l \quad . \tag{11.4}$$

В общем случае можно показать, что суммарное действие всех микротоков можно характеризовать циркуляцией вектора $\vec{J}$.

$$I' = \oint \vec{J} d\vec{l} \ . \tag{11.5}$$

11.2 Основные теоремы магнитостатики для поля в веществе

Теорема Гаусса. Поле намагниченного вещества так же, как и поле токов проводимости, источников не имеет, поэтому теорема Гаусса записывается без изменений, как и для поля в вакууме

$$\oint_S \vec{B} d\bar{S} = 0 . \tag{11.6}$$

Следовательно, линии вектора $\vec{B}$ остаются всюду непрерывными.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$. В магнетиках циркуляция вектора определяется как токами проводимости I, так и токами намагничивания I', а именно

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I') . \tag{11.7}$$

С учётом формулы (11.5) получим

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}\right) d\vec{l} = I \ . \tag{11.8}$$

Величина, стоящая под интегралом,

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \tag{13.9}$$

называется *напряжённостью магнитного поля*. Она не имеет непосредственного физического смысла, но с её помощью в удобной форме записываются уравнения для магнитных полей в неоднородных средах.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$: циркуляция вектора $\vec{H}$ по произвольному замкнутому контуру в произвольной среде равна алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^{N} I_i \ . \tag{11.10}$$

Полученное соотношение называют *законом полного тока*. Этот закон широко используется для расчёта магнитных полей в неоднородных средах.

Между $\vec{J}$ и $\vec{H}$ существует линейная зависимость

$$\vec{J} = \chi\vec{H}, \tag{11.11}$$

где χ – магнитная восприимчивость среды, характерная для каждого магнетика.

Величина χ может быть различной как положительной, так и отрицательной.

Магнетики, которые подчиняются зависимости (11.11), подразделяют на парамагнетики ($\chi \succ 0$) и диамагнетики ($\chi \prec 0$) . У парамагнетиков $\vec{J} \uparrow\uparrow \vec{H}$, а у диамагнетиков $\vec{J} \uparrow\downarrow \vec{H}$. Для ферромагнетиков зависимость $\vec{J}$ от $\vec{H}$ имеет сложный характер: она нелинейная и, кроме того, наблюдается гистерезис, т.е. зависимость $\vec{J}$ от предыстории магнетика.

Принимая во внимание (11.11), можно получить следующее выражение для связи векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}, \tag{11.12}$$

где $\mu = 1 + \chi$ – магнитная проницаемость среды.

У парамагнетиков $\mu > 1$, диамагнетиков $\mu < 1$, причем μ для диа- и парамагнетиков мало отличаются от единицы, т.е магнитные свойства этих магнетиков выражены слабо.

К *парамагнетикам* можно отнести такие вещества, которые намагничиваются во внешнем магнитном поле в направлении вектора $\vec{B}$. Атомы (молекулы или ионы) парамагнетика обладают собственным магнитным моментом $\vec{p}_m$. К ним относятся (щелочные и щелочно-земельные металлы, кислород, хлорное железо и др.). В отсутствии магнитного поля парамагнетик не намагничен, т.к. суммарный магнитный момент молекул равен нулю.

К *диамагнетикам* можно отнести такие вещества, которые намагничиваются во внешнем магнитном поле в направлении, противоположном направлению вектора магнитной индукции $\vec{B}$. Магнитные моменты атомов, молекул или ионов в отсутствие внешнего магнитного поля равны нулю. Диамагнетиками являются инертные газы, медь, золото, вода (жидкая), серебро и другие вещества. В магнитном поле атомы (молекулы вещества) приобретают наведённые магнитные моменты.

Ферромагнетиками являются твердые вещества, обладающие самопроизвольной (спонтанной) намагниченностью, которая сильно изменяется под влиянием внешних воздействий – магнитного поля, деформации, изменения температуры. Внутреннее магнитное поле в ферромагнетиках может в сотни и тысячи раз превосходить внешнее поле. Такими свойствами обладают кристаллы переходных металлов (железо, кобальт, никель), некоторых редкоземельных элементов и ряда сплавов, ферриты, а также некоторые металлические стекла [6].

11.3 Граничные условия для магнитного поля. Расчёт магнитных полей в неоднородных средах

На границе раздела сред обе векторные характеристики магнитного поля $\overline{B}$ и $\vec{H}$ скачкообразно изменяются по величине и направлению. Граничные условия для векторов $\overline{B}$ и $\vec{H}$ выводятся по аналогии с электрическим полем (лекция 7) и выражаются формулами:

$$B_{1n} = B_{2n}\,; \qquad \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1};$$
$$H_{1\tau} = H_{2\tau}\,; \qquad \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \tag{11.13}$$

Полученные условия для составляющих векторов $\overline{B}$ и $\vec{H}$ на границе раздела двух диэлектриков означают, что линии этих векторов преломляются, вследствие чего угол α изменяется (см. рисунок 11.2).

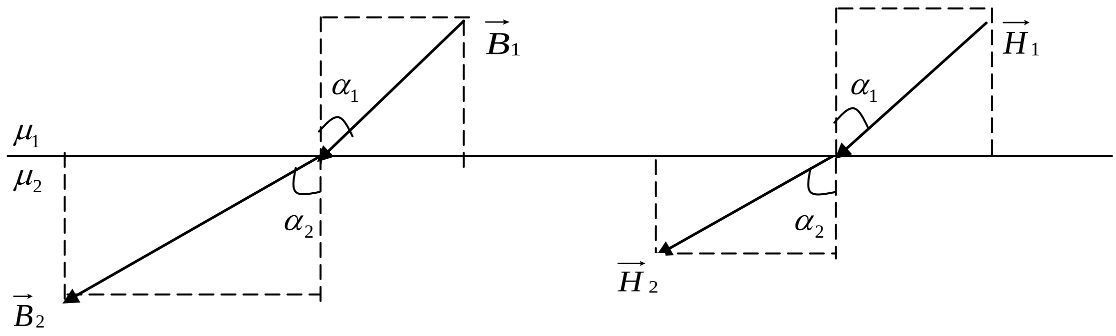

Рисунок 11.2 – Преломление векторов $\overline{B}$ и $\vec{H}$
на границе двух диэлектриков ($\mu_2 > \mu_1$)

Расчёт магнитных полей в неоднородных средах осуществляется с помощью закона полного тока и граничных условий.

Приложение 1

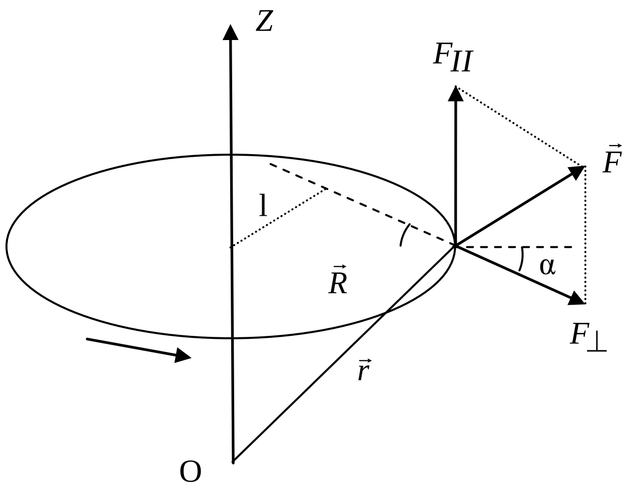

Рисунок 1- Определение момента импульса

Приложение 2

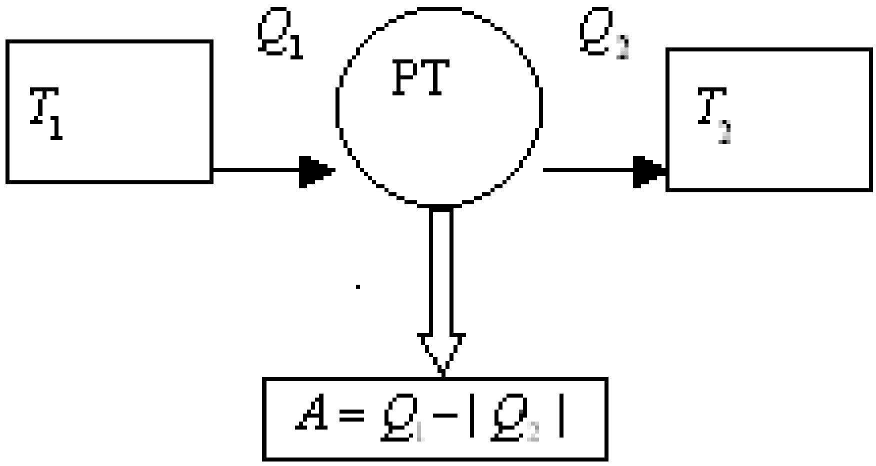

Рисунок 1- Действие тепловой машины

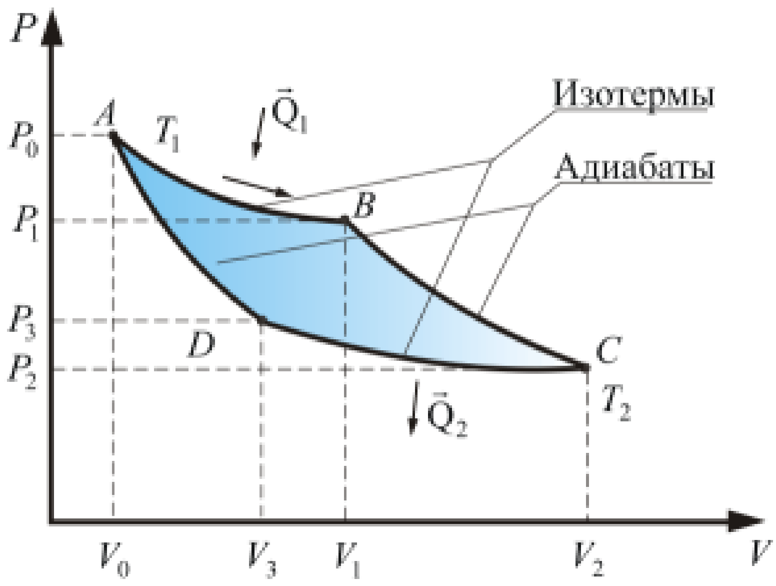

Рисунок 2- Цикл Карно

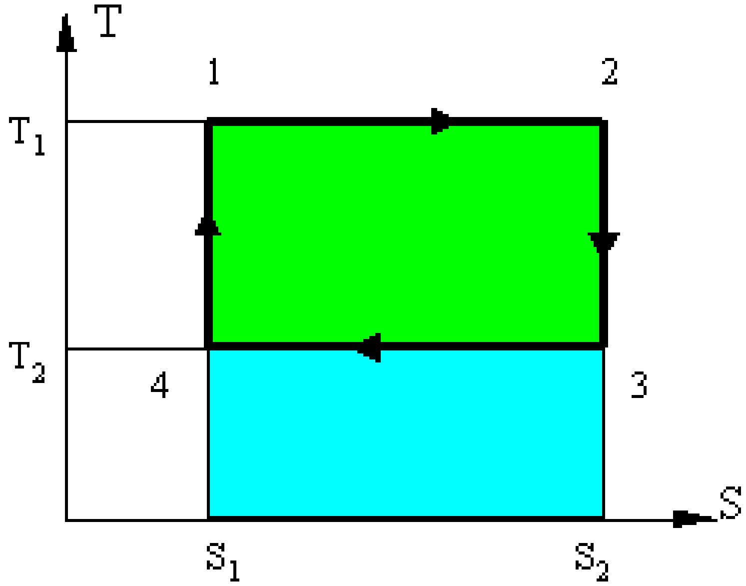

Рисунок 3- T-S диаграмма тепловых процессов

Приложение 3

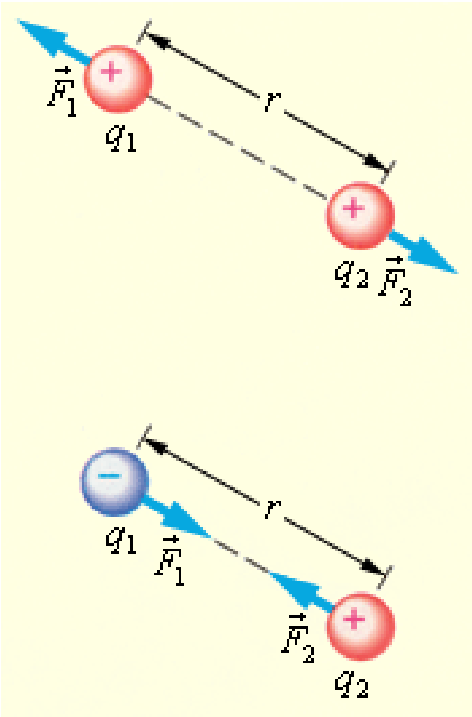

Рисунок 1- Силы взаимодействия одноимённых и разноимённых зарядов

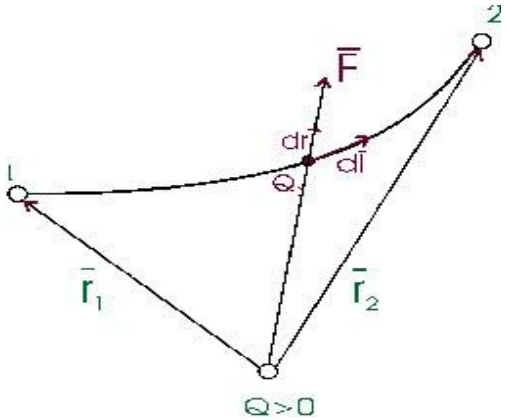

Рисунок 2- Работа по перемещению точечного заряда

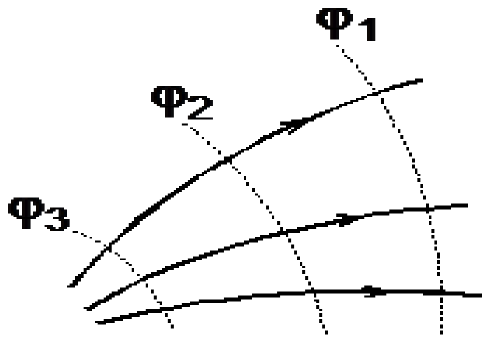

Рисунок 3- Потенциал электростатического поля

Приложение 4

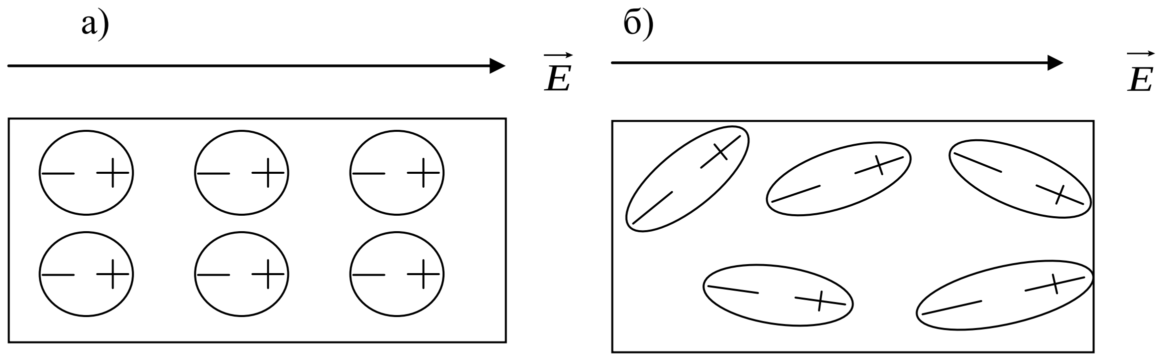

Рисунок 1 - Поляризация неполярных (а) и полярных (б) диэлектриков

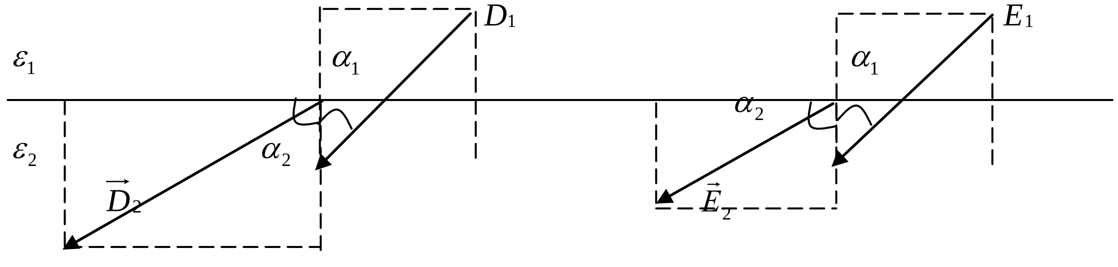

Рисунок 2 – Преломление векторов $\vec{D}$ и $\vec{E}$

на границе двух диэлектриков ($\varepsilon_2 > \varepsilon_1$)

Список литературы

1. Трофимова Т.И. Физика. – М.: «Академия», 2012.

2. Трофимова Т.И. Физика. Курс физики с примерами решения задач. Т.1.– М.: «Кнорус», 2010.

3. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике.- М.: Высш. шк., 2006.

4. Дмитриева Е.И. Физика в примерах и задачах.- М.: «Форум, Инфра», 2011.

Сводный план 2014 г., поз. 328

Ляйля Хамитовна Мажитова
Гульнара Кадырбековна Наурызбаева

ФИЗИКА 1

Конспект лекций для студентов специальности
5В070200 – Автоматизация и Управление

Редактор Н.М. Голева
Специалист по стандартизации Н.К. Молдабекова

Подписано к печати
Тираж 60 экз.
Объем 3,4 уч. изд.л.

Формат 60×84 1/16
Бумага типографская № 1
Заказ ___ цена 1700 тенге.

Копировально-множительное бюро
некоммерческого акционерного общества
«Алматинский университет энергетики и связи»
050013, Алматы, Байтурсынова, 126